



Универзитет у Београду – Грађевински
факултет www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО МАСТЕР АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**

Модул: **КОНСТРУКЦИЈЕ**

Година/Семестар: **I година / I семестар**

Назив предмета (шифра): **БЕТОНСКИ МОСТОВИ (M0K1BM)**

Наставник: **асис. Стефан Ж. Митровић**

Наслов вежби: **Попречни правац; Глобални прорачун у подужном правцу.**

Датум: 04.11.2024.

Београд, 2024.

Сва ауторска права аутора презентације и/или видео снимака су заштићена. Снимак или презентација се могу користити само за наставу студената Грађевинског факултета Универзитета у Београду у школској 2024/2025 и не могу се користити за друге сврхе без писмене сагласности аутора материјала.

Грађевински факултет Универзитета у
Београду, 2024.

4. Вежба

- Садржај:

1. Глобални прорачун у попречном правцу:

1.1. Пример 1-Широки друмски мост са два гл. носача

1.2. Пример 2-Широки железнички мост са два гл.носача

1.3. Пример 3-Широки друмски мост са више гл.носача

2. Глобални прорачун у подужном правцу:

2.1. Пример 4-Плочаста друмски мост

2.2. Пример 5-Плочаста железнички мост

Прорачун коловозне плоче у попречном правцу

- Коловозна плоча је део попречног пресека моста који је изложен кретању возила на мосту са главном улогом у прихватању и преносу утицају на главне носаче моста.
- У статичком смислу коловозна плоча је плоча у једном правцу која преноси оптерећење у попречном правцу (управно на правац ослањања моста и кретања возила).
- Разликујемо два основна случаја у обликовању попречног пресека:
 - 1. Коловозна плоча бетонирана истовремено са главним носачима попречног пресека (монолитни АБ носачи) – еластично укљештена греда.**
 - 2. Коловозна плоча бетонирана накнадно након постављања главних носача попречног пресека (префабриковани ПНБ носачи) – континуална греда.**

Прорачун коловозне плоче ослоњене на два носача у попречном правцу

Коловозна плоча – еластично укљештена греда

- Степен укљештења α коловозне плоче ослоњене на два главна носача се може одредити према изразу:
- α - степен укљештења
- b - размак оса главних носача
- k - коефицијент који зависи од положаја посматраног пресека дуж распона
- I_T - Торзиона крутост главног носача, могуће је редуковати је уколико се очекује да носачи буду испрскали под дејством торзије на 50%
- I_{platte} - Крутост плоче на савијање
- L - распон главних носача (попречни носачи само код ослонаца)

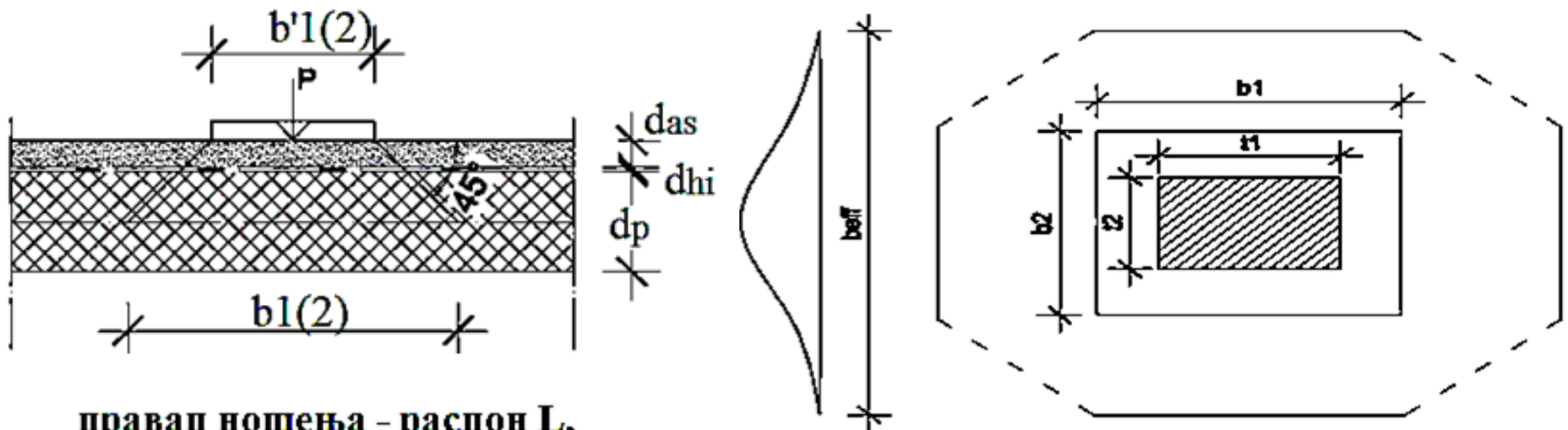
Степен укљештења плоче:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{k \cdot L^2 \cdot I_{Platte}}{b \cdot I_T}}$$

x/l	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
k	0	0,225	0,40	0,525	0,60	0,625

Распростирање оптерећења од тачкова (концентрисаних сила)-Ефективна ширина плоче

Друмски



правац ношења - распон L ,
главна арматура A



b_1 - правац вожње (распон)

b_2 - попречни правац

$$b_{eff} = b_2 + \frac{A_p}{A} L$$

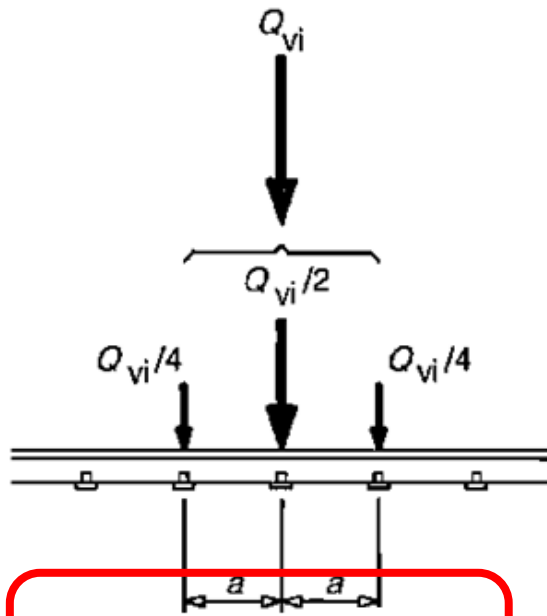
Распростирање оптерећења од точкова (концентрисаних сила)-Ефективна ширина плоче

Железнички

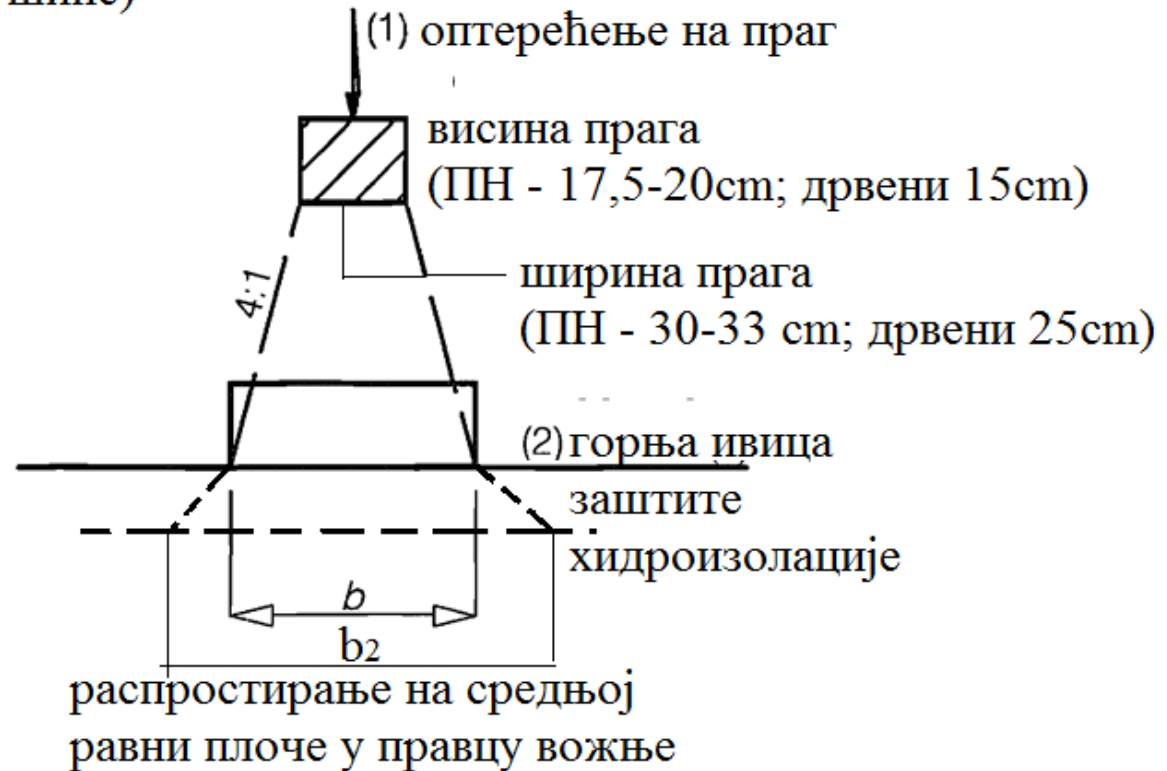
Правац вожње



(250/2 - оптерећење једне шине)



$$b_{eff} = b_2 + \frac{A_p}{A} L$$

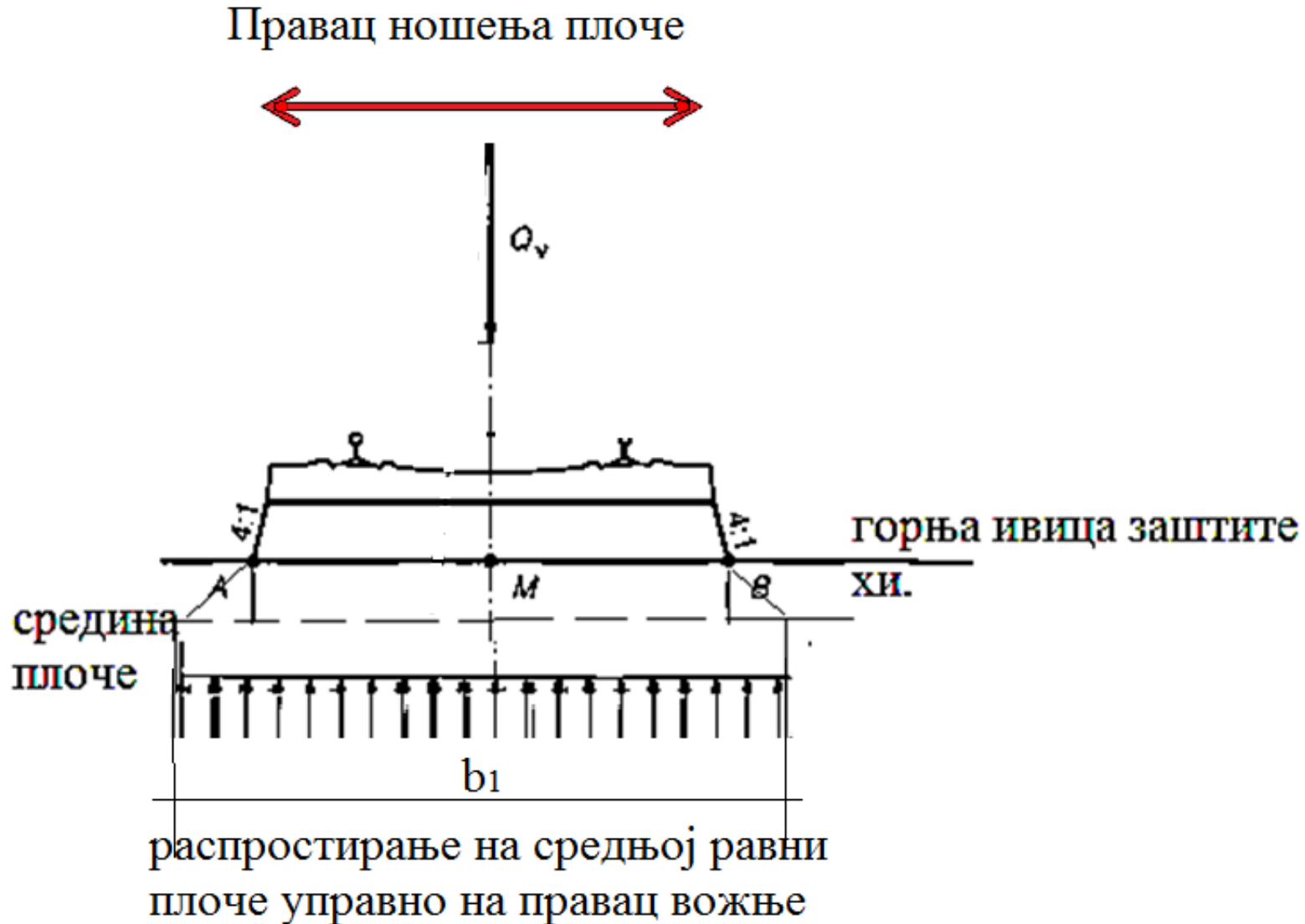


b_1 - попречни правац

b_2 - правац вожње (распон)

