



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet
www.grf.bg.ac.rs

Studijski program: **Građevinarstvo**
Modul: MTI, HVEI, PŽA
Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Betonske konstrukcije 1**
(b2s3bk, b2h3bk, b2m3bk, b1s3bk)

Nastavnik: **Ivan Ignjatović**

Naslov predavanja: **Granicna stanja upotrebljivosti**

Datum : 13.01.2023.

Beograd, 2020.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2020/2021 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.

1. GSU - Uvod
2. Ograničenje napona
3. Uticaj vremenskih deformacija
4. Kontrola prslina
5. Kontrola ugiba

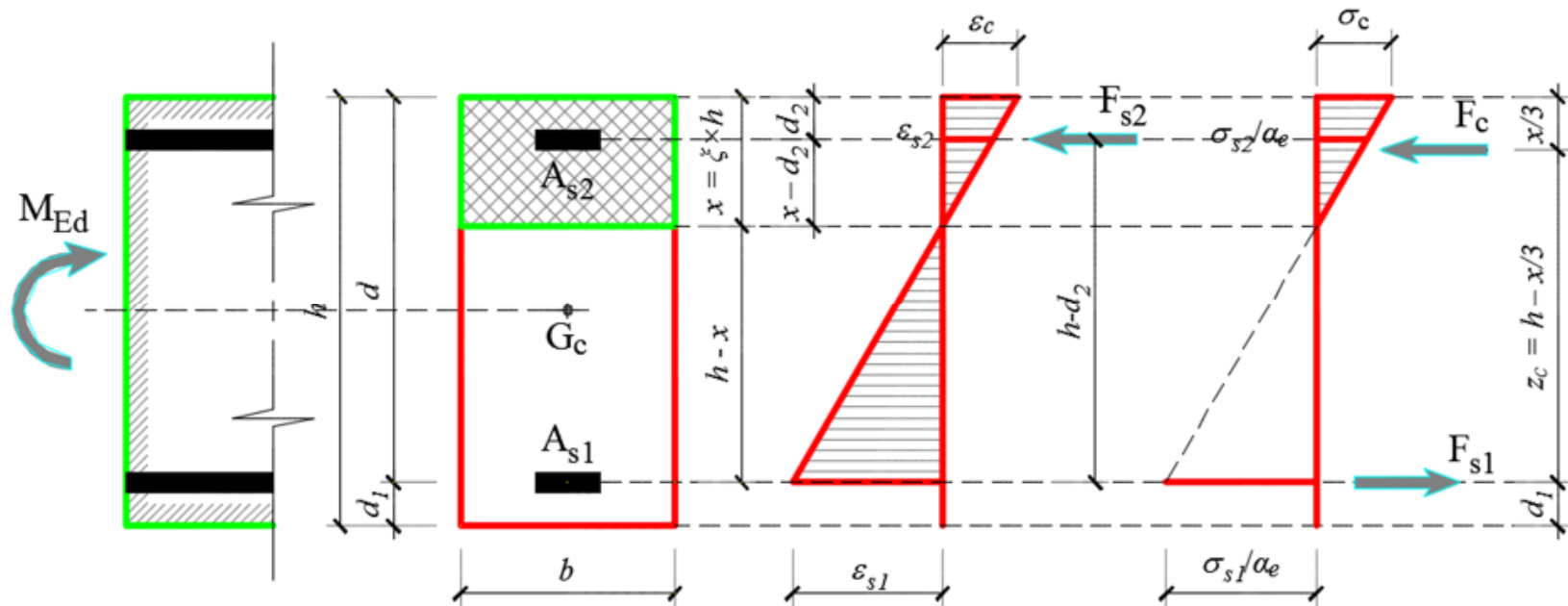
1. GSU - uvod

- Dimenzionisanjem prema GSN gubi se uvid u ponašanje konstrukcije u eksploataciji!
- Osim nosivosti, tokom upotrebneog veka konstrukciju neophodno je zadovoljiti i druge zahteve:
 - Stanje prslina
 - Stanje deformacija
- Proračun se sprovodi za karakterističnu i kvazi-stalnu kombinaciju opterećenja!
- Kontrola širine prslina: sa i bez direktnog proračuna
- Granično stanje deformacija se proverava:
 - Ograničenjem odnosa raspon/visina preseka
 - Poređenjem računске vrednosti ugiba sa graničnom vrednošću ($L/250$ ili $L/500$)

