



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet  
www.grf.bg.ac.rs

---

Studijski program: **Građevinarstvo**  
Modul: MTI, HVEI, PŽA  
Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Betonske konstrukcije 1**  
**(b2s3bk, b2h3bk, b2m3bk, b1s3bk)**

Nastavnik: **Ivan Ignjatović**

Naslov predavanja: **Savijanje-mali ekcentricitet.**  
**Centrično pritisnuti i zategnuti elementi.**  
**Dijagrami interakcije**

Datum : 21.10.2022.

---

Beograd, 2020.

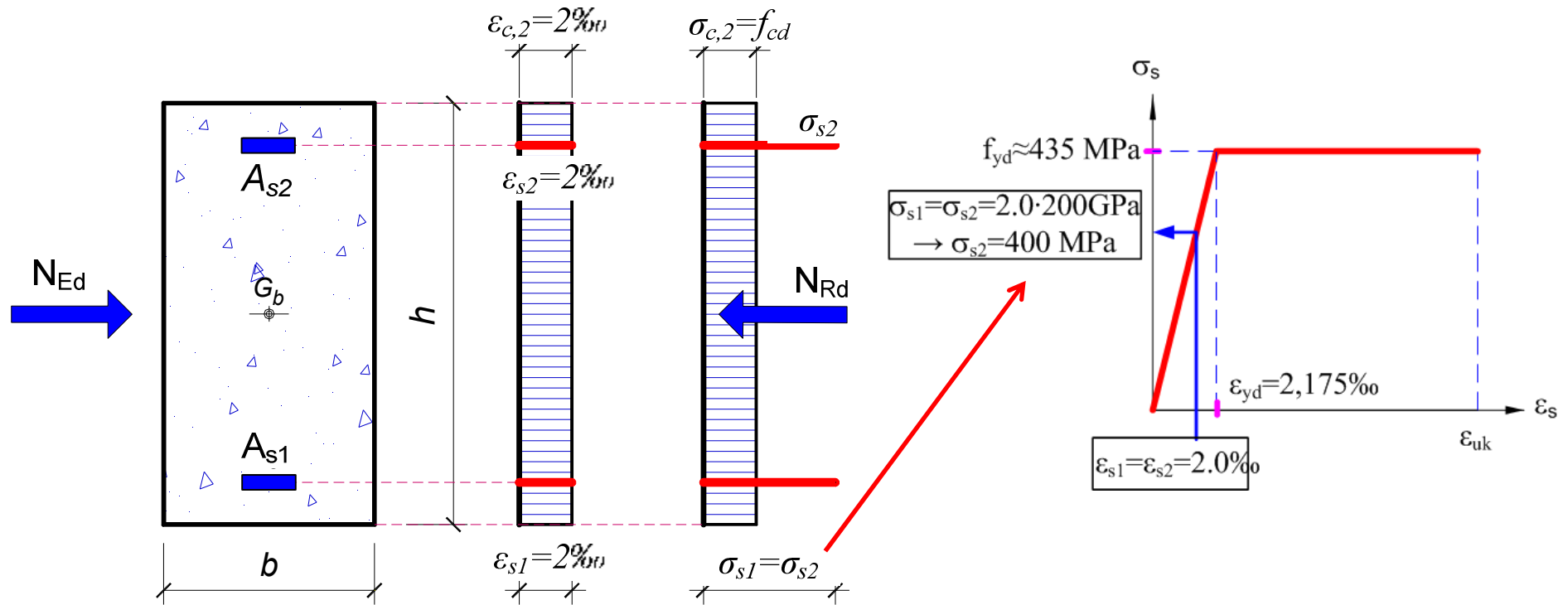
*Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2020/2021 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.*

# Sadržaj

- Uvod – Predavanje br.1
- Osnove proračuna - Predavanje br.1
- Svojstva materijala - Predavanje br.2
- ULS-Savijanje - Predavanje br.3 i br.4 i br. 5
- ULS-Smicanje
- ULS-Stabilnost
- SLS-Ugibi, prsline
- Monolitne, polumontažne i montažne međuspratne konstrukcije
- Ramovske konstrukcije
- Temelji i potporni zidovi
- Prethodno napregnuti beton