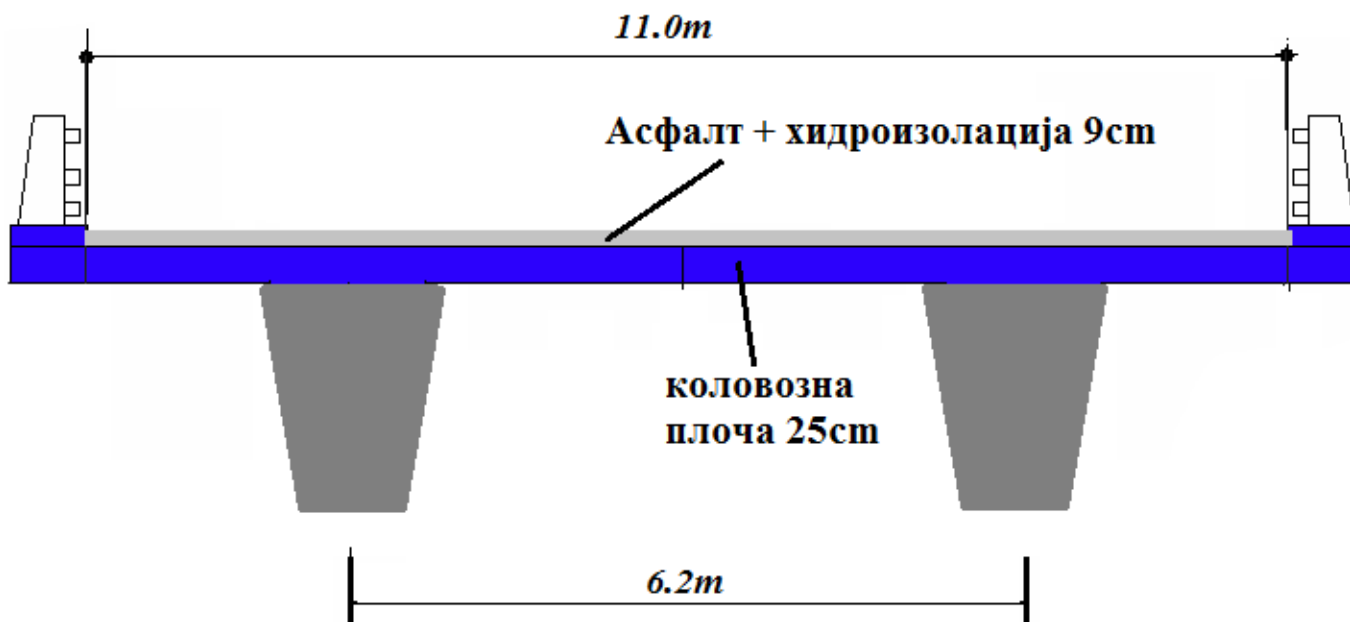
Распростирање оптерећења од точкова (концентрисаних сила)-Ефективна ширина плоче

Железнички



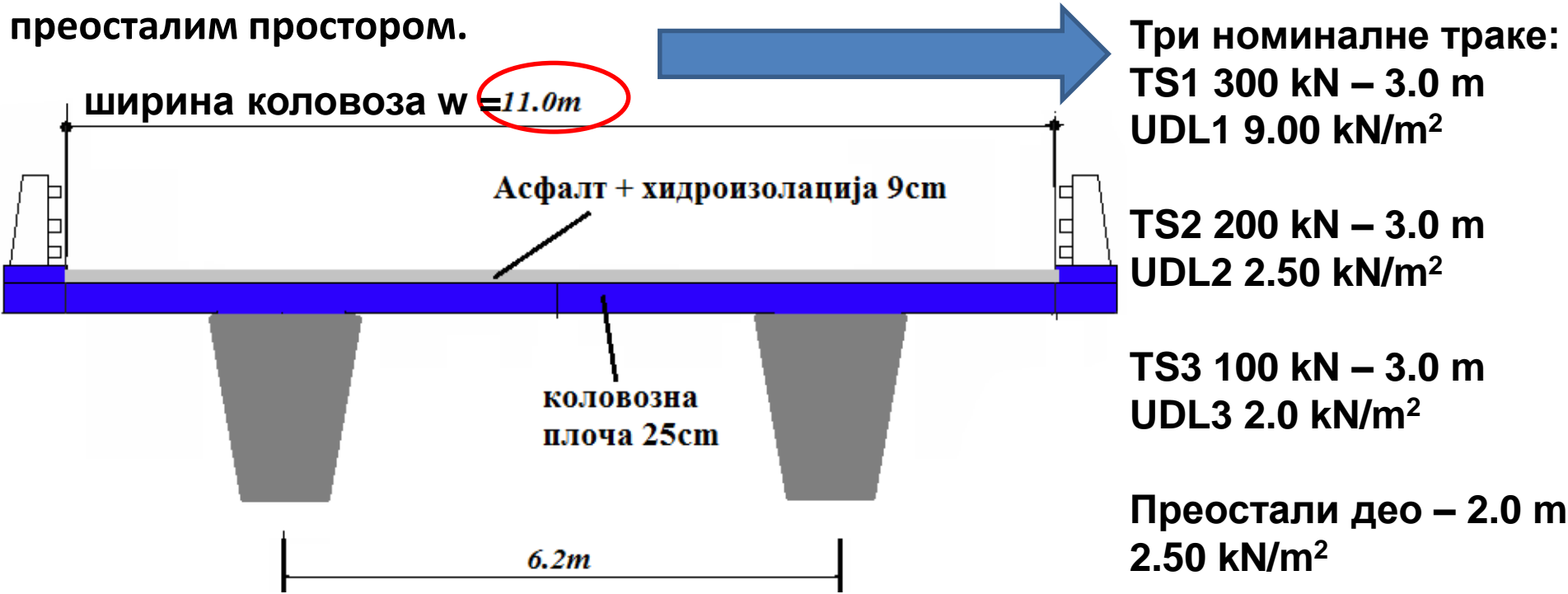
ПРИМЕР 1 – ШИРОКИ ДРУМСКИ МОСТ СА ДВА ГЛАВНА НОСАЧА

- Одредити линијску шему саобраћајног оптерећења за коловозну плочу друмског моста са два главна носача чији је попречни пресек приказан на слици.
- Усвојити шему саобраћајног оптерећења према стандарду Еврокод (EN 1991-2: Дејства на конструкције - Део 2: Саобраћајно оптерећење на мостовима).
- На крају задатка приказати меродавни положај шеме оптерећења за димензионисање коловозне плоче за пресек у пољу. За потребу израде задатка усвојити да је распон коловозне плоче једнак осовинском размаку између носача и да је однос подеоне и главне арматуре 0.35.



- Први корак представља одређивања **броја номиналних трака:**

Према поставци задатка, **укупна ширина коловоза је 11.00 m**, одакле следи да је на предметни пресек могуће поставити **три номиналне траке са 2.00 m преосталим простором.**

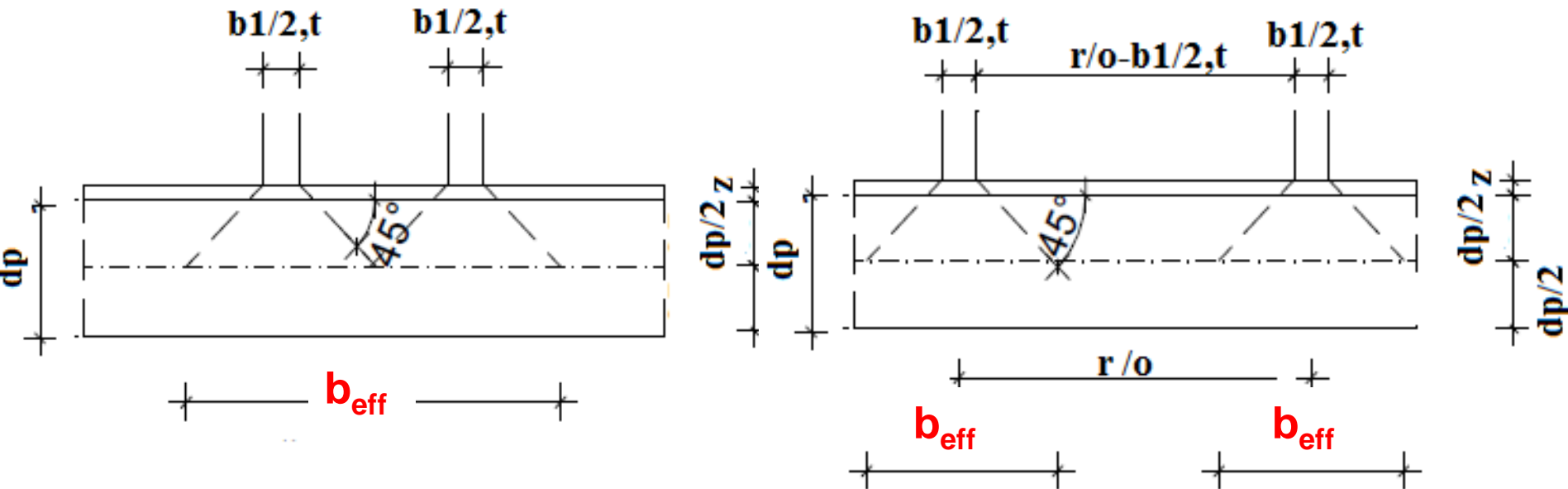


- Како је тражен прорачун плоче у попречном правцу, потребно је дефинисати **ефективну ширину плочу** на коју ће се размазати сила од точка возила у номиналним тракама.

- Други корак представља одређивања **ефективне ширине плоче:**

Варијанта 1 – оба точка узимамо заједно али са заједничком ефективном ширином;

Варијанта 2 – сваки точак одвојено и са одвојеном ефективном ширином која не може бити већа од размака осовина у подужном правцу.



- Други корак представља одређивања **ефективне ширине плоче:**

Варијанта 1 – оба точка узимамо заједно али са заједничком ефективном ширином;

Варијанта 2 – сваки точак одвојено и са одвојеном ефективном ширином која не може бити већа од размака осовина у подужном правцу.

Ефективна ширина плоче:

$$b_1 = b_2 = 0.40 + 2 \cdot (0.09 + 0.25/2) = 0.83 \text{ m}$$

$$b_{\text{eff}} = b_2 + A_p/A \cdot L = 0.40 + 0.35 \cdot 6.20 = 3.00 \text{ m} > 1.20 \text{ m}$$

Преклапају се ефективне површине!

Варијанта 1: Оба точка са заједничком ефективном ширином

$$b_{\text{eff}} = 3.00 + 1.20 = 4.20 \text{ m}$$

$$P = 2 \cdot Q/b_{\text{eff}}$$

Варијанта 2: Један точак са расположивом ефективном ширином

$$b_{\text{eff}} = 1.20 \text{ m}$$

$$P = Q/b_{\text{eff}}$$

- Други корак представља одређивања **ефективне ширине плоче:**

Варијанта 1 – оба точка узимамо заједно али са заједничком ефективном ширином;

Варијанта 2 – сваки точак одвојено и са одвојеном ефективном ширином која не може бити већа од размака осовина у подужном правцу.