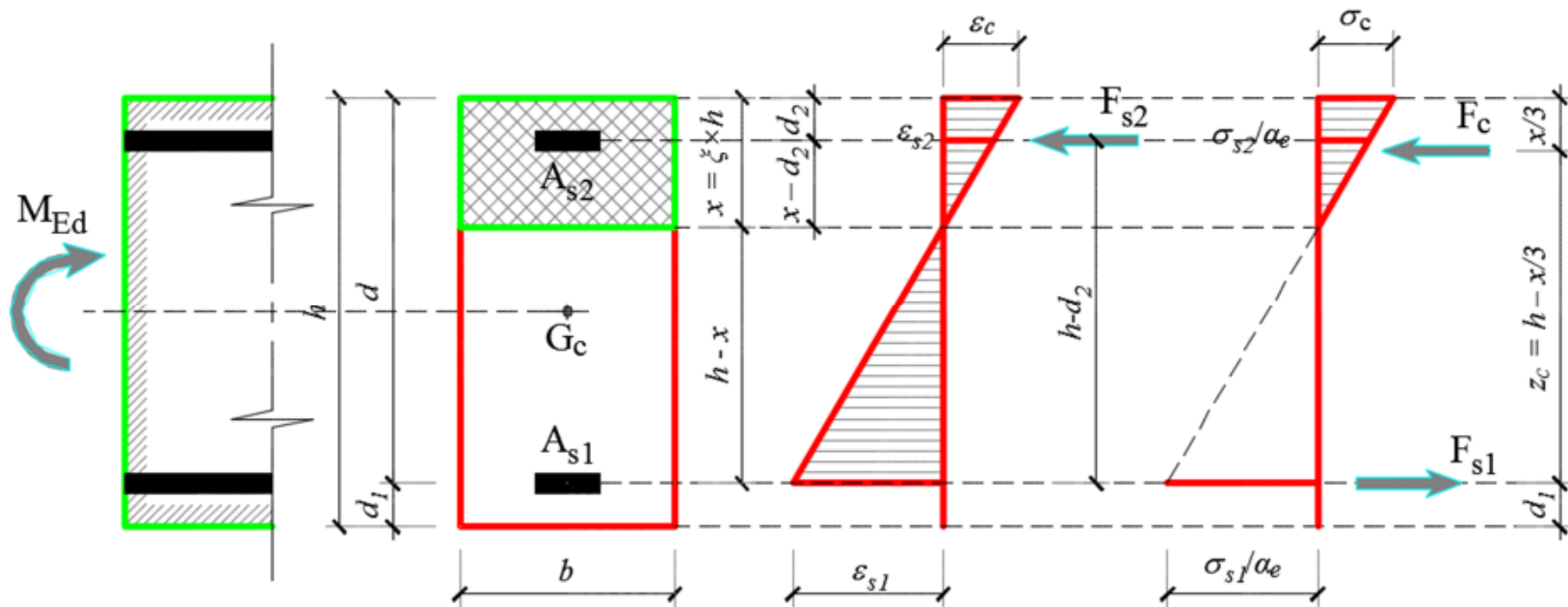
2. Kontrola napona

- Cilj – izbegavanje pojave podužnih prslina, mikroprslina i velikog tečenja betona
- Podužne prsline nastaju kada napon u betonu za karakterističnu kombinaciju opterećenja prekorači kritičnu vrednost – smanjena trajnost konstrukcije
- Za karakterističnu kombinaciju naponi su ograničeni na:
 - $\sigma_c \leq 0.6 \cdot f_{ck}$, $\sigma_{s1} \leq 0.8 \cdot f_{yk}$
- Za kvazi-stalnu kombinaciju naponi su ograničeni na:
 - $\sigma_c \leq 0.45 \cdot f_{ck}$

Kontrola napona (GSU):



Kontrola napona (GSU):



2. Uslovi ravnoteže:

$$\sum N = 0: \quad F_c + F_{s2} - F_{s1} = 0$$

$$\sum M_s = 0: \quad F_c \left(h - \frac{x}{3} \right) + F_{s2} (h - d_2) = M_{Ed}$$

Kontrola napona (GSU):

$$\rho = \frac{A_{s1}}{bd} \quad \rho' = \frac{A_{s2}}{bd} \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

$$\xi^2 + 2\alpha_e(\rho + \rho')\xi - 2\alpha_e\left(\rho + \rho'\frac{d_2}{d}\right) = 0$$

$$\sigma_c = \frac{M_{Ed}}{bd^2} \cdot \frac{\xi}{\frac{\xi^2}{2}\left(1 - \frac{\xi}{3}\right) + \alpha_e\rho'\left(\xi - \frac{d_2}{d}\right)\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} \Rightarrow \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{cm}}$$

$$\sigma_{s1} = \alpha_e\sigma_c \frac{1 - \xi}{\xi} \Rightarrow \varepsilon_{s1} = \frac{\sigma_{s1}}{E_s}$$

$$\sigma_{s2} = \alpha_e\sigma_c \frac{\xi - d_2/d}{\xi} \Rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s}$$