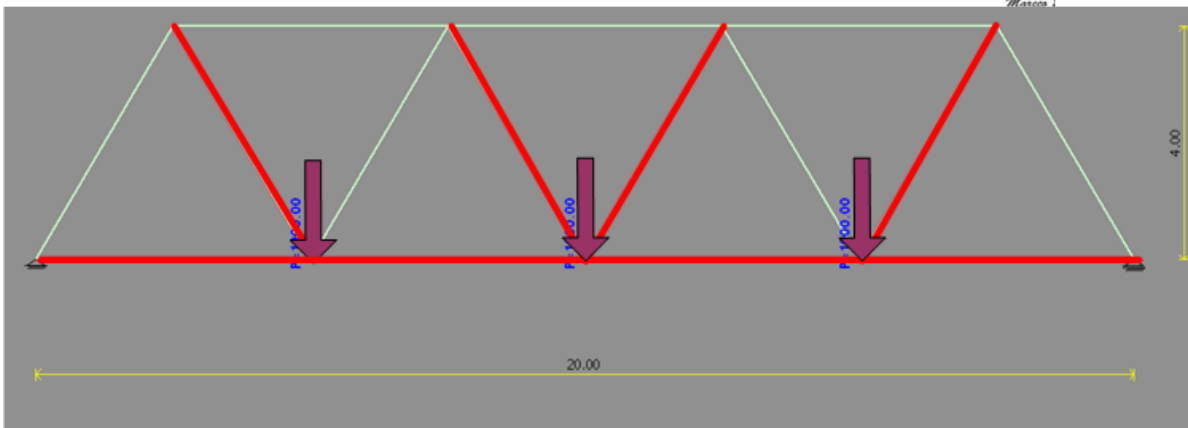
# ULS - Centrični pritisak



$$\sum N = 0: \quad N_{Rd} = N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s$$



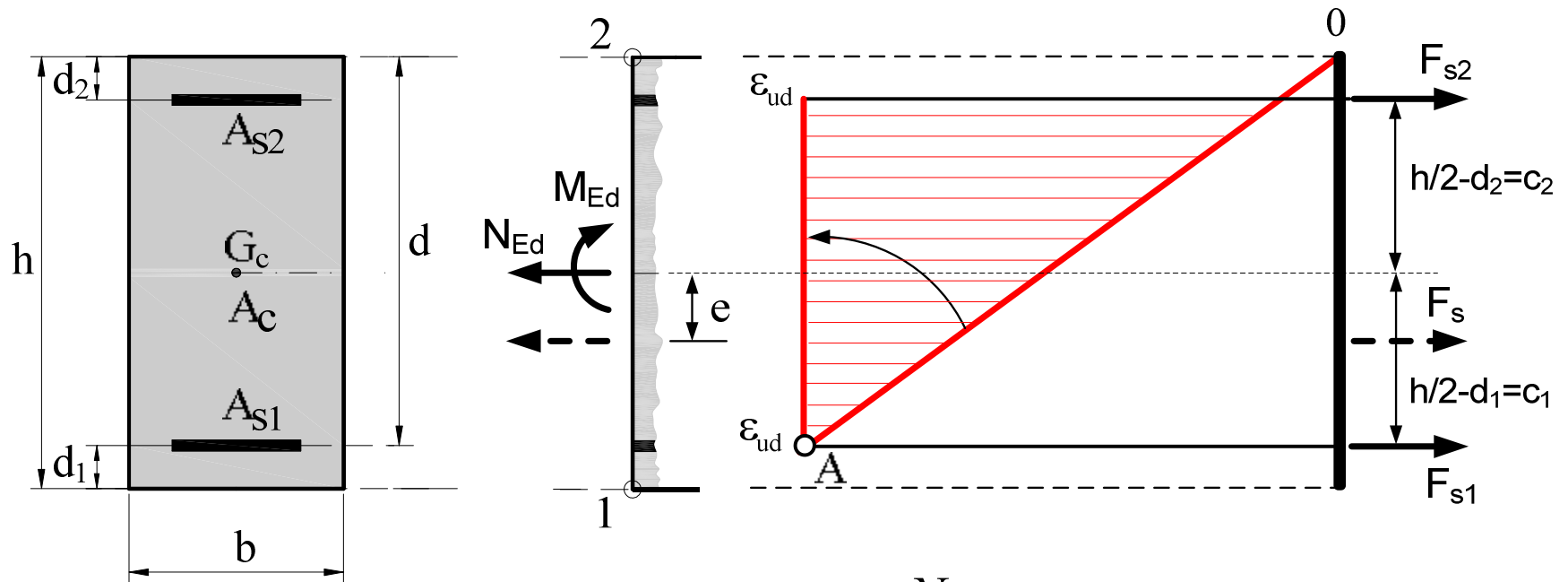
# ULS - Centrično zatezanje



$$A_{s1} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$



# ULS – Mali ekscentricitet, sila zatezanja



$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \frac{c_2 + e}{c_1 + c_2}$$

$$A_{s2} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \frac{c_1 - e}{c_1 + c_2}$$

# ULS – složeno savijanje

U slučaju preseka opterećenog momentom savijanja i normalnom silom pritiska ili zatezanja (napadna tačka sile na osi simetrije preseka) razlikuju se dva slučaja:

- neutralna linija je unutar poprečnog preseka  $x \leq h$
- neutralna linija je van poprečnog preseka  $x > h$

