



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet
www.grf.bg.ac.rs

Studijski program: **Građevinarstvo**
Modul: MTI, HVEI, PŽA
Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Betonske konstrukcije 1**
(b2s3bk, b2h3bk, b2m3bk, b1s3bk)

Nastavnik: **Ivan Ignjatović**

Naslov predavanja: **Smicanje**

Datum : 04.11.2022.

Beograd, 2020.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2020/2021 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.

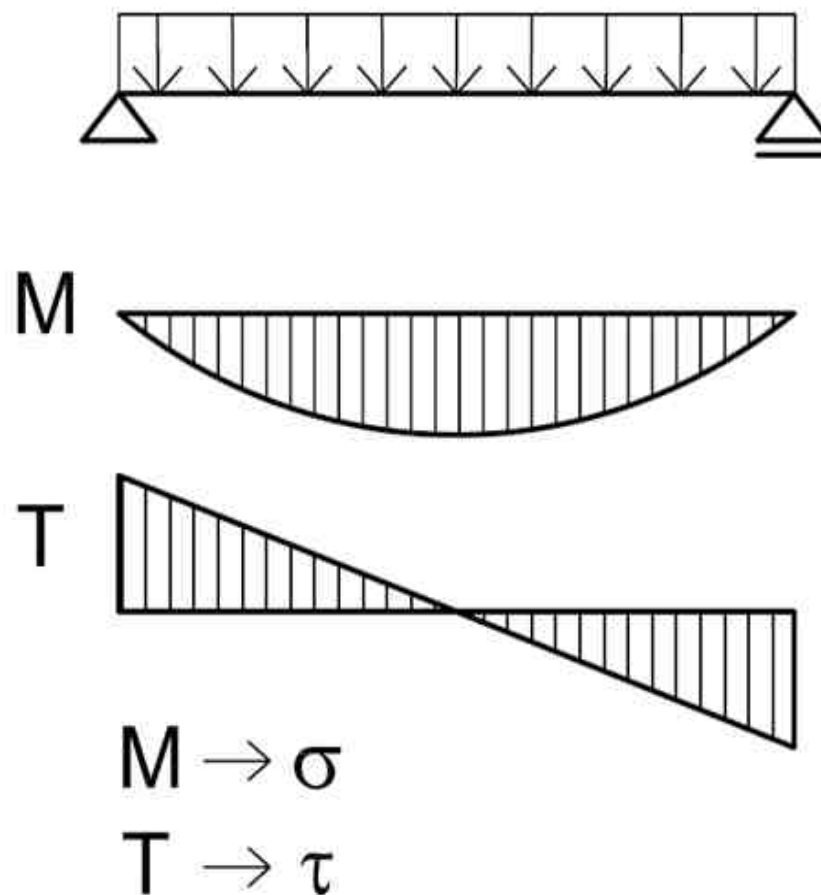
Sadržaj

- Uvod
- Osnove proračuna
- Osobine materijala
- ULS-Savijanje
- ULS-Smicanje
- ULS-Stabilnost
- SLS-Ugibi, prsline
- Monolitne, polumontažne i montažne međuspratne konstrukcije
- Ramovske konstrukcije
- Temelji i potporni zidovi
- Prethodno napregnuti beton



Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Kod linijskih nosača opterećenih na savijanje, pored momenata savijanja javljaju se i transverzalne sile



ULS – smicanje

ELEMENTI KOJI NEMAJU ARMATURU ZA SMICANJE

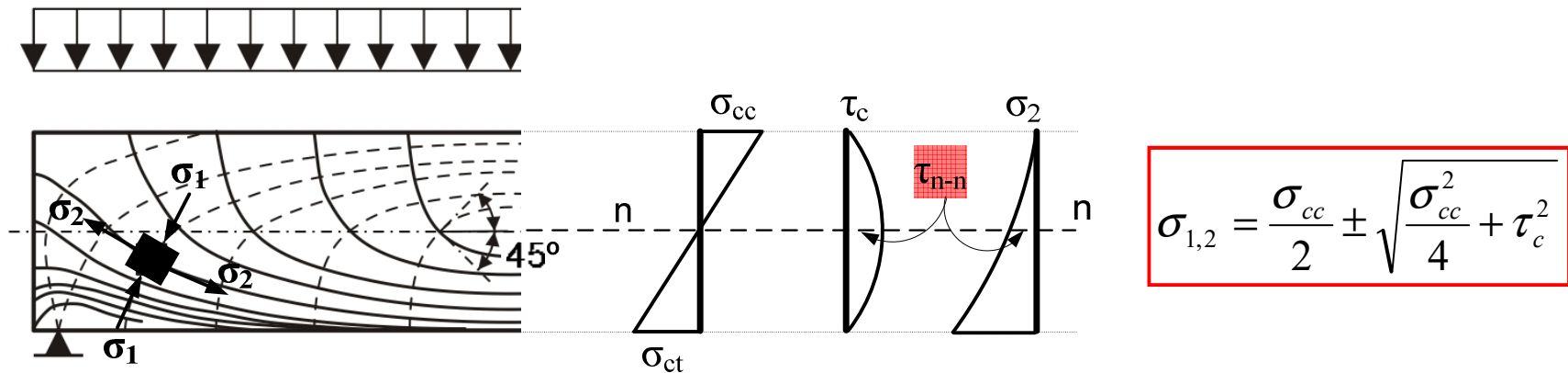
Mehanizam prenošenja smičućih napona zavisi najviše od toga da li su u elementu razvijene prsline od savijanja ili ne. Posmatraćemo dva slučaja:

- 1.AB element bez prsline od savijanja u kritičnoj zoni (zona u kojoj su transverzalne sile najveće) i
- 2.AB element koji ima razvijene prsline od savijanja u posmatranoj zoni.



ULS – smicanje

Trajektorije glavnih napona pritiska i zatezanja - homogen materijal, **bez prslina**:



U neutralnoj osi nosača $\sigma_{cc}=0$:

$$\sigma_{1,2} = \pm \tau_c$$

Glavni naponi zatezanja!

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{1,2} = \pm \frac{2\tau_c}{0} \quad \alpha_{1,2} = \pm 45$$

