



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet
www.grf.bg.ac.rs

Studijski program: **Građevinarstvo**
Modul: MTI, HVEI, PŽA
Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Betonske konstrukcije 1**
(b2s3bk, b2h3bk, b2m3bk, b1s3bk)

Nastavnik: **Ivan Ignjatović**

Naslov predavanja: **Savijanje-veliki ekcentricitet.**
Jednostruko i dvostruko armiranje. T
preseci.

Datum : 13.10.2022.

Beograd, 2020.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2020/2021 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.

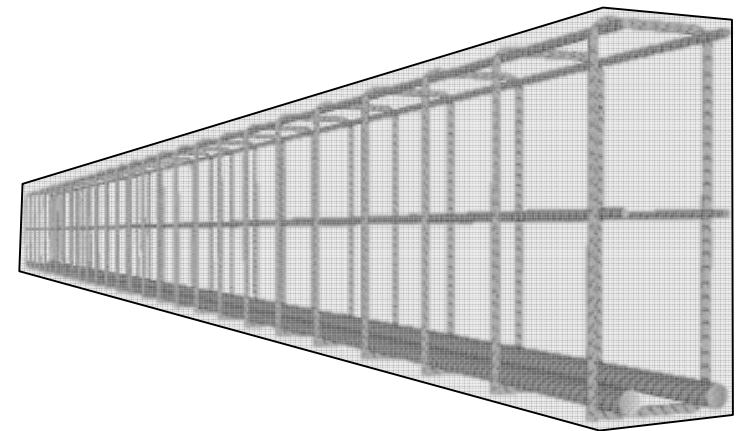
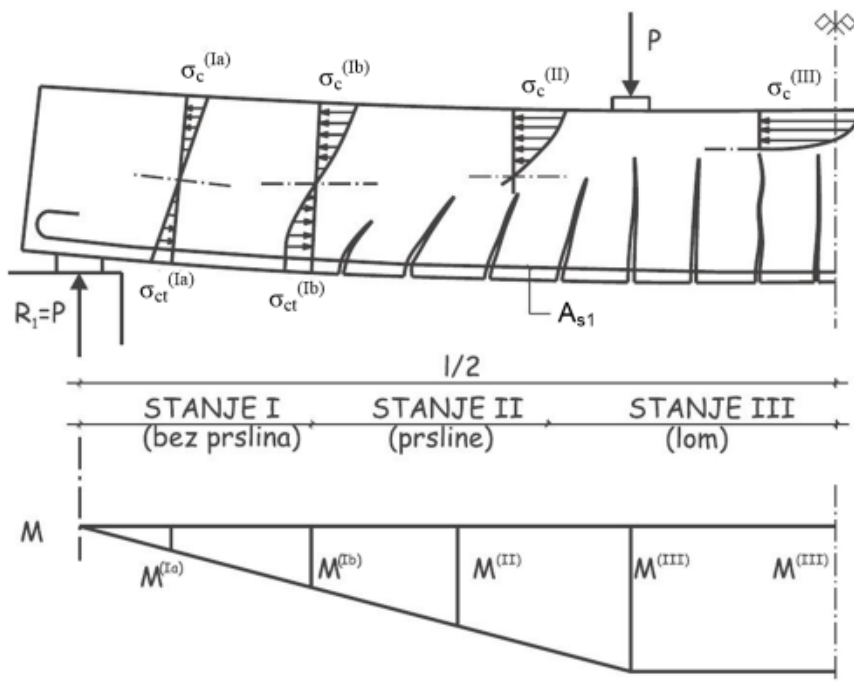
Sadržaj

- Uvod – Predavanje br.1
- Osnove proračuna - Predavanje br.1
- Svojstva materijala - Predavanje br.2
- ULS-Savijanje - Predavanje br.3
- ULS-Smicanje
- ULS-Stabilnost
- SLS-Ugibi, prsline
- Monolitne, polumontažne i montažne međuspratne konstrukcije
- Ramovske konstrukcije
- Temelji i potporni zidovi
- Prethodno napregnuti beton

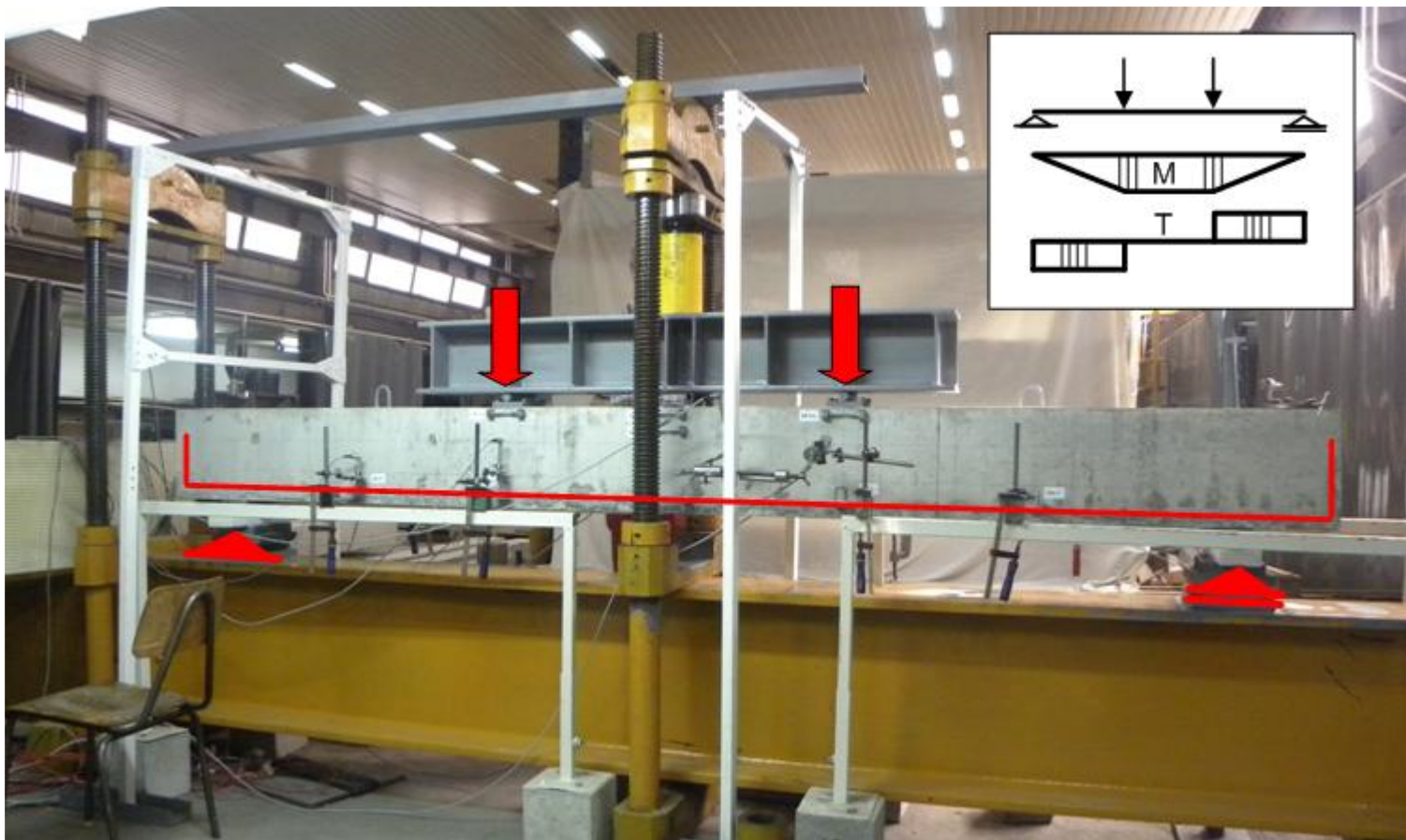


ULS – čisto savijanje

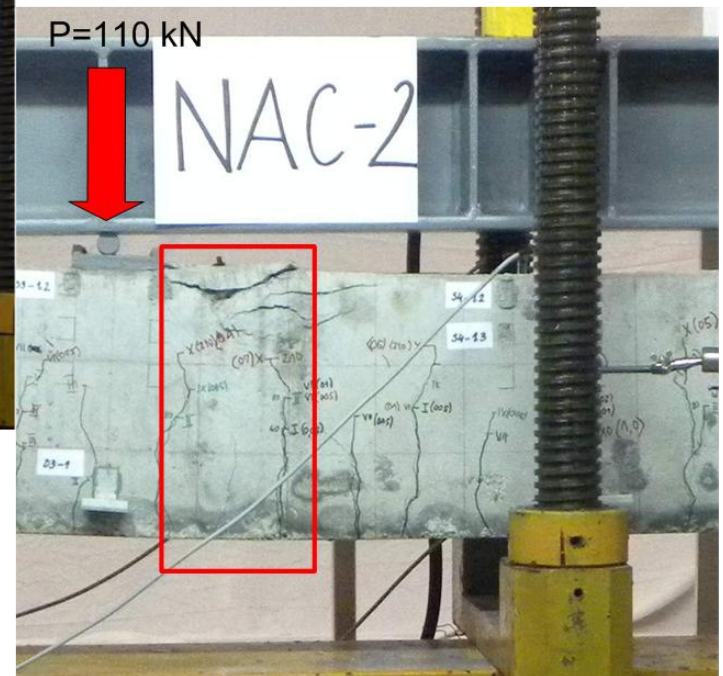
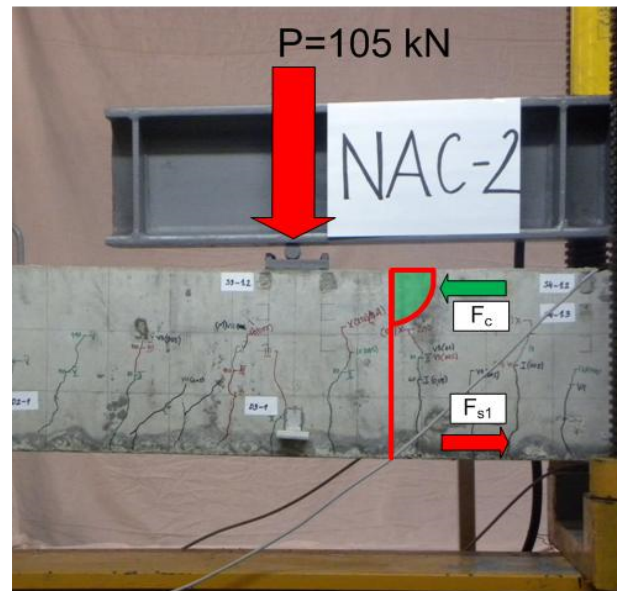
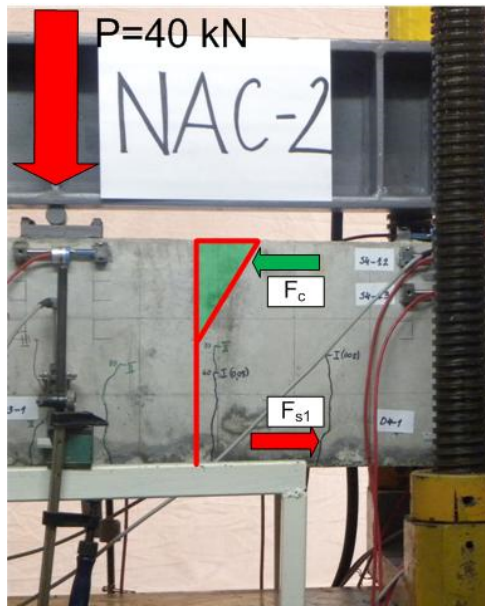
Prsline i naponi u AB gredi opterećenoj na čisto savijanje



