



Универзитет у Београду – Грађевински факултет
www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО ДИПЛОМСКЕ АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**

Modul: **КОНСТРУКЦИЈЕ**

Година/Семестар: **I година / I семестар**

Назив предмета (шифра): **САНАЦИЈЕ, РЕКОНСТРУКЦИЈЕ И
ОДРЖАВАЊЕ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА
(м0к1сб)**

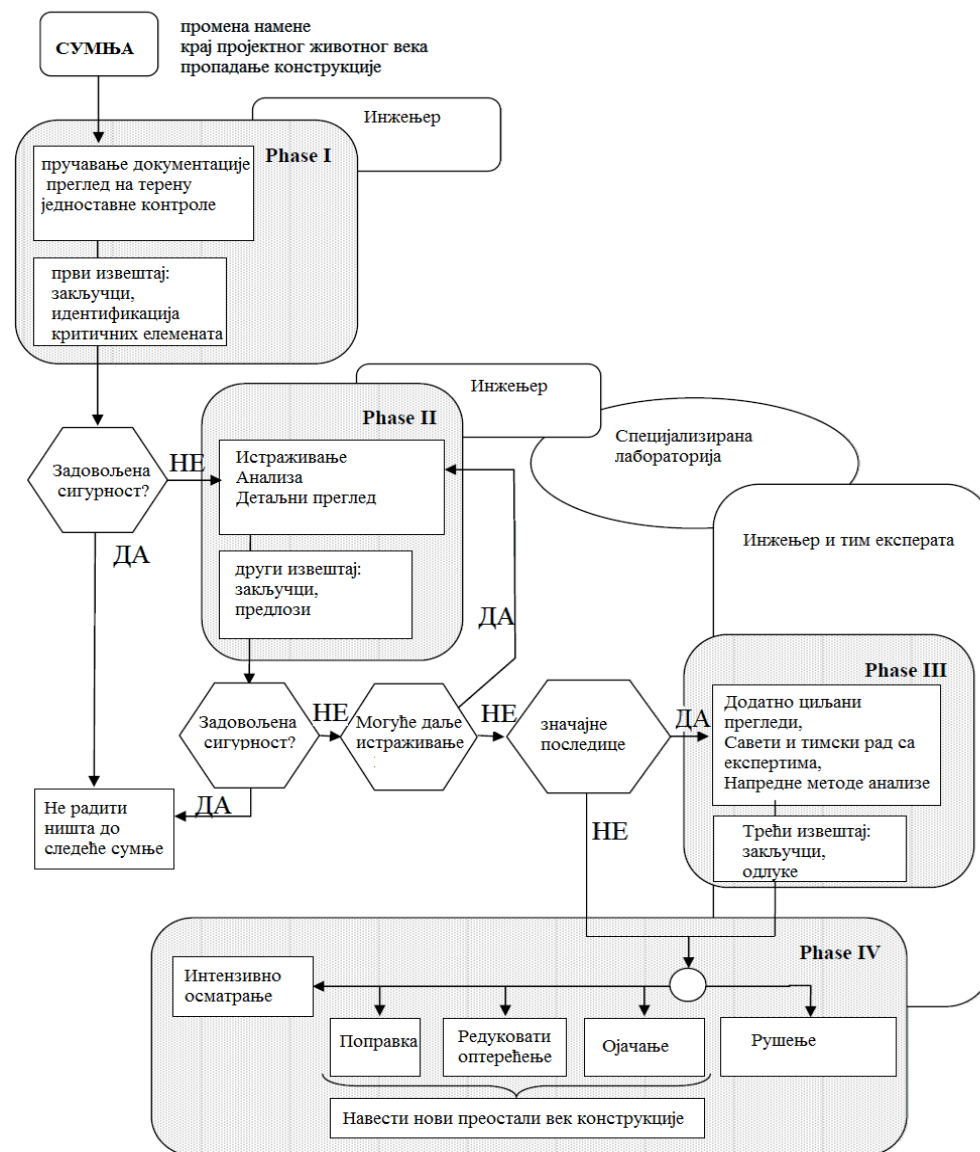
Наставник : **В. Проф. Др Снежана Машовић**

Наслов предавања: **Поузданост конструкција**

Датум : **16.11.2022.**

Процена констукција и поузданост

- Процена се базира на *вероватноћи* отказа (failure) конструкције
- ISO 2394 - :”*поузданост је способност конструкције да одговори потребама под дефинисаним условима током животног века за који је пројектована*”
- Код нових конструкција се сматра да је овај захтев испуњен (deem to satisfied) уколико су пројектоване према савременим прописима (нпр. Еврокод) јер подразумевају калибрацију за:
 - Парцијалне коефицијенте сигурности



Гранична стања и "отказ" ("*failure*")

Стања конструкција изнад којих конструкција више не испуњава захтеве корисника или друштва у целини

- Носивост

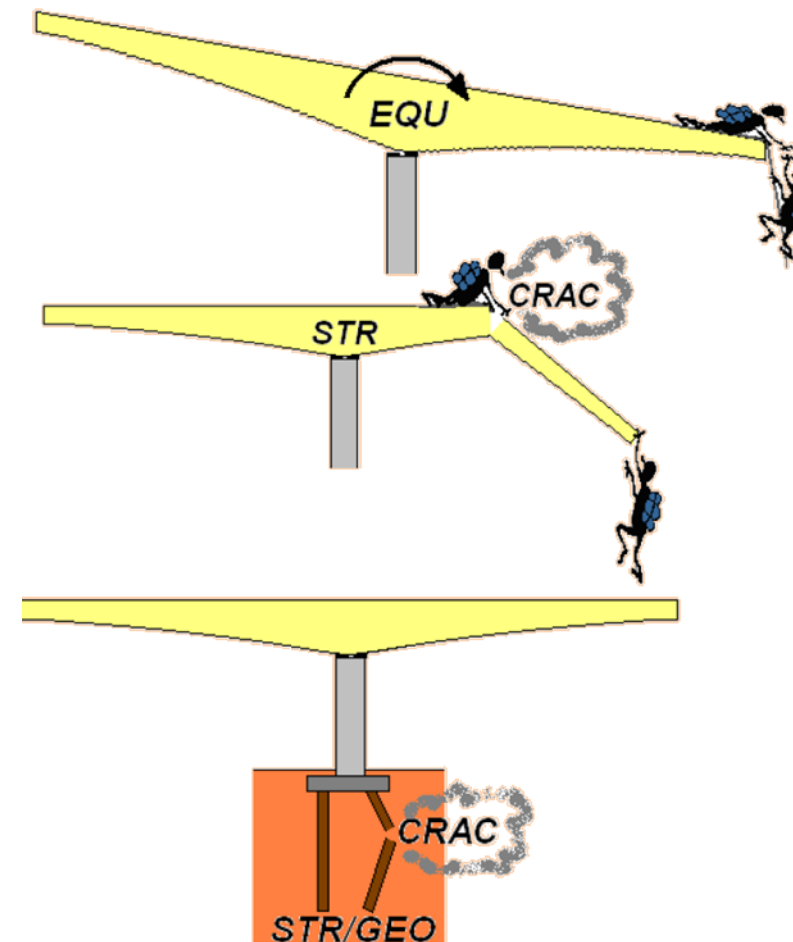
- EQU – губитак равнотеже конструкције(или њеног дела) као крутог тела
- STR - Лом конструкције или њеног дела; прелазак система у потпуни или делимични механизам услед пластичне деформације или кртог лома (губитак континуума)
- GEO – Слом или велике деформације тла
- FAT – Лом услед замора