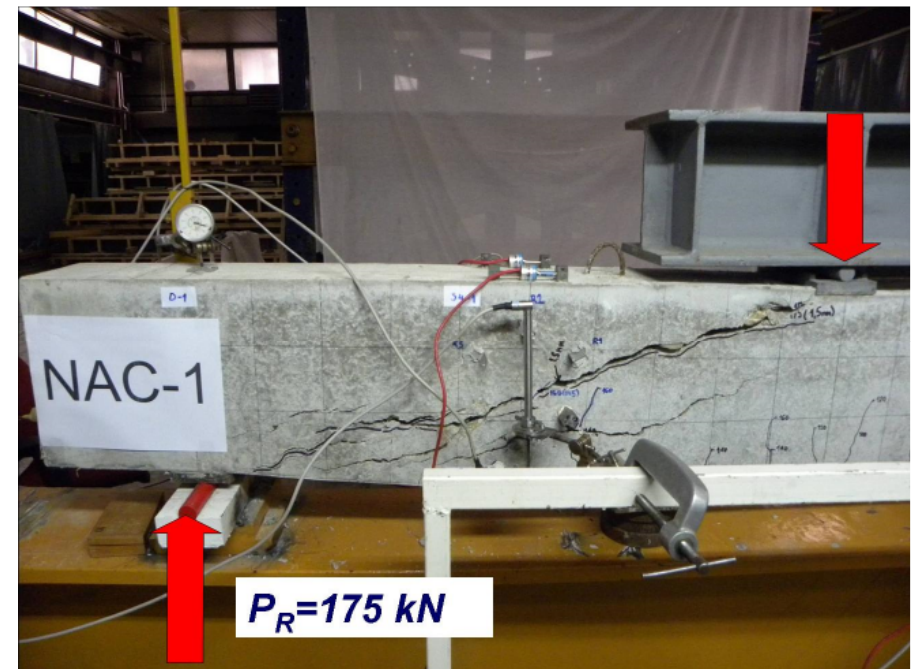
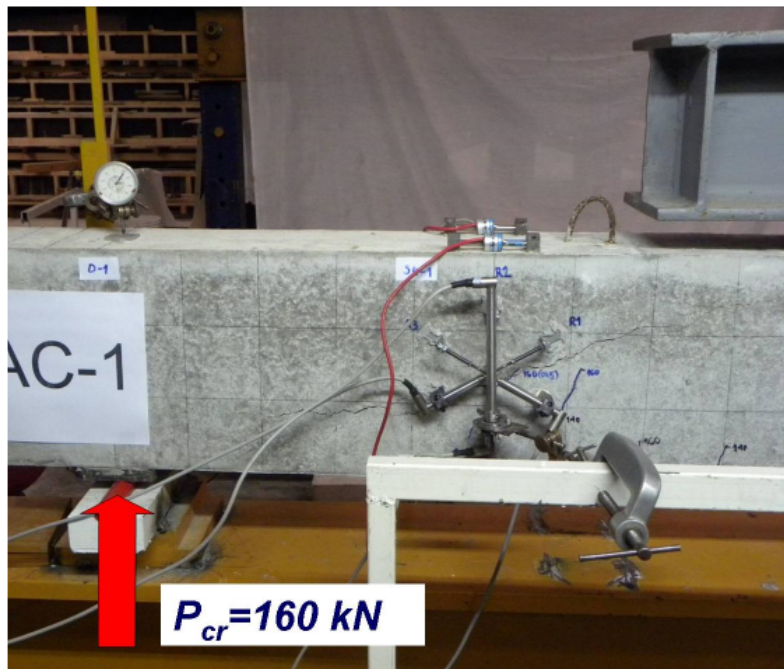
ULS – smicanje

Ukoliko u AB elementu nema prslina od savijanja, smicanje se prenosi naponima pritiska i zatezanja u betonu. Kada maksimalni glavni napon zatezanja, usled dejstva momenta i transverzalne sile, prekorači čvrstoću betona na zatezanje javlja se kosa-dijagonalna prslina koja praktično predstavlja lom, jer nema armature koja može da prihvati ovo zatezanje. Ovo je *smičući lom zatezanjem (shear-tension)*.

Javlja se u prethodno napregnutim elementima, elementima sa velikom aksijalnom silom pritiska (stubovi), u blizini oslonaca visokih greda ili oko tačaka infleksije kontinualnih greda.



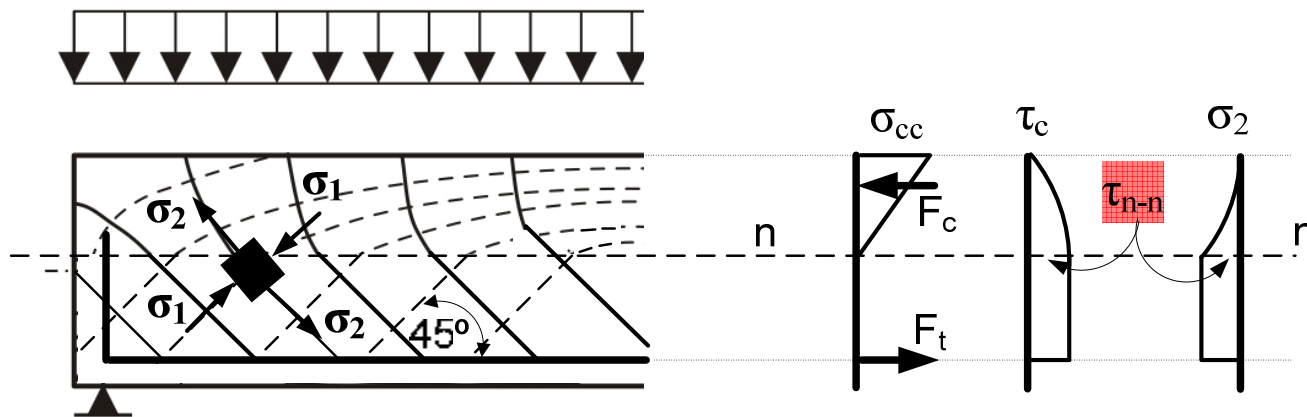
ULS – smicanje



Smičući lom zatezanjem

ULS – smicanje

U najvećem broju slučajeva smicanje se prenosi **u prisustvu prslina** od savijanja. *Pod pretpostavkom da se kroz prsline ne može preneti normalni napon zatezanja, ali može smičući napon*, trajektorije glavnih napona pritiska i zatezanja:



$$\tau = \frac{VS_i}{bJ_i}$$

u težištu
(neutralna osa):

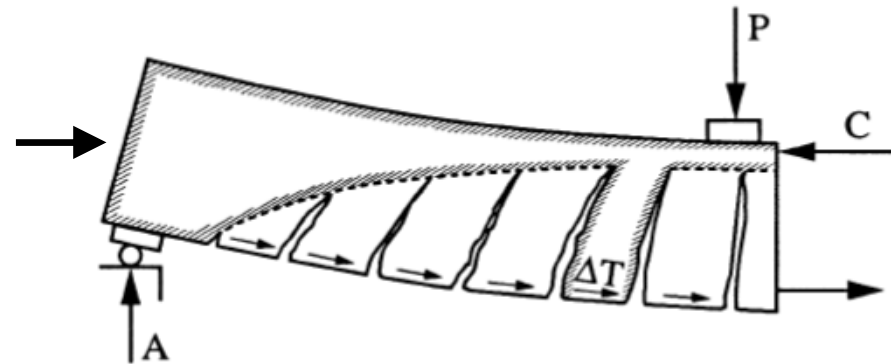
$$\frac{J_i}{S_i} = z \rightarrow$$

$$\tau_{n-n} = \frac{V}{bz}$$

ULS – smicanje

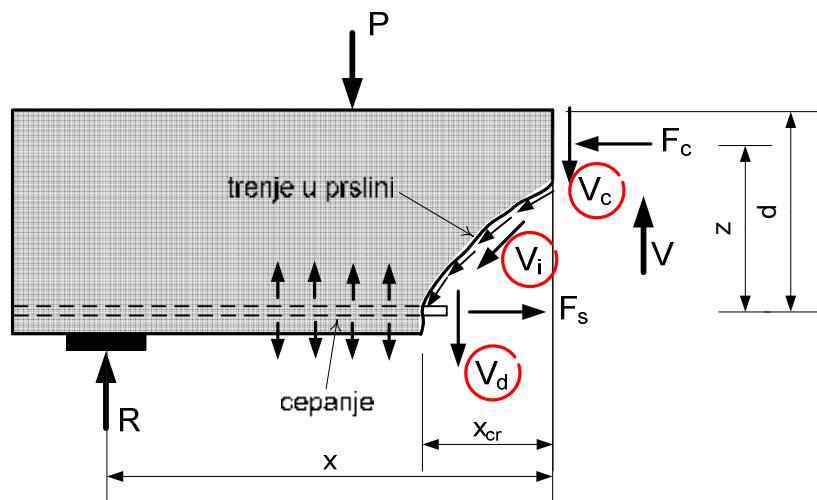
Kosa prslina, odnosno lom, nastaje kad glavni napon zatezanja, brojno jednak smičućem naponu $\tau_{n-n} = V/bz$, prekorači čvrstoću betona na zatezanje.

U suprotnom, ukoliko se kroz prslina uopšte ne prenosi smicanje, “zub“ betona između prslina se ponaša kao konzola ukleštena u pritisnuti beton, opterećena silom prljanjanja između betona i zategnute armature. Nosivost na smicanje je određena nosivošću betonske konzole na savijanje.