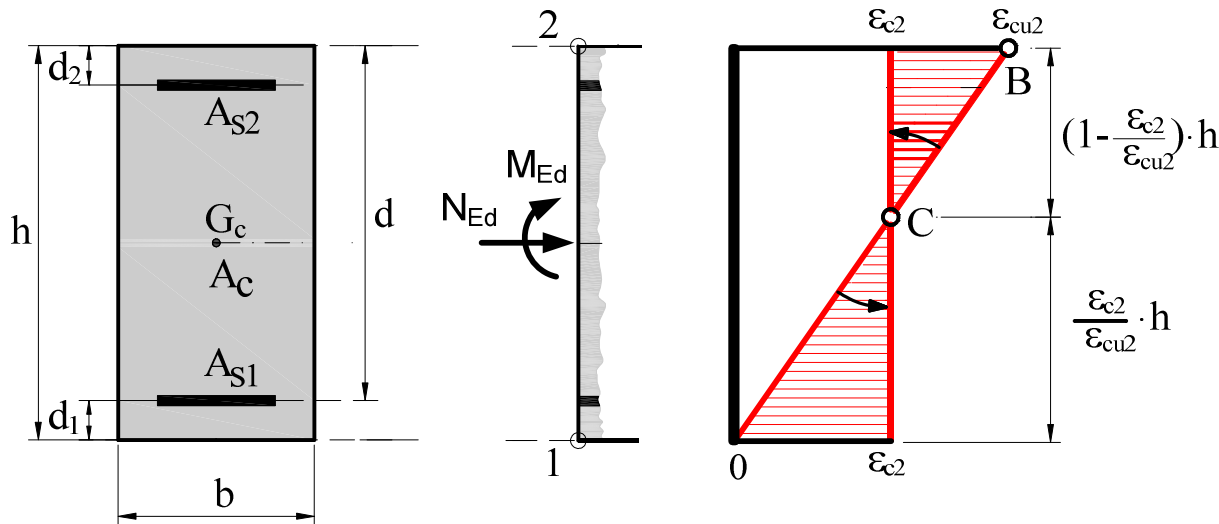
**U slučaju da se neutralna linija nalazi IZVAN poprečnog preseka, kažemo da se radi o savijanju u fazi MALOG EKCENTRICITETA i NE koristi se model preseka sa prslinom.**



# ULS – složeno savijanje

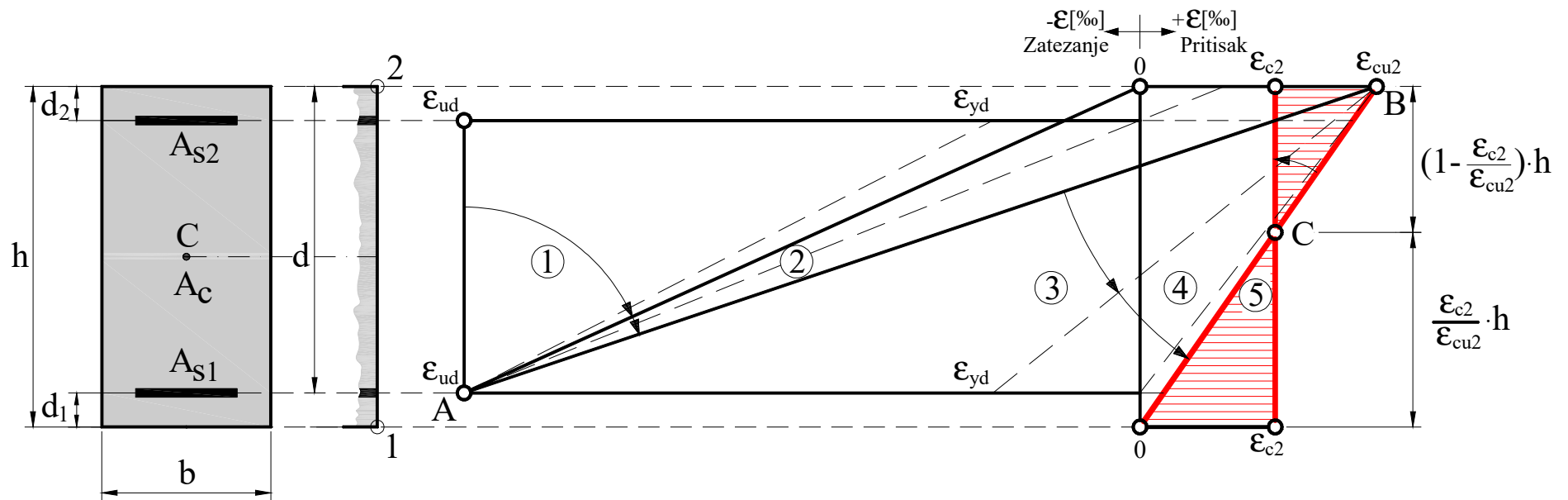
## NEUTRALNA LINIJA VAN PRESEKA – mali ekscentricitet sila pritiska

Ceo presek je pritisnut. Nosivost preseka se postiže dostizanjem granične dilatacije betona koja se kreće od  $\varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$  (centričan pritisak) do  $\varepsilon_{cu2} = 3.5\text{‰}$  (savijanje), odnosno rotacijom prave 0-B oko tačke C.