Kontrola napona (GSU):

Moment pojave prslina

$$M_{cr} = W_{i1} \cdot f_{ct,eff} \approx W_c \cdot f_{ctm}$$

W_{i1} – otporni moment idealizovanog preseka

W_c – otporni moment bruto betonskog preseka

$f_{ct,eff}$ – srednja vrednost čvrstoće betona pri zatezanju u trenutku pojave prslina

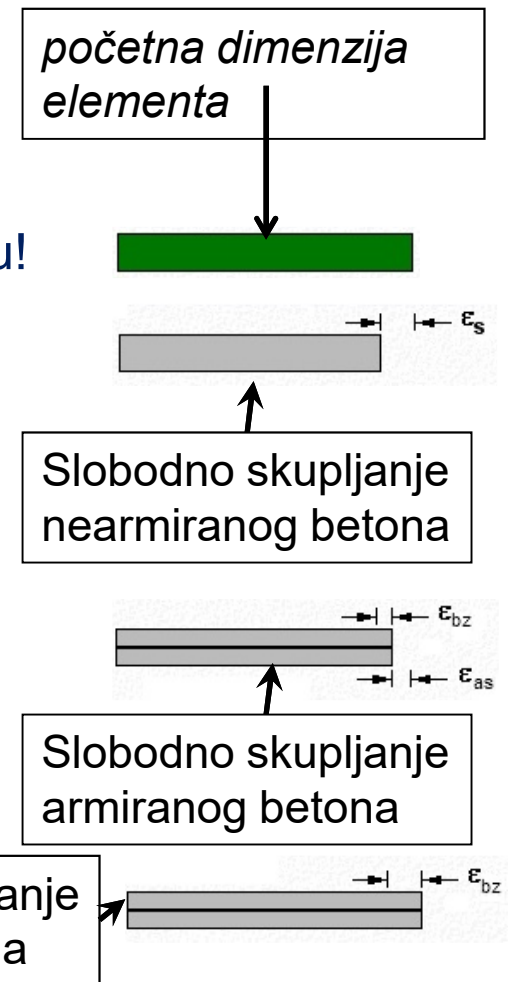
f_{ctm} – srednja vrednost čvrstoće betona pri zatezanju pri starosti od 28 dana

2. Uticaj vremenskih deformacija betona

- Dva bitna efekta koja utiču na stanje prslina i ugiba AB elemenata:
 - Skupljanje; efekat smanjenja zapremine koji nastaje usled isparavanja vode tokom procesa vezivanja cementa
 - Tečenje; efekat porasta deformacija pri konstantnom opterećenju
- Oba efekta su dugotrajna (smatra se da su procesi završeni tek nakon oko 30 godina odn. 10 000 dana)