- Употребљивост

- Ограничење напона
 - Контрола прлина (Потреба за ексцесивним одржавањем)
 - Контрола угиба (Деформације које онемогућавају нормално коришћење)
- Вибрације

Анализа –основни/контролни прорачун:

- Теорија еластичности
- Теорија пластичности
- Механика лома



Пројектовање према граничним стањима

$$E \leq R$$



Доказ поузданости елемената конструкције

- **Експлицитно – пробабилистичким методама**
 - Формално, вероватноћа отказа се може приказати као :

$$p_f = p\{G(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0\}$$

$$G = R - E$$

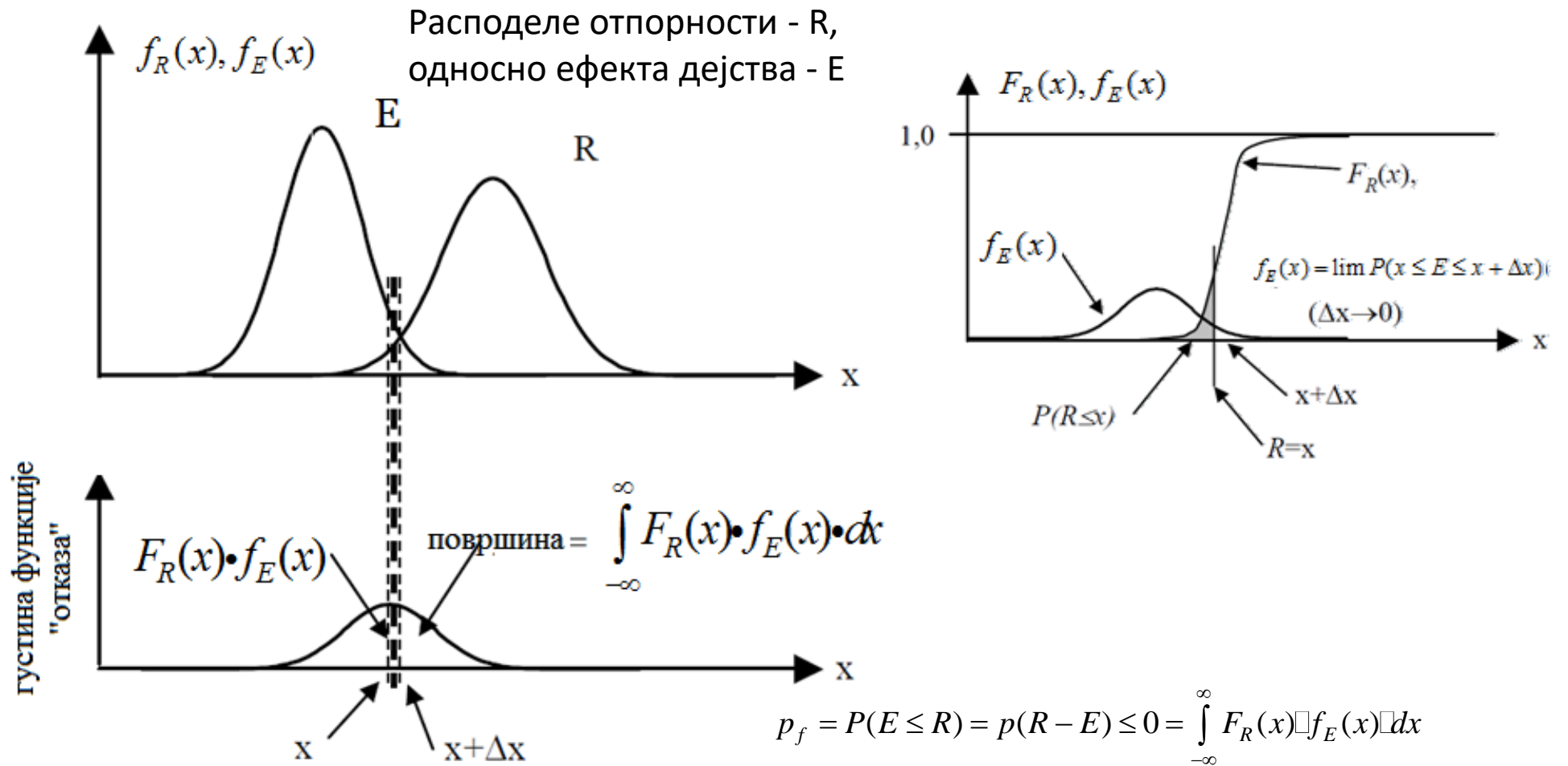
$$P(\text{отказа}) = P(\text{отпорност} - \text{утицај} < 0) = P(R - E < 0) = 10^{-6}$$

- Ово међутим захтева познавање (или барем претпоставку) о расподелама функција случајних промењивих X_i које дефинишу отпорност конструкције – R , односно ефекат дејстава – E .
- Тада се методама теорије поузданости могу одредити вероватноће лома, као и одговарајући индекс коузданости β .