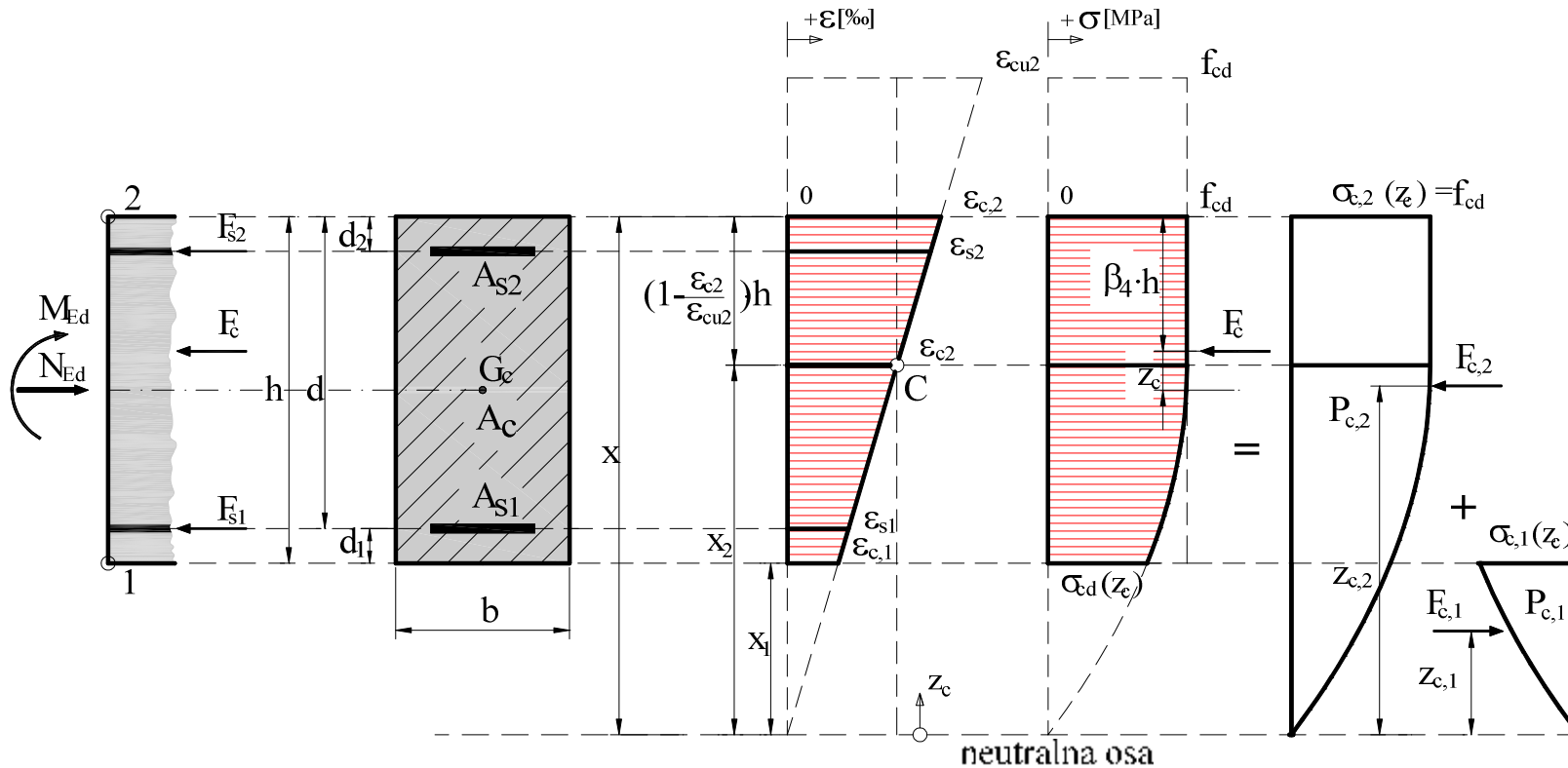
# ULS – složeno savijanje

**NEUTRALNA LINIJA VAN PRESEKA – mali ekscentricitet**  
*sila pritiska*





# ULS – složeno savijanje



$$\sum N = 0 \Rightarrow F_c + F_{s1} + F_{s2} = N_{Ed}$$

$$\sum M_s = 0 \Rightarrow F_c(d - \beta_4 h) + F_{s2}(d - d_2) = M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left( \frac{h}{2} - d_1 \right)$$

