



Универзитет у Београду – Грађевински
факултет www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО ОСНОВНЕ АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**

Модул: **ПУТЕВИ, ЖЕЛЕЗНИЦЕ И АЕРОДРОМИ**

Година/Семестар: **III година / VI семестар**

Назив предмета (шифра): **МОСТОВИ (Б2С3М)**

Наставник: **асис. Стефан Ж. Митровић**

Наслов вежби: **Прогноза стања конструкције моста – Упуство за израду Задатка 2**

Датум: 24.05.2023.

Београд, 2023.

Сва ауторска права аутора презентације и/или видео снимака су заштићена. Снимак или презентација се могу користити само за наставу на даљину студента Грађевинског факултета Универзитета у Београду у школској 2022/2023 и не могу се користити за друге сврхе без писмене сагласности аутора материјала.

Грађевински факултет
Универзитета у Београду, 2023.

Марковљев ланац

Моделирање пропадања конструкције

Основне поставке Марковљевог ланца:

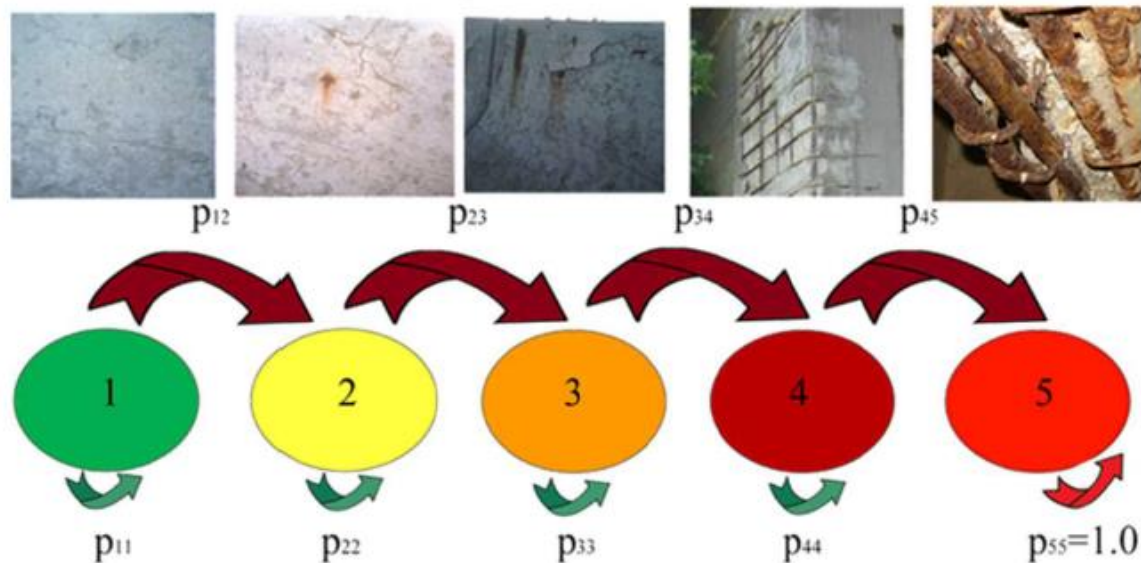
- Будуће стање зависи само од тренутног стања, али не и од прошлих,
- У сваком тренутку систем (у нашем случају конструкција) може задржати тренутно стање или га променити,
- Промену стања називамо прелазом, док вероватноћу промене стања називамо вероватноћом прелаза

Марковљев ланац

Моделирање пропадања конструкције

Прелазне вероватноће

$$P_{ij} = P[X_t=i, X_{t+1}=j]$$



p_{11} – вероватноћа да елемент остане у стању 1

p_{12} – вероватноћа да елемент пређе из стања 1 у стање 2


Марковљев ланац

Моделирање пропадања конструкције

Матрица прелаза – 5 стања

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ред вектор стања у години m – ако је почетно стање **1**

$$Q(m) = [q_1(m) \quad q_2(m) \quad q_3(m) \quad q_4(m) \quad q_5(m)] = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \times P^m$$


$q_i(m)$ - вероватноћа стања i након m година
 m - број година

Марковљев ланац

Моделирање пропадања конструкције

Очекивано стање након m година – кад је почетно стање 1

$$E(Q(m)) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \times P^m \times [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$$

Очекивано стање након m година – кад је почетно стање нпр. 3

$$E(Q(m)) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \times P^m \times [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$$

Очекивано време задржавања у стању

$$E(t_i) = \frac{1}{1 - p_{ii}} \Rightarrow p_{ii} = 1 - 1 / E(t_i)$$

Задатак 2

На основу оцена стања носећих елемената конструкције моста утврђених прегледом обављеним 2020. године, уз претпоставку да се пропадање елемената може моделирати Марковљевим ланцем одредити оцену стања конструкције 2025 године.