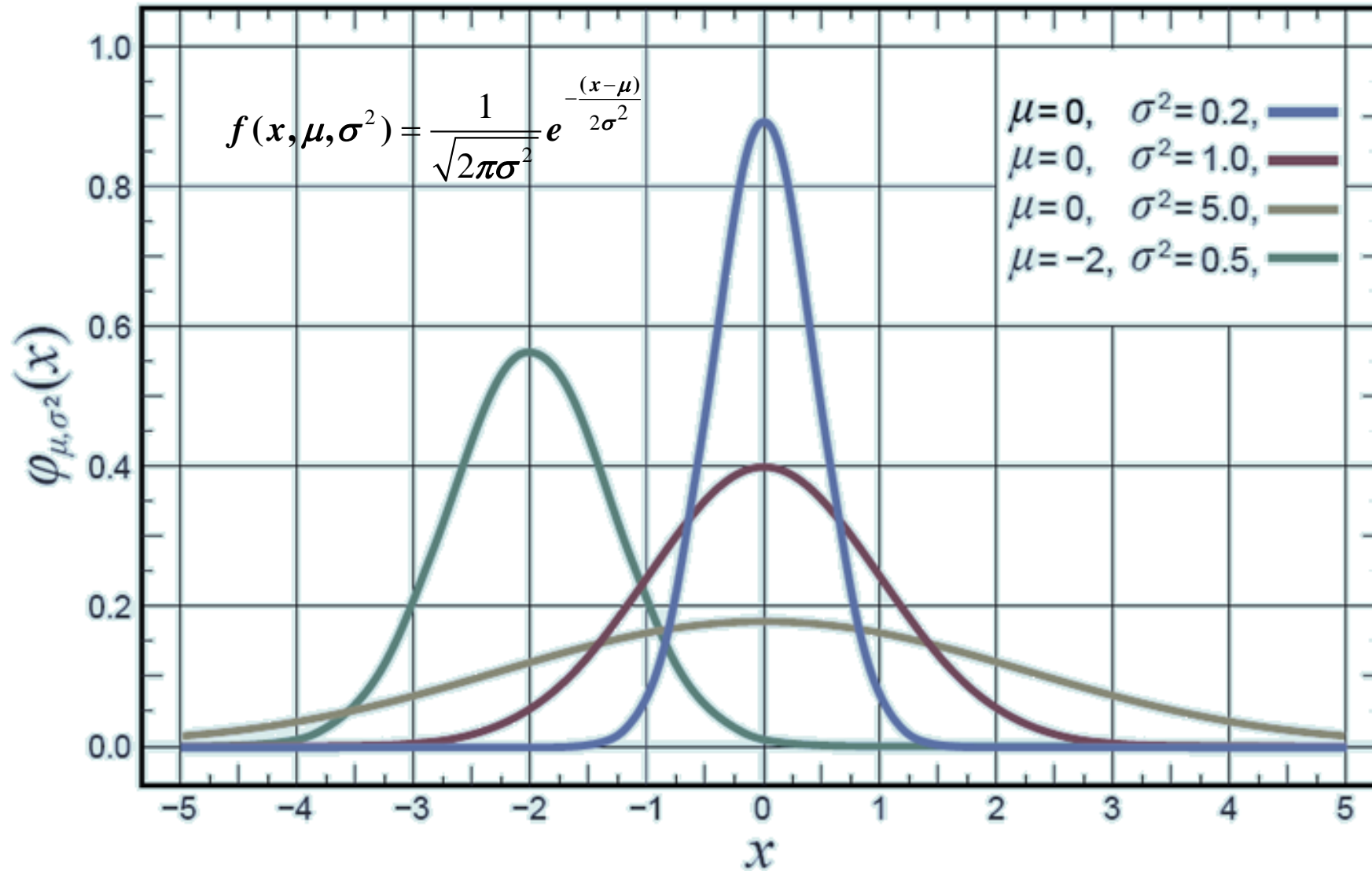
- **Имплицитно – семи пробабилистичке методе**
 - Прорачун је детерминистички јер се уместо случајних промењивих користе карактеристичне вредности
 - Ове се карактеристичне вредности коригују са парцијалним факторима сигурности
 - За материјале
 - За оптерећења
 - Коефицијентима прилагођавања за комбинацију оптерећења

$$E_d = \gamma_E \cdot E_{nom} \leq R_d = \frac{R_{nom}}{\gamma_R}$$

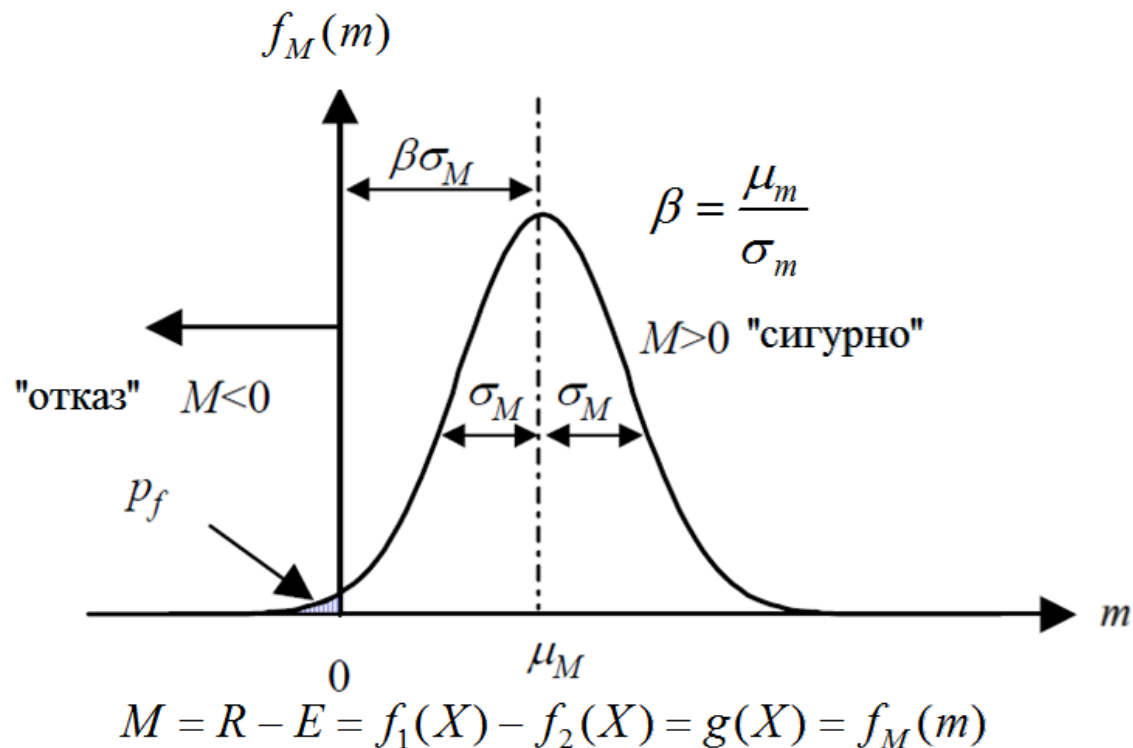
Пробабилистички приступ са само две независне промењиве (R и E)



Нормална расподела



Расподела функције граничног стања $g(x)$



- Случајна промењива M настала као разлика две случајне промењиве (где је свака од њих, у најопштијем случају, комбинација базних случајних промењивих) такође има неку расподелу.
- Ова расподела и не мора да буде аналитички позната, ако су базне промењиве нормално расподељене и она је нормална. Тада постоји директна веза између индекса поузданости и вероватноће отказа (достизања граничног стања) у форми :

$$p_f = \Phi(-\beta)$$

где је Φ кумулативна функција расподеле случајне промењиве M (нормалне расподеле).

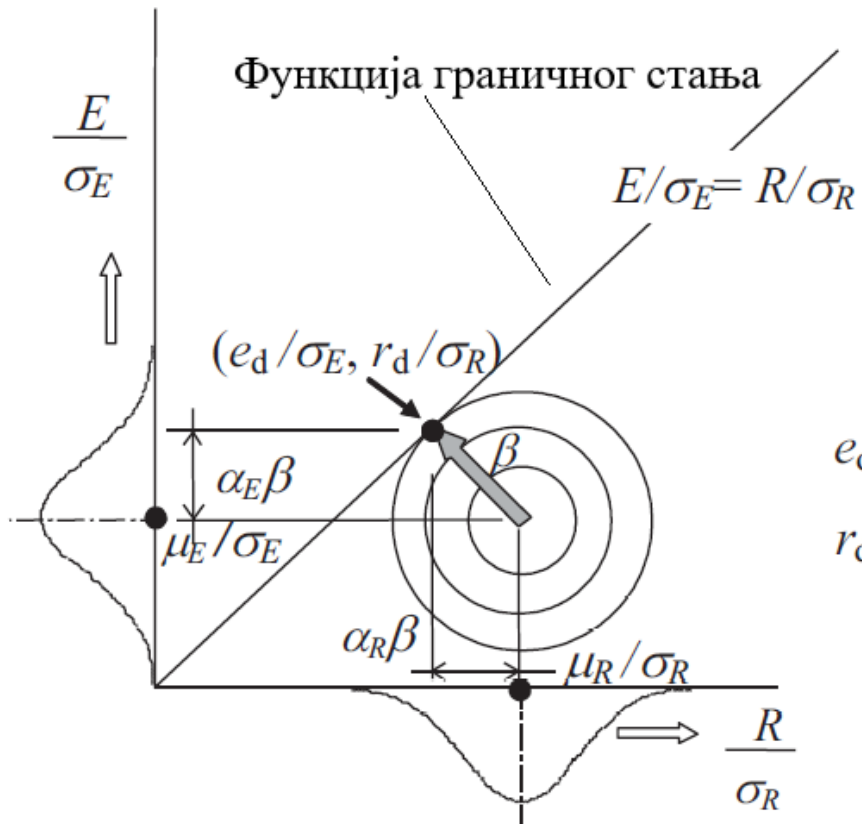
- Иако индекс поузданости не зависи од расподела – вероватноћа лома зависи.