ULS – smicanje

Ovo je *smičući lom savijanjem (shear-flexure)*, a stvarno ponašanje isprskaloga AB elementa je između ova dva ekstremna modela:



Transverzalna sila se prenosi:

- smičućim naponima u pritisnutom betonu V_c (25%–40% sile)
- trenjem kroz prslinu, zahvaljujući **aggregate interlock**-u, V_i ; (40%–60%)
- dejstvom moždanika zategnute armature (**dowel effect**), V_d (15%–20%)

ULS – smicanje

Većina standarda, pa i EC2, za sračunavanje **nosivosti na smicanje savijanjem AB elementa bez armature za smicanje**, za ovu vrstu loma daju **empirijske izraze**. Danas postoje mehanički modeli koji tačnije opisuju ovu pojavu, među kojima se izdvajaju dva:

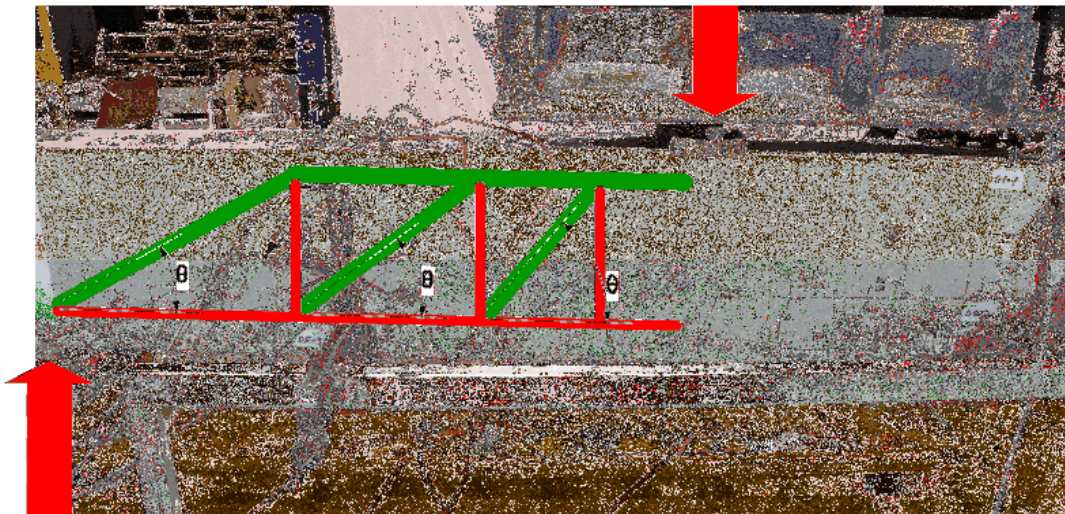
- **Modifikovana teorija polja pritisaka** (*Modified compression field theory – MCFT*), Vecchio&Collins, 1986. U pojednostavljenom obliku, koristi se u Kanadskim propisima i u MC2010.
- **Teorija kritične širine prslina** (*Critical shear crack width theory – CSCT*), Muttoni, 2003. U pojednostavljenom obliku, koristi se u Švajcarskim propisima, i za proračun probijanja ploča direktno oslonjenih na stubove u MC2010.



ULS – smicanje

ELEMENTI KOJI IMAJU ARMATURU ZA SMICANJE

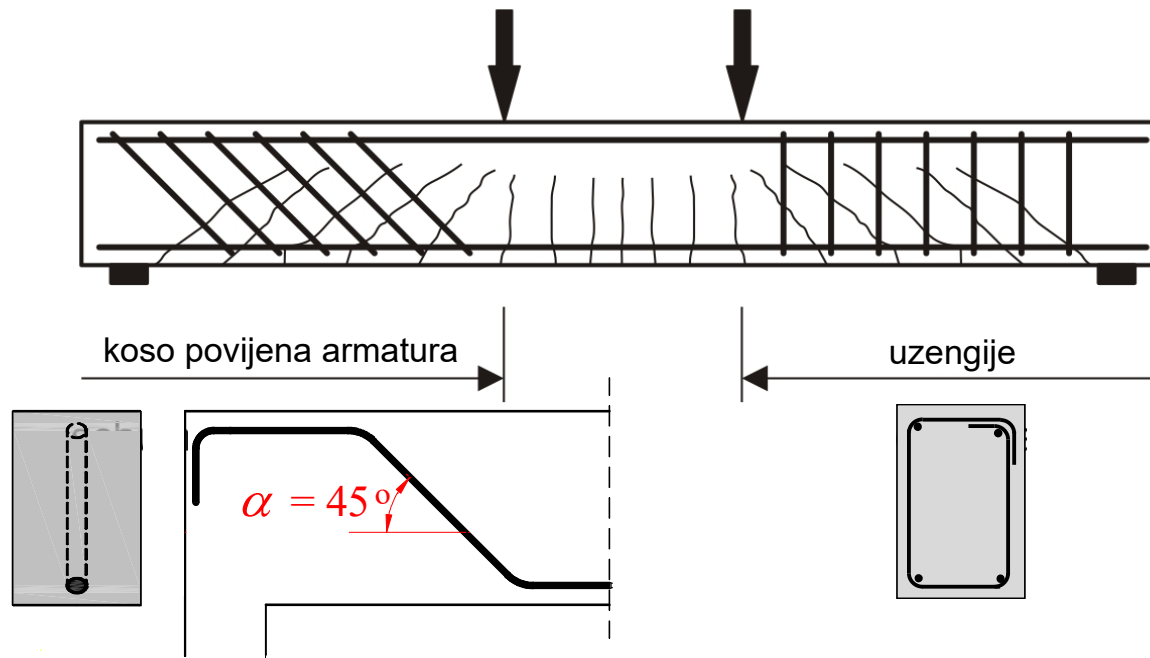
Ponašanje grednog nosača sa prslinama u fazi loma opisuje se *modelom rešetke*.



- pritisnuti pojas: beton
- zategnuti pojas:
podužna armatura
- pritisnute dijagonale: beton,
nagib θ
- zategnute verikale ili dijagonale:
armatura za smicanje, nagib α

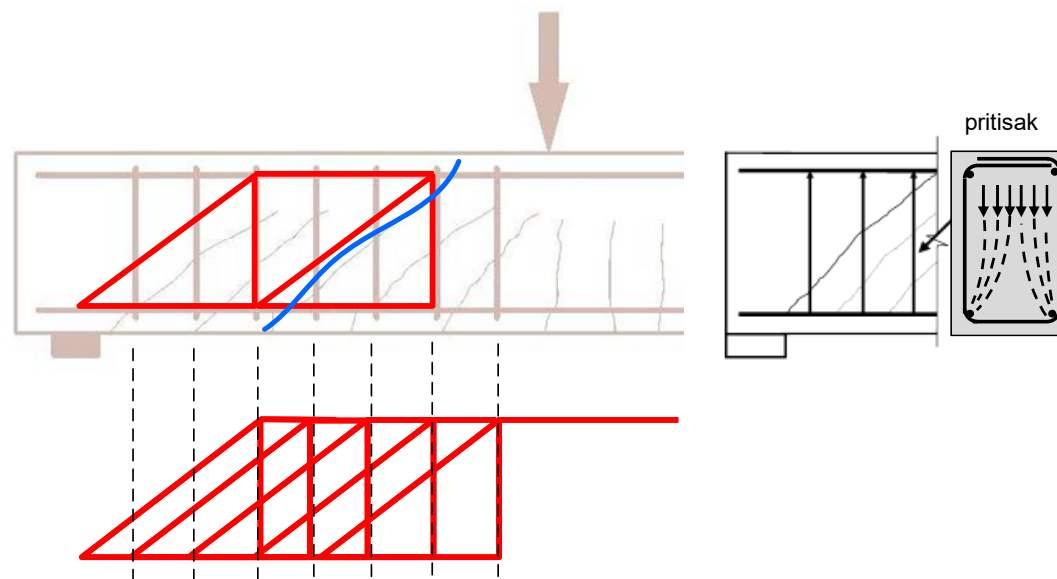
ULS – smicanje

Armatura za smicanje: vertikalne uzengije ili koso povijena armatura.