Одређивање интензитета „размазаног“ тачкастог оптерећења:

За даљи прорачун се користи Варијанта 2 – конзервативно решење

Номинална трака 1:

$$P = Q/b_{eff} = 150/1.20 = 125 \text{ kN/m}$$

$$q = 9.00 \text{ kN/m}^2$$

Номинална трака 2:

$$P = Q/b_{eff} = 100/1.20 = 83.33 \text{ kN/m}$$

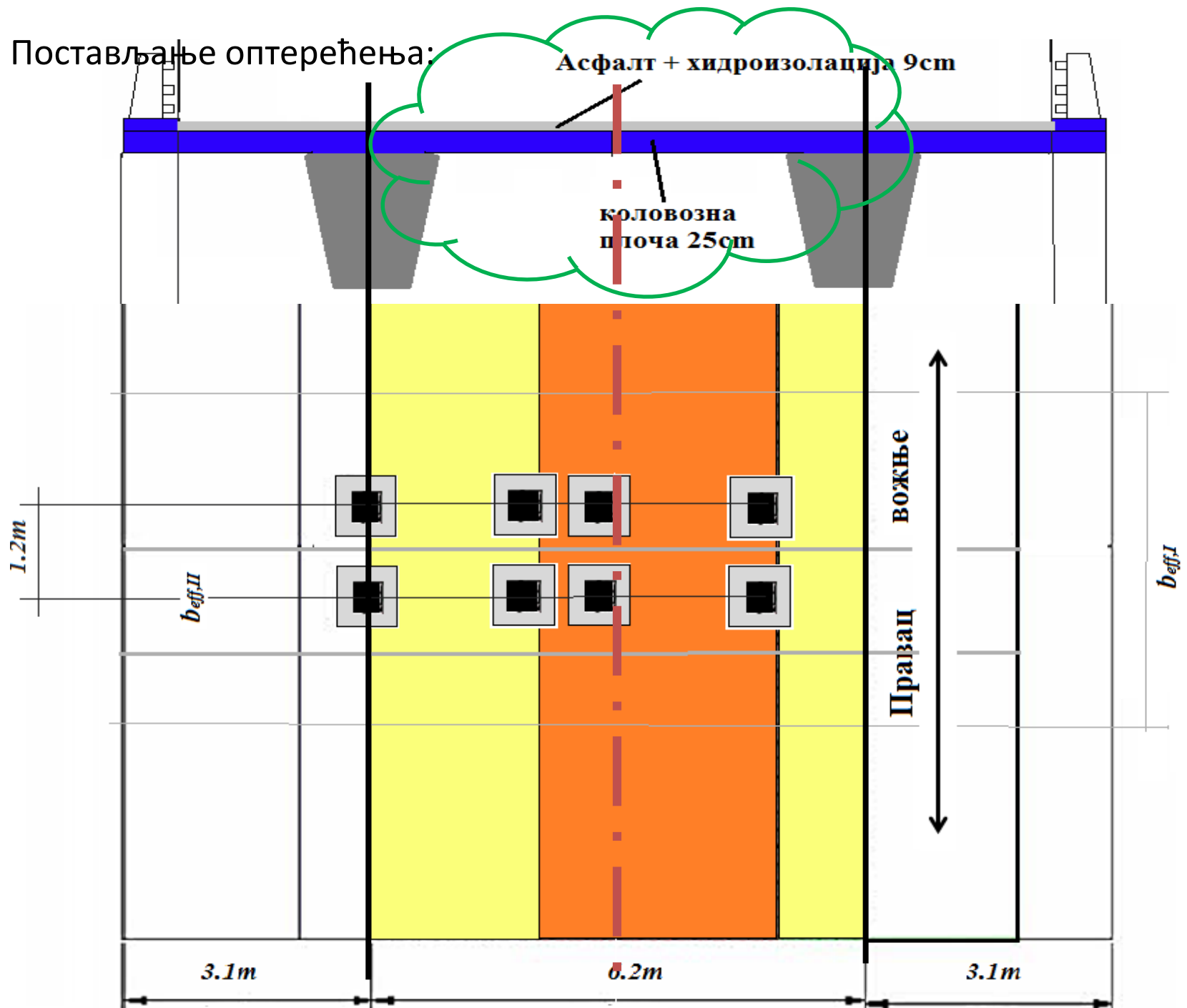
$$q = 2.50 \text{ kN/m}^2$$

Номинална трака 3:

$$P = Q/b_{eff} = 50/1.20 = 41.66 \text{ kN/m}$$

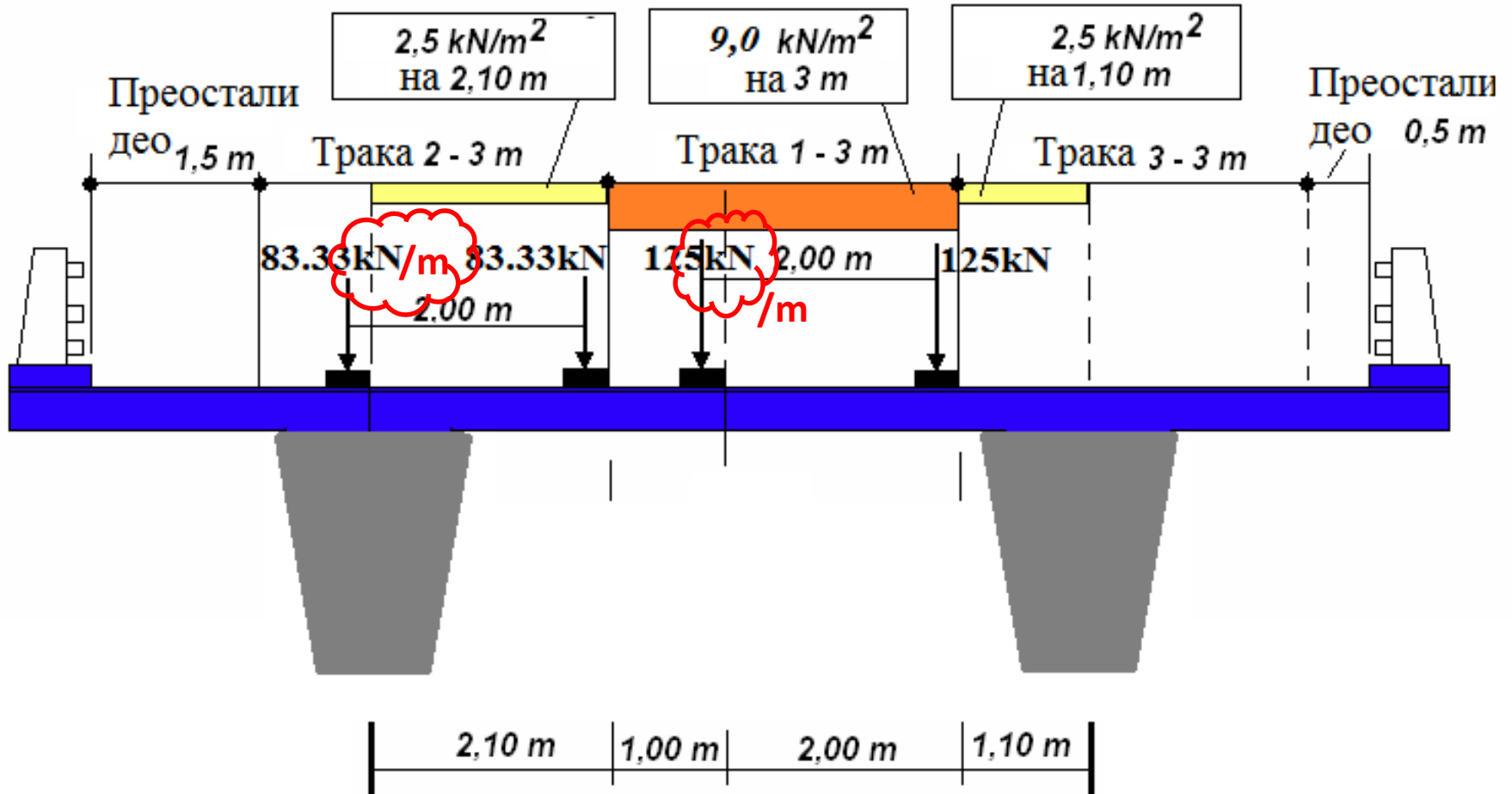
$$q = 2.50 \text{ kN/m}^2$$

- Постављање оптерећења:



- Шема саобраћајног оптерећења за прорачун коловозне плоче:

Варијанта 2



ПРИМЕР 2 – ШИРОКИ ЖЕЛЕЗНИЧКИ МОСТ СА ДВА ГЛАВНА НОСАЧА

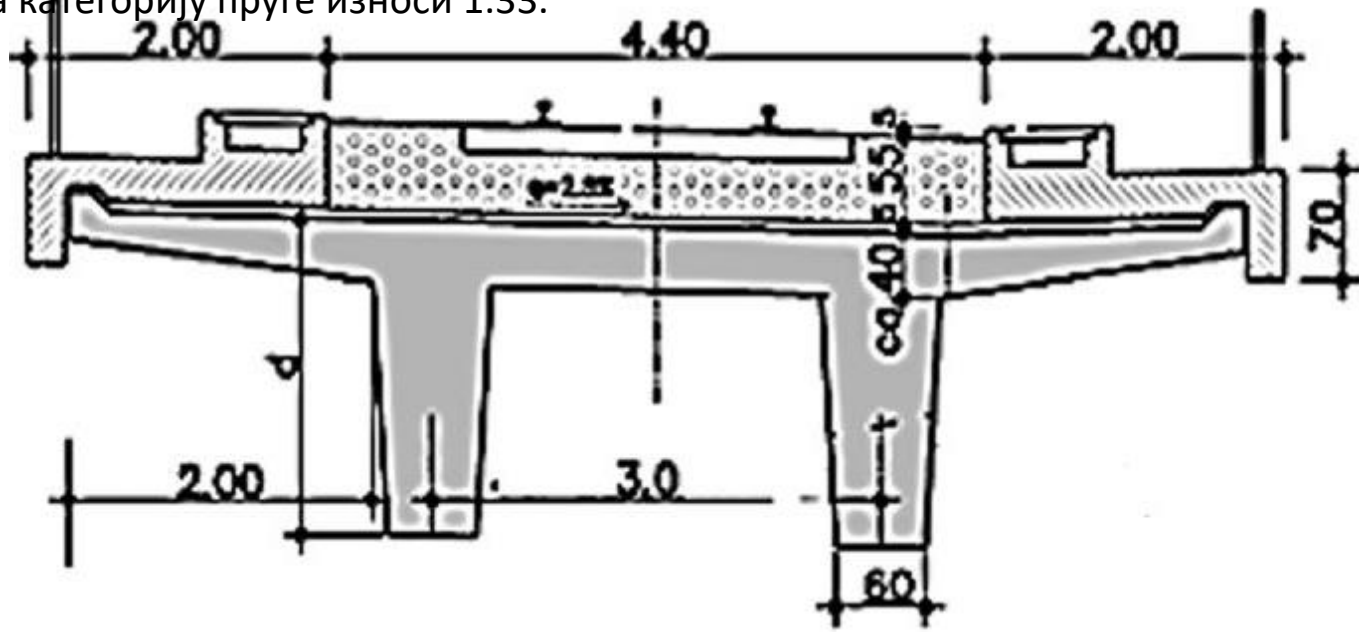
Одредити линијску шему саобраћајног оптерећења за коловозну плочу железничког моста дебљине 40 cm.

Усвојити да је праг дрвени димензија 2.60x0.30 m и висине 17.50 cm.

Усвојити шему саобраћајног оптерећења према стандарду Еврокод (EN 1991-2: Дејства на конструкције - Део 2: Саобраћајно оптерећење на мостовима).

На крају задатка приказати меродавни положај шеме оптерећења за димензионисање коловозне плоче за пресек у пољу.