Препоручени индекси поузданости

Трошкови мере сигурности	Мале последице отказа	Средње последице отказа	Велике последице отказа
Високи	$\beta = 3.1 (P_f \approx 10^{-3})$	$\beta = 3.3 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-4})$	$\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$
Средњи	$\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$	$\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$	$\beta = 4.4 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-5})$
Ниски	$\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$	$\beta = 4.4 (P_f \approx 10^{-5})$	$\beta = 4.7 (P_f \approx 10^{-6})$

Према пробабилистичком Моделу коду - JCSS 2008.
за референтни период од 1. године

Тачка димензионисања

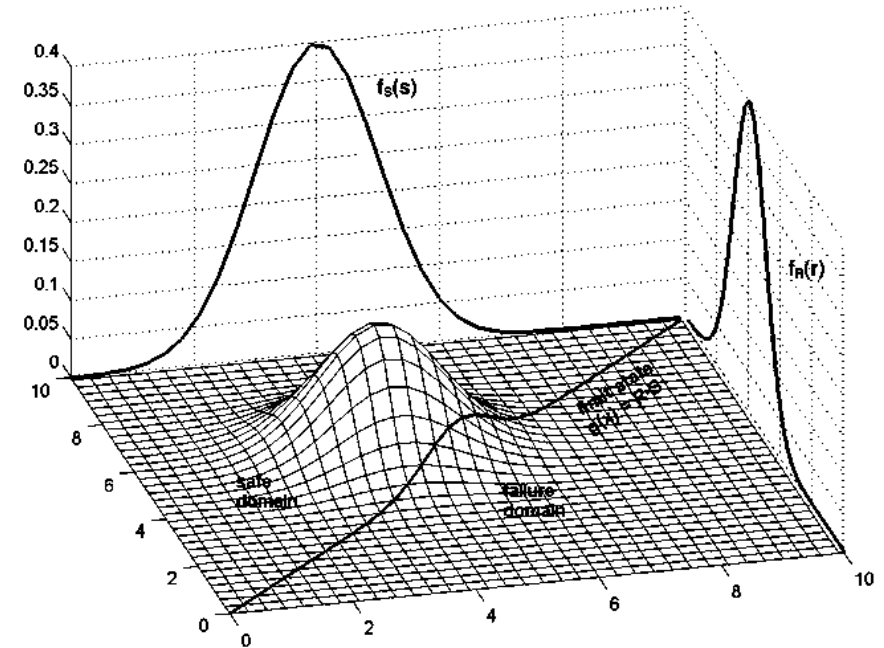


$$e_d = \mu_E - \alpha_E \beta \sigma_E \quad \alpha_E = -\sigma_E / \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_R^2}$$

$$r_d = \mu_R - \alpha_R \beta \sigma_R \quad \alpha_R = \sigma_R / \sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_R^2}$$

$$\gamma_{R_0} = \frac{1}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot V_R}$$

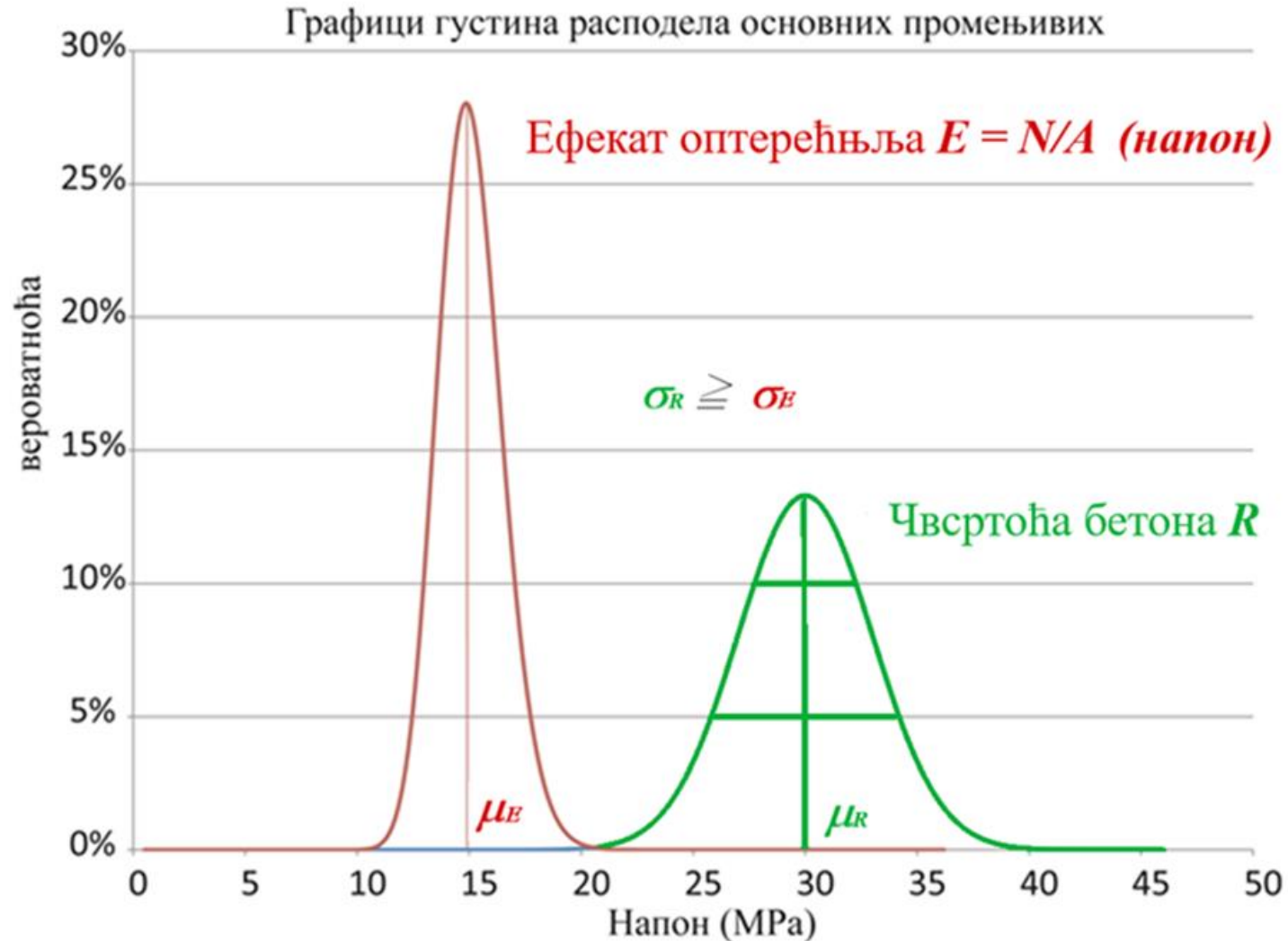
$$\gamma_{E_0} = 1 + \beta \cdot \alpha_E \cdot V_E$$