ULS – čisto savijanje



ULS – čisto savijanje



ULS – čisto savijanje

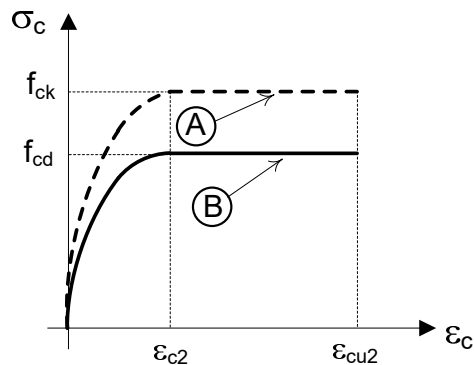
Pri određivanju granične nosivosti armiranobetonskih poprečnih preseka usvajaju se sledeće pretpostavke:

- ravni preseki ostaju ravni i posle deformacije – dijagram dilatacija po visini preseka je linearan,
- dilatacija u armaturi je jednaka dilataciji okolnog betona, $\varepsilon_s = \varepsilon_c$
- zanemaruje se čvrstoća betona pri zatezanju,
- naponi u pritisnutom betonu se određuju prema proračunskom dijagramu napon – dilatacija betona - **radni dijagram betona**,
- naponi u armaturi se određuju prema proračunskom dijagramu napon – dilatacija čelika – **radni dijagram čelika**.



ULS – čisto savijanje

Za radni dijagram betona RDB usvaja se veza parabola-prava (B):



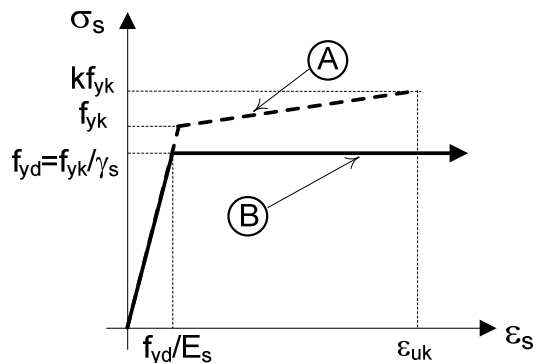
Za klase betona $C \leq 50/60$:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{0.002} \right)^2 \right] \quad \text{za } 0 \leq \epsilon_c \leq 2\text{‰}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{za } 2\text{‰} \leq \epsilon_c \leq 3.5\text{‰}$$

$$f_{cd} = 0.85 f_{ck} / 1.5$$

Za radni dijagram čelika za armiranje RDČ usvaja se dijagram (B):



$$\sigma_s = E_s \epsilon_s \quad \text{za } 0 \leq \epsilon_s \leq f_{yd}/E_s$$

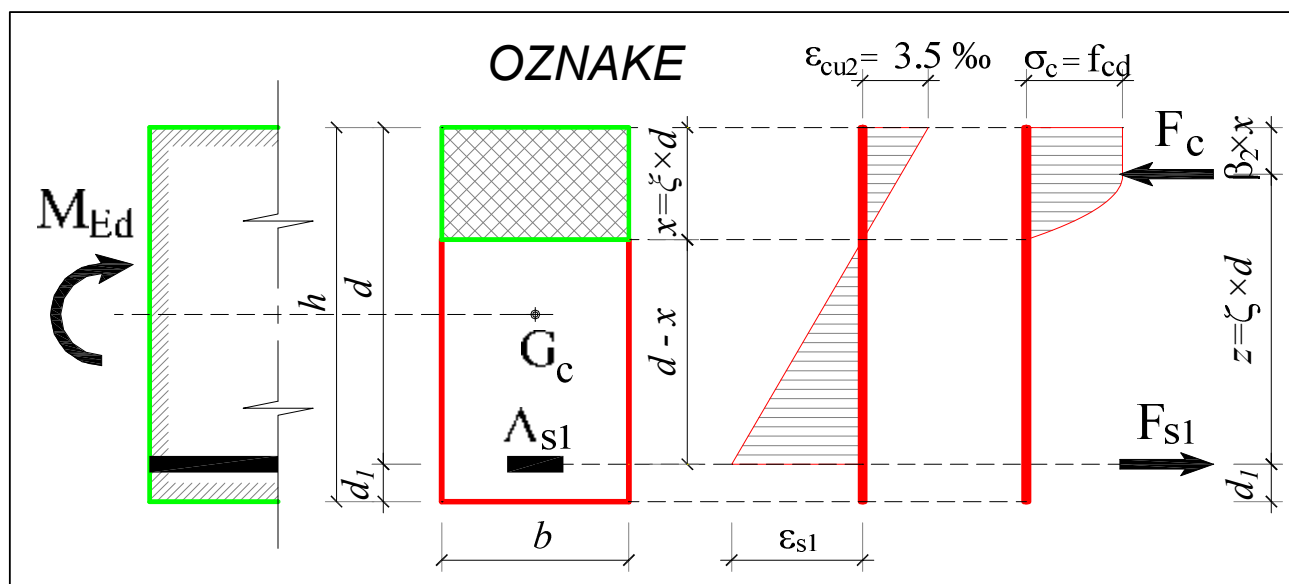
$$\sigma_s = f_{yd} \quad \text{za } \epsilon_s \geq f_{yd}/E_s$$

$$f_{yd} = f_{yk} / 1.15 \quad E_s = 200 \text{ GPa}$$



ULS – čisto savijanje

JEDNOSTRANO ARMIRANI PRESECI



h – visina preseka

b – širina preseka

d_1 – rastojanje težišta zategnute armature od zategnute ivice preseka

$d = h - a$ statička visina

G_c – težište bruto preseka

A_{s1} – površina zategnute armature

F_c – unutrašnja sila, rezultanta napona pritiska u betonu

F_{s1} – unutrašnja sila, sila zatezanja u armaturi

x - rastojanje neutralne linije od pritisnute ivice preseka

ξ – koeficijent položaja neutralne linije $= x/d$

$\beta_2 x$ – rastojanje sile pritiska F_c od pritisnute ivice

z – krak unutrašnjih sila, rastojanje između F_c i F_{s1}

ζ – koeficijent kraka unutrašnjih sila $= z/d$

Napomena: sve veličine su proračunske, ali se izostavlja indeks d zbog jednostavnosti (osim za M_{Ed}).



ULS – čisto savijanje

Potrebno je odrediti dimenzije preseka b i h i površinu armature A_{s1} iz uslova:

$$\frac{M_{Rd}}{M_{Ed}} \geq 1.0$$

M_{Ed} – proračunska vrednost spoljašnjeg momenta savijanja;

M_{Rd} – proračunska vrednost momenta nosivosti preseka.

Na raspolaganju su dva uslova ravnoteže spoljašnjih i unutrašnjih sila u preseku:

$$\sum N = 0 \Rightarrow F_c - F_{s1} = 0$$

$$\sum M_s = 0 \Rightarrow M_{Rds} = F_c z = M_{Eds}$$

oko težišta zategnute armature $M_{Rds} = M_{Rd}$ $M_{Eds} = M_{Ed}$

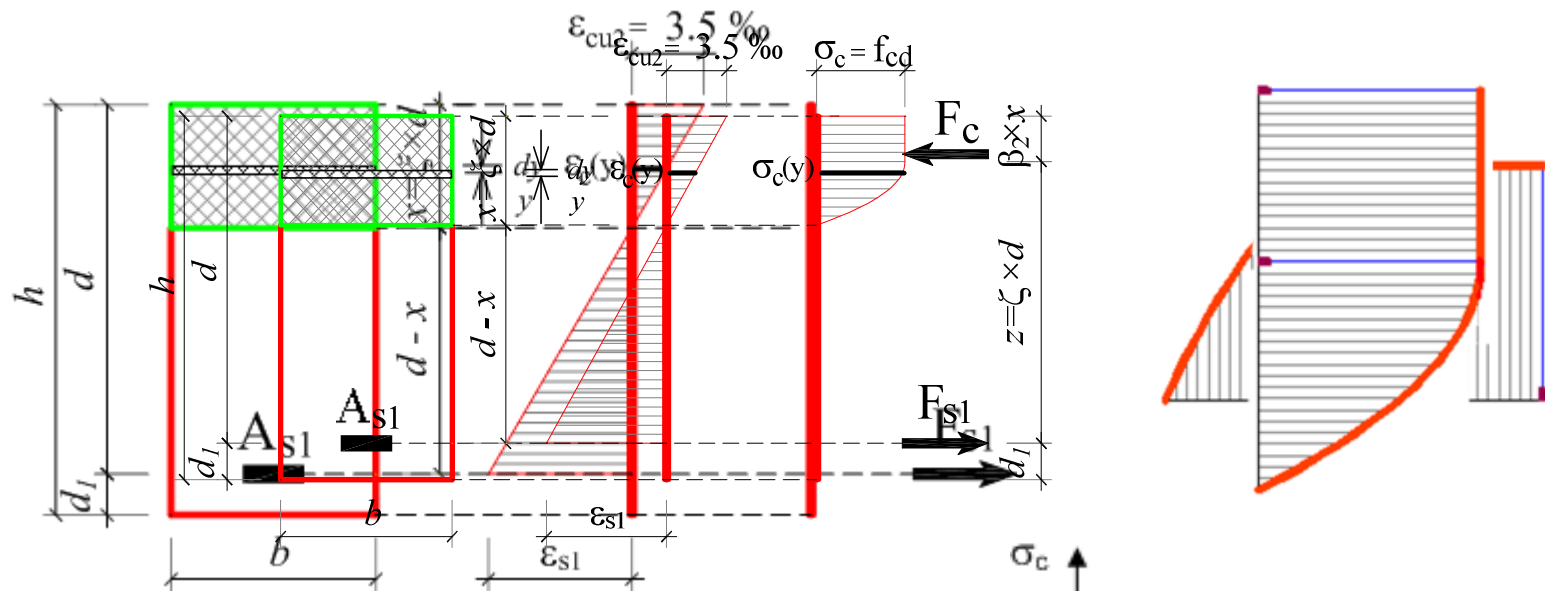


ULS – čisto savijanje

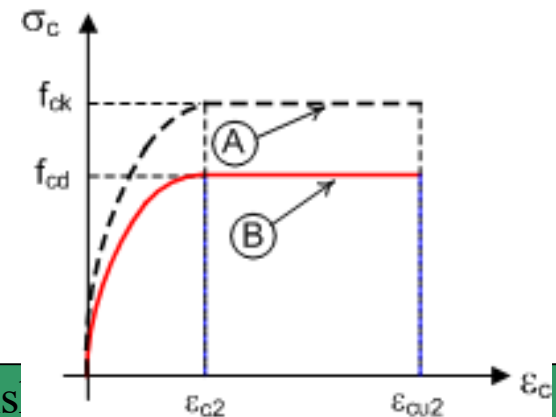
S obzirom na usvojeni radni dijagram čelika, stanje loma u preseku nastaje dostizanjem loma po betonu, dakle za:

$$\varepsilon_c = 0.0035$$

$$\sigma_c = f_{cd}$$



PODSETNIK: RADNI DIJAGRAM BETONA!



ULS – čisto savijanje

Kada se u ovaj izraz unese veza koja proističe iz pretpostavke o linearnoj raspodeli dilatacija po visini preseka:

$$\varepsilon_c(y) = \varepsilon_{cu2} \frac{y}{x}$$

i izvrši integracija, rezultujuća sila pritiska se može prikazati u obliku:

$$F_c = \beta_1 x b f_{cd} = \beta_1 \xi d b f_{cd}$$

gde je β_1 koeficijent punoće dijagrama napona pritiska u betonu, za $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 0.0035$:

$$\beta_1 = 0.810$$

$$F_c = 0.810 \xi d b f_{cd}$$

Sila F_c deluje u težištu naponskog dijagrama. Koeficijent β_2 , za usvojenu σ - ε vezu i $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 0.0035$ iznosi:

$$\beta_2 = 0.416$$



ULS – čisto savijanje

Mogu se uspostaviti sledeće veze:

$$x = d \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_{s1}} \quad \xi = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_{s1}} \quad \varepsilon_{s1} = \frac{1 - \xi}{\xi} \varepsilon_{cu2}$$
$$z = d - \beta_2 x = d - \beta_2 \xi d = d(1 - \beta_2 \xi) \quad \zeta = \frac{z}{d} = 1 - \beta_2 \xi$$

Pa uslov ravnoteže po momentima postaje:

$$M_{Eds} = M_{Ed} = F_c z = \beta_1 \xi b d f_{cd} d(1 - \beta_2 \xi) = 0.810 b d^2 f_{cd} \xi(1 - 0.416 \xi)$$

$$\frac{M_{Ed}}{b d^2 f_{cd}} = 0.810 \xi(1 - 0.416 \xi) \quad (1)$$

A uslov ravnoteže po silama, pod pretpostavkom $\sigma_s = f_{yd}$:

$$F_c = F_{s1} \quad \beta_1 \xi b d f_{cd} = A_{s1} f_{yd}$$

$$A_{s1} = \beta_1 \xi \frac{f_{cd}}{f_{yd}} b d = 0.810 \xi \frac{f_{cd}}{f_{yd}} b d = \omega_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} b d \quad (2)$$

$$\omega_1 = \beta_1 \xi = 0.810 \xi \quad \text{mehanički koeficijent armiranja}$$



ULS – čisto savijanje

Iz jednačine (1) se sračunava statička visina:

$$d = \sqrt{\frac{1}{0.810\xi(1-0.416\xi)}} \sqrt{\frac{M_{Ed}}{bf_{cd}}} = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{bf_{cd}}}$$

ili, ako se uvede oznaka:

$$\frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} = \mu = 0.810\xi(1-0.416\xi)$$
$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{\mu b f_{cd}}}$$

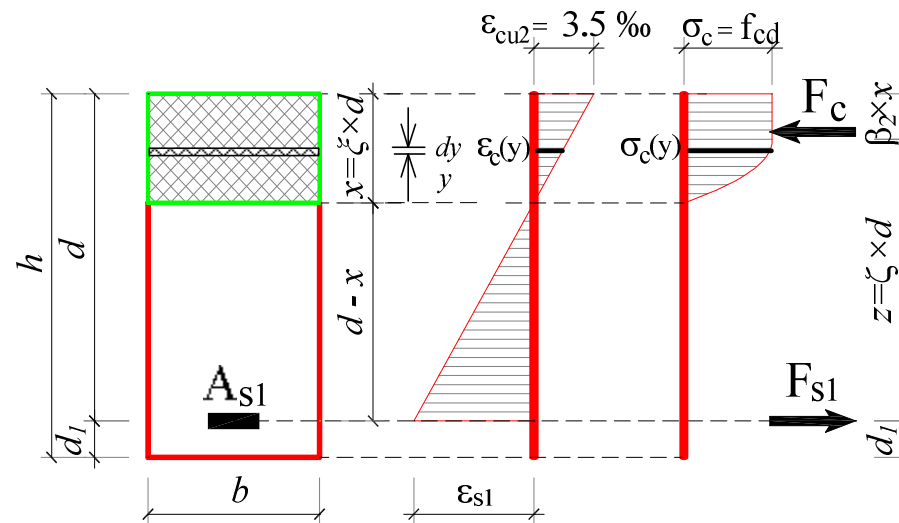
Iz jednačine (2) se sračunava A_{s1} , ili, alternativno:

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta d f_{yd}}$$

ULS – čisto savijanje

Svi koeficijenti neophodni za proračun: ξ , k , ω_1 , ζ , μ su funkcija dilatacija u betonu i čeliku. Kako dilatacija u betonu mora biti jednaka graničnoj, izborom dilatacije čelika su određeni svi potrebni koeficijenti, pa se mogu tabulisati.

ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
18,00	0,163	0,932	13,178	2,853	0,123
17,50	0,167	0,931	13,492	2,822	0,126
17,00	0,171	0,929	13,821	2,791	0,128
16,50	0,175	0,927	14,167	2,759	0,131
16,00	0,179	0,925	14,530	2,727	0,134



ULS – čisto savijanje vezano dimenzionisanje

- 1) pretpostavljam d_1 – sračunavam d
- 2) sračunavam k – ulazim u tabelu
- 3) proveravam dilataciju u armaturi
- 4) očitavam mehanički koeficijent armiranja
- 5) sračunavam armaturu
- 6) kontrolišem d
- 7) raspoređujem armaturu u preseku

ϵ_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	ϵ_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	ϵ_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k
45.0	0.072	0.970	5.84	4.201	12.0	0.226	0.906	18.28	2.457	6.2	0.361	0.850	29.21	2.007
183.92	0.01	1.00	1.01	10.00	11.0	0.241	0.900	19.54	2.385	6.0	0.368	0.847	29.82	1.990
136.70	0.02	0.99	1.51	8.17	10.0	0.259	0.892	20.99	2.311	5.8	0.376	0.843	30.47	1.973
108.36	0.03	0.99	2.02	7.07	9.8	0.263	0.891	21.30	2.296	5.6	0.385	0.840	31.14	1.955
89.47	0.04	0.98	3.05	5.77										
75.97	0.04	0.98	3.57	5.35										
65.85	0.05	0.98	4.09	5.00										
57.97	0.06	0.98	4.61	4.71										
51.67	0.06	0.97	5.14	4.47										
45.00	0.07	0.97	5.84	4.20										
40.00	0.08	0.97	6.51	3.99										
35.00	0.09	0.96	7.36	3.76										
18.0	0.163	0.932	13.18	2.853	7.6	0.315	0.869	25.53	2.123	3.4	0.507	0.789	41.06	1.757
17.0	0.171	0.929	13.82	2.791	7.4	0.321	0.866	25.99	2.107	3.2	0.522	0.783	42.29	1.738
16.0	0.179	0.925	14.53	2.727	7.2	0.327	0.864	26.48	2.091	3.0	0.538	0.776	43.59	1.719
15.0	0.189	0.921	15.32	2.662	7.0	0.333	0.861	26.98	2.074	2.8	0.556	0.769	44.97	1.701
14.0	0.200	0.917	16.19	2.596	6.8	0.340	0.859	27.51	2.058	2.6	0.574	0.761	46.45	1.682
13.0	0.212	0.912	17.17	2.527	6.6	0.347	0.856	28.05	2.041	2.5	0.583	0.757	47.22	1.672
					6.4	0.354	0.853	28.62	2.024	2.4	0.593	0.753	48.02	1.663

Tabela. C1: Svojstva armature

Oblik proizvoda	Šipke i ispravljene žice			Zavarene armaturne mreže			Zahtevi ili vrednost fraktila (%)
	A	B	C	A	B	C	
Klasa							-
Karakteristična granica razvlačenja f_{yk} ili $f_{0,2k}$ (MPa)	400 do 600						5,0
Minimalna vrednost $k = (f_t / f_y)_k$	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $< 1,35$	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $< 1,35$	10,0
Karakteristična dilatacija pri maksimalnoj sili, ϵ_{uk} (%)	$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$	$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$	10,0

ULS – čisto savijanje

Minimalna i maksimalna površina armature

Minimalna površina armature se propisuju da bi se sprečilo kruti lom, prsline velike širine i da bi se prihvatile sile usled sprečenih dejstava.