↑  
oko težišta manje pritisnute armature

# ULS – složeno savijanje

Dilatacija betona na pritisnutijoj ivici 2 je, iz uslova loma:

$$0.002 \leq \varepsilon_{c,2} \leq 0.0035$$

Dilatacija betona na manje pritisnutoj ivici 1 je, iz linearne raspodele po visini preseka:

$$\varepsilon_{c,1} = \frac{4\varepsilon_{c,2} - 14}{3}$$

Koeficijent punoće naponskog dijagrama je:

$$\beta_3 = \frac{1}{189} (125 + 64\varepsilon_{c,2} - 16\varepsilon_{c,2}^2)$$

Koeficijent položaja rezultujuće sile pritiska  $F_c$  je:

$$\beta_4 = \frac{3}{14} \frac{(8\varepsilon_{c,2} + 5)(37 - 8\varepsilon_{c,2})}{(125 + 64\varepsilon_{c,2} - 16\varepsilon_{c,2}^2)}$$



# ULS – složeno savijanje

Pa je sila pritiska  $F_c$  – rezultanta napona pritiska jednaka:

$$F_c = \beta_3 b h f_{cd}$$

Sila u armaturi  $F_{s1}$ :

$$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$$

gde je  $\sigma_{s1} = \begin{cases} f_{yd}, \epsilon_{s1} \geq \epsilon_{yd} \\ \epsilon_{s1} E_s, 0 \leq \epsilon_{s1} < \epsilon_{yd} \end{cases}$

$$\epsilon_{s1} = \frac{2(1 - \alpha_{s1}) - \epsilon_{c,2}(4/7 - \alpha_{s1})}{3/7} \quad \alpha_{s1} = d_1 / h$$

Sila u armaturi  $F_{s2}$ :

$$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$$

gde je  $\sigma_{s1} = \begin{cases} f_{yd}, \epsilon_{s2} \geq \epsilon_{yd} \\ \epsilon_{s2} E_s, 0 \leq \epsilon_{s2} < \epsilon_{yd} \end{cases}$

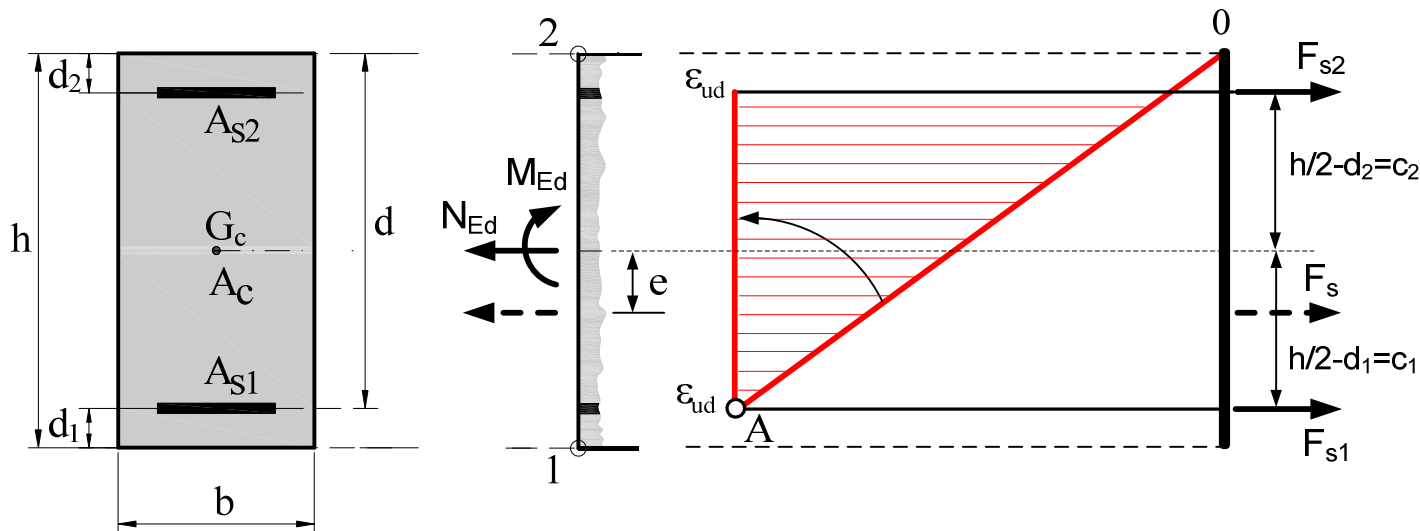
$$\epsilon_{s2} = \frac{2\alpha_{s2} + \epsilon_{c,2}(3/7 - \alpha_{s2})}{3/7} \quad \alpha_{s2} = d_2 / h$$



# ULS – složeno savijanje

## *NEUTRALNA LINIJA VAN PRESEKA – mali ekscentricitet sila zatezanja*

Ceo presek je zategnut. Moguća stanja dilatacija se dobijaju rotacijom prave 0-A oko tačke A, do stanja centričnog zatezanja. Nosivost preseka se postiže dostizanjem granične dilatacije čelika  $\epsilon_{ud}$  u zategnutijoj armaturi.