Докази на бази глобалног фактора сигурности

- Најчешће коришћен детерминистички приступ је ”глобални” фактор сигурности.
- То је однос носивости и ефекта дејства.
- Основне случајне промењиве се приказују као детерминистичке вредности које одговарају нормативним величинама.
- Концепт ”допуштених напона” је типичан представник овог приступа.
- *Очигледни недостатак овог приступа је да је интензитет промењивног оптерећење знатно мање известан од интензитета сталног оптерећења, које се може доста прецизно одредити (нарочито ако се посматра сопствена тежина).*

Пример (нормалне расподеле R и E)



$$p_f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x) \cdot f_E(x) \cdot dx$$

$$\gamma = \mu_R / \mu_E$$

Глобални фактор сигурности за средње вредности

Одређивање глобалног фактора сигурности за средње вредности $\gamma = \mu_R / \mu_E$
за задати индекс поузданости β

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}}$$

Са задатим :

Коефицијент варијације за отпорност $V_R = \sigma_R / \mu_R$

Коефицијент варијације за ефекат дејства $V_E = \sigma_E / \mu_E$

$$\gamma = \frac{1 + \beta \cdot \sqrt{V_R^2 + V_E^2 - \beta^2 \cdot V_R^2 \cdot V_E^2}}{1 - \beta^2 \cdot V_R^2}$$

Глобални фактор сигурности μ_R / μ_E за средње вредности при $\beta=3.8$ ($p_f \approx 10^{-4}$)

$$\gamma = \frac{1 + \beta \cdot \sqrt{V_R^2 + V_E^2} - \beta^2 \cdot V_R^2 \cdot V_E^2}{1 - \beta^2 \cdot V_R^2}$$

		$V_r = \sigma_R / \mu_R$				
$V_e = \sigma_E / \mu_E$		0.05	0.1	0.15	0.2	0.25
0.1		1.472	1.774	2.444	4.259	20.076
0.2		1.836	2.103	2.734	4.513	22.172
0.3		2.215	2.479	3.105	4.880	23.553
0.4		2.598	2.871	3.515	5.318	24.906

$\beta = 4.2$ ($p_f = 10^{-5}$)

2.271
2.693

$\beta = 3.1$ ($p_f = 10^{-3}$)

1.843
2.143

Појам карактеристичне вредности

За случајне промењиве које описују отпорност – **R** – материјалне карактеристике

- Обично се постављају као вредност изнад које се налази нпр. 95% резултата



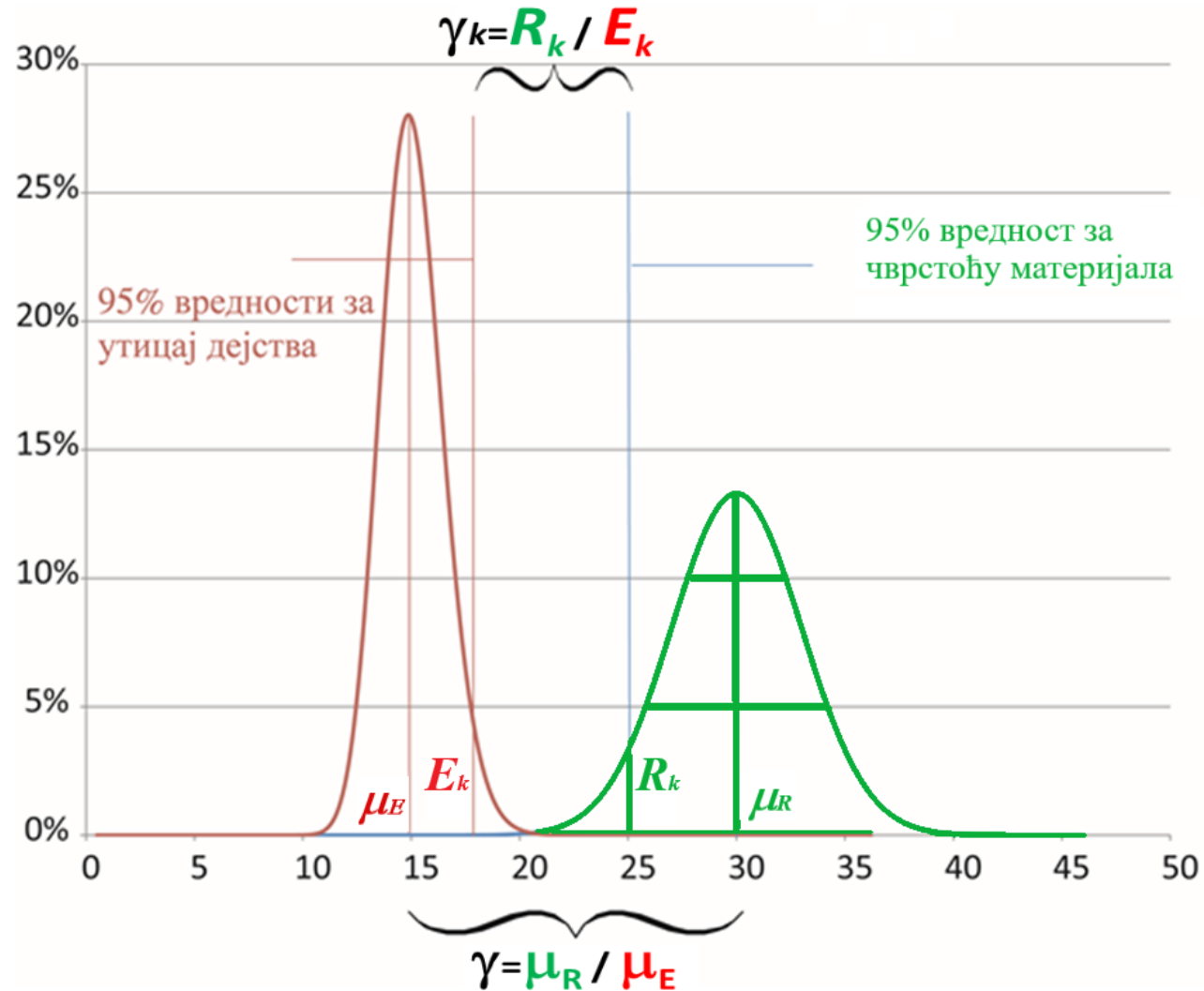
То никако није средња вредност карактеристике материјала

За случајне промењиве које описују ефекат дејстава – **E** – (од оптерећења)

- Обично се постављају као вредност испод које се налази нпр. 98% утицаја.
- Карактеристична вредност одговара изабраној вероватноћи да неће бити прекорачена у повратном периоду T.
- Приближна форма $p=t/T$, где је t референтни период

То никако није средња вредност дејства

Глобални фактор сигурности за 5% односно 95% фрактиле
(карактеристичне вредности за нормалне расподеле R и E)