За потребу израде задатка усвојити да је распон коловозне плоче једнак осовинском размаку између носача и да је однос подеоне и главне арматуре 0.35. Колосек је стандардно одржаван и коефицијент за категорију пруге износи 1.33.



$$b_1 = 2.6 + 2 \cdot 0.25 \cdot (0.55 - 0.175) + 2 \cdot (0.06 + 0.4 / 2) = 3.3075 > 3m \rightarrow 3m$$

$$b_2 = 0.3 + 2 \cdot 0.25 \cdot (0.55 - 0.175) + 2 \cdot (0.06 + 0.4 / 2) = 1.0075m \quad \text{Распон АБ плоче}$$

$$b_{eff} = 1.0075 + 0.35 \cdot 3.0 = 2.0575 > 1.6m \rightarrow 1.6m$$

Динамички коефицијент: $\Phi_3 = \left(\frac{2.16}{\sqrt{3.} - 0.2} + 0.73 \right) = 2.14 \rightarrow 2$

Површинско оптерећење точковима на месту сила:

$$250 \cdot 1.33 \cdot 2 / (3.0 \cdot 1.6) = 138.54 kN / m^2$$

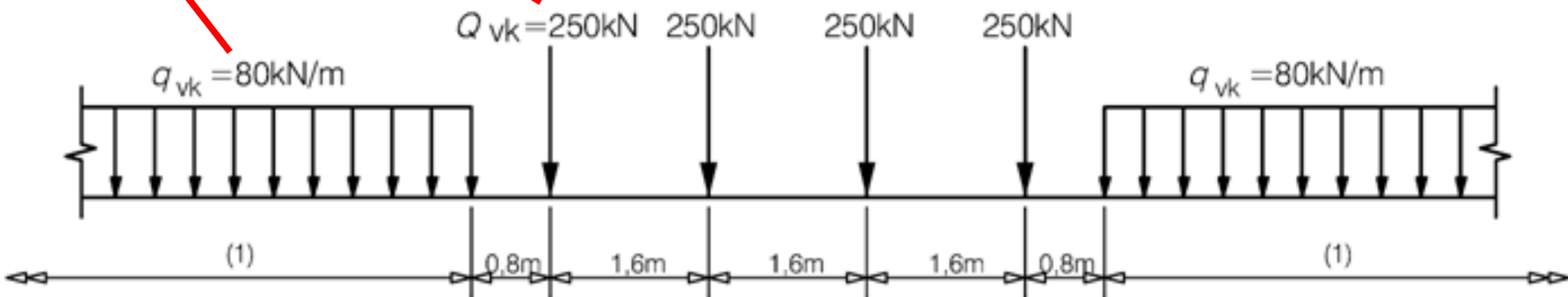
Површинско оптерећење испред и иза точкава:

$$80 \cdot 1.33 \cdot 2 / 3.0 = 70.93 kN / m^2$$



Како изгледа шема оптерећења?

Који случај је меродаван?



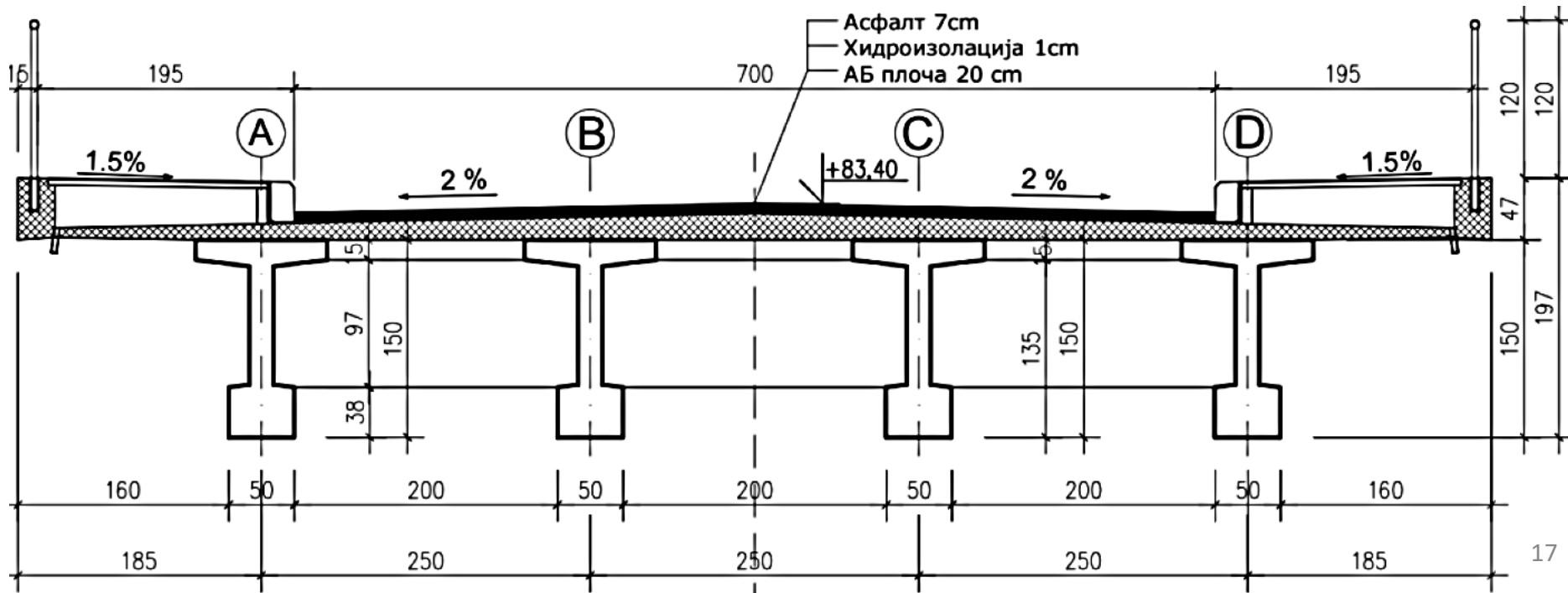
ПРИМЕР 3 – ШИРОКИ ДРУМСКИ МОСТ СА ВИШЕ ГЛАВНИХ НОСАЧА

Одредити линијску шему саобраћајног оптерећења за коловозну плочу друмског моста.

Усвојити шему саобраћајног оптерећења према стандарду Еврокод (EN 1991-2: Дејства на конструкције - Део 2: Саобраћајно оптерећење на мостовима).

На крају задатка приказати меродавни положај шеме оптерећења за димензионисање коловозне плоче за пресек у пољу.

За потребу израде задатка усвојити да је распон коловозне плоче једнак осовинском размаку између носача и да је однос подеоне и главне арматуре 0.35.



$$b_1 = b_2 = 0.40 + 2 \cdot (0.08 + 0.20 / 2) = 0.76 \text{ m}$$

$$b_{eff} = 0.76 + 0.35 \cdot 2.50 = 1.64 \text{ m} > 1.20 \text{ m} \rightarrow b_{eff} = 1.20 \text{ m}$$

Трака 1:

$$Q = 150 / 1.20 = 125 \text{ kN/m}$$

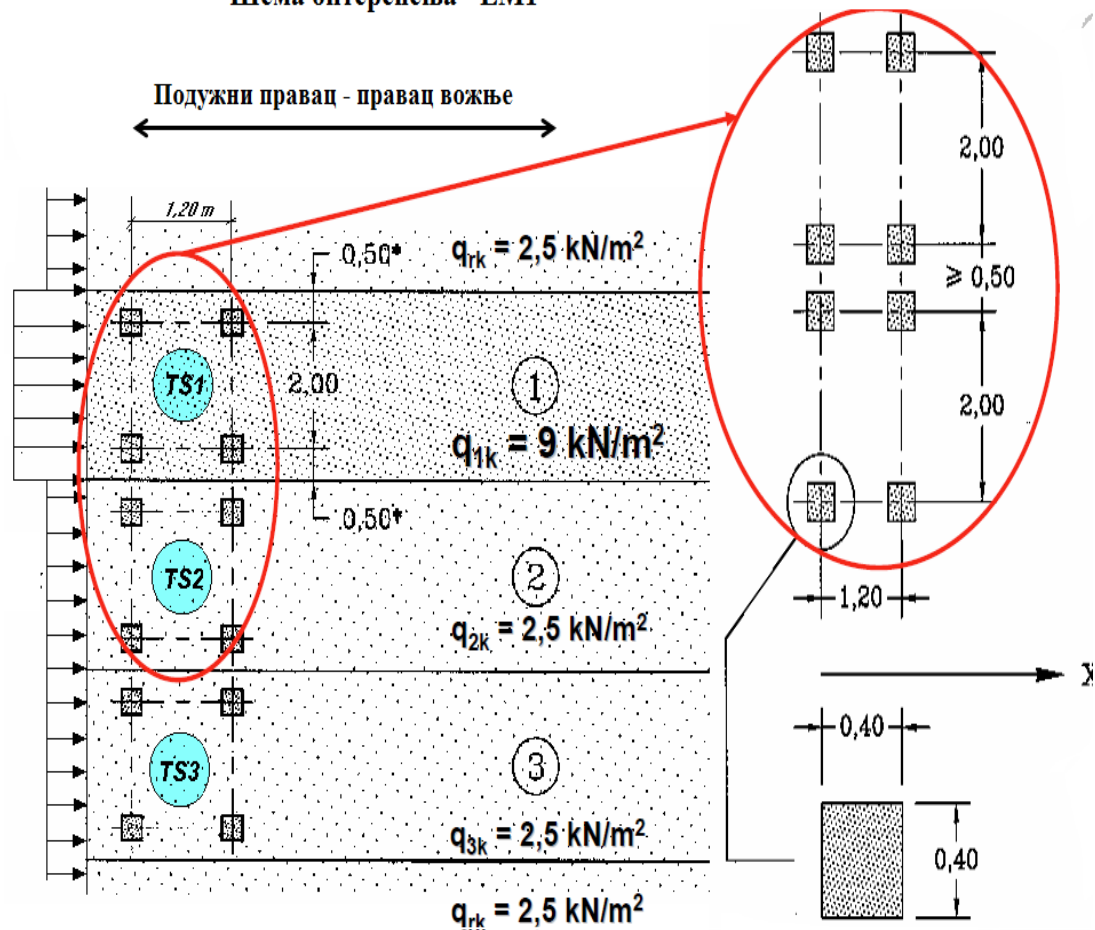
$$q = 9.00 \text{ kN/m}^2$$

Трака 2:

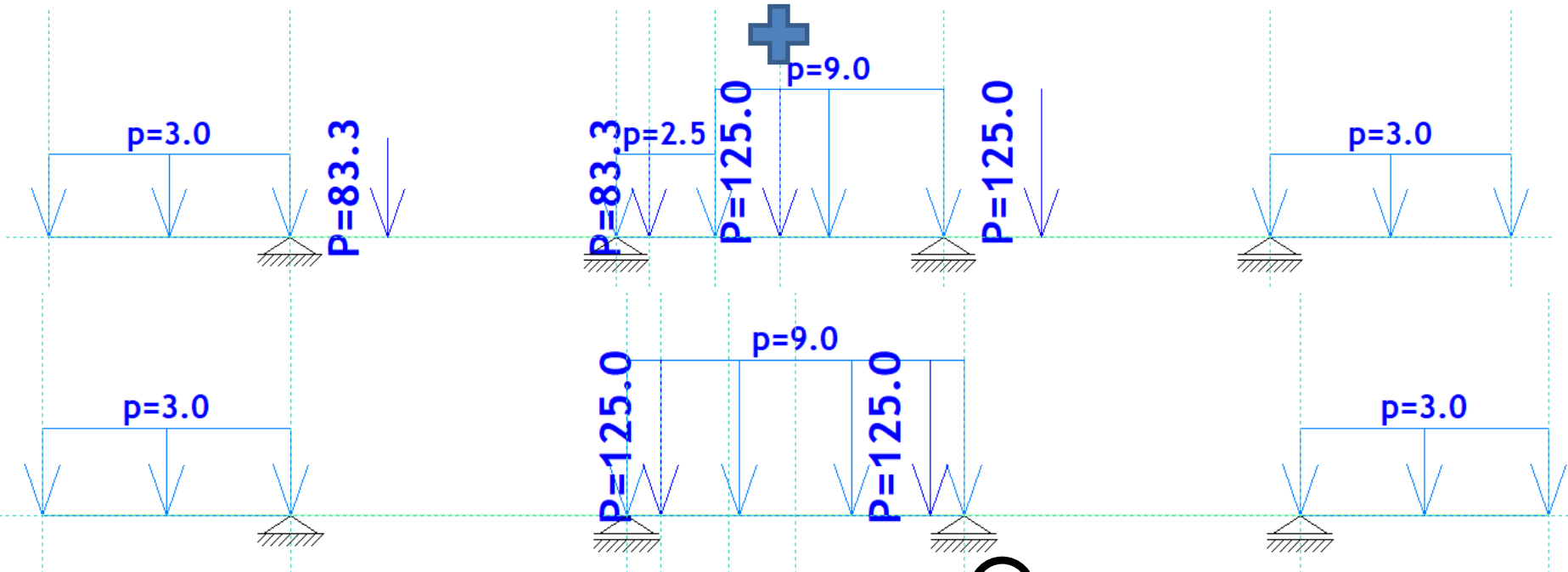
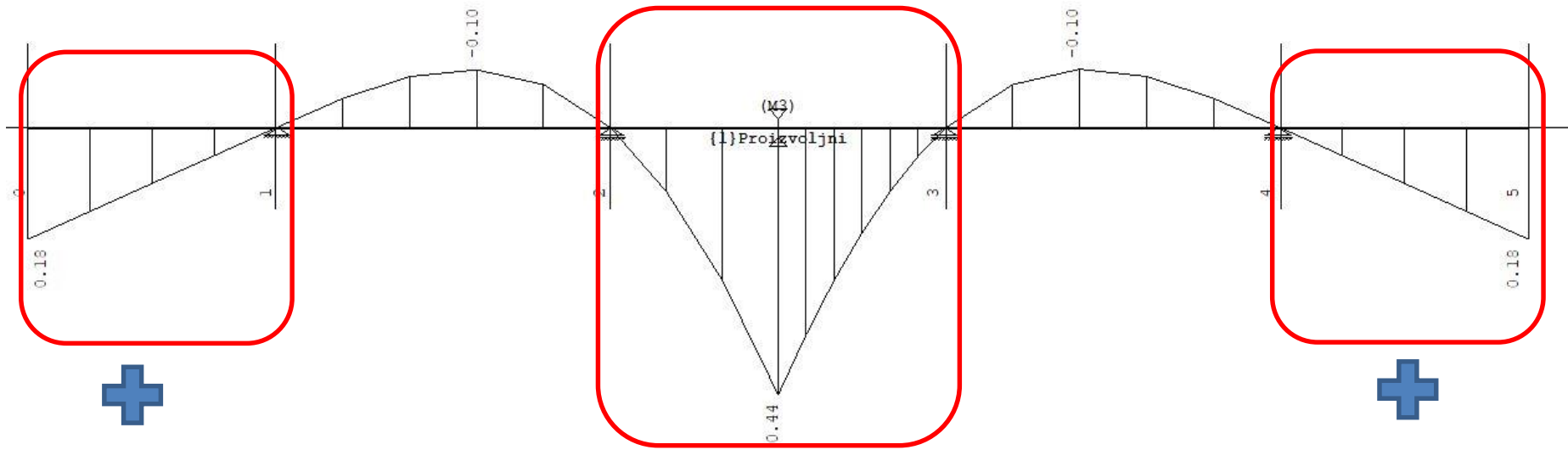
$$Q = 100 / 1.20 = 83.33 \text{ kN/m}$$