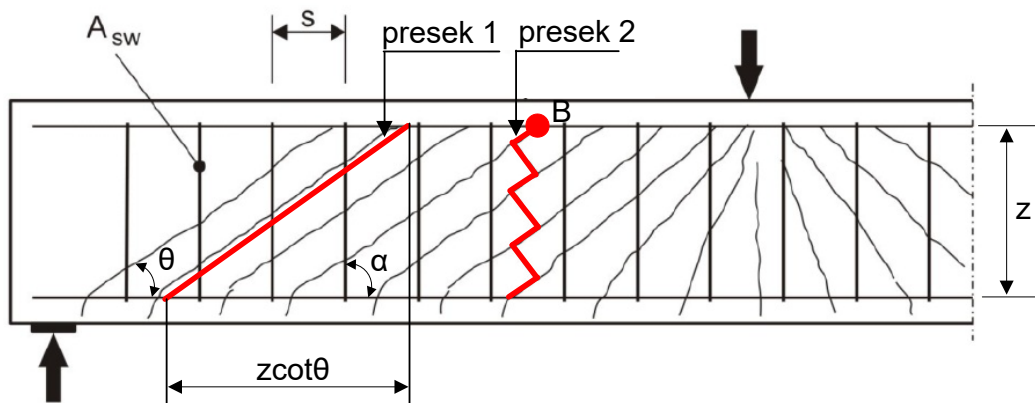
ULS – smicanje

U modelu rešetke, sve uzengije, odnosno sve betonske dijagonale, na dužini horizontalne projekcije preseka koji je paralelan pritisnutim dijagonalama, se mogu modelirati kao jedna vertikala, odnosno jedna dijagonala.

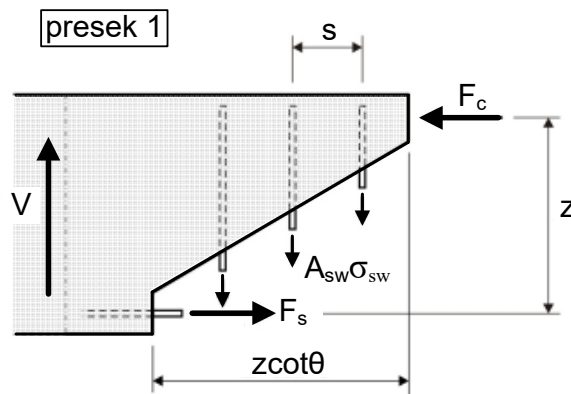


ULS – smicanje

Proračun sila u štapovima rešetke



uzengije
 $\alpha=90^\circ$

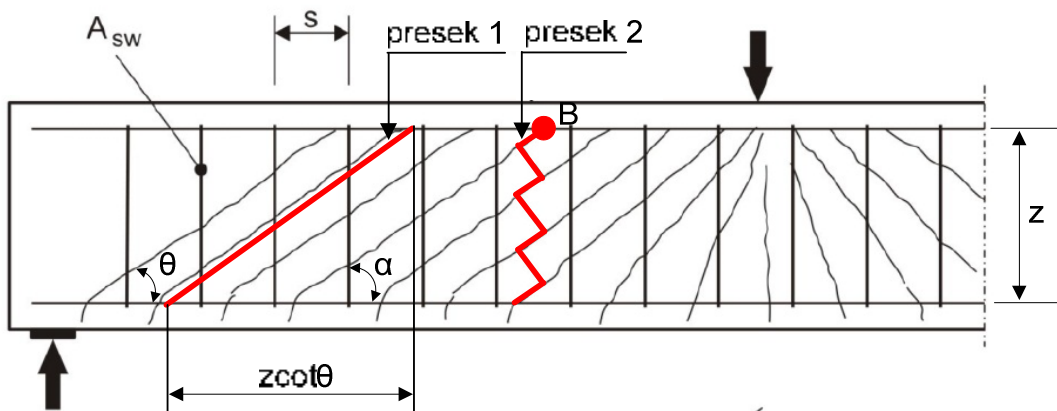


$$\sum V^{presek1} = 0$$

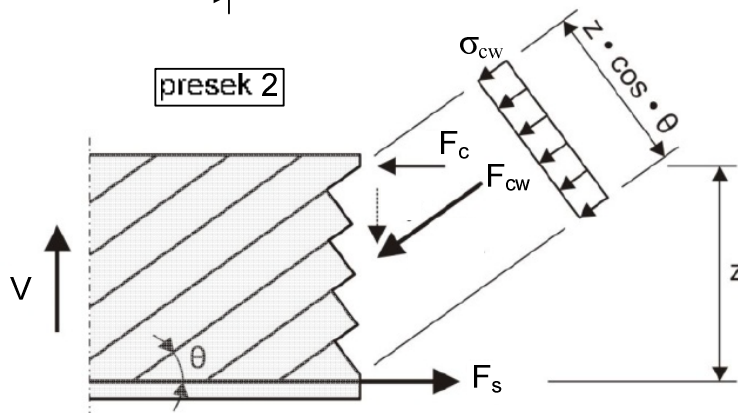
$$V = A_{sw} \sigma_{sw} z \cot \theta / s$$

ULS – smicanje

Proračun sila u štapovima rešetke



uzengije
 $\alpha=90^\circ$

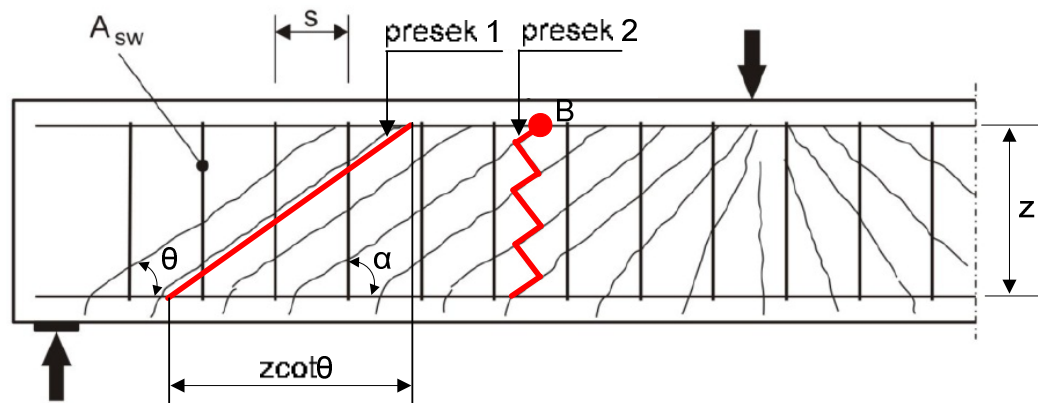


$$\sum V^{presek2} = 0$$

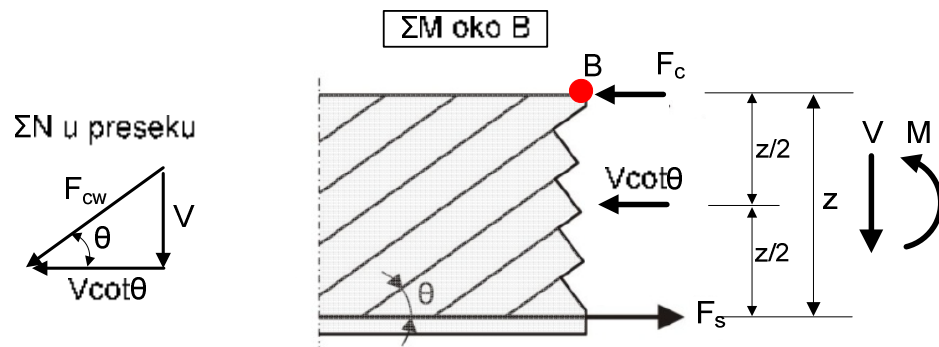
$$V = \sigma_{cw} b_w z \cos \theta \sin \theta$$