Глобални фактори сигурности за карактеристичне вредности

$$\gamma = \frac{m_R \cdot (1 - k_R \cdot V_R)}{m_E \cdot (1 + k_E \cdot V_E)}$$

$$= \left(\frac{1 + \beta \cdot \sqrt{V_R^2 + V_E^2 - \beta^2 \cdot V_R^2 \cdot V_E^2}}{1 - \beta^2 \cdot V_R^2} \right) \cdot \left(\frac{1 - k_R \cdot V_R}{1 + k_E \cdot V_E} \right)$$

p-%	50	20	10	5	2.5	2.275	1.0	0.135	0.0032
k	0	0.842	1.282	1.645	1.960	2.000	2.326	3.000	4.000

2.5%

<i>V_e</i> =σ _e /μ _e	<i>V_r</i> =σ _r /μ _r				
	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25
0.1	1.130	1.240	1.541	2.393	9.904
0.2	1.211	1.263	1.481	2.179	8.604
0.3	1.281	1.305	1.474	2.065	7.677
0.4	1.337	1.345	1.486	2.003	6.994

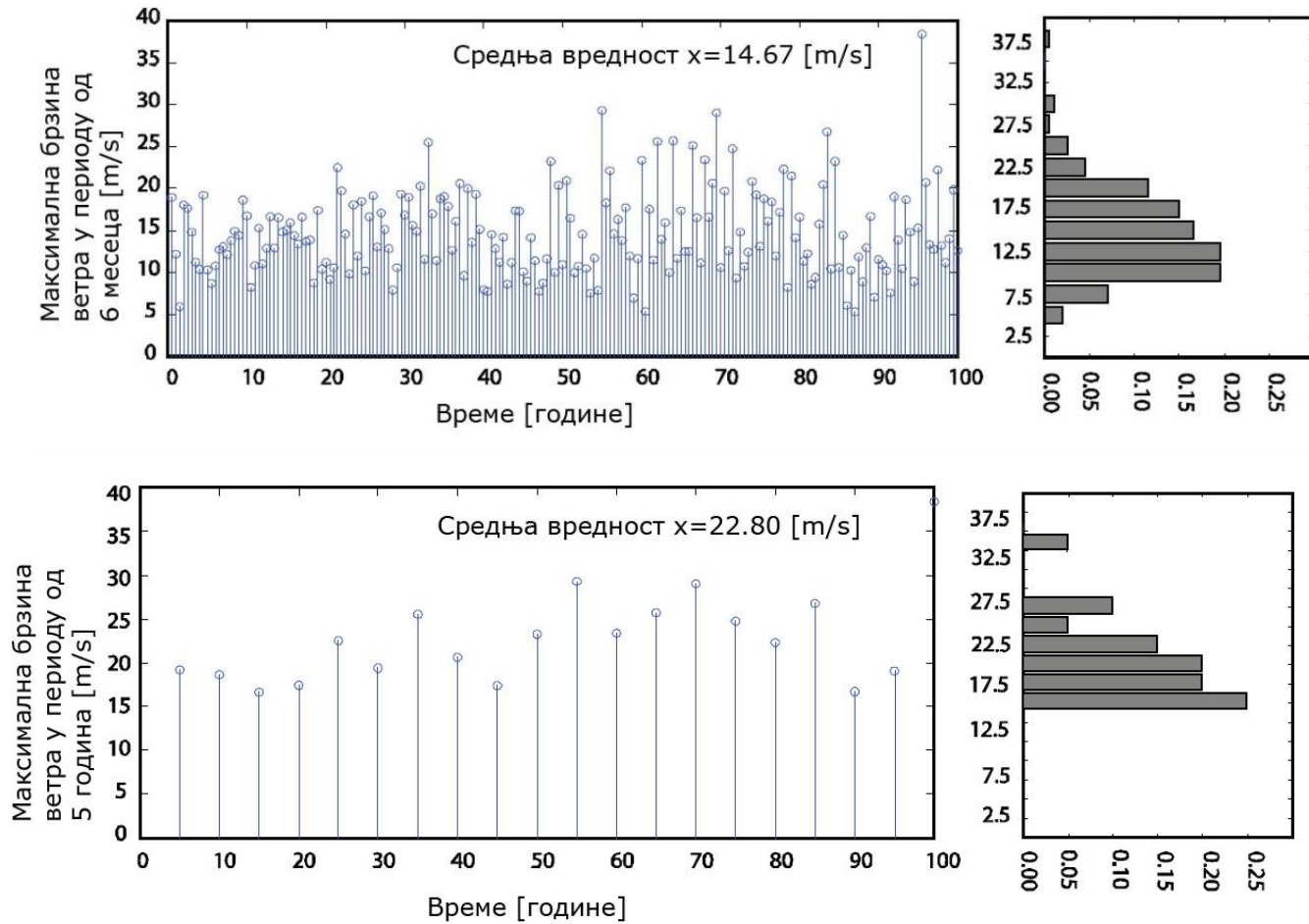
2.5%

<i>V_e</i> =σ _e /μ _e	<i>V_r</i> =σ _r /μ _r				
	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25
0.1	1.110	1.192	1.443	2.165	8.561
0.2	1.190	1.215	1.386	1.971	7.437
0.3	1.258	1.255	1.381	1.868	6.636
0.4	1.314	1.294	1.391	1.812	6.046