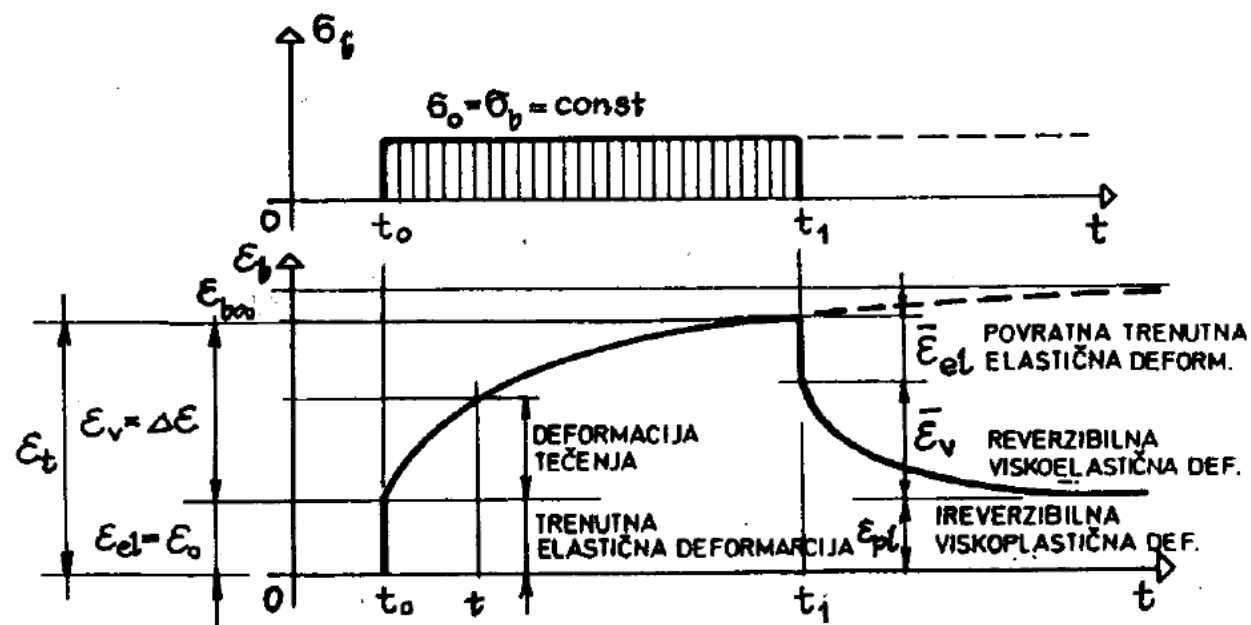
2. Uticaj vremenskih deformacija betona

- Skupljanje u najvećoj meri zavisi od:
 - relativne vlažnosti
 - dimenzija elementa
 - sastava i kvaliteta betona
- Slobodno skupljanje ne izaziva napone u elementu!
- U slučaju slobodnog skupljanja armiranog betona javlja se dilatacija skupljanja u armaturi ϵ_{as} i dilatacija zatezanja u betonu ϵ_{bz}
=> sila pritiska u armaturi, sila zatezanja u betonu!
- U slučaju sprečenog skupljanja armiranog betona dilatacija $\epsilon_{as}=0$ odn. dilatacija zatezanja u betonu će biti $\epsilon_{bz} = \epsilon_s$
- Sila zatezanja u betonu će verovatni biti dovoljno velika da izazove prsline!



2. Uticaj vremenskih deformacija betona

- Tečenje u najvećoj meri zavisi od:
 - starosti i čvrstoće betona u trenutku nanošenja opterećenja
 - odnosa napona u betonu i čvrstoće pri pritisku
 - dužine trajanja opterećenja
 - relativne vlažnosti
 - dimenzija poprečnog preseka elementa



3. Proračun prslina

- Niska čvrstoća betona na zatezanja => neizbežna pojava prslina
- Proračun prslina se vrši zbog kontrole njihove širine
- Osnovni razlozi za ograničavanje širine prslina:
 - Korozija armature
 - Ulazak tečnosti i gasova kroz prsline
 - Neprihvatljiv estetski izgled isprskalnih elemenata
- Ograničenje širine prslina:
 - 0.4 mm – XC0, XC1
 - 0.3 mm – XC2, XC3, XC4, XD1, XD2, XS1, XS2, XS3

3. Proračun prslina

Za armiranobetonske ili prethodnonapregnute ploče u zgradama, izložene savijanju bez značajnog aksijalnog zatezanja, posebne mere za kontrolu prslina nisu potrebne kada ukupna debljina ploče nije veća od 200 mm i kada su ispunjeni zahtevi po pitanju minimalne armature i razmaka armature

1. Uprošćeni postupak: bez proračuna, primena tabela uz ograničavanje prečnika ili rastojanja šipki
 1. Sračunavanje napona σ_s
 2. Sračunavanje minimalne površine armature sa prijanjanjem sa betonom

$$A_{s,min}\sigma_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct}$$

3. Očitavanje iz tabele maksimalnog prečnika šipki za kontrolu prslina (\varnothing_s^*)
4. Korigovanje maksimalnog prečnika

$$\varnothing_s = \varnothing_s^* (f_{ct,eff}/2.9) \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)}$$

2. Proračun širine prslina

3. Proračun prslina

Tabela 7.2N: Maksimalni prečnik šipki ϕ_s^* za kontrolu prslina¹

Napon u čeliku ² [MPa]	Maksimalni prečnik šipke [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	8	5	-

Napomene: ¹ Vrednosti u tabeli određene su uz sledeće pretpostavke:

$c = 25$ mm; $f_{ct,eff} = 2,9$ MPa; $h_{cr} = 0,5$; $(h - d) = 0,1h$;
 $k_1 = 0,8$; $k_2 = 0,5$; $k_c = 0,4$; $k = 1,0$; $k_t = 0,4$ i $k' = 1,0$