# ULS – složeno savijanje

Kako se čvrstoća betona na zatezanje u graničnom stanju zanemaruje, celu ekscentričnu silu zatezanja mora prihvatiti armatura. Pod pretpostavkom da je u obe armature napon jednak granici razvlačenja, sledi:

$$F_{s1} = A_{s1} f_{yd} \quad F_{s2} = A_{s2} f_{yd} \quad F_s = F_{s1} + F_{s2} = (A_{s1} + A_{s2}) f_{yd}$$

$$F_s = N_{Ed}$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

Ovako sračunata ukupna armatura se raspoređuje u preseku tako da se napadna tačka rezultante unutrašnjih sila  $F_s$  poklopi sa napadnom tačkom sile  $N_{Ed}$ .

$$F_s (c_1 - e) = F_{s2} (c_1 + c_2)$$

$$A_{s1} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \frac{c_2 + e}{c_1 + c_2}$$

$$A_{s2} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \frac{c_1 - e}{c_1 + c_2}$$

# ULS – složeno savijanje

## *DIJAGRAMI INTERAKCIJE*

Dimenzionisanje preseka opterećenih momentom savijanjem i aksijalnom silom pritiska u oblasti malog ekscentriciteta je prilično složeno i vremenski zahtevno, podrazumeva rešavanje uslova ravnoteže u svakom konkretnom slučaju – tablice se ne mogu koristiti.

Da bi se ovaj postupak pojednostavio i ubrzao, doduše samo u slučaju vezanog dimenzionisanja, napravljeni su dijagrami interakcije koji su potom prošireni i na ostala moguća naponska stanja, odnosno stanja dilatacija u AB presecima.

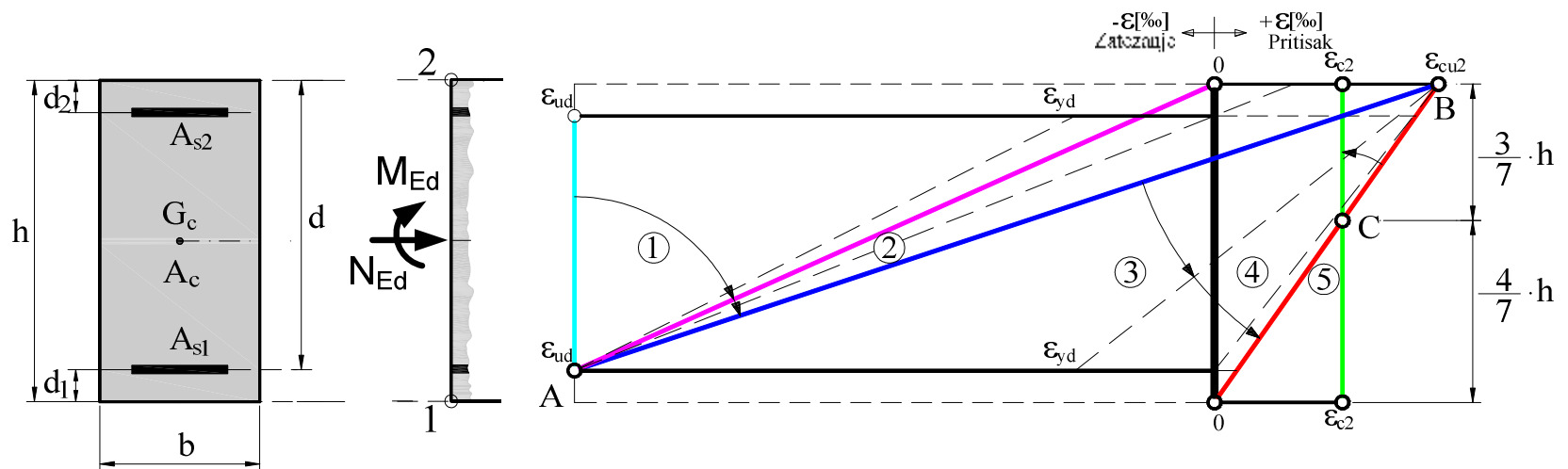


# ULS – složeno savijanje

## DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Za presek poznatih dimenzija i armature, i sa usvojenim kvalitetom betona i čelika, moguće je, za izabran par dilatacija u betonu i čeliku, sračunati moment nosivosti  $M_{Rd}$  i aksijalnu nosivost  $N_{Rd}$ . Uslov ravnoteže po momentima se ispisuje oko težišta betonskog preseka  $G_c$ .