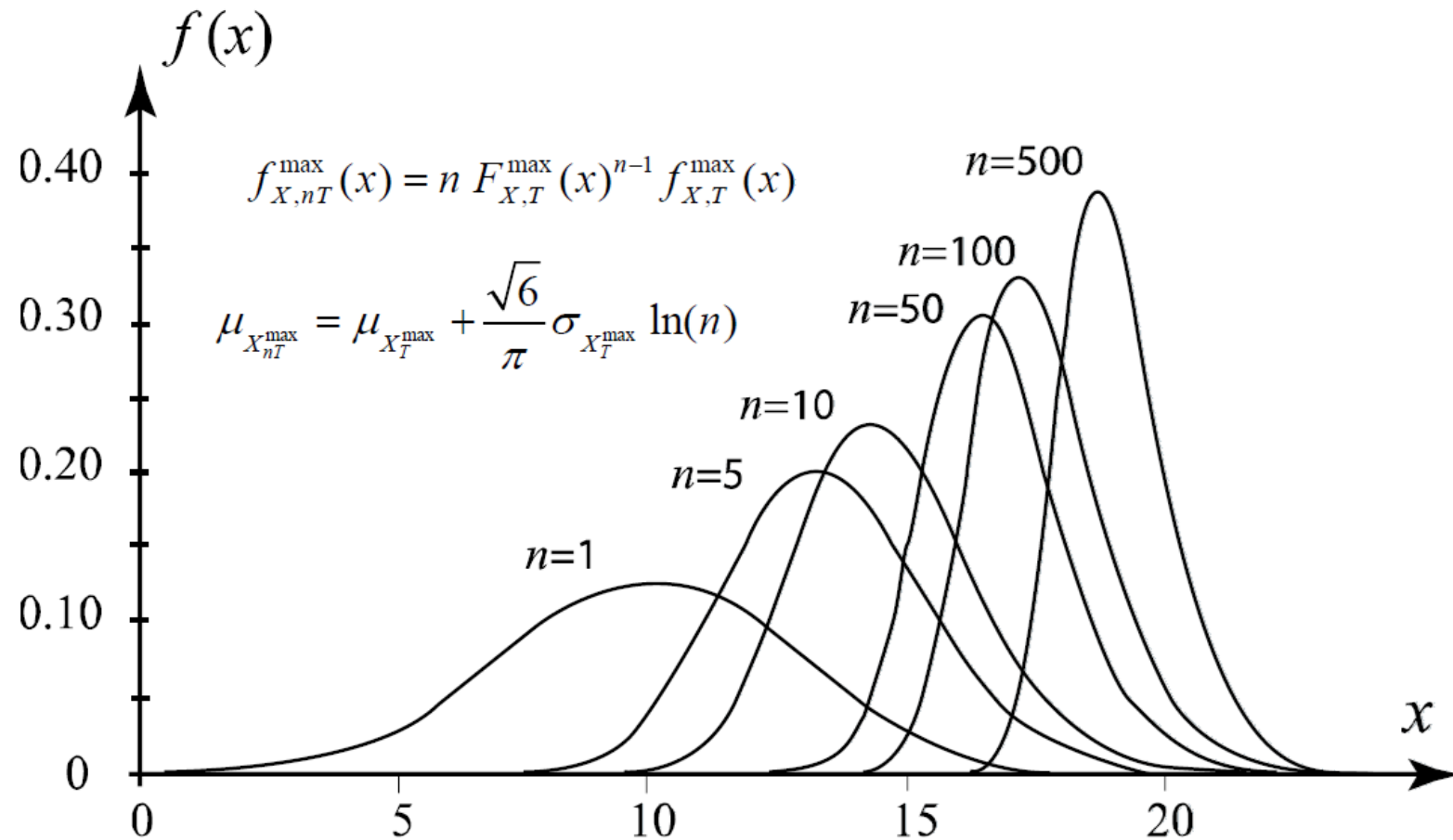
2.5%

β=3.8

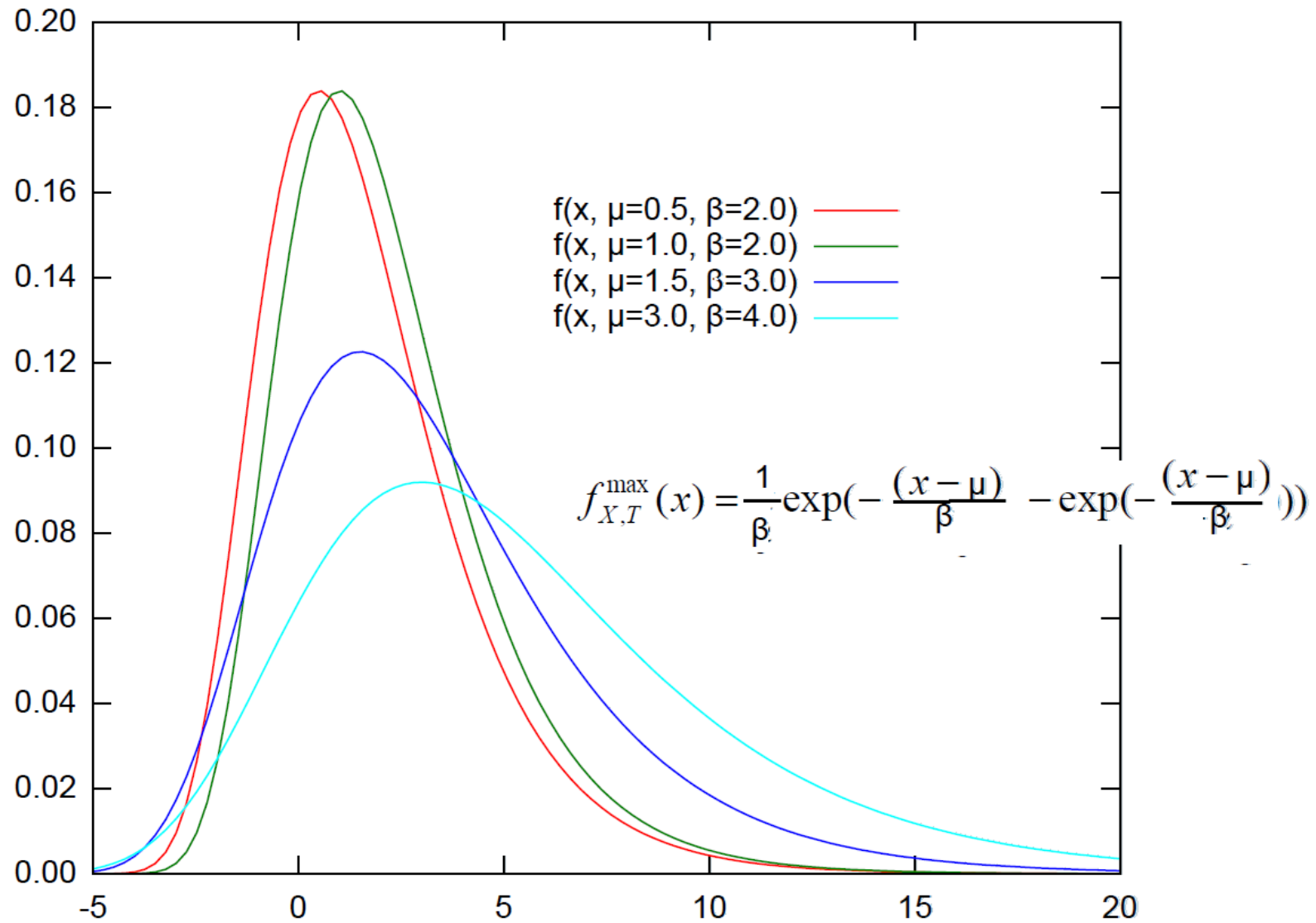
Пример расподела за различите референтне периоде



