



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet
www.grf.bg.ac.rs

Studijski program: **Građevinarstvo**
Modul: Konstrukcije
Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Teorija betonskih konstrukcija 1
(b2k3b1)**

Nastavnik: **Ivan Ignjatović**

Naslov vežbi: **Čisto savijanje. Jednostruko armiranje-
vezano dimenzionisanje.**

Datum : 25.10.2022.

Beograd, 2020.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2020/2021 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora



ČISTO savijanje - VEZANO dimenzionisanje

- Poznato:
 - statički uticaji za ($M_{G,Q}$) – sračunato
 - kvalitet materijala (f_{cd} , f_{yd}) – usvojeno
 - dimenzije poprečnog preseka (b , h)
- Nepoznato:
 - površina armature (A_{s1})
 - stanje dilatacija preseka (ξ)

Zadatak 2 - **VEZANO** dimenzionisanje

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = 250 \text{ kNm} \quad b = 40 \text{ cm} \quad C25/30$$
$$h = 60 \text{ cm} \quad B500 B$$

$$C25/30 \rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500 B \rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ Mpa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$$



Zadatak 2 - **VEZANO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{250 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 2.526$$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	13.00	0.212	0.912	17.172	2.527	0.157
3.50	12.50	0.219	0.909	17.708	2.492	0.161

$\varepsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$



Zadatak 2 - **VEZANO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{250 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 2.526$$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	13.00	0.212	0.912	17.172	2.527	0.157
3.50	12.50	0.219	0.909	17.708	2.492	0.161

$\varepsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$



Zadatak 2 - VEZANO dimenzionisanje

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	13.00	0.212	0.912	17.172	2.527	0.157

4. Računa se:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = 17.172 \times \frac{40 \times 53}{100} \times \frac{1.42}{43.5} = 11.88 \text{ cm}^2$$

ILI

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	13.00	0.212	0.912	17.172	2.527	0.157

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}} = \frac{250 \cdot 10^2}{0.912 \times 53 \times 43.5} = 11.89 \text{ cm}^2$$



Zadatak 2 - VEZANO dimenzionisanje

Kontrola minimalnog procenta armiranja:

$$A_{s1,min} = \max \begin{cases} 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d \\ 0.0013 \cdot b_t \cdot d \end{cases}$$

B500 B

$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Oznaka klase		C12/15	C16/20	C20/25	C25/30
f_{ck}	MPa	12	16	20	25
$f_{ck,cube}$	MPa	15	20	25	30
f_{cm}	MPa	20	24	28	33
$f_{ct,m}$	MPa	1.6	1.9	2.2	2.6

$$A_{s1,min} = \begin{cases} 0.26 \cdot \frac{2.6}{500} \cdot 40 \cdot 53 = 2.87 \text{ cm}^2 \\ 0.0013 \cdot 40 \cdot 53 = 2.76 \text{ cm}^2 \end{cases} = 2.87 < 11.89 \text{ cm}^2 = A_{s1,pot}$$