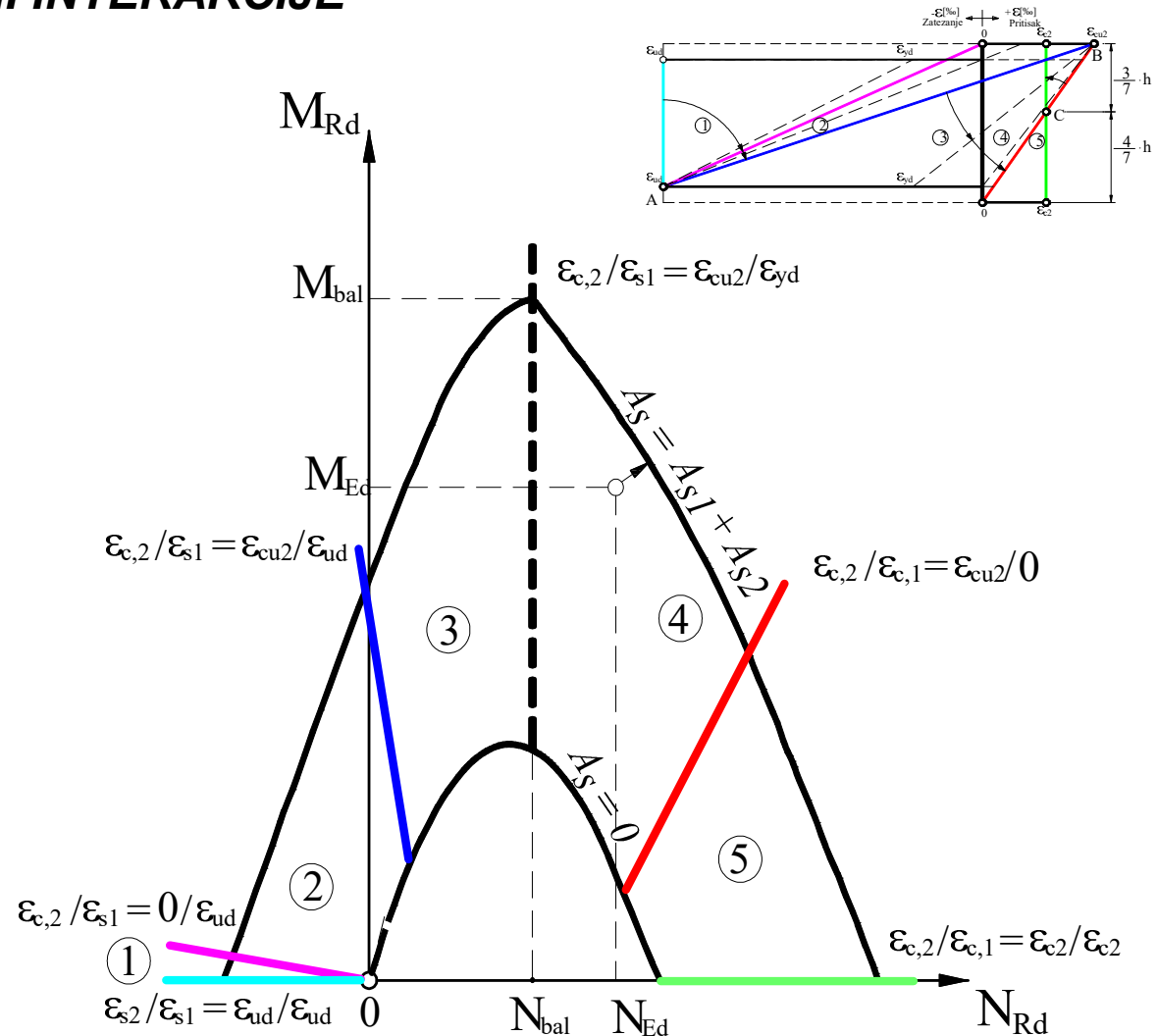
Postupak se ponavlja za više izabranih stanja dilatacija – parova dilatacija, pri čemu obavezno treba obuhvatiti one parove koji predstavljaju granice između različitih proračunskih modela preseka.



# ULS – složeno savijanje

## DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Za svako izabrano stanje dilatacija dobija se par  $(M_{Rd}, N_{Rd})$  koji na dijagramu  $M_{Rd}$ - $N_{Rd}$  predstavlja tačku. Spajanjem sračunatih tačaka dobija se kriva koja predstavlja kombinovanu nosivost tretiranog preseka. Kombinacije  $M_{Ed}$  i  $N_{Ed}$  koje daju tačke unutar površine ograničene ovom linijom i koordinatnim osama su u ovom preseku moguće, dok tačke van ove površine nisu moguće, prekoračuju nosivost preseka.





# ULS – složeno savijanje

## DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Sada se postupak može ponoviti, samo sa drugačijom armaturom, što će dati novu liniju na  $M_{Rd}$ - $N_{Rd}$  dijagramu. Tako se za više različitih količina armatura, odnosno za više različitih procenata armiranja dobija familija krivih, ali ta familija važi samo za presek datih dimenzija i od datog kvaliteta betona i čelika.