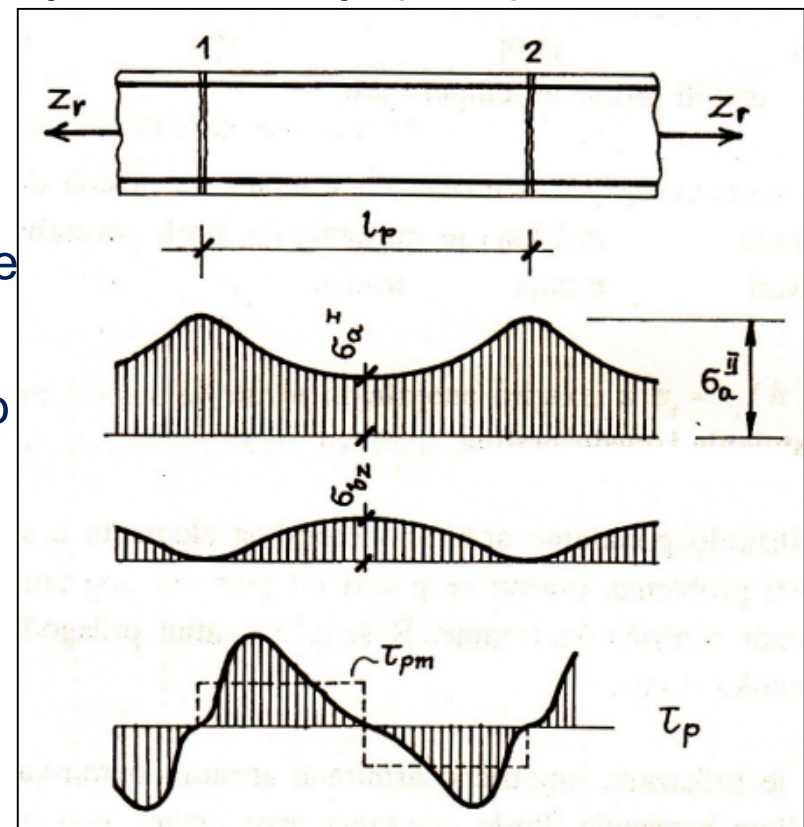
² Za merodavne kombinacije dejstava

Tabela 7.3N: Maksimalno rastojanje šipki armature za kontrolu prslina¹

Napon u čeliku ² [MPa]	Maksimalno rastojanje šipki [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	250	100	-
360	100	50	-

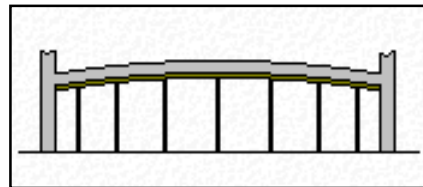
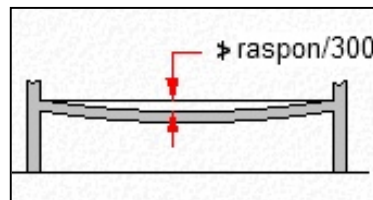
3. Proračun prslina

- Rastojanje između prslina:
- Zatega opterećena centričnom silom zatezanja
- Dostizanje čvrstoće betona na zatezanja => otvaranje prve prsline
- U tom preseku silu Z_r prihvata samo armatura!
- Udaljavanjem od prsline preko napona prijanjanja sila se iz armature prenosi na okolni beton
- Na rastojanju l_p je ponovo homogeno naponsko stanje odn. postoje uslovi za otvaranje nove prsline!



4. Proračun deformacija

- Deformacije odn. ugibi elemenata su bitni za izgled i funkcionisanje konstrukcije
- Bitan je i uticaj deformacija na nekonstruktivne elemente – pregradne zidove, ispune, fasadne obloge i dr.
- Ograničenje ugiba od kvazistalnih opterećenja: $L/250$
- Moguće rešenje je izvođenje nosača sa nadvišenjem u oplati



Kontrola ugiba (GSU):

Ograničenje odnosa raspon/statička visina

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \text{ ако је } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ ако је } \rho > \rho_0$$

l/d гранични однос распон/статичка висина;

K коефицијент којим се узимају у обзир различити конструкцијски системи;

ρ_0 референтни коефицијент армирања = $10^{-3} \sqrt{f_{ck}}$; ρ_0

ρ захтевани коефицијент армирања затегнутом арматуром у средини распона за момент услед прорачунских оптерећења (за конзоле у ослонцу);

ρ' захтевани коефицијент армирања притиснутом арматуром у средини распона за момент услед прорачунских оптерећења (за конзоле у ослонцу)

f_{ck} у МПа.