ULS – smicanje

Proračun sila u štapovima rešetke



uzengije
 $\alpha=90^\circ$

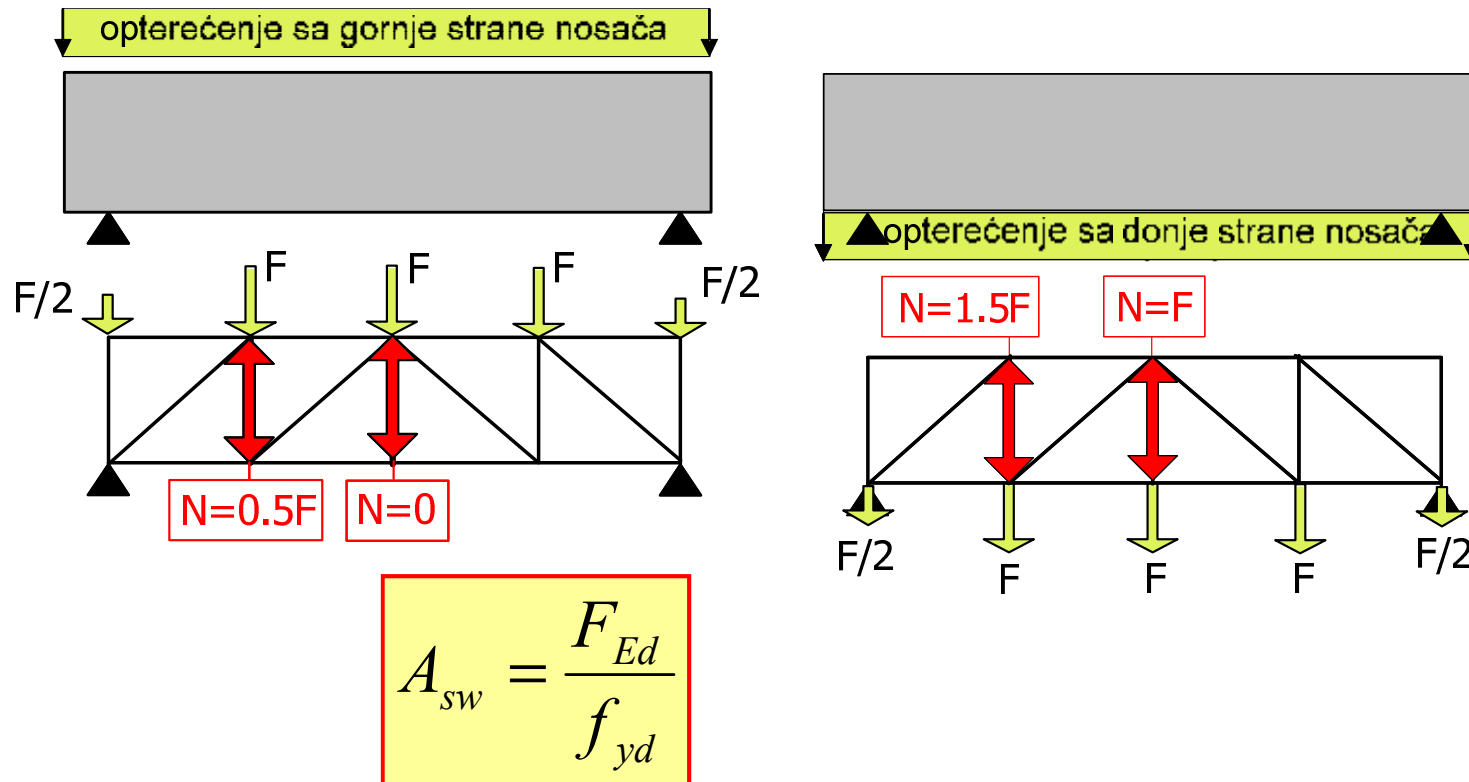


$$\sum M^B = 0$$

$$F_s = \frac{M}{z} + \frac{1}{2} V \cot \theta$$

ULS – smicanje

Ako se opterećenje nalazi sa **donje strane nosača**, potrebno je uzengije sračunati i na takozvano obešeno opterećenje:



ULS – smicanje

ODREDBE EC2

$V_{Rd,c}$

proračunska nosivost na smicanje elementa bez armature za smicanje

$V_{Rd,s}$

proračunska vrednost sile smicanja koju može da prihvati armatura za smicanje na granici razvlačenja

$V_{Rd,max}$

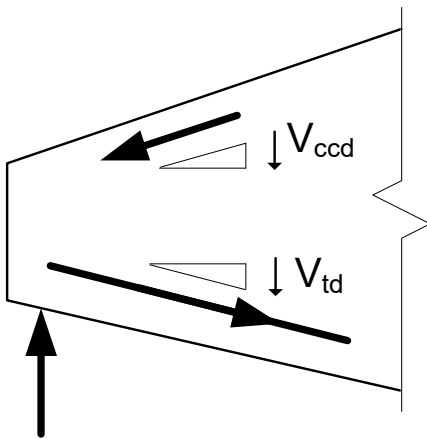
proračunska vrednost najveće sile smicanja koju element može da prihvati, ograničena drobljenjem betona u pritisnutim štapovima



ULS – smicanje

V_{ccd} proračunska vrednost smičuće komponente sile u pritisnutoj zoni, kada je pritisnuti pojas u nagibu

V_{td} proračunska vrednost smičuće komponente sile u zategnutoj armaturi, kada je zategnuti pojas u nagibu



Nosivost na smicanje elementa sa armaturom za smicanje:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td}$$

ULS – smicanje

PRINCIPI

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

nije potrebna proračunska armatura za smicanje

minimalni koeficijent armiranja armaturom za smicanje:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{sb_w \sin \alpha} \geq 0.08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

$$V_{Ed} > V_{Rd,c}$$

treba da se obezbedi dovoljna armatura za

smicanje tako da je $V_{Ed} \leq V_{Rd,s} \rightarrow V_{Rd,s} \geq V_{Ed}$

$$V_{Ed} - V_{ccd} - V_{td} \leq V_{Rd,max}$$

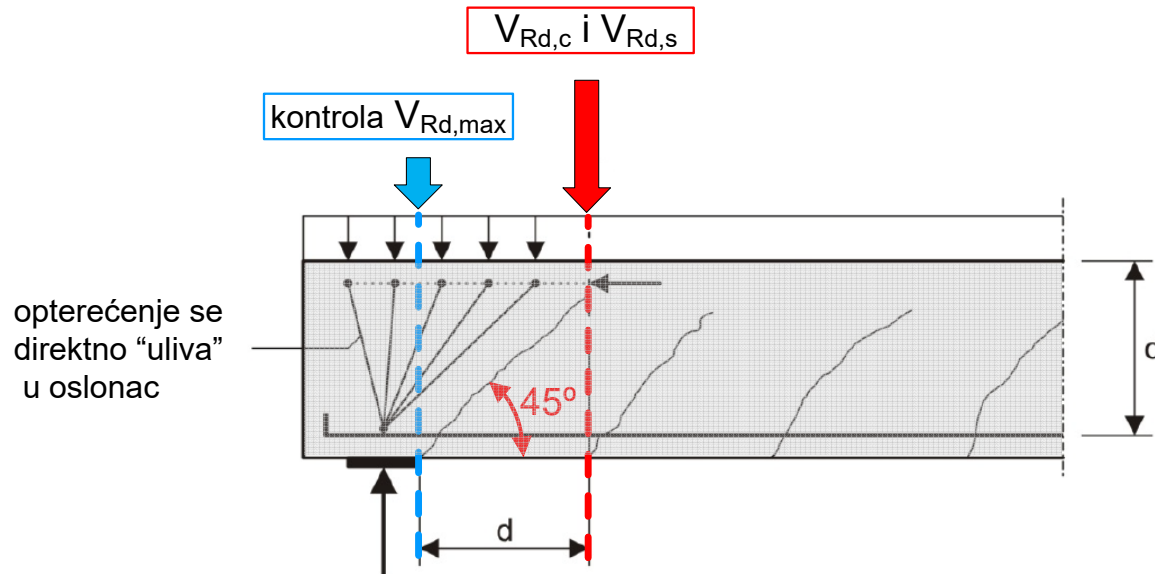
Podužna zategnuta armatura treba da bude u stanju da prihvati dodatnu silu zatezanja usled smicanja.