Iz uslova sprečavanja krtog loma potrebno je obezbediti minimalnu zategnutu armaturu koja u trenutku pojave prsline može da prihvati napone zatezanja u preseku.

$$A_{s1,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd$$

,gde je b srednja širina zategnute zone.

ULS – čisto savijanje

Iz uslova obezbeđenja duktilnog loma propisuje se **maksimalna površina armature**. Prema našem Nacionalnom prilogu, maksimalna površina zategnute A_{s1} i pritisnute A_{s2} armature iznosi:

$$A_{s1} \leq 0.04b_w h \quad A_{s2} \leq 0.04b_w h$$

$$A_{s1} - A_{s2} \leq 0.28b_1 h_1 \frac{f_{ck}}{f_{yk}}$$

gde je $b_w = b_1 = b$ i $h_1 = h$ za pravougaone preseke.

U slučaju da je presek armiran samo zategnutom armaturom, odnosno $A_{s2} = 0$, sledi:

$$A_{s1, \max} = 0.28bh \frac{f_{ck}}{f_{yk}} = 0.28bh \frac{1.5f_{cd} / 0.85}{1.15f_{yd}} = 0.430bh \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$



ULS – čisto savijanje

Mogući zadaci dimenzionisanja

- **Slobodno dimenzionisanje** – sa izabranim kvalitetom materijala (klasa betona i čelika) i širinom preseka b , računa se potrebna visina preseka h i potrebna površina zategnute armature;
- **Vežano dimenzionisanje** – za presek zadatih dimenzija b i h i za zadat kvalitet materijala, računa se potrebna površina zategnute armature i , eventualno pritisnute armature;
- **Određivanje momenta nosivosti M_{Rd}** za presek zadatih dimenzija, zadate površine armature i za zadat kvalitet materijala.



ULS – čisto savijanje

U slučaju slobodnog dimenzionisanja bira se dilatacija čelika vodeći računa da je:

$$\varepsilon_{s1,lim} \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_{ud}$$

ε_{ud} proračunska vrednost dilatacije čelika koja odgovara čvrstoći na zatezanje, za klasu B = 0.9 · ε_{uk} = 45‰

Nakon izbora dilatacije u čeliku, iz tablica se mogu očitati sve veličine potrebne za sračunavanje **statičke visine preseka** i **površine zategnute armature**.

ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
18,00	0,163	0,932	13,178	2,853	0,123
17,50	0,167	0,931	13,492	2,822	0,126
17,00	0,171	0,929	13,821	2,791	0,128
16,50	0,175	0,927	14,167	2,759	0,131
16,00	0,179	0,925	14,530	2,727	0,134

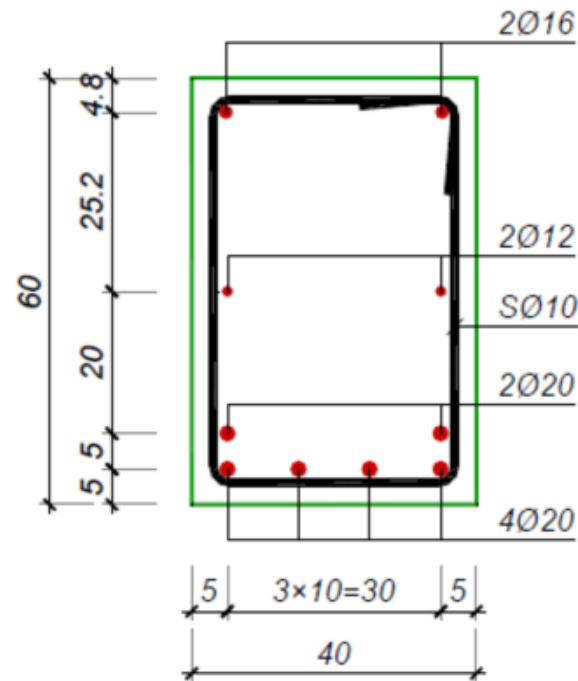
$$d = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{bf_{cd}}}$$



ULS – čisto savijanje

Nakon usvajanja potrebnog broja šipki armature određenog prečnika, i njihovog pravilnog raspoređivanja u preseku, računa se odstojanje težišta armature do zategnute ivice d_1 i dobija ukupna visina preseka:

$$h = d + d_1$$



ULS – čisto savijanje

U slučaju vezanog dimenzionisanja, stanje dilatacija, odnosno dilatacija zategnute armature je određena, pa treba proveriti da li je ispunjen uslov:

$$\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_{s1,lim} \quad \varepsilon_{s1,lim} = 0.0025$$

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{bf_{cd}}}}$$

ILI

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{bd^2f_{cd}}$$

$$d_1 = 0.05h \div 0.01h$$

ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
18,00	0,163	0,932	13,178	2,853	0,123
17,50	0,167	0,931	13,492	2,822	0,126
17,00	0,171	0,929	13,821	2,791	0,128
16,50	0,175	0,927	14,167	2,759	0,131
16,00	0,179	0,925	14,530	2,727	0,134



ULS – čisto savijanje

Ako je ispunjen, računa se potrebna površina zategnute armature korišćenjem veličina iz tablica:

ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
18,00	0,163	0,932	13,178	2,853	0,123
17,50	0,167	0,931	13,492	2,822	0,126
17,00	0,171	0,929	13,821	2,791	0,128
16,50	0,175	0,927	14,167	2,759	0,131
16,00	0,179	0,925	14,530	2,727	0,134

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta d f_{yd}} \quad \text{ILI} \quad A_{s1} = \omega_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} b d$$

,uz proveru pretpostavke o težištu zategnute armature (d_1) nakon usvajanja i raspoređivanja profila.

Ukoliko uslov $\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_{s1,lim}$ nije ispunjen, presek se armira i **pritisnutom armaturom**.

ULS – čisto savijanje

OBOSTRANO ARMIRANI PRESECI

Ukoliko se pri vezanom dimenzionisanju dobije da je:

$$k < k_{\text{lim}} = 1.671$$

odnosno

$$\varepsilon_{s1} < \varepsilon_{s1,\text{lim}} = 0.0025 \quad \xi > \xi_{\text{lim}} = 0.584$$

presek se armira **pritisnutom armaturom** da bi se dilatacija zategnute armature, odnosno položaj neutralne linije zadržao na graničnom nivou.

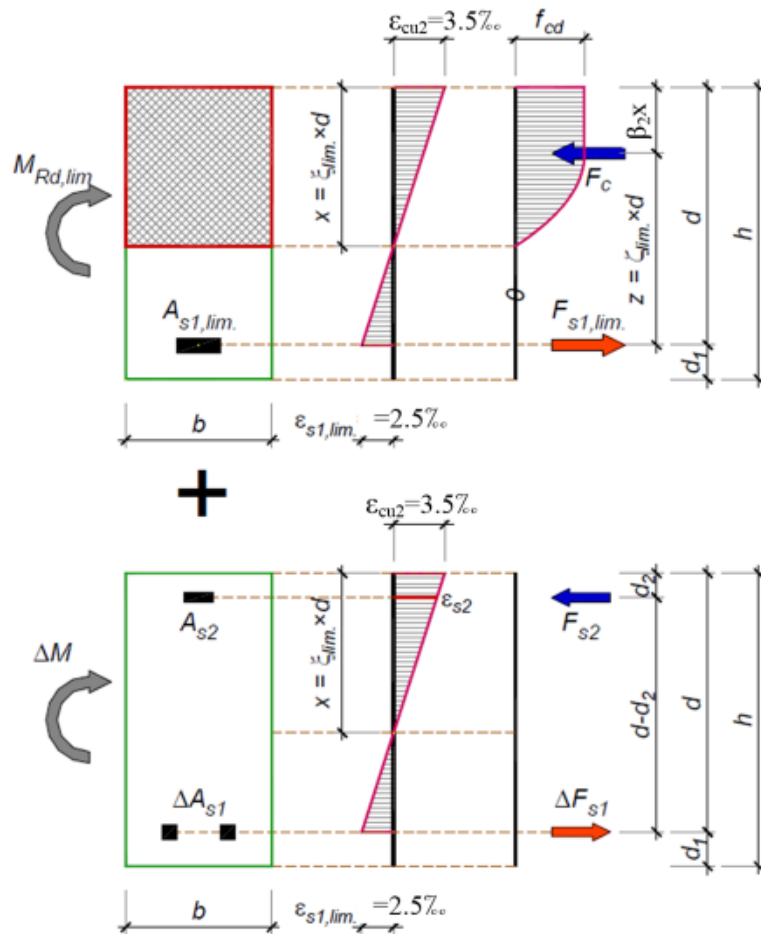
Moment nosivosti jednostrano armiranog preseka, pri dostizanju ovih graničnih vrednosti, iznosi:

$$M_{Rd,\text{lim}} = \left(\frac{d}{k_{\text{lim}}} \right)^2 b f_{cd} \quad \text{ili} \quad M_{Rd,\text{lim}} = \mu_{Rd,\text{lim}} b d^2 f_{cd}$$

a odgovarajuća zategnuta armatura: $A_{s1,\text{lim}} = \omega_{1,\text{lim}} b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{ili} \quad A_{s1,\text{lim}} = \frac{M_{Rd,\text{lim}}}{\xi_{\text{lim}} d f_{yd}}$



ULS – čisto savijanje



Razlika momenata savijanja

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Rd,lim}$$

prihvata se spregom sila:

$$F_{s2} = \Delta F_{s1} = \frac{\Delta M}{d - d_2}$$

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2)\sigma_{s2}}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\xi_{lim} - \frac{d_2}{d}}{\xi_{lim}} \epsilon_{cu2} \Rightarrow \sigma_{s2} = E_s \epsilon_{s2} \leq f_{yd}$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2)f_{yd}}$$

$$A_{s1} = A_{s1,lim} + \Delta A_{s1} = \omega_{1,lim} b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M}{(d - d_2)f_{yd}}$$