5. Usvaja se: **6Ø16** (12.06 cm²)



Zadatak 2 - VEZANO dimenzionisanje

6. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

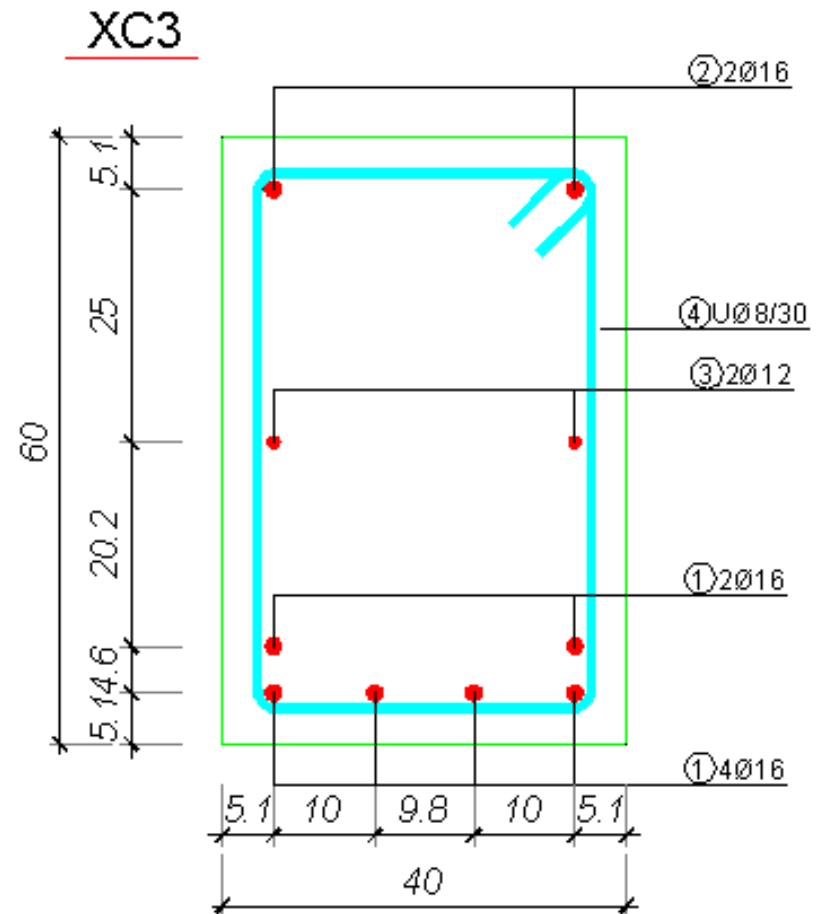
$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$d_1 = (4 \times 5.1 + 2 \times 9.7)/6 = 6.63 \text{ cm}$$

$d_{1,stv} < d_{1,prp}$ – na strani sigurnosti jer je

$$d_{stv} > d_{prp}$$

7. Konstruisanje preseka



Zadatak 2 - VEZANO dimenzionisanje

6. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

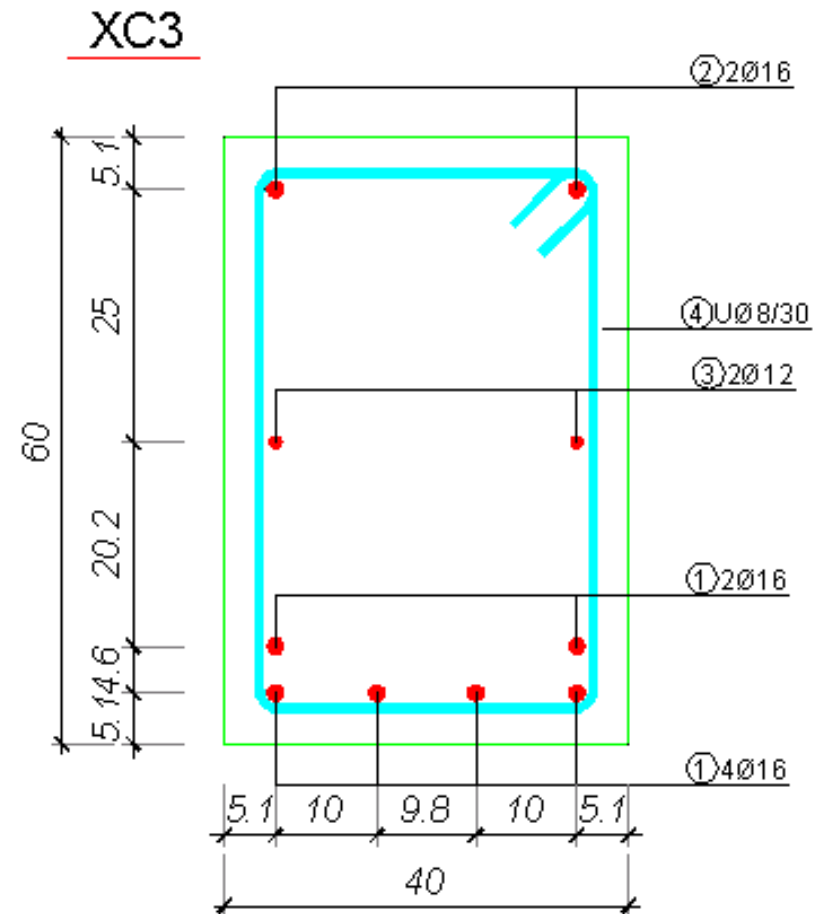
$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$d_1 = (4 \times 5.1 + 2 \times 9.7) / 6 = 6.63 \text{ cm}$$