Kako bi ovakvi dijagrami bili primenljivi za različite dimenzije preseka i različite kvalitete betona i čelika, veličine potrebne za njihovo konstruisanje se normiraju, odnosno prevode u bezdimenzionalan oblik:

Mehanički koeficijent armiranja armaturom  $A_{s1}$  i  $A_{s2}$ , odnosno ukupnom armaturom  $A_s$ :

$$\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yd}}{bh f_{cd}} \quad \omega_2 = \frac{A_{s2} f_{yd}}{bh f_{cd}} \quad \omega = \omega_1 + \omega_2$$

Položaj težišta armatura  $A_{s1}$  i  $A_{s2}$ :  $\frac{d_1}{h}$   $\frac{d_2}{h}$

Proračunska vrednost normiranog momenta nosivosti:

$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{bh^2 f_{cd}}$$

Proračunska vrednost normirane aksijalne nosivosti:

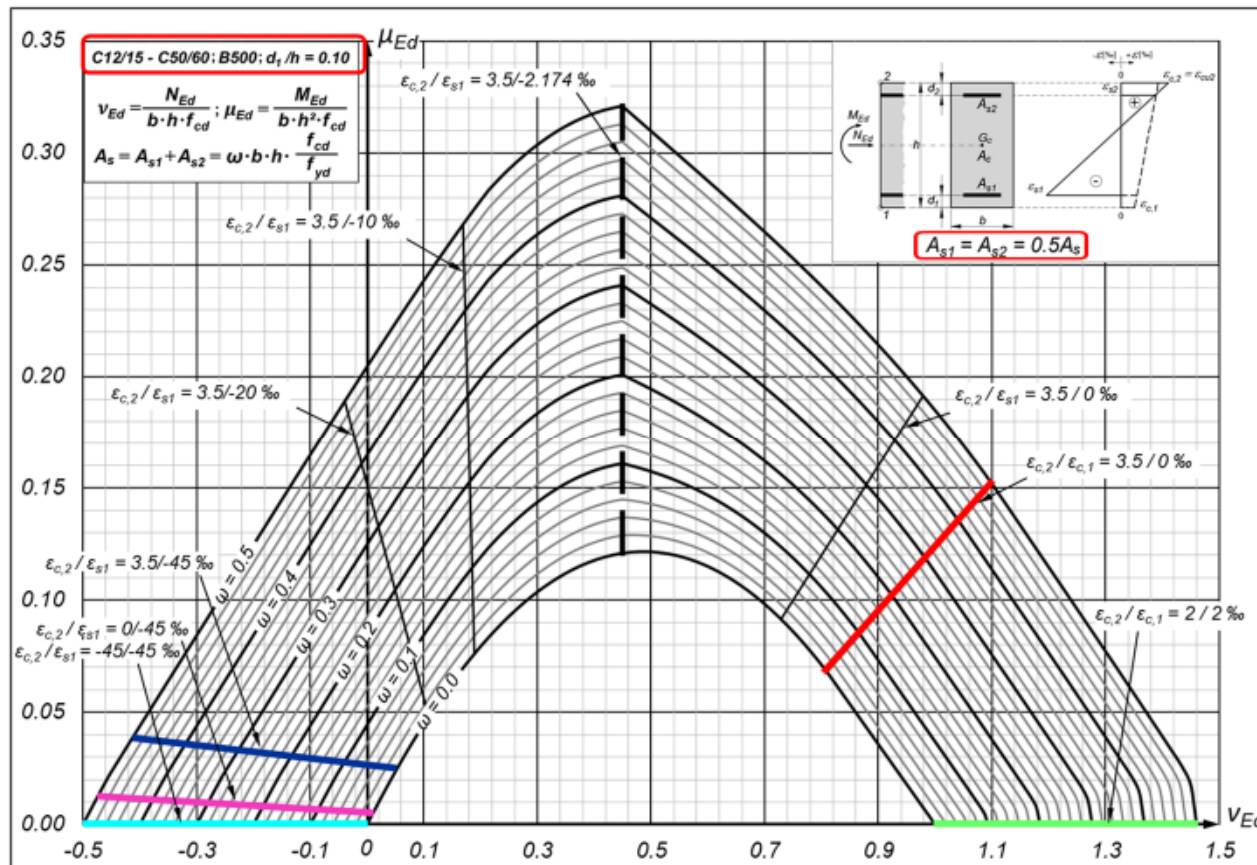
$$\nu_{Rd} = \frac{N_{Rd}}{bh f_{cd}}$$



# ULS – složeno savijanje

## DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Izrađuju se za različite klase armature, različite odnose armatura  $A_{s1}$  i  $A_{s2}$  i različite  $d_1/h$ , a koriste za vezano dimenzionisanje pravougaonih preseka. Mogu se izraditi i za druge oblike preseka, kao i za koso savijanje.



## DIJAGRAMI INTERAKCIJE