Kontrola ugiba (GSU):

Tabela 7.4N: Osnovni odnosi raspon/statička visina za armiranobetonske elemente bez aksijalnog pritiska

Konstruktivni sistem	K	Veliki naponi u betonu $\rho = 1,5\%$	Mali naponi u betonu $\rho = 0,5\%$
Slobodno oslonjena greda, slobodno oslonjena ploča koja nosi u jednom ili u dva pravca	1,0	14	20
Krajnje polje kontinualnog grednog nosača ili kontinualne ploče koja nosi u jednom pravcu, ili ploče koja nosi u dva pravca, kontinualna preko jedne, duže strane	1,3	18	26
Unutrašnje polje grednog nosača ili ploče koja nosi u jednom ili u dva pravca	1,5	20	30
Ploča oslonjena na stubove bez greda (ravna ploča) (<i>flat slab</i>) (u odnosu na veći raspon)	1,2	17	24
Konzola	0,4	6	8

Napomena 1: Date vrednosti usvojene su tako da su generalno na strani sigurnosti i proračun često može da pokaže da su mogući tanji elementi.

Napomena 2: Za ploče koje nose u dva pravca provera treba da se izvrši prema kraćem rasponu. Za ravne ploče (ploče na stubovima bez kapitela) treba da se uzme veći raspon.

Napomena 3: Granične vrednosti date za ploče bez kapitela odgovaraju manje strogim ograničenjima od onih koje daje odnos raspon/250 za ugibe u sredini raspona u odnosu na stubove. Iskustvo je pokazalo da su te granične vrednosti zadovoljavajuće.

4. Proračun deformacija

- Glavni razlozi zbog kojih je nemoguće potpuno precizno izračunati deformacije:
 - Krutost koju pružaju oslonci je moguće samo proceniti
 - Nemoguće je predvideti tačan intenzitet i trajanje opterećenja
 - Stvarne vrednosti karakteristika materijala su nepoznate
 - Doprinos krutosti koju pružaju nekonstruktivni elementi je nemoguće tačno odrediti i uglavnom se zanemaruje
- Osnova za određivanje deformacija – teorema o deformacionom radu:

$$u = \int_0^l \frac{M_x}{EI_x} \bar{M} dx = \int_0^l \frac{1}{r(x)} \bar{M} dx$$

$\frac{1}{r(x)}$ - krivina elementa

$r(x)$ - poluprečnik krivine

- Rešavanje postupcima numeričke integracije

4. Proračun deformacija

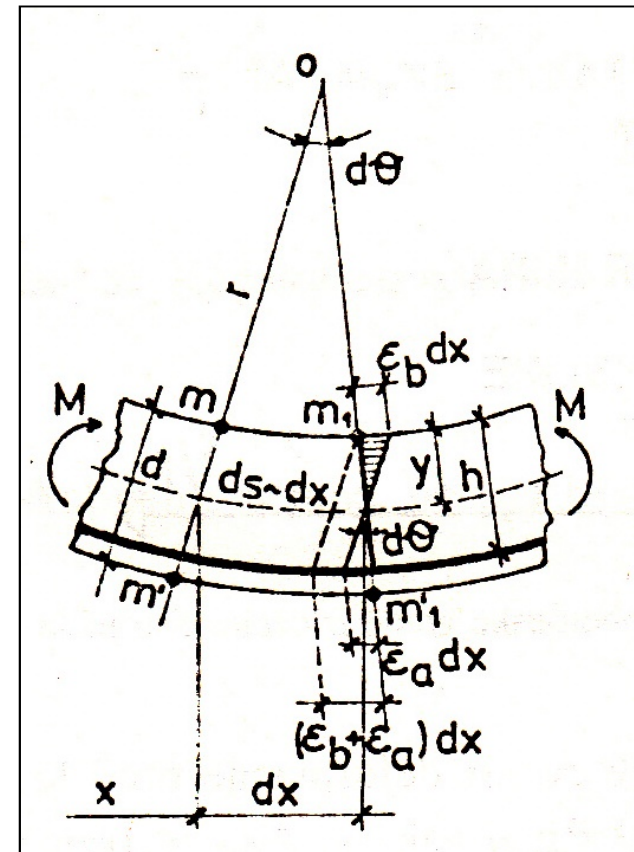
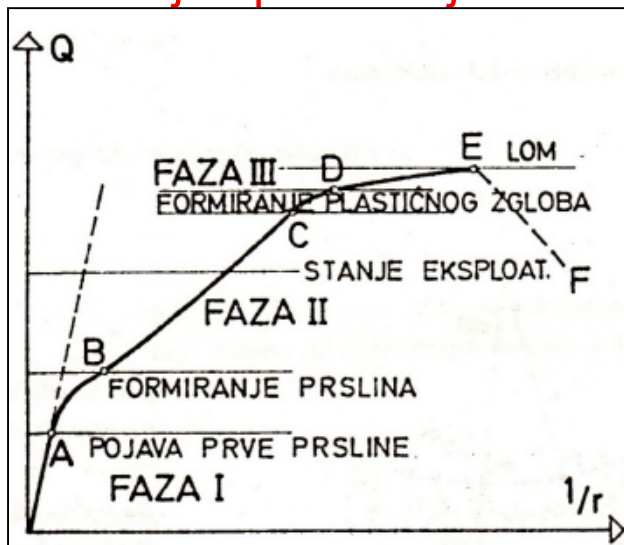
- Krivina armirano-betonskih elemenata:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dx}$$