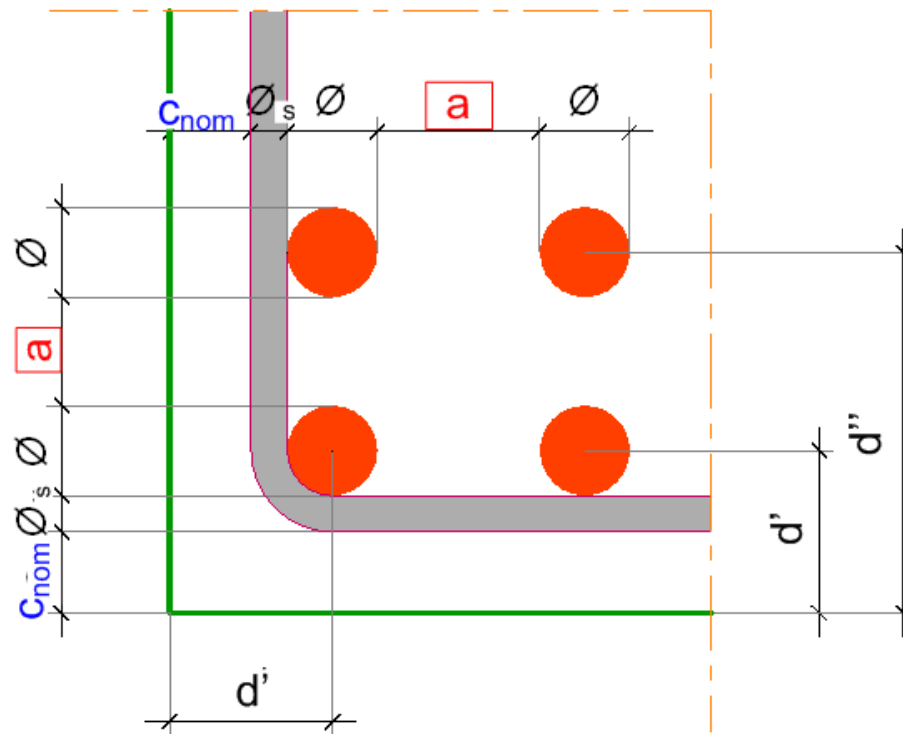
$d_{1,stv} < d_{1,prp}$ – na strani sigurnosti jer je