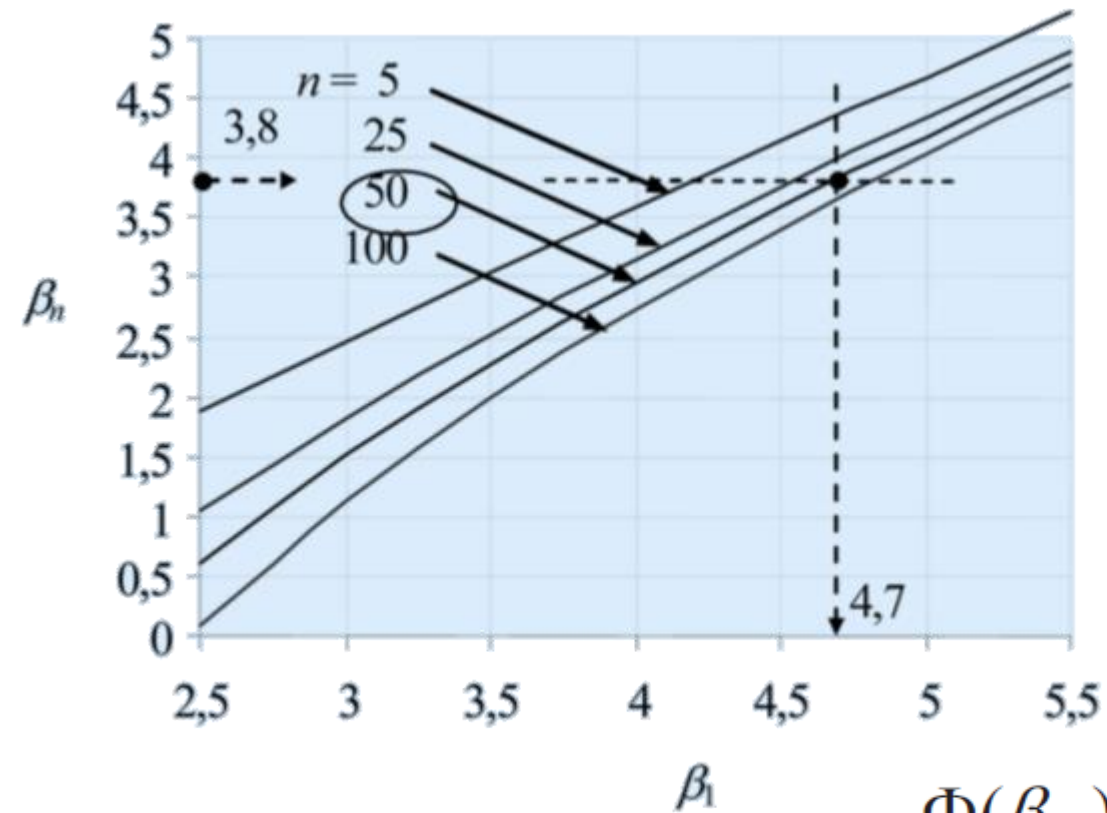
Ефекат повратног периода



Гумбелова дистрибуција (екстремних вредности)



Прорачунски период и индекс поузданости



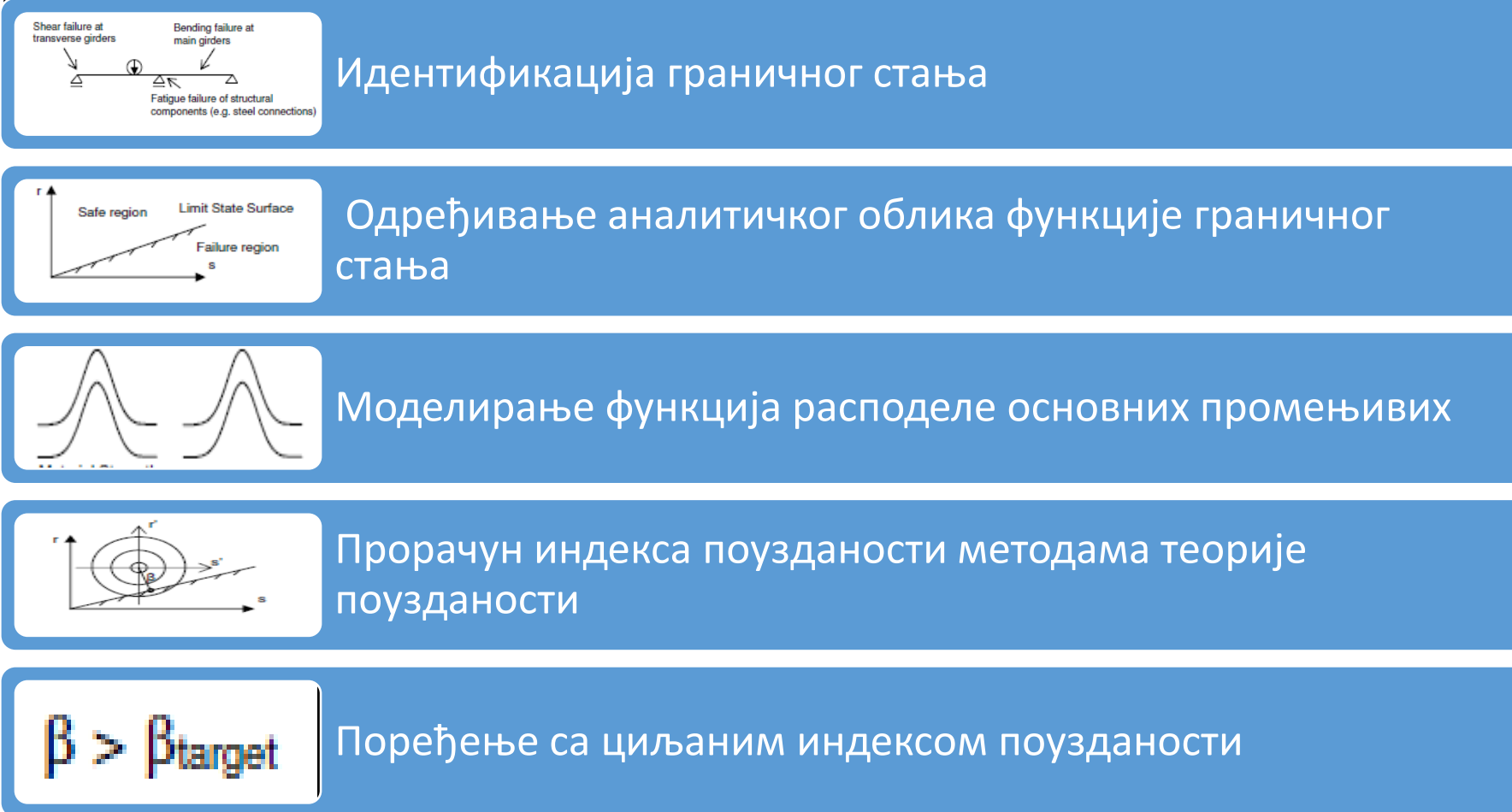
$$\Phi(\beta_{t,n}) = [\Phi(\beta_{t,1})]^n$$

Резиме

семи пробабилистички докази

- Карактеристичне вредности утицаја
 - Зависно од природе утицаја се одређују на бази статистичких података на пр. очекиване вредности или 98% фрактила
- Карактеристичне вредности отпорности
 - Зависе од природе материјала, на бази статистичких података
 - У правилу 10% или 5% фрактила – конвенција
- Парцијални фактори сигурности
 - Покривају варијабилност утицаја, отпорности материјала, прорачунског модела али и грешке при изградњи
 - Одређују се да дату вероватноћу отказа (гранична стања) за различите комбинације утицаја
 - У новије време и на бази економских критеријума
- Развијени за нове конструкције
- Примена на постојећим?

Процедура за потпуни пробабилистички прорачун



Местде за одређивање индекса поузданости линеарна гранична функција

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n = a_0 + \sum_{i=1}^n a_iX_i$$

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i\mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i\sigma_{X_i})^2}}$$

Вредност индекса поузданости овако срачуната зависи од специфичног облика граничне функције. За исти проблем могу се формулисати више граничних функција и коришћењем овалве формулације добијају се различите вредности индекса поузданости.

Местде за одређивање индекса поузданости
нелинеарна гранична функција – FORM (*first-order second-moment mean value reliability index*)

- Гранична функција се апроксимира Тејлоровим редом са само првим чланом у тачки средњих вредности свих случајних промењивих

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) \approx g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{\text{evaluated at } (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)}$$

- Индекс поузданости је тада:

$$\beta = \frac{g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}}$$

$$a_i = \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{\text{evaluated at mean values}}$$