ULS – složeno savijanje

U slučaju preseka opterećenog momentom savijanja i normalnom silom pritiska ili zatezanja (napadna tačka sile na osi simetrije preseka) razlikuju se dva slučaja:

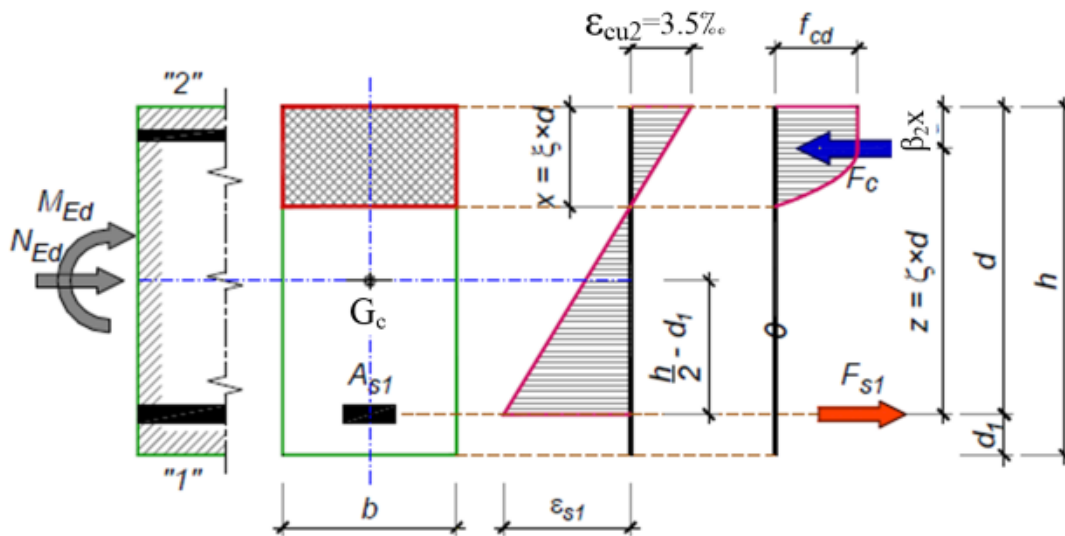
- neutralna linija je unutar poprečnog preseka $x \leq h$
- neutralna linija je van poprečnog preseka $x > h$

U slučaju da se neutralna linija nalazi unutar poprečnog preseka, koristi se isti proračunski model preseka kao za čisto savijanje, odnosno model preseka sa prslinom.



ULS – složeno savijanje

NEUTRALNA LINIJA UNUTAR PRESEKA – veliki ekscentricitet JEDNOSTRANO ARMIRANI PRESECI



$$\sum N = 0 \Rightarrow F_c - F_{s1} = N_{Ed}$$

$$\sum M_s = 0 \quad M_{Rds} = F_c z = M_{Eds} \Rightarrow$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

↑
oko težišta zategnute armature

ULS – složeno savijanje

Iz uslova ravnoteže po momentima dolazi se do istog izraza kao kod čistog savijanja:

$$\frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}} = 0.810\xi(1 - 0.416\xi)$$

odnosno do: $d = k \sqrt{\frac{M_{Eds}}{bf_{cd}}}$ ili $d = \sqrt{\frac{M_{Eds}}{\mu bf_{cd}}}$ $\frac{M_{Eds}}{bd^2 f_{cd}} = \mu$

Iz uslova ravnoteže po silama:

$$F_{s1} = A_{s1} f_{yd} = F_c - N_{Ed} = \frac{M_{Eds}}{z} - N_{Ed}$$

odakle sledi:

$$A_{s1} = \omega_1 bd \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad \text{ili} \quad A_{s1} = \frac{M_{Eds}}{\zeta d f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

Izrazi su napisani za silu pritiska. Ukoliko na presek deluje sila zatezanja, treba je uneti sa negativnim znakom.

ULS – složeno savijanje

NEUTRALNA LINIJA UNUTAR PRESEKA – veliki ekscentricitet OBOSTRANO ARMIRANI PRESECI

Ukoliko se pri vezanom dimenzionisanju dobije da je:

$$k < k_{\text{lim}} = 1.671$$

presek se armira **pritisnutom armaturom** da bi se dilatacija zategnute armature, odnosno položaj neutralne linije zadržao na graničnom nivou.

Moment nosivosti jednostrano armiranog preseka, pri dostizanju ovih graničnih vrednosti, iznosi:

$$M_{Rd,\text{lim}} = \left(\frac{d}{k_{\text{lim}}} \right)^2 b f_{cd} \quad \text{ili} \quad M_{Rd,\text{lim}} = \mu_{Rd,\text{lim}} b d^2 f_{cd}$$

a odgovarajuća zategnuta armatura:

$$A_{s1,\text{lim}} = \omega_{1,\text{lim}} b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad \text{ili} \quad A_{s1,\text{lim}} = \frac{M_{Rd,\text{lim}}}{\zeta_{\text{lim}} d f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$



ULS – složeno savijanje

Razlika momenata savijanja: $\Delta M = M_{Eds} - M_{Rd,lim}$

prihvata se spregom sila: $F_{s2} = \Delta F_{s1} = \frac{\Delta M}{d - d_2}$

Potrebna površina pritisnute armature je:

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2)\sigma_{s2}} \quad \sigma_{s2} = E_s \varepsilon_{s2} \leq f_{yd}$$

Potrebna površina dodatne zategnute armature je:

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2)f_{yd}}$$

Pa je potrebna ukupna zategnuta armatura:

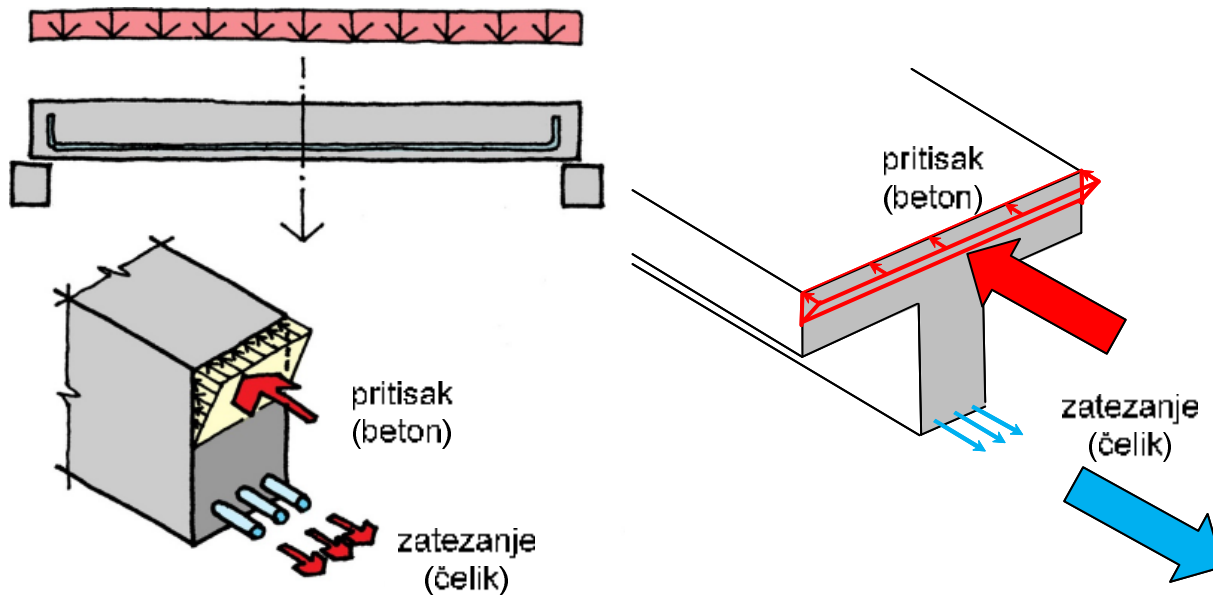
$$A_{s1} = A_{s1,lim} + \Delta A_{s1} = \omega_{1,lim} bd \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M}{(d - d_2)f_{yd}} \quad \text{ili}$$

$$A_{s1} = A_{s1,lim} + \Delta A_{s1} = \frac{M_{Rd,lim}}{\zeta_{lim} d f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M}{(d - d_2)f_{yd}}$$

ULS – složeno savijanje

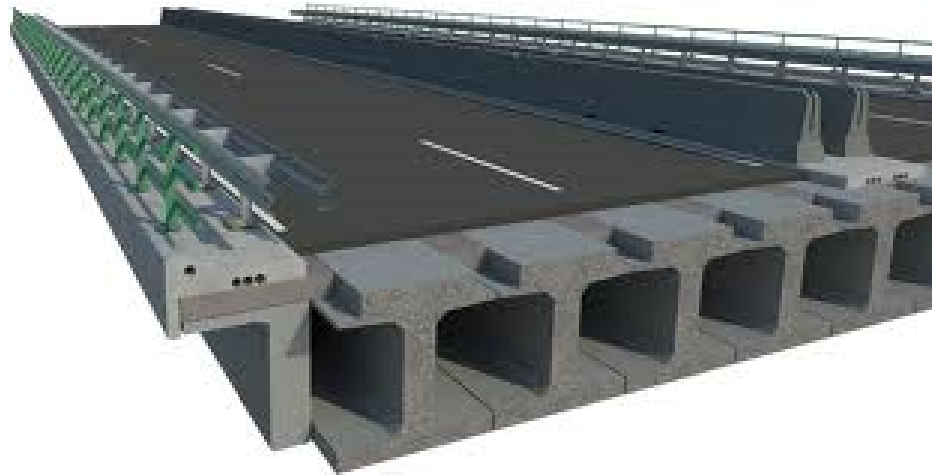
T - PRESECI

Čest oblik poprečnog preseka. Racionalniji je od pravougaonika: velika površina u pritisnutoj zoni, a minimalno potrebna u zategnutoj (iz uslova smeštaja armature ili osiguranja glavnih napona zatezanja).