$$d_{stv} > d_{prp}$$

7. Konstruisanje preseka

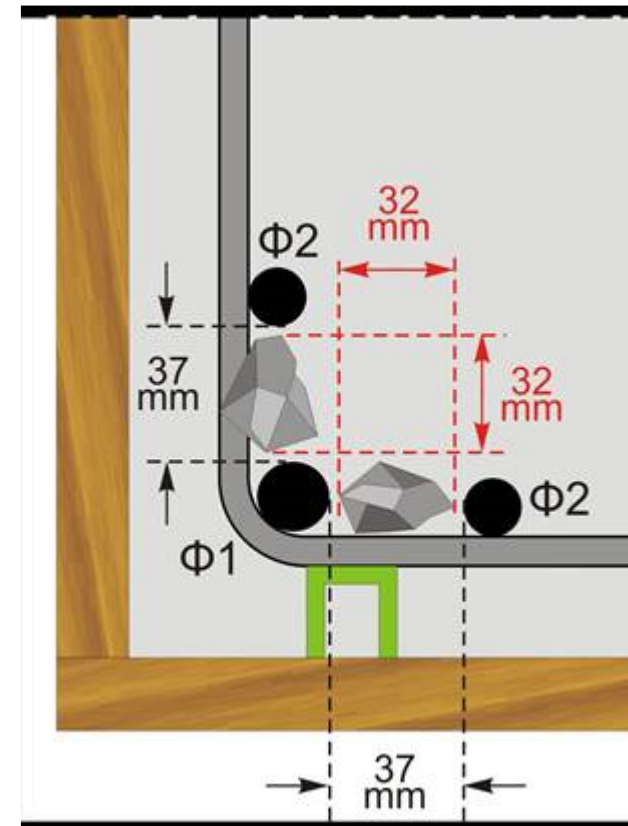


Oblikovanje preseka

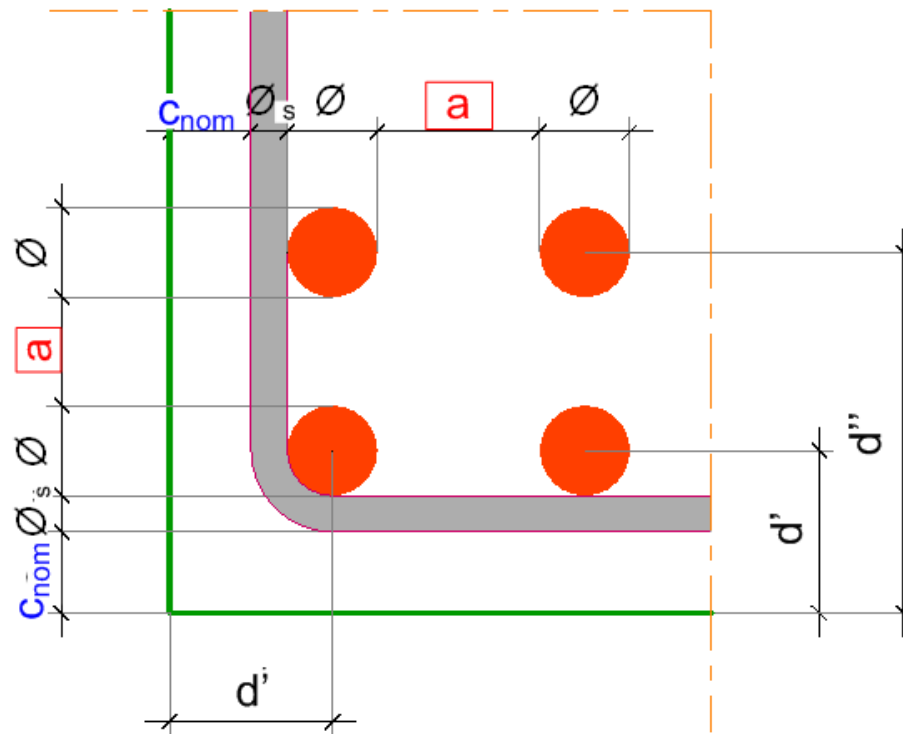


$$a = \max \{ \emptyset; d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm} \}$$

d_g – najveća dimenzija zrna agregata [mm]

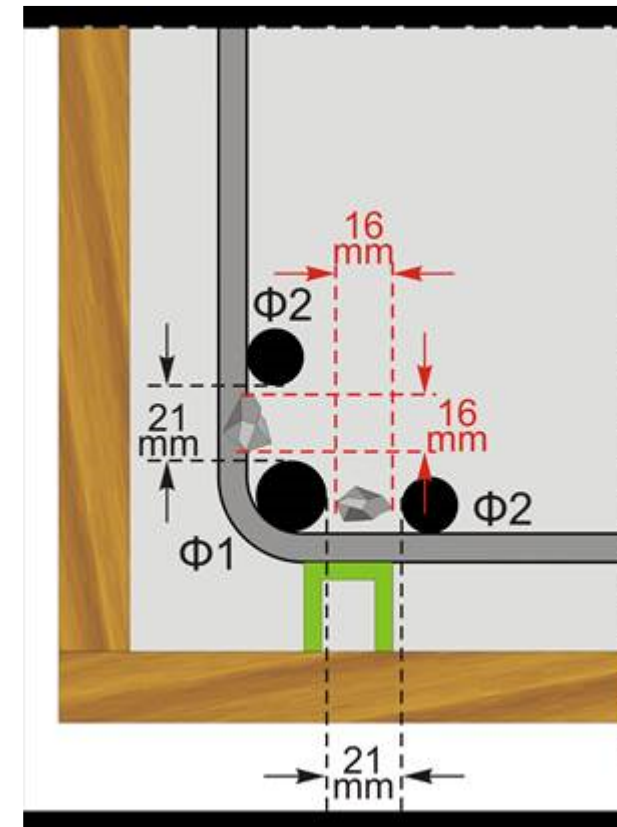


Oblikovanje preseka



$$a = \max \{ \Phi; d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm} \}$$

d_g – najveća dimenzija zrna agregata [mm]