ULS – smicanje

V_{Ed} ne mora da se proverava na rastojanju koje je manje od d od ivice oslonca

$V_{Rd,max}$ se proverava na ivici oslonca



Kada opterećenje deluje u donjoj zoni preseka treba obezbediti dodatnu vertikalnu armaturu koja je dovoljna da prenese opterećenje u gornju zonu preseka.

ULS – smicanje

Elementi za koje se ne zahteva proračun armature za smicanje

Proračunska vrednost nosivosti na smicanje (savijanjem) elemenata koji nemaju armaturu za smicanje, $V_{Rd,c}$:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

ali ne manje od:

$$V_{Rd,c} = (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$$

ULS – smicanje

$V_{Rd,c}$ (N);
 $C_{Rd,c}$ =0.18/ γ_c , koeficijent;
 k_1 =0.15, koeficijent;
 f_{ck} karakteristična čvrstoća betona pri pritisku (MPa);

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad d \text{ (mm)}$$

$$\rho_l = \frac{A_{s1}}{b_w d} \leq 0.02$$

A_{s1} površina zategnute armature, koja se produžava za najmanje ($l_{bd}+d$) izvan razmatranog preseka, l_{bd} je dužina sidrenja;

b_w najmanja širina poprečnog preseka u zategnutoj zoni (mm);

σ_{cp} = $N_{Ed}/A_c < 0.2f_{cd}$ (MPa);

N_{Ed} aksijalna sila u poprečnom preseku od opterećenja ili prethodnog naprezanja (N), pozitivna u slučaju pritiska;

A_c površina poprečnog preseka betona (mm²);

v_{min} = $0.035^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$.



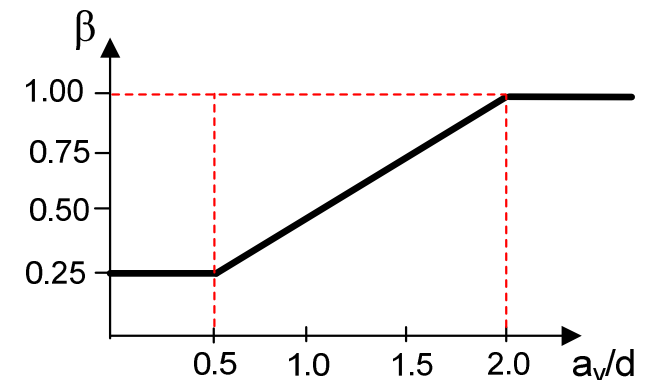
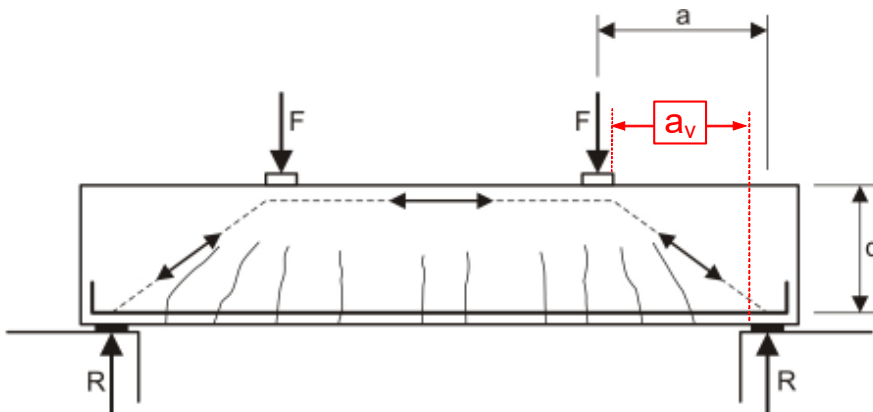
ULS – smicanje

Ako se opterećenje nalazi unutar rastojanja $0.5d \leq a_v \leq 2d$ od ivice oslonca, proračunska vrednost sile smicanja iznosi:

$$V_{Ed,av} = \beta V_{Ed}$$

$$\beta = a_v / 2d$$

za $a_v \leq 0.5d$, usvaja se $a_v = 0.5d$



ali mora:

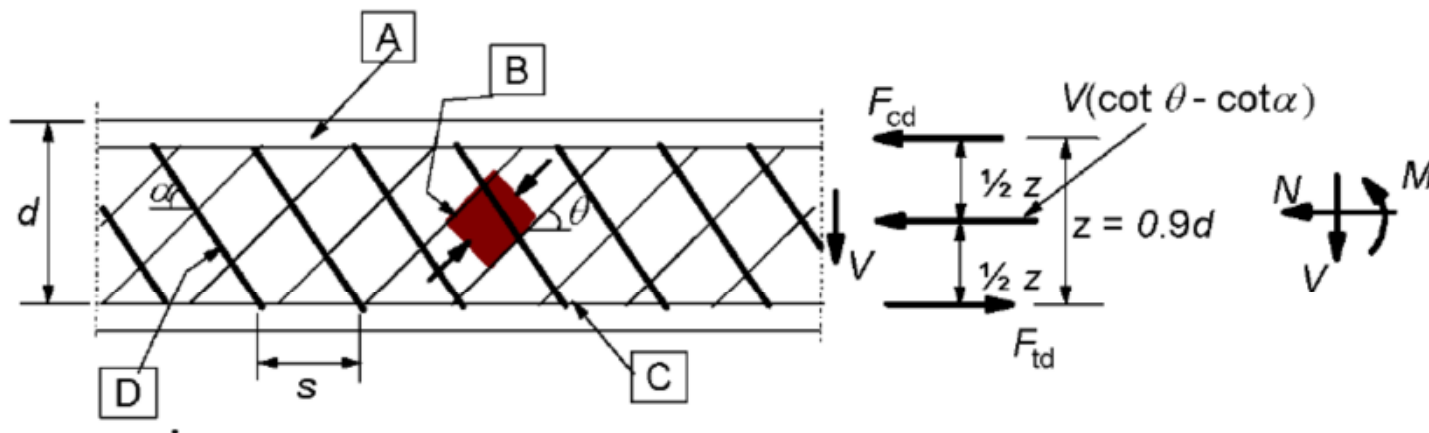
$$V_{Ed} \leq 0.5b_w d v f_{cd}$$

$$v = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (f_{ck} \text{ u MPa})$$

ULS – smicanje

Elementi za koje se zahteva proračun armature za smicanje

Zasniva se na modelu rešetke sa promenljivim nagibom pritisnutih betonskih štapova θ .



A – притиснути појас, **B** – притиснути штапови, **C** – затегнути појас, **D** – арматура за смицање

ULS – smicanje

- α ugao između armature za smicanje i ose grede upravne na silu smicanja;
- θ ugao između pritisnutog betonskog štapa i ose grede upravne na silu smicanja;
- F_{td} proračunska vrednost sile zatezanja u podužnoj armaturi;
- F_{cd} proračunska vrednost sile pritiska u betonu u pravcu podužne ose elementa;
- b_w najmanja širina između zategnutog i pritisnutog pojasa;
- z krak unutrašnjih sila koji odgovara momentu u razmatranom elementu; može da se koristi približna vrednost $z=0.9d$ za čisto savijanje.