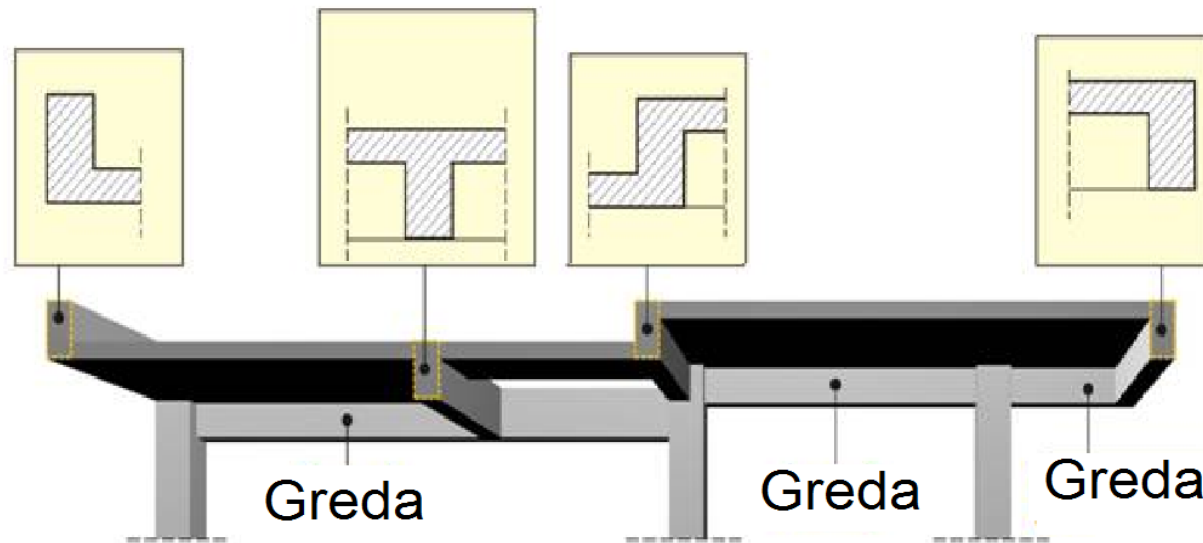
ULS – složeno savijanje

Ovakav oblik poprečnog preseka najčešće imaju prefabrikovani AB i prethodno napregnuti elementi



ULS – složeno savijanje

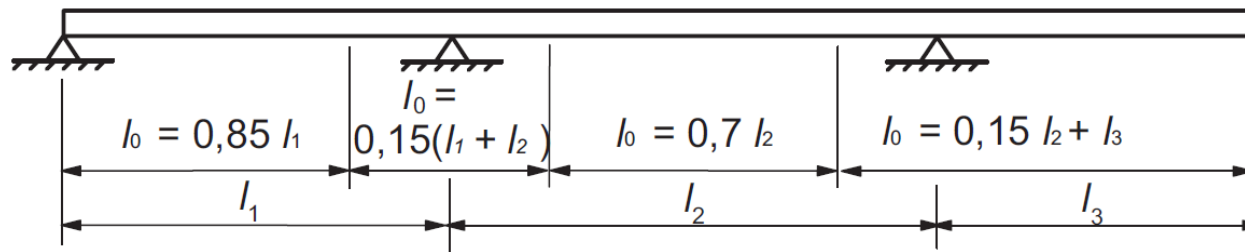
ili grede koje su oslonci AB ploča – međuspratnih konstrukcija. Kod ovakvih greda, jedan deo ploče, koji se naziva efektivna širina flanše, se, pod dejstvom opterećenja, deformiše zajedno sa gredom i čini sastavni deo preseka grede.



ULS – složeno savijanje

Efektivna širina flanši, na kojoj se može pretpostaviti da je dijagram napona jednako raspodeljen, zavisi od dimenzija rebra i flanše, vrste opterećenja, raspona, uslova oslanjanja i poprečne armature.

Prema EC2, efektivna širina flanše treba da se zasniva na rastojanju l_0 između tačaka nultih momenata, koje može da se odredi na osnovu slike:



Definicija l_0 za proračun efektivne širine flanše. Važi ako je odnos raspona susednih polja između $2/3$ i 1.5 i ako je raspon konzole l_3 manji od polovine raspona susednog polja l_2 .

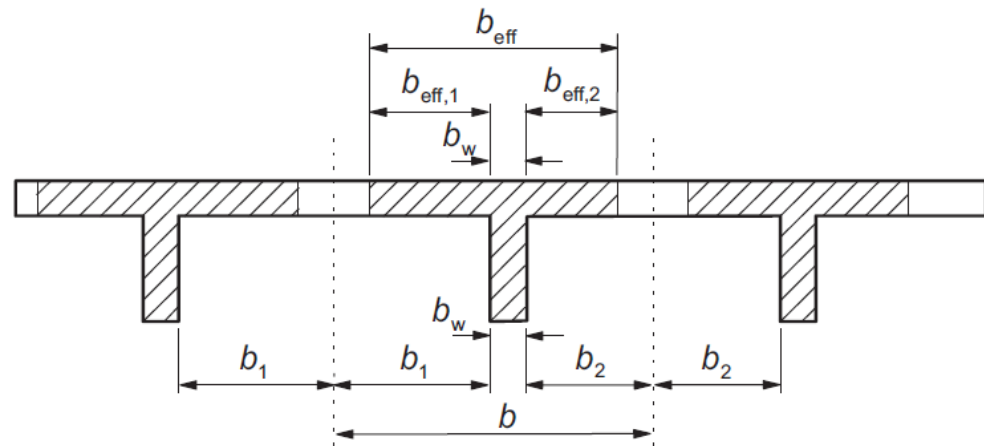
ULS – složeno savijanje

Efektivna širina flanše b_{eff} za gredu T ili L oblika preseka, prema EC2, može da se sračuna:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

$$b_{eff,i} = 0.2b_i + 0.1l_0 \leq 0.2l_0$$

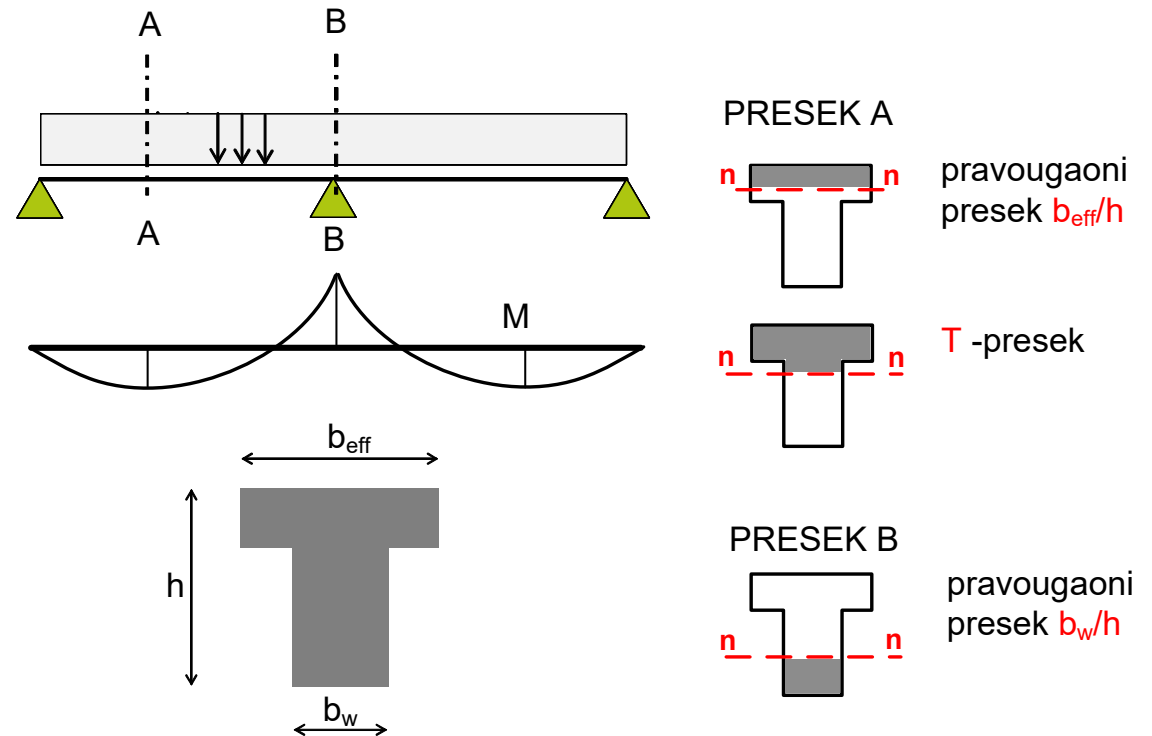
$$b_{eff,i} \leq b_i \quad i = 1,2$$



Može se pretpostaviti da je ova širina konstantna duž raspona grede, ako se ne zahteva velika tačnost.

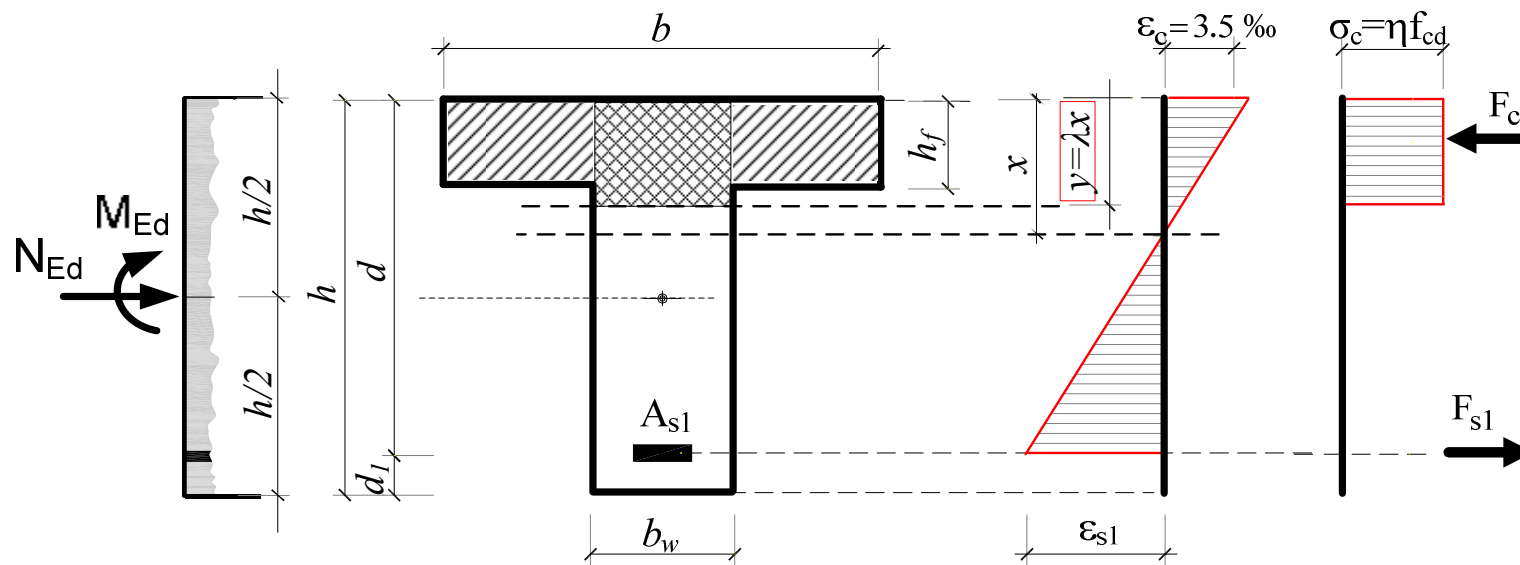
ULS – složeno savijanje

Oblik pritisnute površine T – preseka zavisi od položaja neutralne linije, pa od toga zavisi i proračun.