$$q = 2.50 \text{ kN/m}^2$$

Шема оптерећења - LM1



Како је укупна ширина коловоза 7.00 m следи да се на попречни пресек моста могу поставити две номиналне (називне) траке.



Koja šema je merodavna? – *Урадити за домаћи* 

ПРИМЕР 4 – ПЛОЧАСТИ ДРУМСКИ МОСТ

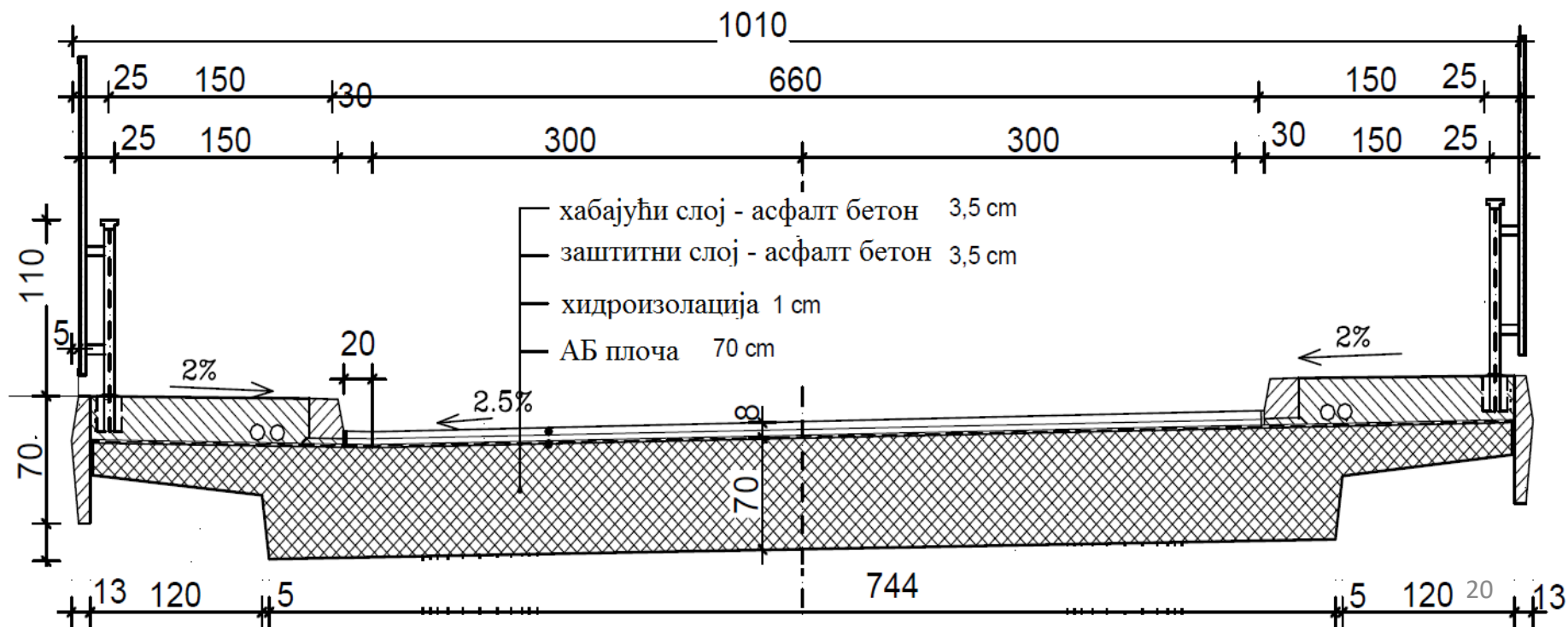
Одредити линијску шему сталног и саобраћајног оптерећења на плочастом друмском мосту.

Статички систем је проста греда распона $L = 14.5 \text{ m}$.

Мост је оптерећен сталним теретом према скици и тежином оgrade од 0.4 kN/m . Тежина префабриковане пешачке стазе, ивичњака и АБ венца је 13.25 kN/m .

Усвојити тежину слојева коловозне конструкције према препорукама из стандарда Еврокод (EN 1991-1-1:2002 Еврокод: Дејства на конструкције).

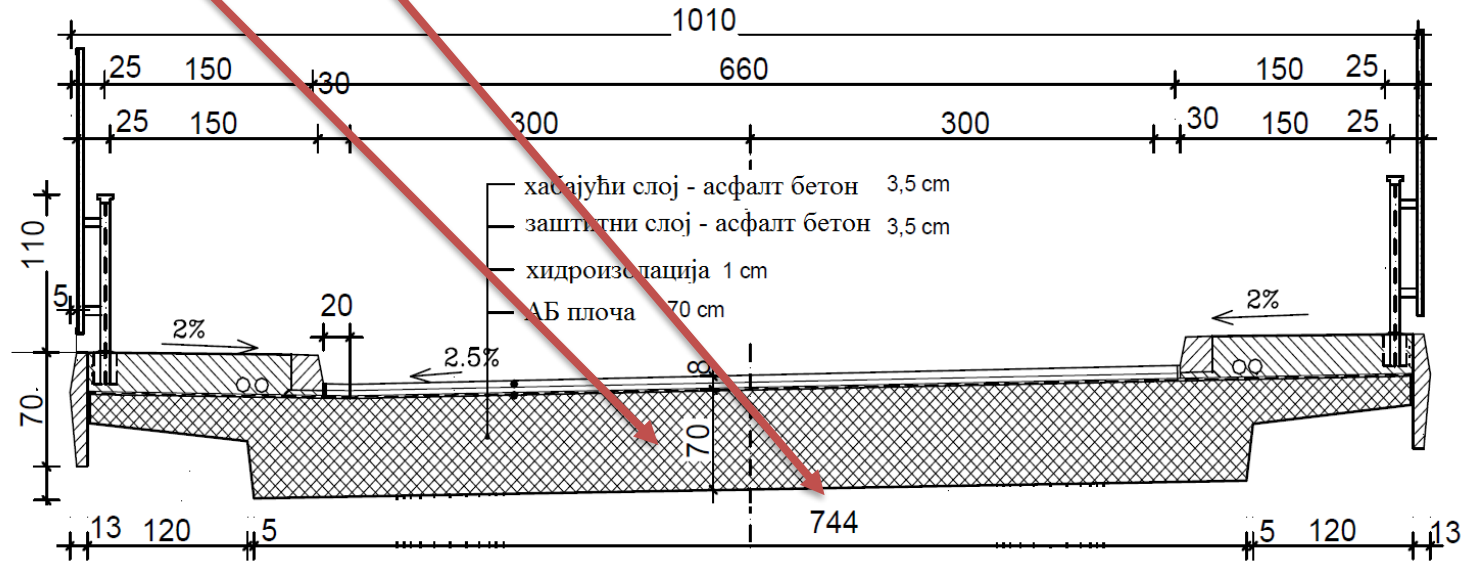
Усвојити шему саобраћајног оптерећења према стандарду Еврокод (EN 1991-2: Дејства на конструкције - Део 2: Саобраћајно оптерећење на мостовима).



Стално оптерећење

1. Сопствена тежина конструкције

- Површина попречног пресека моста (A_b), АВ ($g = 25.0 \text{ kN/m}^3$)
- $g_{st} = 0.7 \text{ m} \times 7.44 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = \mathbf{130.2 \text{ kN/m}}$



1. Сопствена тежина конструкције

- Површина попречног пресека моста (A_b), АВ ($g = 25.0 \text{ kN/m}^3$)
- $g_{st} = 0.7 \text{ m} \times 7.44 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = \mathbf{130.2 \text{ kN/m}}$

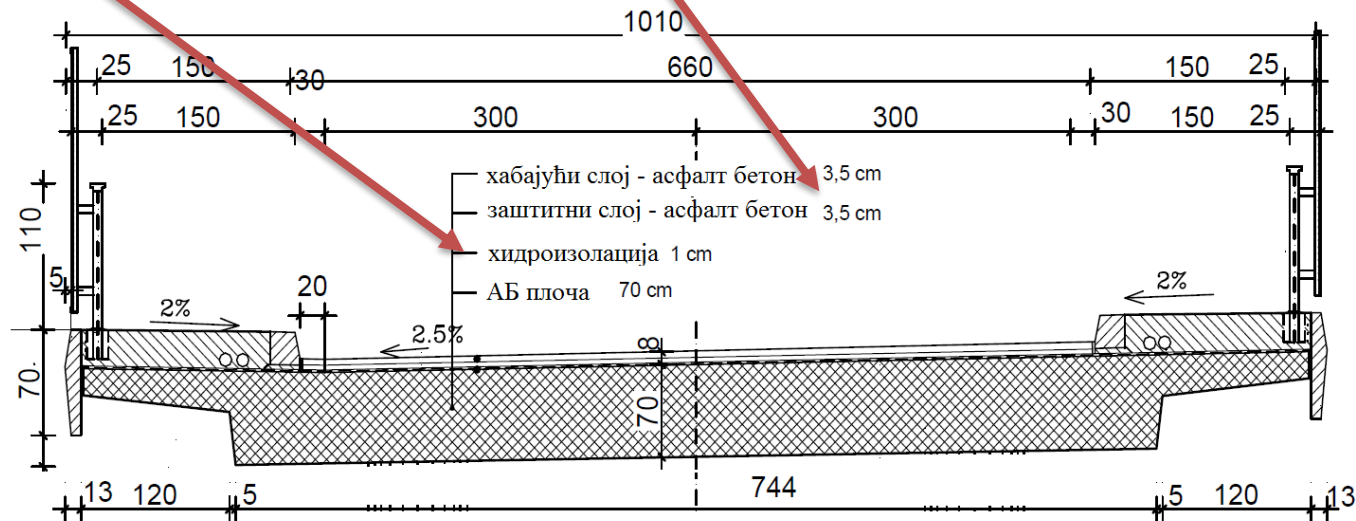
Асфалт само
на коловозу,
тј. на 6.6 м.

2. Додатни стални

- Слојеви: хидроизолација 1 см ($g = 21.0 \text{ kN/m}^3$), асфлат 7 см ($g = 22.0 \text{ kN/m}^3$)

$$g_{sl} = (10.1 \times 0.01) \text{ m}^2 \times 21 \text{ kN/m}^3 + (6.6 \times 0.07) \text{ m}^2 \times 22 \text{ kN/m}^3 = \mathbf{12.3 \text{ kN/m}}$$

Хидроизолација
целом ширином,
и испод
префабрикованих
елемената на
конзолним
деловима.