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$



$$45^\circ \leq \theta \leq 21.8^\circ$$



$$A_{sw} = m \cdot a_s^{(1)}$$

ULS – smicanje



Za elemente sa **uzengijama**, nosivost na smicanje, V_{Rd} , jednaka je manjoj od sledeće dve vrednosti:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} v_1 f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

- A_{sw} površina preseka armature za smicanje;
 s rastojanje armature za smicanje;
 f_{ywd} proračunska granica razvlačenja armature za smicanje;
 v_1 =v, koeficijent kojim se smanjuje čvrstoća betona zbog prslina usled smicanja;
 α_{cw} koeficijent kojima se uzima u obzir stanje napona u pritisnutom pojasu i iznosi:
 $\alpha_{cw} = 1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$ za $0 < \sigma_{cp} \leq 0.25f_{cd}$
 $\alpha_{cw} = 1.25$ za $0.25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0.5f_{cd}$
 $\alpha_{cw} = 2.5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$ za $0.5f_{cd} < \sigma_{cp} < 1.0f_{cd}$

gde je σ_{cp} srednja vrednost napona pritiska u betonu, sa pozitivnim znakom, usled proračunske aksijalne sile, za idealizovan presek.

ULS – smicanje

Za elemente sa **armaturom za smicanje pod uglom α** , nosivost na smicanje, V_{Rd} , jednaka je manjoj od sledeće dve vrednosti:

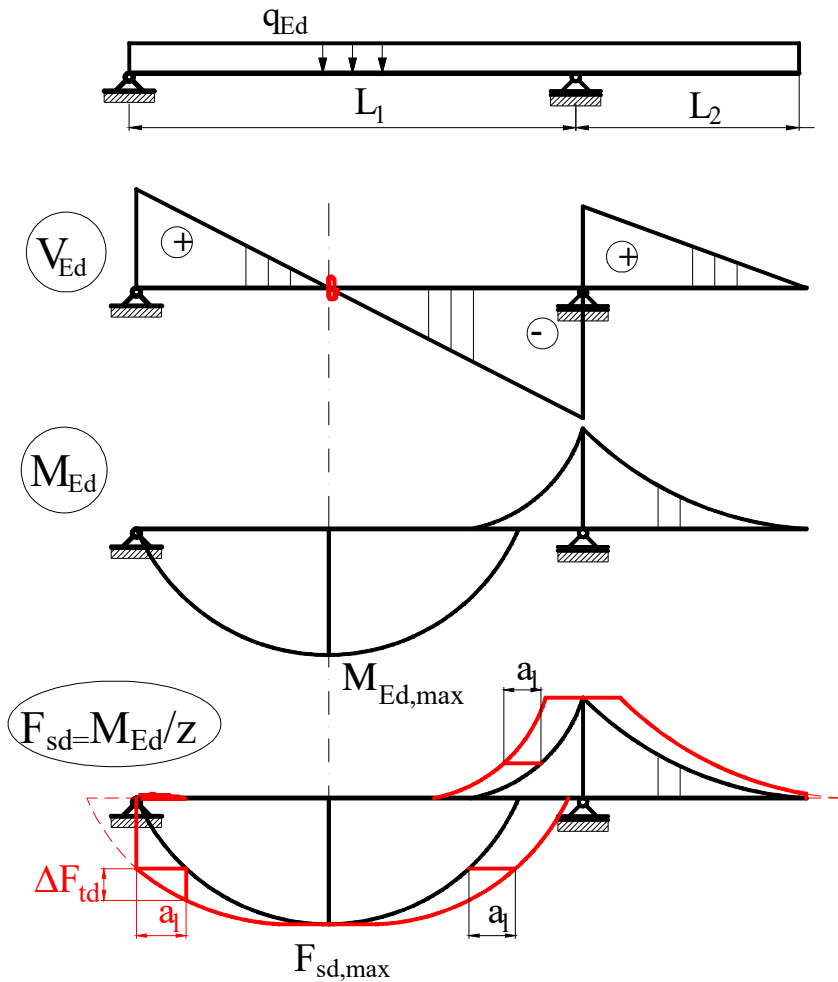
$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} v_1 f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta}$$

Dodatna sila zatezanja u podužnoj armaturi ΔF_{td} usled smicanja V_{Ed} se sračunava:

$$\Delta F_{td} = \frac{1}{2} V_{Ed} (\cot \theta - \cot \alpha)$$

ULS – smicanje



Pomeranje linije zatežućih sila za a_1 :

$$a_1 = \frac{1}{2}(\cot \theta - \cot \alpha)$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$a_1 = 1.25z, \text{ za } \theta = 21.8^\circ$$

$$a_1 = 0.5z, \text{ za } \theta = 45^\circ$$



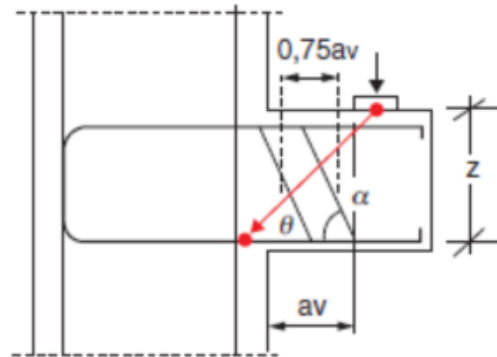
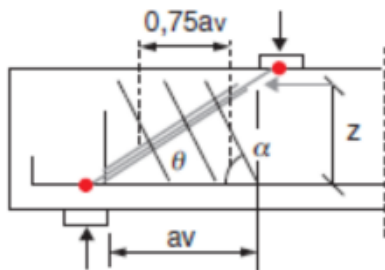
ULS – smicanje

Ako se opterećenje nalazi unutar rastojanja $0.5d \leq a_v \leq 2d$ od ivice oslonca, proračunska vrednost sile smicanja iznosi:

$$V_{Ed,av} = \beta V_{Ed}$$

$$\beta = a_v / 2d$$

za $a_v \leq 0.5d$, usvaja se $a_v = 0.5d$



$$V_{Ed,av} \leq A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha$$

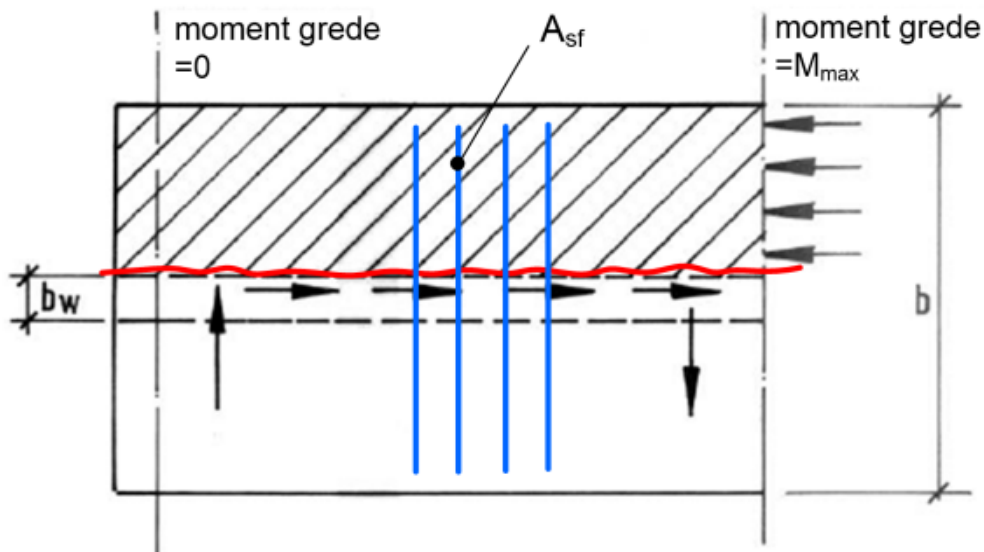
ali mora:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = \alpha_{cw} v_1 f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