ULS – složeno savijanje

T - preseki, neutralna linija u rebru



Usvaja se pravougaoni – blok dijagram napona pritiska u betonu:

za $C \leq 50/60$ $\lambda = 0.8$ $\eta = 1.0$

$$\epsilon_c = \epsilon_{cu3} = 3.5\text{‰}$$

ULS – složeno savijanje

U slučaju *vezanog dimenzionisanja*, za poznate b , b_w , h_f , h , kvalitet betona i čelika, i pretpostavljenu statičku visinu d na osnovu:

$$d_1 = 0.05h \div 0.01h$$

iz jednačine (1) se računa efektivna visina y :

$$\textcircled{1} \quad M_{Rds} = f_{cd} \left[b_w y \left(d - \frac{y}{2} \right) + (b - b_w) h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right] = M_{Eds}$$

,a iz jednačine (2) dilatacija zategnute armature

$$\textcircled{2} \quad y = 0.8x = 0.8d \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{s1}}$$

i proverava da li je ispunjen uslov:

$$\varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_{s1,lim}$$

ULS – složeno savijanje

Ako je ispunjen, računa se potrebna površina zategnute armature A_{s1} iz jednačine (3), i proverava pretpostavka o veličini d_1 .

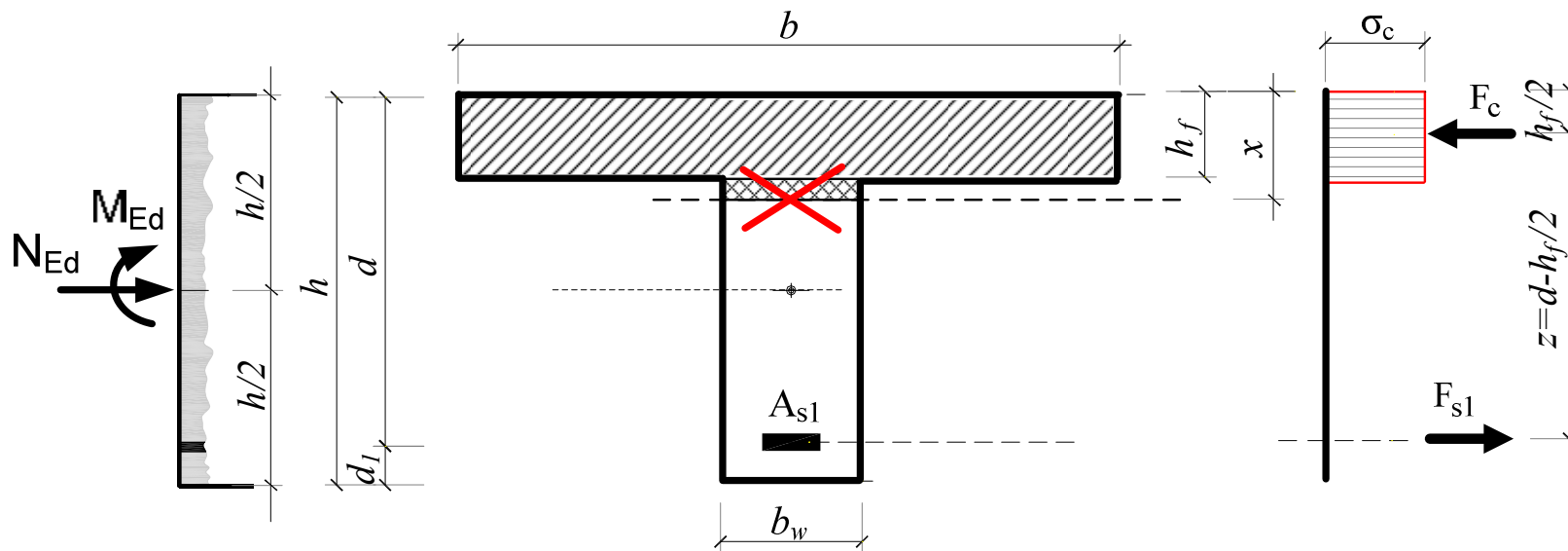
$$\textcircled{3} \quad f_{cd} [b_w y + (b - b_w) h_f] - A_{s1} f_{yd} = N_{ED}$$

Ukoliko navedeni uslov nije ispunjen, presek se armira i pritisnutom armaturom. Međutim, armiranje T - preseka pritisnutom armaturom nije racionalno, jer se kompromituje osnovna ideja ovakvog oblika preseka.

ULS – složeno savijanje

Uprošćen postupak

Kod T-preseka koji nastaju usled zajedničkog rada ploče i grede, efektivna širina flanše je najčešće značajno veća od širine rebra, pa je deo pritiskute površine u rebru zanemarljivo mali u odnosu na pritisku površinu u flanši. U tim slučajevima, dovoljno je tačno zanemariti taj deo pritiskute površine, i pretpostaviti blok dijagram napona pritiska u betonu.



ULS – složeno savijanje

Izrazi su izvedeni za aksijalnu silu pritiska N_{Ed} .

Sila pritiska u betonu F_c : $F_c = \sigma_c b h_f$

Sila zatezanja u armaturi F_{s1} : $F_{s1} = A_{s1} f_{yd}$

Uslov ravnoteže po momentima oko težišta zategnute armature A_{s1} :

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

1

$$M_{Rds} = F_c z = \sigma_c b h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = M_{Eds}$$

Uslov ravnoteže po aksijalnim silama:

$$F_c - F_{s1} = N_{ED}$$

2

$$\sigma_c b h_f - A_{s1} f_{yd} = N_{ED}$$



ULS – složeno savijanje

U slučaju *vezanog dimenzionisanja*, za poznate b , b_w , h_p , h , kvalitet betona i čelika, i pretpostavljenu statičku visinu d na osnovu:

$$d_1 = 0.05h \div 0.01h$$

sračunava se potrebna površina zategnute armature A_{s1} iz jednačine (3) koja se dobija iz (1) i (2) eliminacijom σ_c :

3

$$A_{s1} = \frac{M_{Eds}}{f_{yd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right)} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

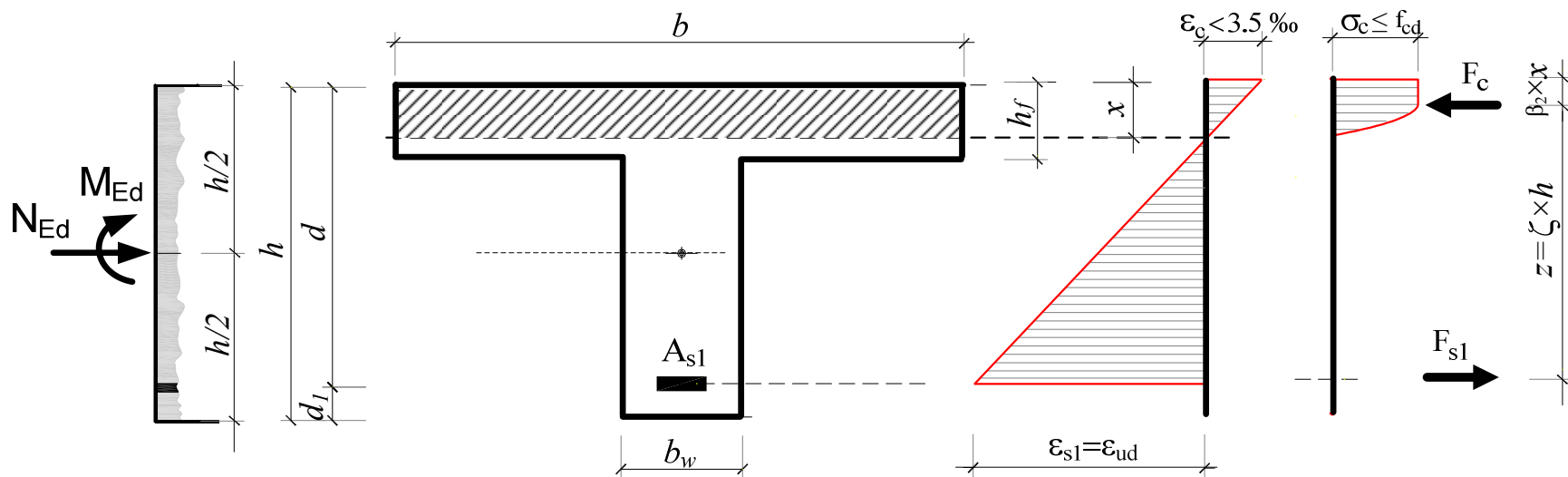
i proverava da li osrednjeni napon pritiska u flanši σ_c zadovoljava sledeći uslov:

$$\sigma_c = \frac{M_{Eds}}{bh_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right)} \leq f_{cd}$$

ULS – složeno savijanje

T - preseci, neutralna linija u flanši

U ovom slučaju, pritisnuta površina je oblika pravougaonika širine jednake efektivnoj širini flanše, pa se presek dimenzioniše kao pravougaonik dimenzija $b_{\text{eff}}/h=b/h$. Iskorišćavanje pune nosivosti betona kod T-preseka sa velikom pritisnutom površinom nije racionalno, pa se izvode jednačine za slučaj da lom preseka nastaje kidanjem armature.