1. Сопствена тежина конструкције

- Површина попречног пресека моста (A_b), АВ ($g = 25.0 \text{ kN/m}^3$)
- $g_{st} = 0.7 \text{ m} \times 7.44 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = \mathbf{130.2 \text{ kN/m}}$

2. Додатни стални

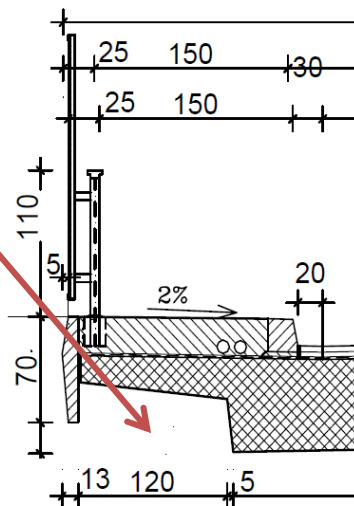
- Слојеви: хидроизолација 1 см ($g = 21.0 \text{ kN/m}^3$), асфалт 7 см ($g = 22.0 \text{ kN/m}^3$)

$$g_{sl} = (10.1 \times 0.01) \text{ m}^2 \times 21 \text{ kN/m}^3 + (6.6 \times 0.07) \text{ m}^2 \times 22 \text{ kN/m}^3 = \mathbf{12.3 \text{ kN/m}}$$

- Пешачка стаза

$$g_{ps} = 2 \times (0.25 \times 1.2) \text{ m}^2 \times 25 \text{ kN/m}^3 + 2 \times \mathbf{13.25 \text{ kN/m}} + 2 \times 0.4 \text{ kN/m} = \mathbf{42.5 \text{ kN/m}}$$

Дебљина
конзолне плоче.



Тежина
префабрикован
е пешачке стазе,
ивичњака и АВ
венца

Тежином
ограде.

1. Сопствена тежина конструкције

- Површина попречног пресека моста (A_b), АВ ($g = 25.0 \text{ kN/m}^3$)
- $g_{st} = 0.7 \text{ m} \times 7.44 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = \mathbf{130.2 \text{ kN/m}}$

2. Додатни стални

- Слојеви: хидроизолација 1 cm ($g = 21.0 \text{ kN/m}^3$), асфалт 7 cm ($g = 22.0 \text{ kN/m}^3$)

$$g_{sl} = (10.1 \times 0.01) \text{ m}^2 \times 21 \text{ kN/m}^3 + (6.6 \times 0.07) \text{ m}^2 \times 22 \text{ kN/m}^3 = \mathbf{12.3 \text{ kN/m}}$$

- Пешачка стаза

$$g_{ps} = 2 \times (0.25 \times 1.2) \text{ m}^2 \times 25 \text{ kN/m}^3 + 2 \times 13.25 \text{ kN/m} + 2 \times 0.4 \text{ kN/m} = \mathbf{42.3 \text{ kN/m}}$$

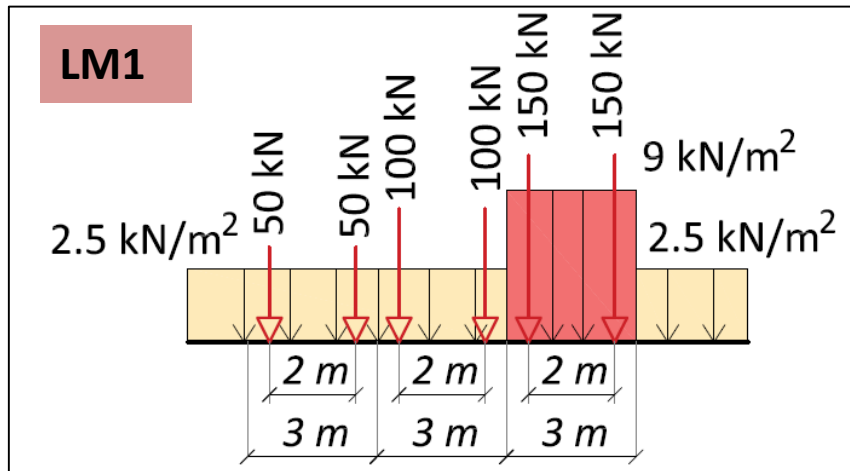
Укупно стално оптерећење:

$$g = 130.2 \text{ kN/m} + 12.3 \text{ kN/m} + 42.3 \text{ kN/m} = \mathbf{184.8 \text{ kN/m}}$$

Плочаст попречни пресек - по метру ширине плоче:

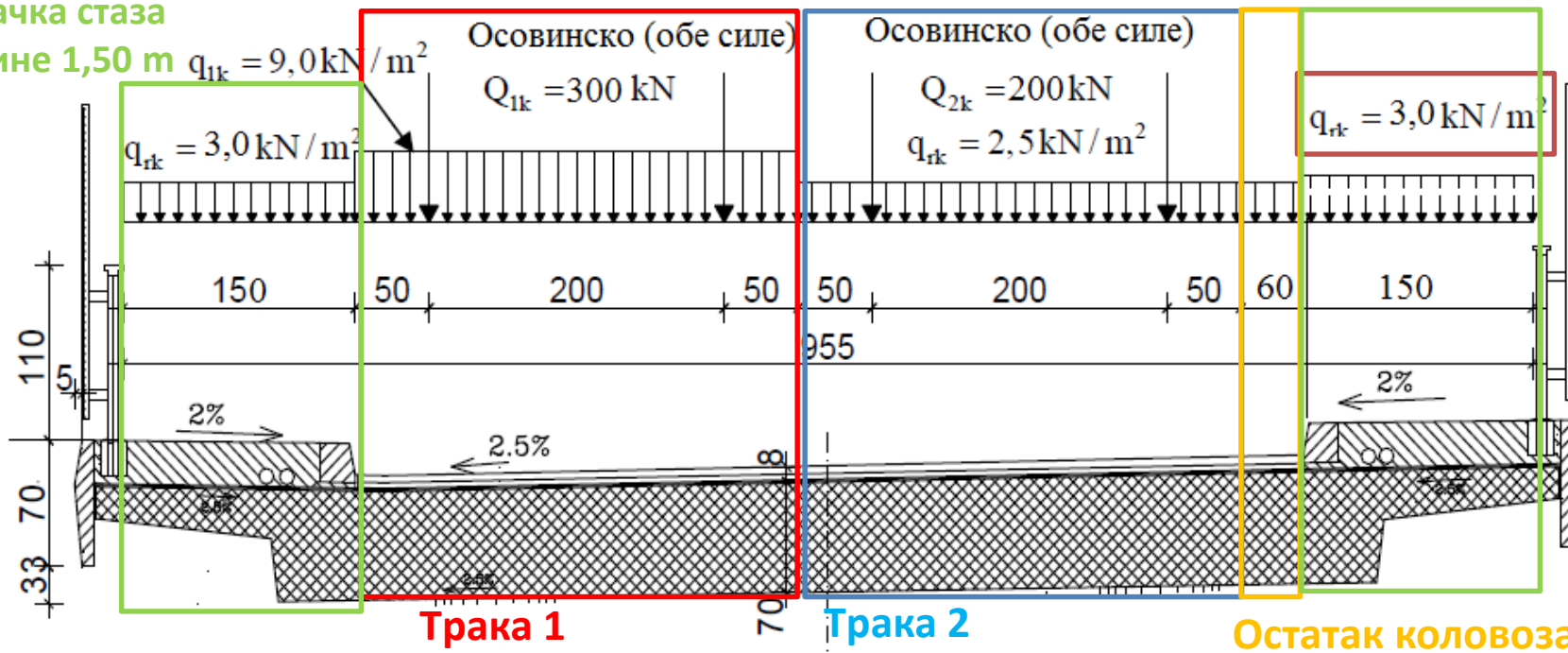
$$g = 184.8 \text{ kN/m} / 7.44 \text{ m} = \mathbf{24.84 \text{ kN/m}^2} \text{ (по } m' \text{ плоче)}$$

Саобраћајно оптерећење

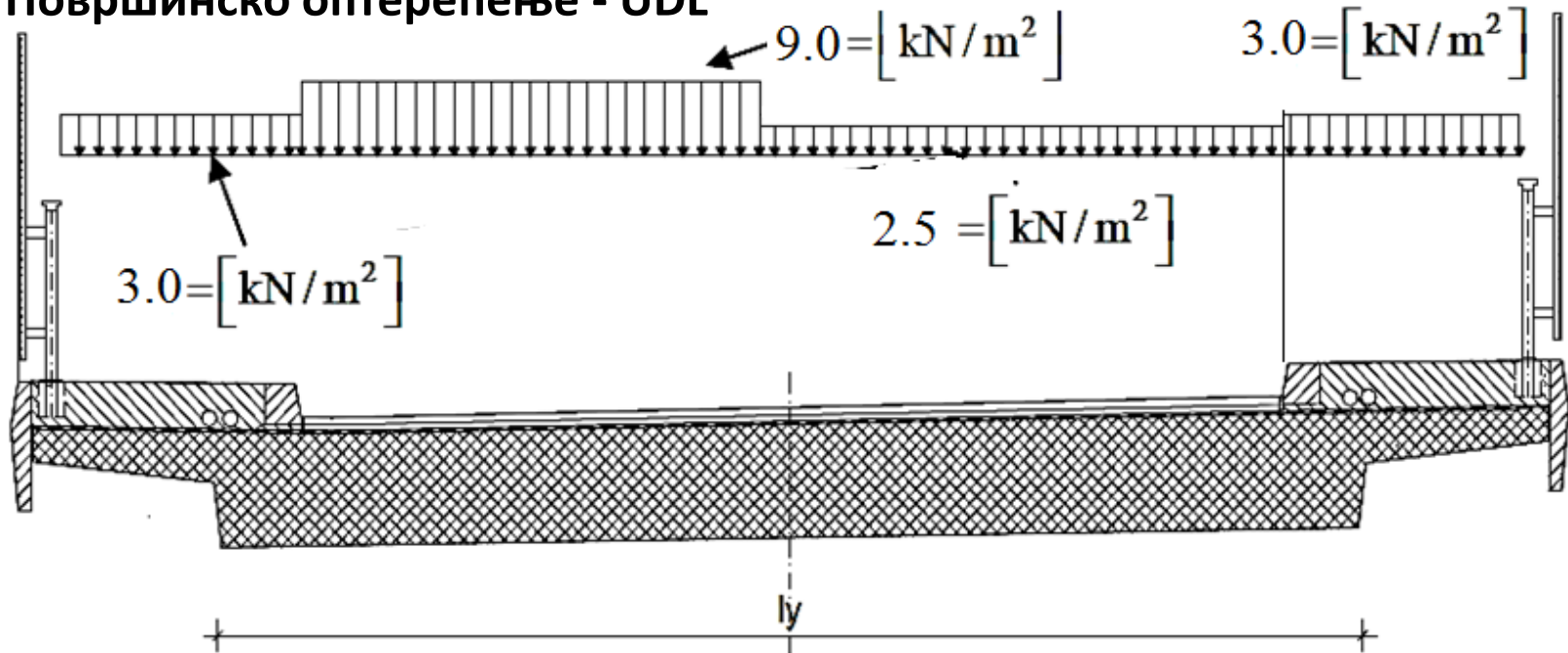


Пешачке стазе
на мосту
3.0 kN/m²

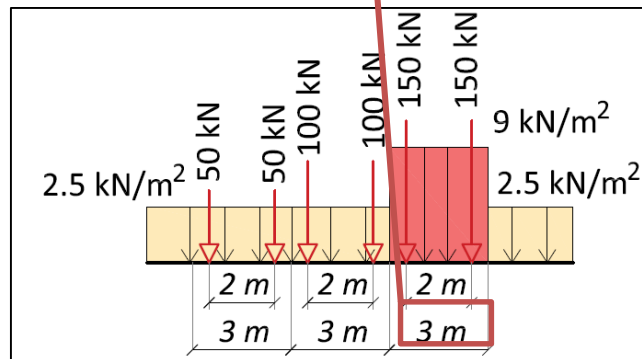
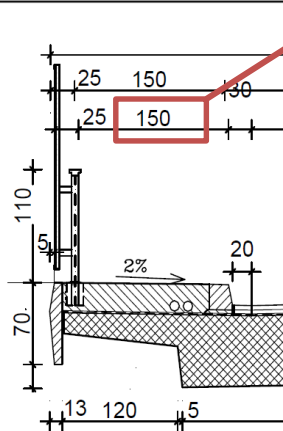
Пешачка стаза
ширине 1,50 m