Zadatak 2 - **VEZANO** dimenzionisanje (komentar)

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	13.00	0.212	0.912	17.172	2.527	0.157

$$F_c = 0.810 \times \xi \times b \times d \times f_{cd}$$

$$F_c = 0.810 \times 0.212 \times 40 \times 53 \times 1.42 = 516.9 \text{ kN}$$

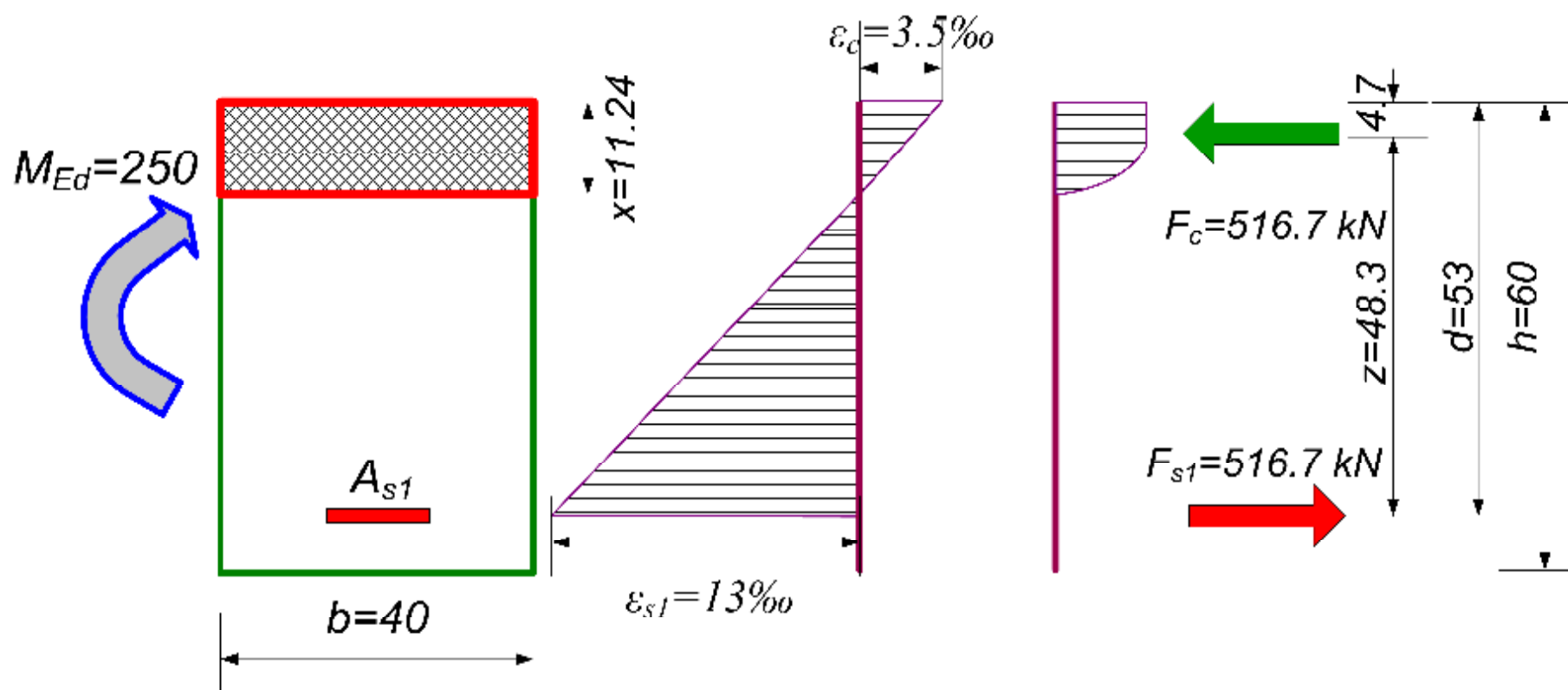
$$F_{s1} = A_{s1} \times \sigma_{s1} = A_{s1} \times f_{yd}$$

$$F_{s1} = 11.88 \times 43.5 = 516.8 \text{ kN} = F_c$$

$$x = \xi \times d = 0.212 \times 53 = 11.24 \text{ cm}$$

$$z = \zeta \times d = 0.912 \times 53 = 48.34 \text{ cm}$$

Zadatak 2 - VEZANO dimenzionisanje (komentar)