- Bernulijeva hipoteza o ravnim presecima:

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dx} = \frac{\varepsilon_b}{y} = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_a}{h}$$

- Funkcija opterećenje-krivina:



4. Proračun deformacija

- Isprskali nosač - raspored dilatacija u armaturi i betonu:

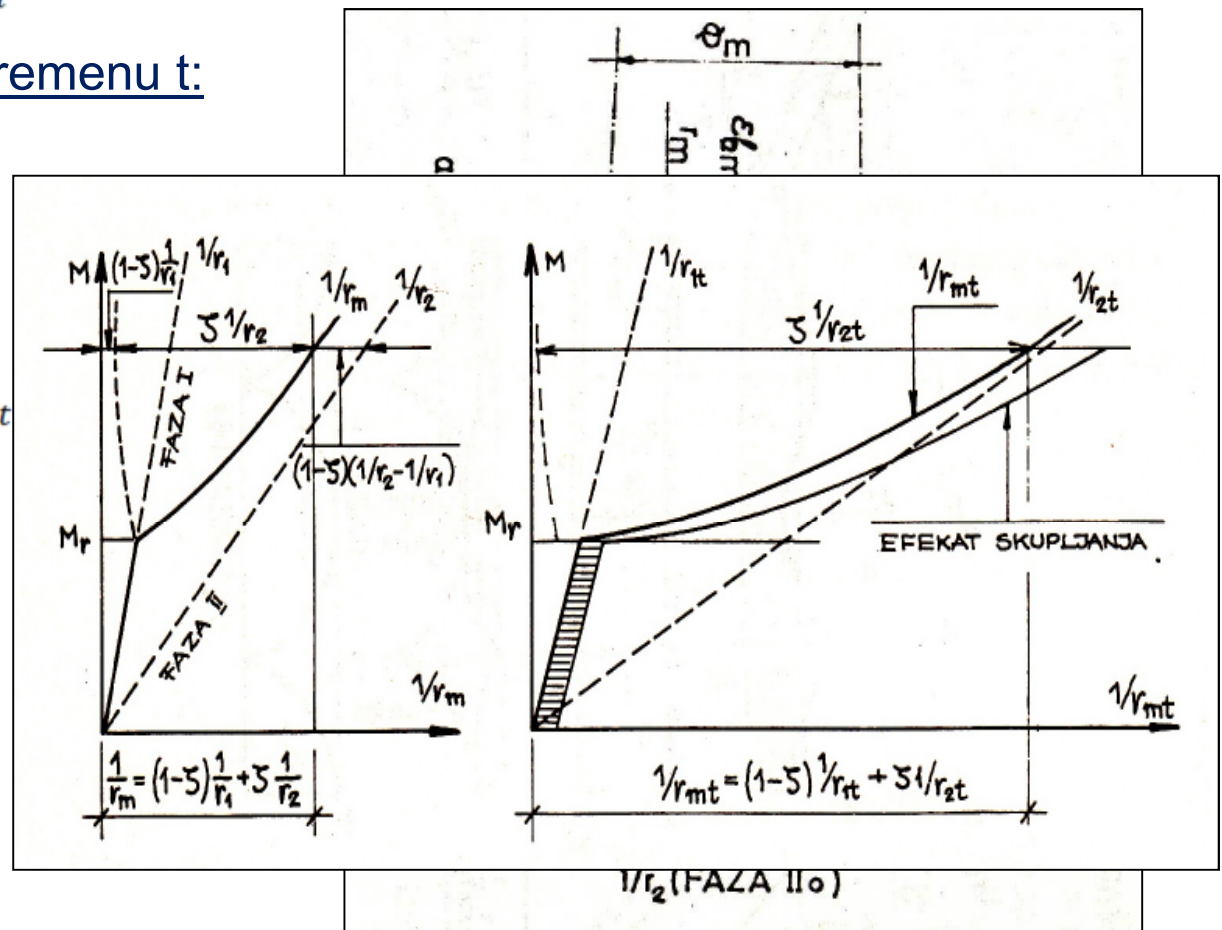
- Srednja krivna: $\frac{1}{r_m} = \frac{\varepsilon_{bm} + \varepsilon_{a1m}}{h}$