Површинско оптерећење - UDL



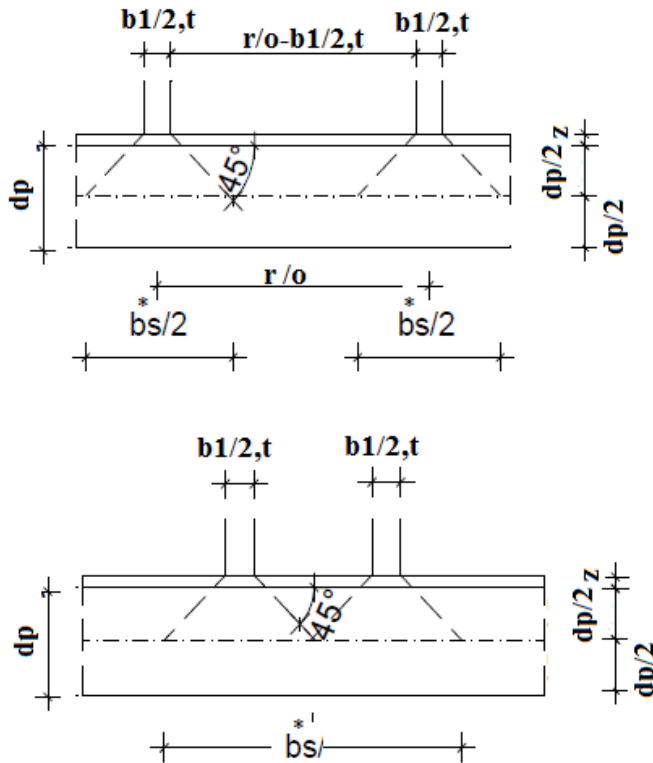
$$q = \frac{2 \cdot 3.0 \text{ kN/m}^2 \cdot 1.5 \text{ m} + 9 \text{ kN/m}^2 \cdot 3 \text{ m} + 2.5 \text{ kN/m}^2 \cdot 3.60 \text{ m}}{7.44 \text{ m}} = 6.05 \text{ kN/m}^2$$



По метру ширине плоче!

Распростирање оптерећења

Концентрисане силе - TS



$b_1 = b_2$ (за LM1)

половина дебљине плоче
увећана за застор

$$\frac{b_s^*}{2} = 0,40 + 2 \cdot 0,43 = 1,26 \text{ m}$$

Однос главне и подеоне арматуре

$$b_1 = 2 \cdot \frac{b_s^*}{2} = 2,52 \text{ m}$$

распон плоче у
носећем правцу

$$b_s = 2,52 + 0,2 \cdot l_x$$

$$b_s = 2,52 + 0,2 \cdot 14,5 = 5,42 \text{ m}$$

дужина плоче у правцу
управном на носећи

$$5,42 \geq \frac{l_y}{2} = 3,72 \text{ m} \Rightarrow \underline{b_s = 3,72 \text{ m}}$$

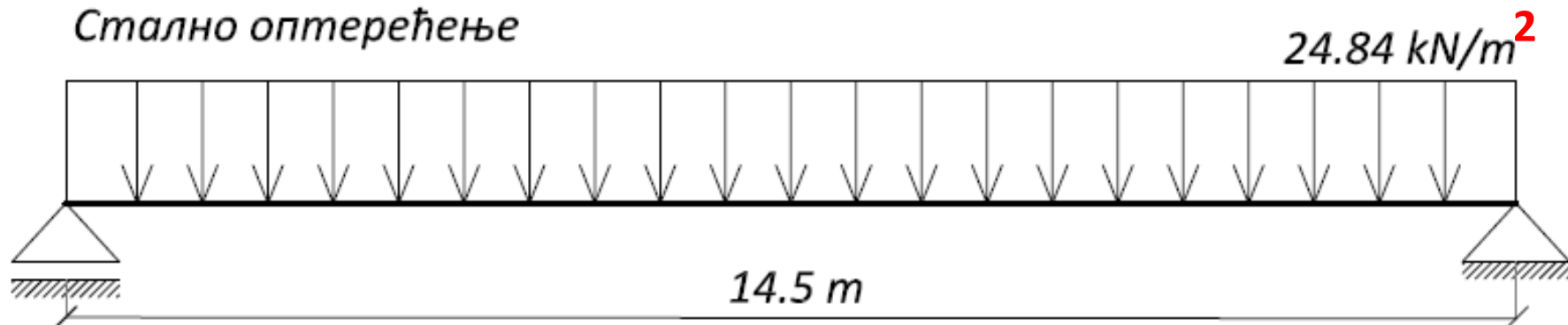
ефективна ширина

Трећа трака не стаје на посматрану ширину коловоза

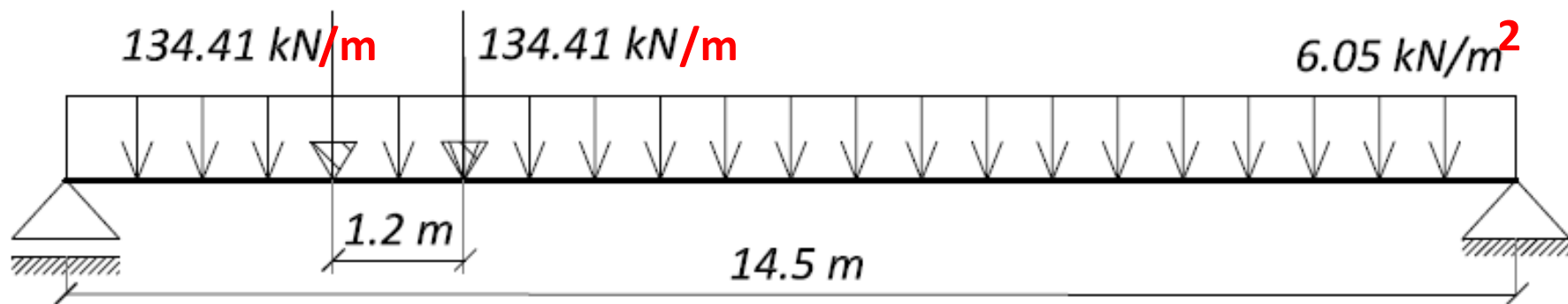
$$Q = \frac{Q_{1k}}{b_s} + \frac{Q_{2k}}{b_s} = \frac{300}{3,72} + \frac{200}{3,72} = 134,41 \text{ kN/m}$$

По метру ширине плоче!

Стално оптерећење



Саобраћајно оптерећење



По метру ширине плоче!

ПРИМЕР 5 – ПЛОЧАСТИ ЖЕЛЕЗНИЧКИ МОСТ

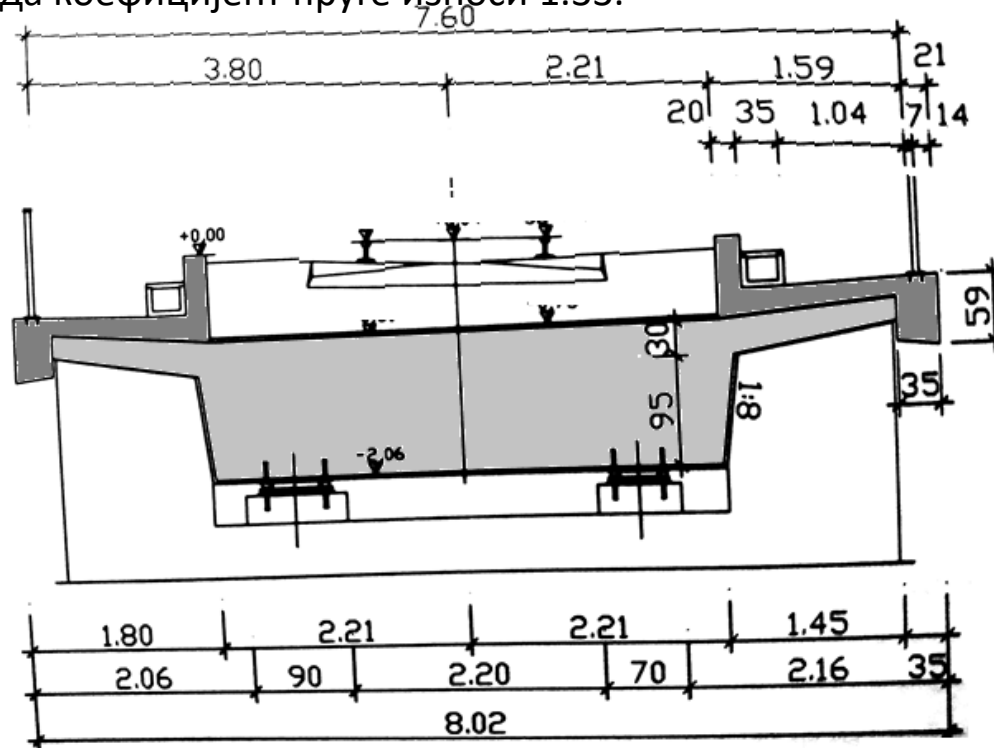
Одредити линијску шему оптерећења на плочастом железничком мосту.

Статички систем проста греда распона $L = 12.5$ m.

Усвојити да је површина попречног пресека плоче са конзолама 6.39 m². Тежина једне префабриковане пешачке стазе са каналом је 16.75 kN/m.

Мост је оптерећен сталним теретом према скици и тежином оградe од 0.5 kN/m. Дебљина коловозног застора је 50 cm, хидроизолације 1 cm, бетонске заштите хидроизолације 5 cm. На мосту се налазе ПН бетонски прагови и UIC60 шине.

Усвојити шему саобраћајног оптерећења према стандарду Еврокод. Усвојити да је колосек стандардно одржаван и да коефицијент пруге износи 1.33 .



Стално оптерећење

1. Сопствена тежина конструкције

- $g_{st} = 6.39 \text{ m}^2 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 159.75 \text{ kN/m}$

2. Додатно стално оптерећење

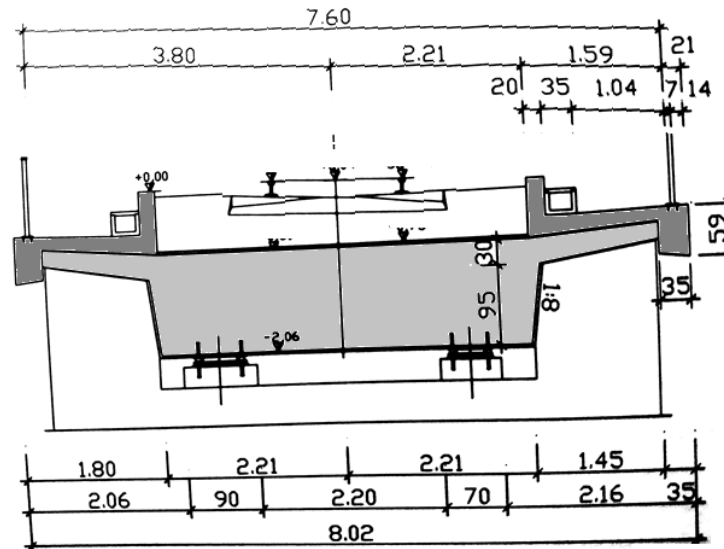
- Слојеви: застор, хидроизолација, заштита хидроизолације

$$g_{sl} = (4.42 \times 0.5) \times 20 + (4.42 \times 0.01) \times 21 + (4.42 \times 0.05) \times 25 = 50.65 \text{ kN/m}$$

- ПН прагови и шине

$$g_{p\check{s}} = 4.8 + 1.2 = 6.0 \text{ kN/m}$$

Оптерећење по јединичној дужини засторног корита	g_k (kN/m)
Две шине UIC60	1.2
ПН бетонски прагови и причврсни прибор	4.8
Дрвени прагови и причврсни прибор	1.9



1. Сопствена тежина конструкције

- $g_{st} = 6.39 \text{ m}^2 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 159.75 \text{ kN/m}$

2. Додатно стално оптерећење

- Слојеви: застор, хидроизолација, заштита хидроизолације

$$g_{sl} = (4.42 \times 0.5) \times 20 + (4.42 \times 0.01) \times 21 + (4.42 \times 0.05) \times 25 = 50.65 \text{ kN/m}$$

- ПН прагови и шине

$$g_{p\check{s}} = 4.8 + 1.2 = 6.0 \text{ kN/m}$$

Оптерећење по јединичној дужини засторног корита	g_k (kN/m)
Две шине UIC60	1.2
ПН бетонски прагови и причврсни прибор	4.8
Дрвени прагови и причврсни прибор	1.9