Стање носећих елемената установљено **прегледом 2020 године**:

Елемент	Опис	Оцена
темељ	Добро	1
средњи стуб	Прихватљиво	2
крајњи стуб	Прихватљиво	2
лежишта	Добро	1
главни носач	Неповољно	3
попречни носач	Прихватљиво	2
плоча	Прихватљиво	2

Опис	Класа СК	Комбинација оцена
Добро	1	1(сви елементи са оцењени са 1)
Прихватљиво	2	Највећа оцена међу елементима је 2 без обзира колико има оцена 2
Неповољно	3	Максимална оцена међу елементима 3 и највише 2 елемента има оцену 3.
Врло лоше	4	Највеће оцена је 4 и има само једна оцена 4, или бар 3 елемента има оцену 3
Критично	5	Једна оцена је 5 или бар два елемента имају оцену 4.

Стање конструкције на прегледу 2020 године (према приложеној табели десно): **3**

Задатак 2

Очекивано време задржавања у појединим стањима:

Елемент	Темељ	Крајњи стуб	Средњи стуб	Плоча	Главни носач	Попречни носач	Лежиште
Стање							
1	35	25	20	10	6	8	6
2	20	18	14	8	5	7	5
3	15	12	10	8	5	6	4
4	10	6	6	5	2	5	2

За сваки постојећи носећи елемент се формира годишња матрица прелаза на основу средњег времена задржавања у стању!

Очекивано стање темеља

Матрица прелаза за темељ

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E(t_i) = \frac{1}{1 - p_{ii}} \Rightarrow p_{ii} = 1 - 1 / E(t_i)$$

$$p_{11} = 1 - 1/35 = 0.9714$$

$$p_{22} = 1 - 1/20 = 0.95$$

$$p_{33} = 1 - 1/15 = 0.9333$$

$$p_{44} = 1 - 1/10 = 0.9$$

Очекивано време
задржавања у стању
(оцена)

Елемент	Темељ
Оцена	
1	35
2	20
3	15
4	10

Очекивано стање темеља

Матрица прелаза за темељ

$$P = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0.971429 & 0.028571 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0.95 & 0.05 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0.933333 & 0.066667 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Установљено је да је 2020 темељ у стању 1

Елемент	Опис	Оцена
темељ	добро	1

Ред вектор стања у години m

$$Q(m) = [q_1(m) \quad q_2(m) \quad q_3(m) \quad q_4(m) \quad q_5(m) \quad q_6(m)] = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \times P^m$$

За 2020: $Q_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ \hline \end{array}$

За 2021: $Q_2 = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \times P$

Степеновање матрице - Excel

Оцена 1 Оцена 2 Оцена 3 Оцена 4 Оцена 5
 Добро Прихватљиво Неповољно Врло лоше Критично

$P^2 =$

0.943673	0.054898	0.001429	0	0
0	0.9025	0.094167	0.003333	0
0	0	0.871111	0.122222	0.006667
0	0	0	0.81	0.19
0	0	0	0	1

2022. година

$P^5 =$

0.865076	0.121727	0.012312	0.000839	4.53E-05
0	0.773781	0.196606	0.02663	0.002983
0	0	0.708246	0.235511	0.056243
0	0	0	0.59049	0.40951
0	0	0	0	1

2025. година

Степеновање матрице – Ехсел упуство

Потребно је на почетку исписати матрицу P:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			1	2	3	4	5		
2			0.97143	0.02857	0	0	0	1	
3			0	0.95	0.05	0	0	2	
4		P =	0	0	0.93333	0.06667	0	3	
5			0	0	0	0.9	0.1	4	
6			0	0	0	0	1	5	