- Srednja krivina u vremenu t:

$$\frac{1}{r_{mt}} = \frac{\varepsilon_{bmt} + \varepsilon_{a1mt}}{h}$$

$$\varepsilon_{bmt} = (1 - \zeta)\varepsilon_{bt}^I + \zeta\varepsilon_{bt}^{II}$$

$$\varepsilon_{a1mt} = (1 - \zeta)\varepsilon_{a1t}^I + \zeta\varepsilon_{a1t}^{II}$$



4. Proračun deformacija

- Metoda Branson
- Element je od homogenog materijala sa efektivnim momentom inercije:

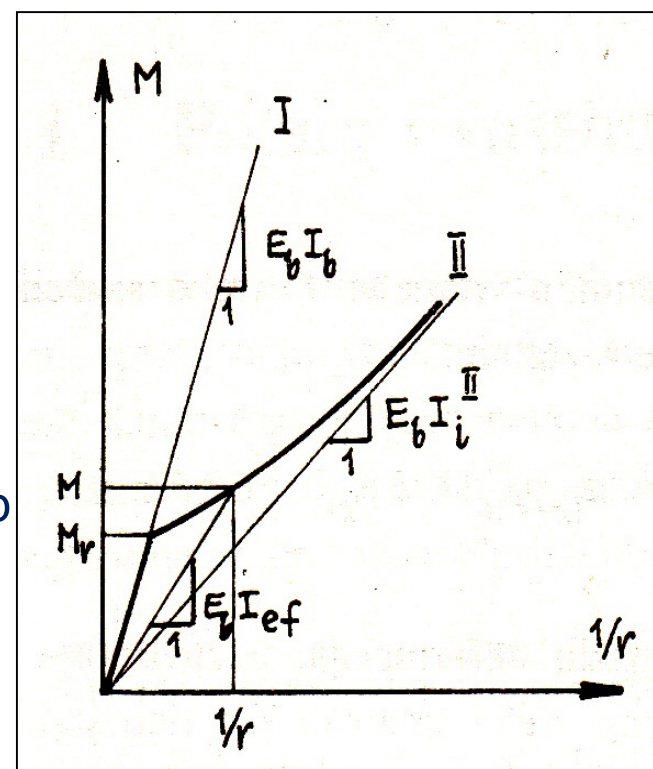
$$I_{ef} = \left(\frac{M_r}{M}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^3\right] I_i^{II}$$

I_b - mom. inercije betonskog popr. preseka

I_i^{II} - mom. inercije idealizovanog preseka u fazi II

M_r - mom. pojave prslina,

M - mom. savijanja od opt. za koje se računa ugib



4. Proračun deformacija

- Metoda Bransona

- Ugib u trenutku $t = 0$:

$$u_g = k \frac{M_g l^2}{E_b I_{ef}} \quad k - \text{koef. koji zavisi od uslova oslanjanje elementa}$$

$$u_{g+p} = k \frac{M_{g+p} l^2}{E_b I_{ef}}$$

- Povećanje ugiba kroz vreme (samo za stalno opterećenje!):

$$\Delta u_g = \alpha u_g \quad \alpha = 2 - 1.2 \frac{A_{a2}}{A_{a1}} \geq 0.8$$

- Ugib u proizvoljnom trenutku t : $u_t = u_{g+p} + \Delta u_g$

- Ako je presek isprskao: $u_{g+p} \neq u_g + u_p$

- Ugib od totalnog opterećenja u trenutku t :

$$u_{(g+p)t} = u_{(g+p)t_0} + (u_{gt} - u_{gt_0}) = u_{(g+p)t_0} + \Delta u_{gt}$$