ČISTO savijanje - VEZANO dimenzionisanje – REZIME POSTUPKA

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

Stalne i prolazne proračunske situacije

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$M_{Ed} = \gamma_G M_{G,k} + \gamma_{Q,1} M_{Qk,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} M_{Qk,i}$$

Dejstvo	Stalno (γ_G)	Promenljivo (γ_Q)
Nepovoljno	1.35	1.50
Povoljno	1.00	0.00

Dejstvo	ψ_0
Korisno opterećenje (SRPS EN 1991-1-1)	
Kategorija A: Prostorije za domaćinstvo i stanovanje	0.7
Kategorija B: Kancelarijske prostorije	0.7
Kategorija C: Prostorije za okupljanje ljudi	0.7
Kategorija D: Trgovačke prostorije	0.7
Kategorija E: Skladišne prostorije	1.0
Kategorija F: Saobraćajne površine, vozilo ≤ 30 kN	0.7
Kategorija G: Saobraćajne površine, 30kN < vozilo ≤ 160 kN	0.7
Kategorija H: Krovovi	0
Opterećenja od snega (SRPS EN 1991-1-3)	
Finska, Švedska, Norveška, Island	0.7
Ostale članice CEN, lokacije visine H > 1000m nadmorske visine	0.7
Ostale članice CEN, Lokacije visine H ≤ 1000m nadmorske visine	0.5
Opterećenja od vetra (SRPS EN 1991-1-4)	0.6
Temperatura (ne požar) (SRPS EN 1991-1-5)	0.6

ČISTO savijanje - VEZANO dimenzionisanje – **REZIME POSTUPKA**

2. Pretpostavlja se položaj težišta zategnute armature d_1 i na osnovu toga sračunava statička visina

$$d = h - d_1$$

Veličina d_1 se pretpostavlja u granicama $(0.05-0.15) \times h$.

Veličina d_1 u vezi je sa pretpostavljenim brojem redova armature.

Veličinu d_1 usvojiti uzimajući u obzir širinu preseka, tj. maksimalni mogući broj profila u jednom redu.

Kontrolisati razliku između pretpostavljene vrednosti za d_1 ($d_{1,prp}$) i stvarne vrednosti d_1 ($d_{1,stv}$), nakon **konstruisanja preseka**.

ČISTO savijanje - VEZANO dimenzionisanje – REZIME POSTUPKA

3. Sračunava se koeficijent k :

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}}$$

i pročitaju dilatacije ε_c , ε_{s1} .

4. Ako je $\varepsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$ (ili f_{yd}/E_s), sračunava se potrebna površina armature iz izraza:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{ILI} \quad A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \times f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}}$$

Ako je $\varepsilon_{s1} < 2.5\text{‰}$ (ili f_{yd}/E_s), presek se **OBOSTRANO** armira

ČISTO savijanje - VEZANO dimenzionisanje – REZIME POSTUPKA

5. **Usvaja se broj i prečnik šipki armature.** Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (a, čisto rastojanje između šipki)
6. **Sračunava se položaj težišta d_1** usvojene armature i statička visina d i upoređuje sa pretpostavljenom.
 - U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću d_1 .
7. Konačno se **konstruiše poprečni presek** i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

Zadatak 3 - **VEZANO** dimenzionisanje

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = \mathbf{500} \text{ kNm}$$

$$b = 40 \text{ cm} \quad \text{C25/30}$$

$$h = 60 \text{ cm} \quad \text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \quad \longrightarrow \quad f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \quad \longrightarrow \quad f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ Mpa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$$



Zadatak 3 - **VEZANO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 500 \text{ kNm}$