ULS – smicanje

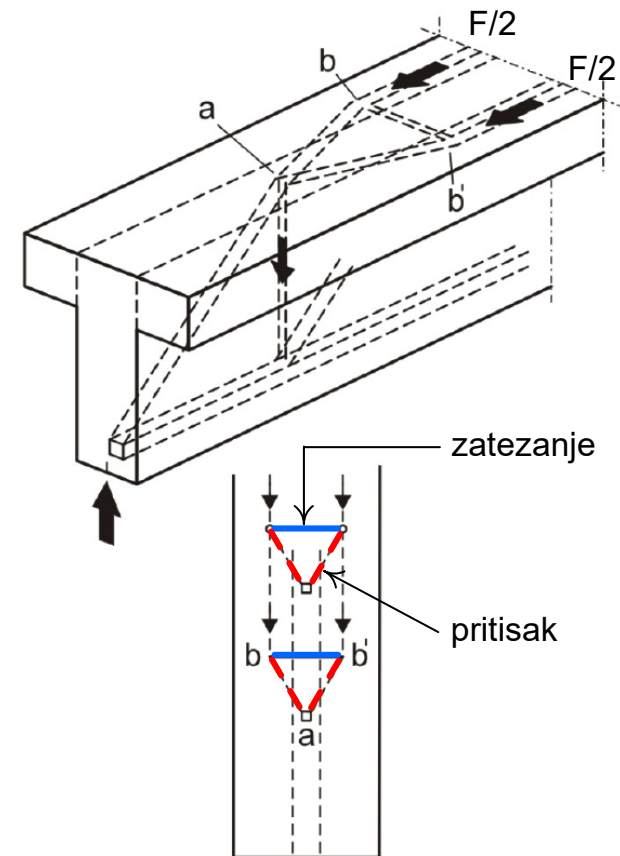
SMICANJE NA SPOJU REBRA I FLANŠI U T-PRESECIMA

Da bi se obezbedio zajednički rad dela ploče sa rebrom T-preseka, potrebno je obezbediti, armaturom, podužno smicanje koje se javlja na spoju ploče i rebra.



ULS – smicanje

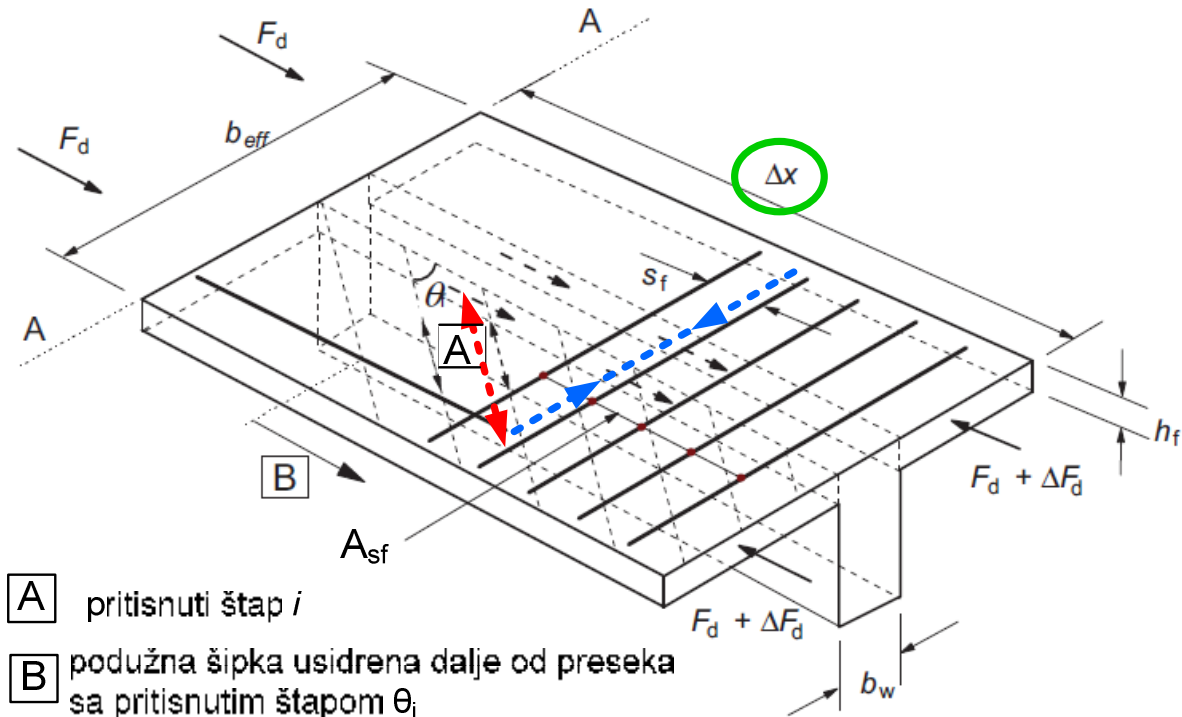
Za određivanje nosivosti flanše, odnosno proračun potrebne armature, flanša se može modelirati rešetkom, slično kako se modelira smicanje grednog nosača, u kojoj zategnute štapove čini armatura, a pritisnute štapove beton flanše.



ULS – smicanje

EC2

Posmatra se deo pritisnute flanše i rebra dužine Δx , na koje deluju sile pritiska koje su posledica savijanja nosača, F_d i na razmaku Δx , $F_d + \Delta F_d$.



ULS – smicanje

Prosečan podužni napon smicanja na spoju između jedne strane flanše i rebra se određuje na osnovu promene normalne sile u posmatranom delu flanše:

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \Delta x}$$

- ΔF_d proračunska vrednost promene normalne sile u delu flanše sa jedne strane rebra na dužini Δx ;
 h_f visina flanše na spoju sa rebrom;
 Δx posmatrana dužina nosača.

Maksimalna vrednost Δx je polovina rastojanja između preseka u kojem je moment jednak nuli i preseka u kome je moment maksimalan.



ULS – smicanje

Iz modela rešetke flanše sledi, po analogiji sa modelom rešetke nosača:

$$V_{Ed} = \Delta F_d \quad b_w = h_f \quad z = \Delta x$$
$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w z} = \frac{\Delta F_d}{h_f \Delta x}$$

i za ugao nagiba zategnutih štapova $\alpha=90^\circ$:

$$\textcircled{1} \quad \frac{A_{sf} f_{yd}}{s_f} \geq \frac{v_{Ed} h_f}{\cot \theta_f}$$

A_{sf} površina jedne šipke poprečne armature;
 s_f razmak između šipki ove armature;
 θ_f ugao nagiba pritisnutih dijagonala u flanši, EC2 preporučuje, za pritisnute flanše:

$$45^\circ \geq \theta_f \geq 26.5^\circ \quad (1.0 \leq \cot \theta_f \leq 2.0)$$

ULS – smicanje

Proračunska vrednost maksimalnog napona pritiska u pritisnutoj dijagonali, sledi po analogiji sa modelom rešetke nosača, za ugao nagiba zategnutih štapova $\alpha=90^\circ$:

$$v_{Ed} \leq v f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f$$

Ukoliko flanša ima svoje transverzalno savijanje, što je uvek slučaj kod T-preseka nastalih spojem ploče i rebra, površina armature u flanši treba da bude veća od vrednosti koja je data izrazom (1) ili polovine te vrednosti, uvećane za armaturu koja je potrebna za transverzalno savijanje flanše