- Пешачке стазе

$$g_{ps} = 2 \times 16.75 + 2 \times 0.5 = 34.5 \text{ kN/m}$$

Укупно стално оптерећење:

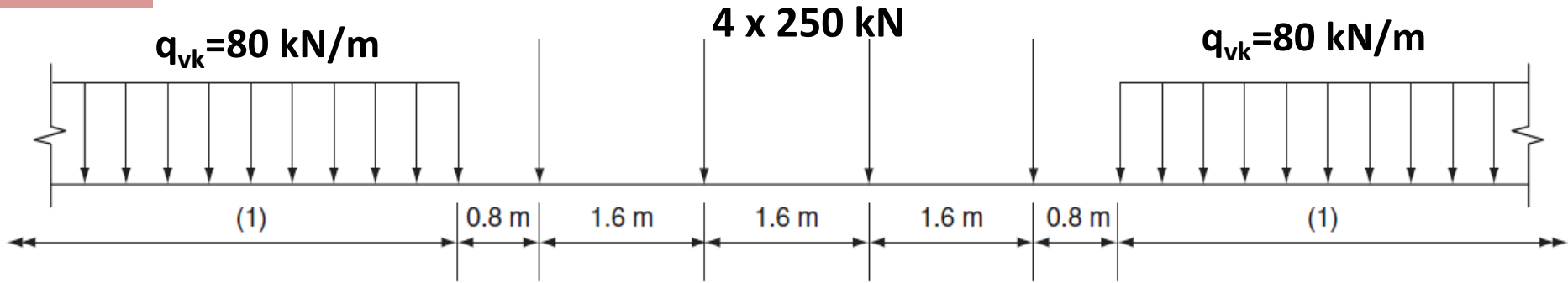
$$g = 159.75 + 50.65 + 6.0 + 34.5 = 250.9 \text{ kN/m (по } m' \text{ плоче)}$$

Плочаст попречни пресек - по метру ширине плоче:

$$g = 250.9 / 4.42 = 56.8 \text{ kN/m}^2 \text{ (по } m' \text{ плоче)}$$

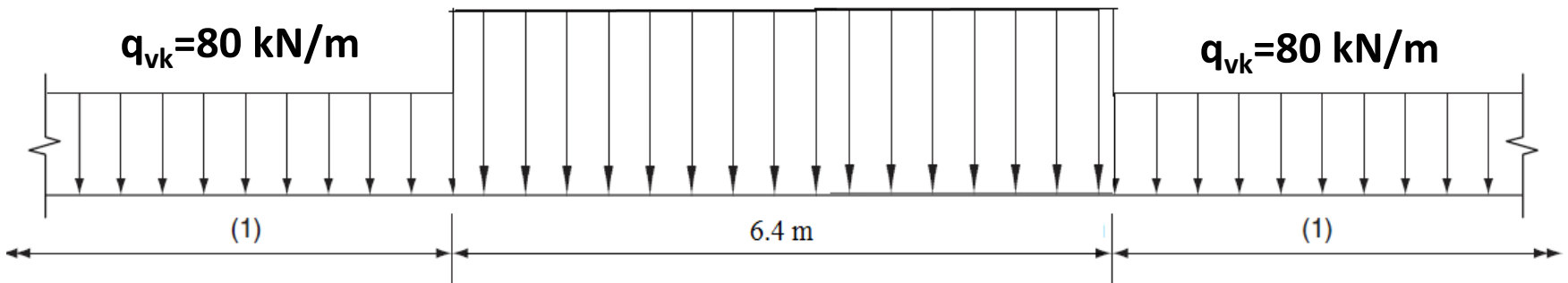
Саобраћајно оптерећење

LM71



Упрошћена шема оптерећења у подужном правцу: $4 \times 250 / 6.4 = 156.25 \text{ kN/m}$

156.25 kN/m



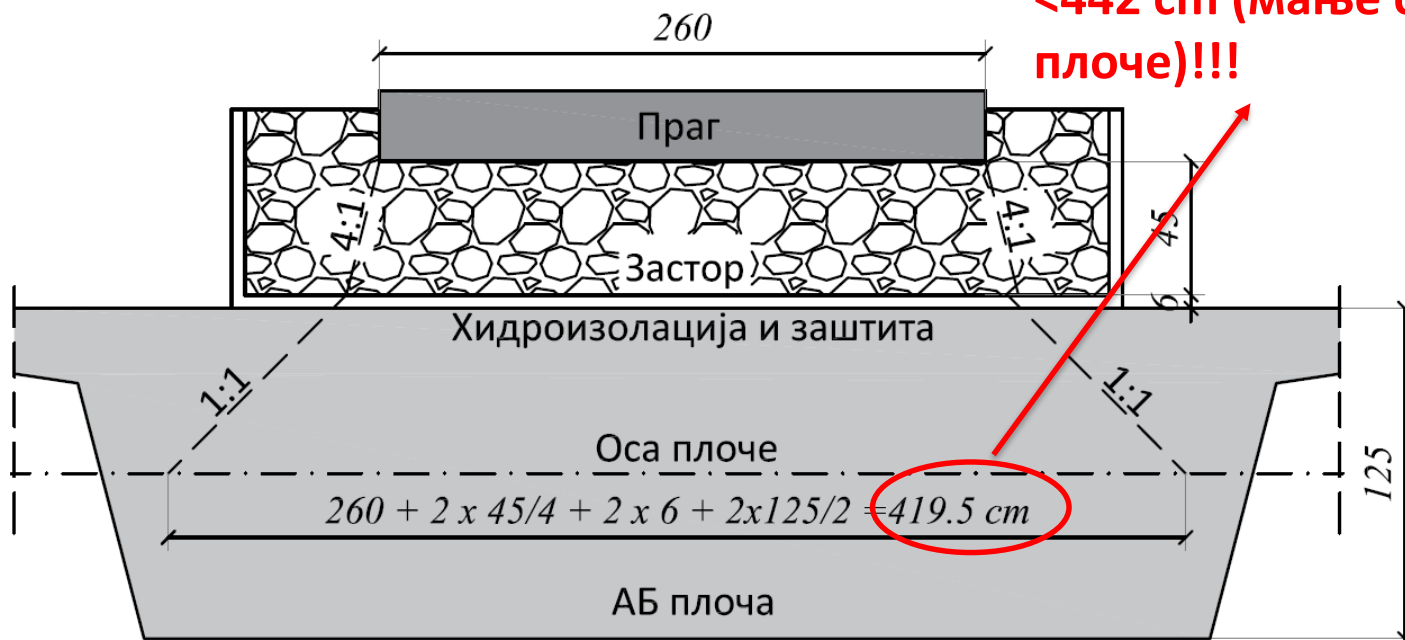
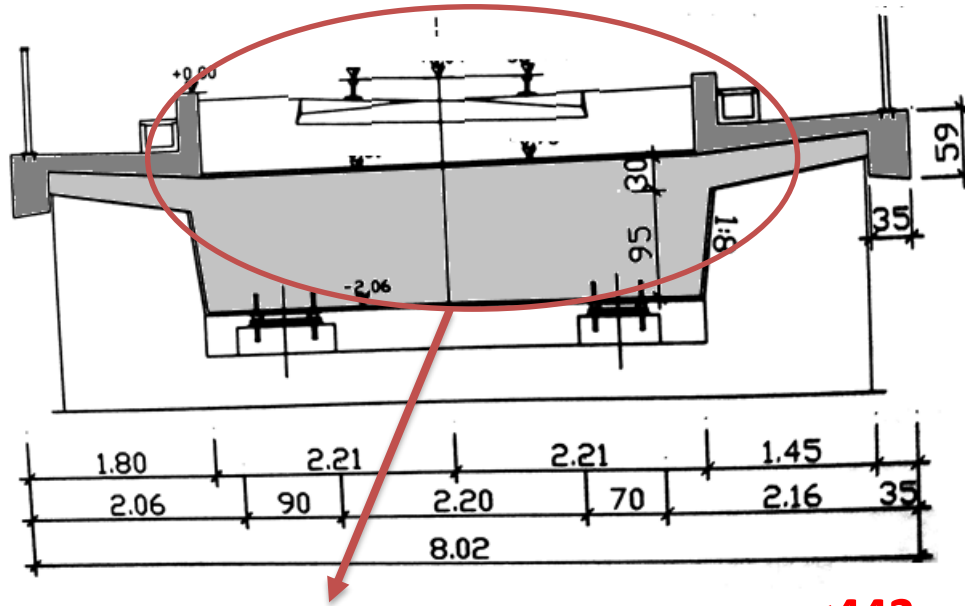
Оптерећење се множи:

1. Коэффициентом који зависи од категорије пруге = 1.33
2. Динамичким фактором

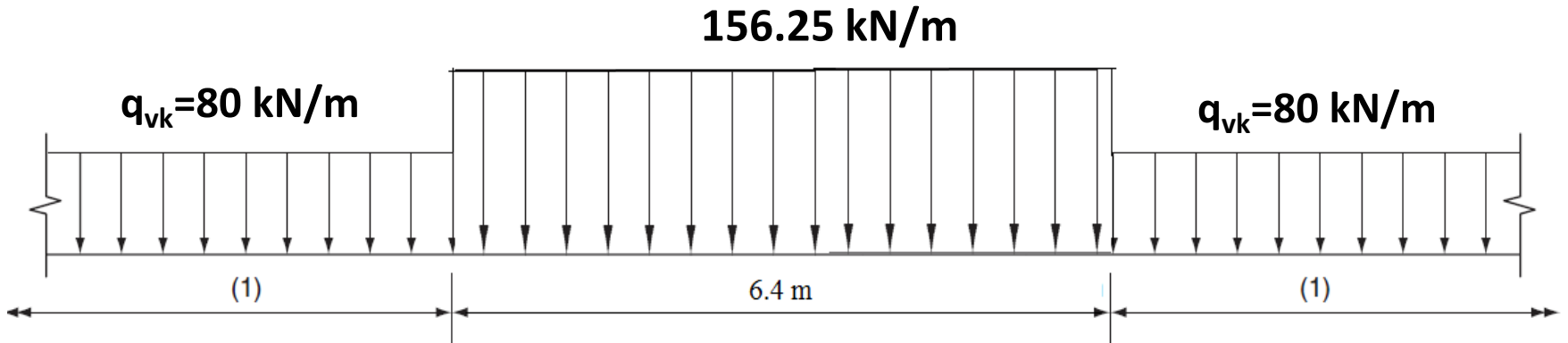
$$\Phi_3 = \frac{2,16}{\sqrt{L_\Phi - 0,2}} + 0,73 = 1,38$$

распон 12,5m

Распростирање оптерећења



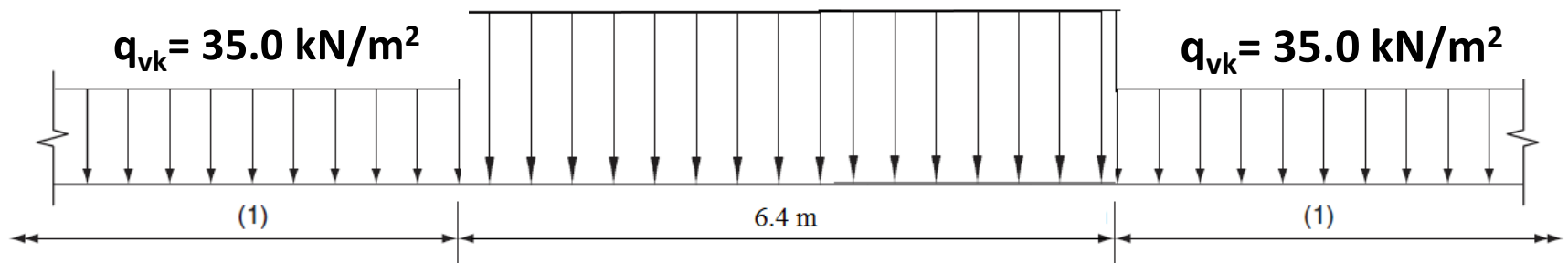
Линијска шема саобраћајног оптерећења



$$80 \times 1.33 \times 1.38 / 4.195 = 35.0 \text{ kN/m}^2$$

$$156.25 \times 1.33 \times 1.38 / 4.195 = 68.4 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{vk} = 68.4 \text{ kN/m}^2$$



Линијска шема сталног оптерећења?

Урадити за домаћи