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{500 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 1.786$$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	3.75	0.483	0.799	39.080	1.789	0.312
3.50	3.70	0.486	0.798	39.352	1.785	0.314
3.50	3.65	0.490	0.796	39.627	1.780	0.316

$\varepsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$



Zadatak 3 - VEZANO dimenzionisanje

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	3.70	0.486	0.798	39.352	1.785	0.314

4. Računa se:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = 39.352 \times \frac{40 \times 53}{100} \times \frac{1.42}{43.5} = 27.23 \text{ cm}^2$$

ILI

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	3.70	0.486	0.798	39.352	1.785	0.314

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}} = \frac{500 \cdot 10^2}{0.798 \times 53 \times 43.5} = 27.18 \text{ cm}^2$$

Zadatak 3 - VEZANO dimenzionisanje

5. Usvaja se: $9\text{Ø}20$ (28.26 cm^2)

6. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 5.3 + 3.0 + 2 \times 2.0/2 = 10.3 \text{ cm}$$

$$d_1 = (5 \times 5.3 + 4 \times 10.3)/9 = 7.52 \text{ cm}$$

$d_{1, \text{stv}} > d_{1, \text{prp}}$ nije na strani sigurnosti jer je

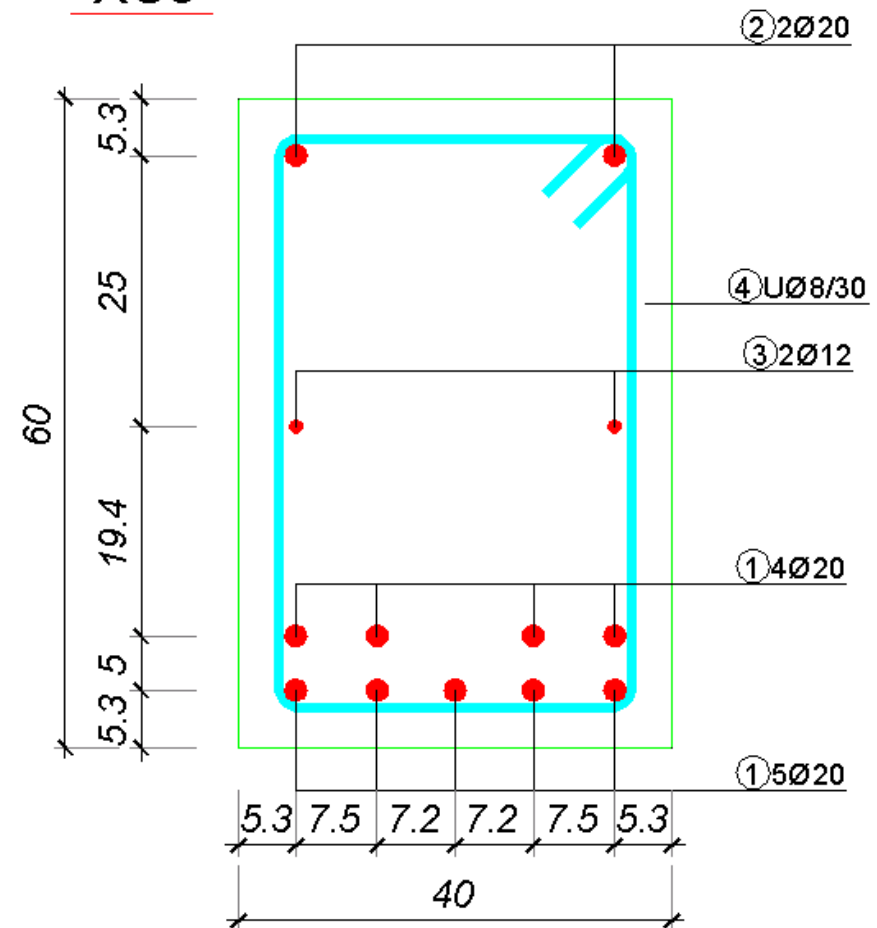
$d_{\text{stv}} < d_{\text{prp}}$, ali:

$$z_{\text{stv}} \cdot A_{s1, \text{stv}} > z_{\text{prp}} \cdot A_{s1, \text{pot}}$$

$$0.9 \cdot (60 - 7.52) \cdot 28.26 > 0.9 \cdot (60 - 7) \cdot 27.18$$

7. Konstruisanje preseka

XC3



Zadatak 3 - **VEZANO** dimenzionisanje (komentar)