ULS – složeno savijanje

Minimalna i maksimalna površina armature T-preseka

Minimalna površina zategnute armature:

$$A_{s1,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \geq 0.0013 b_t d$$

b_t srednja širina zategnute zone preseka, a kod T-preseka sa pritisnutom flanšom, za ovu vrednost se uzima debljina rebra, $b_t = b_w$.

Maksimalna površina zategnute A_{s1} i pritisnute A_{s2} armature :

$$A_{s1} \leq 0.04 b_w h$$

$$A_{s2} \leq 0.04 b_w h$$

$$A_{s1} - A_{s2} \leq 0.28 b_1 h_1 \frac{f_{ck}}{f_{yk}}$$

za T-preseke sa zategnutom flanšom: $b_1 = b_w$ i $h_1 = h$

za T-preseke sa pritisnutom flanšom $h \leq 2.8h_f$: $b_1 = b_{\text{eff}}$ i $h_1 = h$

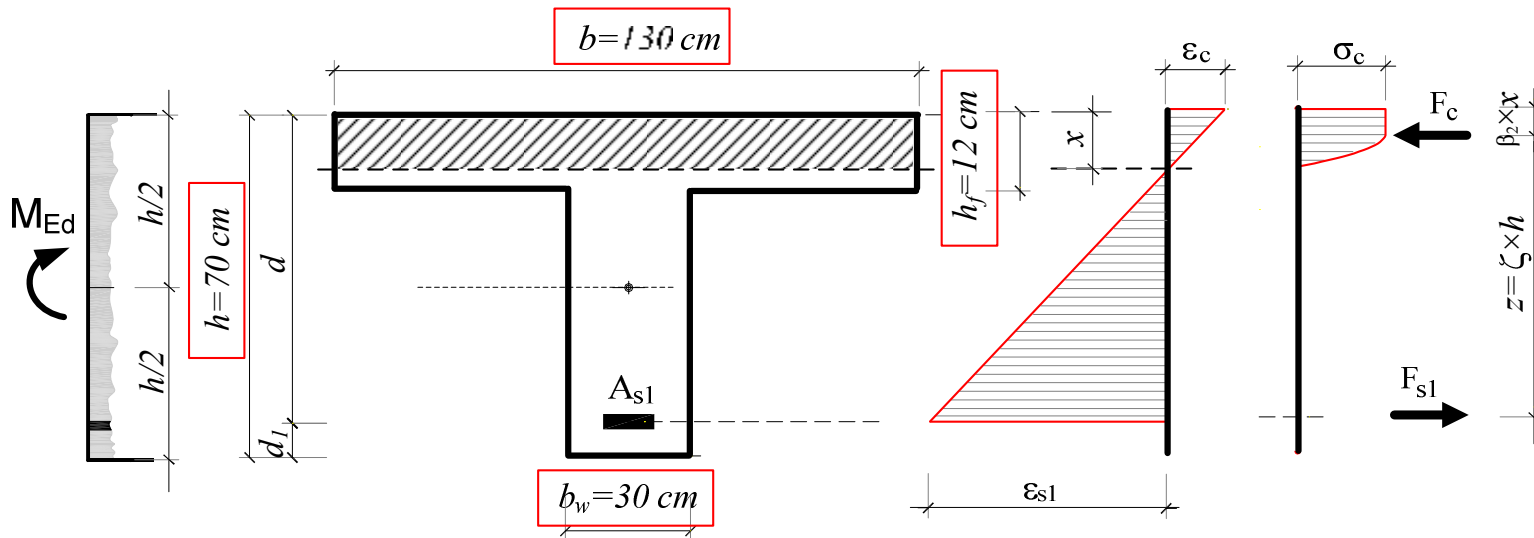
za T-preseke sa pritisnutom flanšom $h > 2.8h_f$: $b_1 = b_{\text{eff}}$ i $h_1 = 2.8h_f$

gde su h visina preseka, h_f visina flanše, b_w širina rebra, a b_{eff} efektivna širina flanše ili stvarna širina b , ako je manja od efektivne.



ULS – složeno savijanje

PRIMER: vezano dimenzionisanje T-preseka za različita stanja dilatacija



$$M_{Ed} = 280.0 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} \text{C25/30} &\rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} \\ \text{B500B} &\rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ MPa} \\ &\varepsilon_{ud} = 0.9 \cdot 50 = 45\% \end{aligned}$$

$$d = h - d_1 = 70 - 5 = 65 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b d^2 f_{cd}} = \frac{280 \cdot 10^2}{130 \cdot 65^2 \cdot 1.42} = 0.036$$



ULS – složeno savijanje

a) $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{ud} = 45\text{‰}$ $\varepsilon_c = ?$

Pretpostavljeno: $2\text{‰} \leq \varepsilon_c \leq 3.5\text{‰}$

$$\beta_1 = \frac{3\varepsilon_c - 2}{3\varepsilon_c} \quad \beta_2 = \frac{\varepsilon_c(3\varepsilon_c - 4) + 2}{2\varepsilon_c(3\varepsilon_c - 2)}$$

a važi:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 45}$$

$$\mu = \beta_1 \xi (1 - \beta_2 \xi) = 0.036 \Rightarrow \varepsilon_c = 2.4 \text{‰}$$

$$\xi = \frac{2.4}{2.4 + 45} = 0.0506 \quad x = 0.0506 \cdot 65 = 3.3 \text{ cm} < h_f = 12 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{3 \cdot 2.4 - 2}{3 \cdot 2.4} = 0.722 \quad \beta_2 = \frac{2.4(3 \cdot 2.4 - 4) + 2}{2 \cdot 2.4(3 \cdot 2.4 - 2)} = 0.388$$

$$\omega_1 = 0.722 \cdot 0.0506 = 0.0365$$

$$A_{s1} = 0.0365 \cdot 130 \cdot 65 \cdot \frac{14.2}{435} = 10.07 \text{ cm}^2$$



ULS – složeno savijanje

b) $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$ $\varepsilon_{s1} = ?$

$$\beta_1 = 0.810 \quad \beta_2 = 0.416$$

$$\mu = 0.810\xi(1 - 0.416\xi) = 0.036 \Rightarrow \xi = 0.0455$$

$$x = 0.0455 \cdot 65 = 3.0\text{cm} < h_f = 12\text{cm}$$

$$\varepsilon_{s1} = \frac{1 - 0.0455}{0.0455} \cdot 3.5 \Rightarrow \varepsilon_{s1} = 73.4\text{‰}$$

$$\omega_1 = 0.810 \cdot 0.0455 = 0.0369$$

$$A_{s1} = 0.0369 \cdot 130 \cdot 65 \cdot \frac{14.2}{435} = 10.18\text{cm}^2$$



ULS – složeno savijanje

c) $\varepsilon_{s1} = 10\text{‰}$ $\varepsilon_c = ?$

Pretpostavljeno: $\varepsilon_c \leq 2.0\text{‰}$

$$\beta_1 = \frac{\varepsilon_c(6 - \varepsilon_c)}{12} \quad \beta_2 = \frac{8 - \varepsilon_c}{4(6 - \varepsilon_c)}$$

a važi:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 10}$$

$$\mu = \beta_1 \xi (1 - \beta_2 \xi) = 0.036 \Rightarrow$$

$$\varepsilon_c = 0.99 \text{‰}$$

$$\xi = \frac{0.99}{0.99 + 10} = 0.0901$$

$$x = 0.0901 \cdot 65 = 5.9 \text{ cm} < h_f = 12 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{0.99 \cdot (6 - 0.99)}{12} = 0.413$$

$$\beta_2 = \frac{8 - 0.99}{4 \cdot (6 - 0.99)} = 0.350$$

$$\omega_1 = 0.413 \cdot 0.0901 = 0.0372$$

$$A_{s1} = 0.0372 \cdot 130 \cdot 65 \cdot \frac{14.2}{435} = 10.26 \text{ cm}^2$$



ULS – složeno savijanje

Rezime:

slučaj	ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	x (cm)	A_{s1} (cm ²)	karakter loma preseka
a	2.4	45.0	3.3	10.07	kidanje armature
b	3.5	73.4	3.0	10.18	fizički nemoguć
c	0.99	10.0	5.9	10.26	nije lom

Minimalna armatura je:

C25/30 → $f_{ctm} = 2.6$ MPa

S500-B → $f_{yk} = 500$ MPa

$$A_{s1,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d = 0.26 \cdot \frac{2.6}{500} \cdot 30 \cdot 65 = 0.0014 \cdot 30 \cdot 65 = 2.73 \text{ cm}^2 \geq 0.0013 b_t d$$

Računski potrebna zategnuta armatura koja se dobija korišćenjem radnog dijagrama za čelik sa neograničenom dilatacijom i uslova loma po betonu, je praktično ista kao i ona koja se dobija primenom uslova loma po čeliku za klasu B, sa odgovarajućom dilatacijom betona. Ipak, treba imati u vidu da se na ovaj način ne dobija uvid u realno stanje dilatacija u preseku i karakter loma. Dilatacije čelika veće od onih koje odgovaraju njegovom kidanju fizički nisu moguće.



Rezime 3.predavanja

- Odnos eksploatacionog i graničnog opterećenja
- Pretpostavke za dimenzionisanje AB konstrukcija
- Mehanizam prihvatanja momenta savijanja u popr.preseku
- Uslovi ravnoteže i nepoznate veličine pri dimenzionisanju
- Minimalna i maksimalna armatura – uloga (svrha), parametri od kojih zavise
- Slobodno i vezano dimenzionisanje
- Dvostruko armiranje – svrha i princip
- Savijanje sa normalnom silom – uslovi ravnoteže
- T preseki
 - angažovanje pritisnute površine ploče (flanše)
 - Efektivna širina
 - Mehanizam prihvatanja momenta savijanja u popr. preseku