Користи се опција `mmult` за множење (степеновање матрице)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			1	2	3	4	5		
2			0.97143	0.02857	0	0	0	1	
3			0	0.95	0.05	0	0	2	
4		P =	0	0	0.93333	0.06667	0	3	
5			0	0	0	0.9	0.1	4	
6			0	0	0	0	1	5	
7									
8									
9			=mmult(C2:G6,C2:G6)					1	
10								2	
11		P ² =						3	
12								4	
13								5	

P^2

У функцију `mmult` стављамо два пута матрицу P
Потребно је селектовати простор у коме ће се развити матрица P^2
Затим у првом пољу уписати функцију `mmult` а затим `Ctrl+Shift+Enter`

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			1	2	3	4	5		
2			0.97143	0.02857	0	0	0	1	
3			0	0.95	0.05	0	0	2	
4		P =	0	0	0.93333	0.06667	0	3	
5			0	0	0	0.9	0.1	4	
6			0	0	0	0	1	5	
7									
8									
9			=MMULT(MMULT(C9:G13,C2:G6),C9:G13)					1	
10								2	
11		P ⁵ =						3	
12								4	
13								5	

P^5

Користимо два пута исту функцију у изразу
Потребно је селектовати простор у коме ће се развити матрица P^5
Затим у првом пољу уписати функцију `mmult` а затим `Ctrl+Shift+Enter`

Очекивана оцена темеља

	Оцена 1 Добро	Оцена 2 Прихватљиво	Оцена 3 Неповољно	Оцена 4 Врло лоше	Оцена 5 Критично
2020	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2021	0.971429	0.028571	0	0	0
2022	0.943673	0.054898	0.001429	0	0
2023	0.916711	0.079115	0.004078	9.52E-05	0
2024	0.89052	0.101351	0.007762	0.000358	9.52E-06
2025	0.865076	0.121727	0.012312	0.000839	4.53E-05

Очекивана оцена темеља 2025 је:

$$E(2025) = 0.865076 \times 1 + 0.121727 \times 2 + 0.012312 \times 3 + 0.000839 \times 4 + 4.53 \times 10^{-5} \times 5 = 1.149$$

Очекивана оцена темеља 2025 је **1**
(заокружити на цео број)

Очекивано стање главног носача

Матрица прелаза за главни носач

$$P = \begin{bmatrix} 0.833333 & 0.166667 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Елемент	Главни носач
Оцена	
1	6
2	5
3	5
4	2

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

Главни носач је оцењен са 3

$$P^5 = \begin{bmatrix} 0.401878 & 0.370988 & 0.177927 & 0.036096 & 0.013111 \\ 0 & 0.32768 & 0.4096 & 0.14132 & 0.1214 \\ 0 & 0 & 0.32768 & 0.19762 & 0.4747 \\ 0 & 0 & 0 & 0.03125 & 0.96875 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2025. година

$$E(2025) = 0 \times 1 + 0 \times 2 + 0.32768 \times 3 + 0.19762 \times 4 + 0.4747 \times 5 = 4.14702$$

Очекивана оцена главног носача 2025 је 4

Очекивано стање конструкције

На исти начин се одреде очекиване оцене за остале главне носеће елементе посматраног моста :

- Темељ се процењује са оценом 1.15 - оцена 1
- Крајњи стуб се процењује оценом 2.30 - оцена 2
- Средњи стуб се процењује оценом 2.30 - оцена 2
- Главни носач се процењује са оценом 4.15 - оцена 4
- Попречни носач се процењује са оценом 2.75 - оцена 3
- Плоча се процењује са оценом 2.63 - оцена 3
- Лежиште се процењује са оценом 1.90 - оцена 2

Опис	Класа СК	Комбинација оцена
Добро	1	1(сви елементи са оцењени са 1)
Прихватљиво	2	Највећа оцена међу елементима је 2 без обзира колико има оцена 2
Неповољно	3	Максимална оцена међу елементима 3 и највише 2 елемента има оцену 3.
Врло лоше	4	Највеће оцена је 4 и има само једна оцена 4, или бар 3 елемента има оцену 3
Критично	5	Једна оцена је 5 или бар два елемента имају оцену 4.