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	3.70	0.486	0.798	39.352	1.785	0.314

$$F_c = 0.810 \times \xi \times b \times d \times f_{cd}$$

$$F_c = 0.810 \times 0.486 \times 40 \times 53 \times 1.42 = 1185.1 \text{ kN}$$

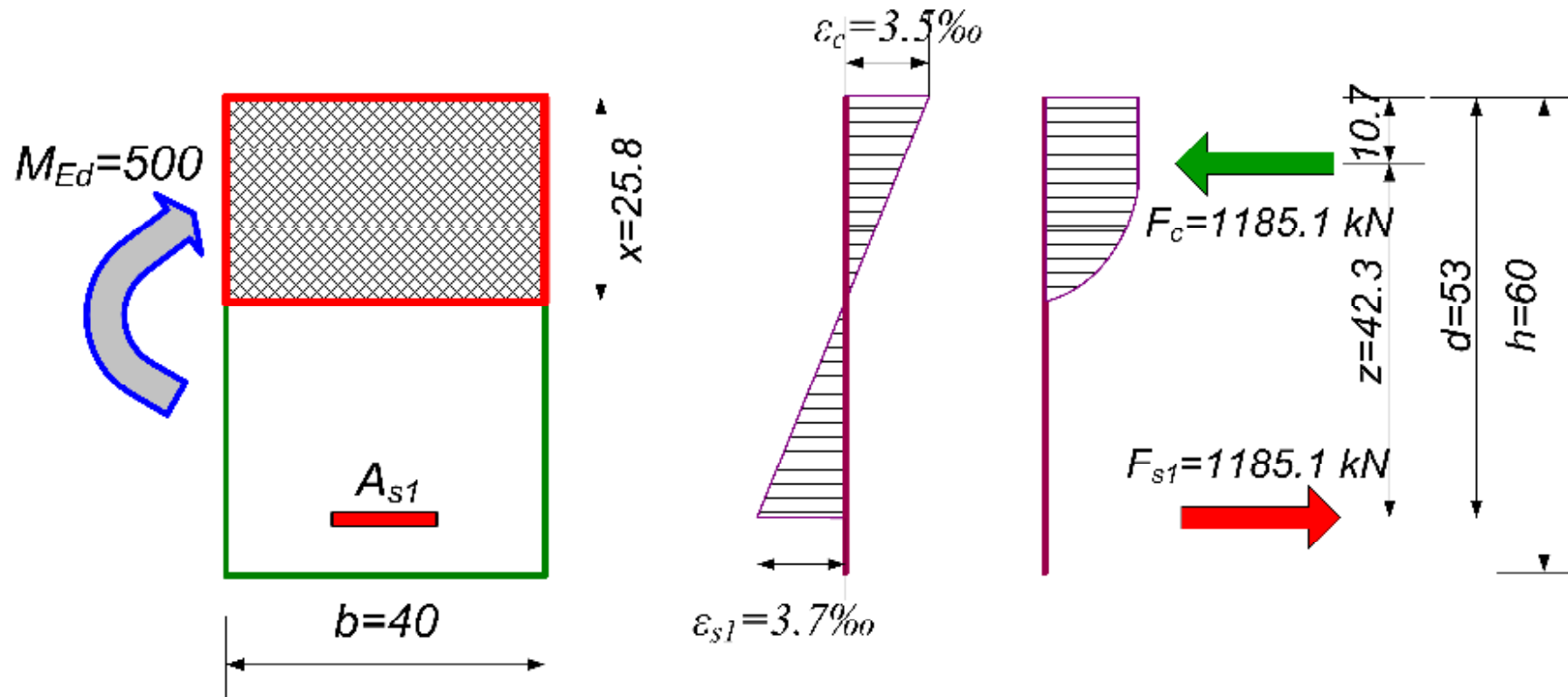
$$F_{s1} = A_{s1} \times \sigma_{s1} = A_{s1} \times f_{yd}$$

$$F_{s1} = 27.18 \times 43.5 = 1182.3 \text{ kN} = F_c$$

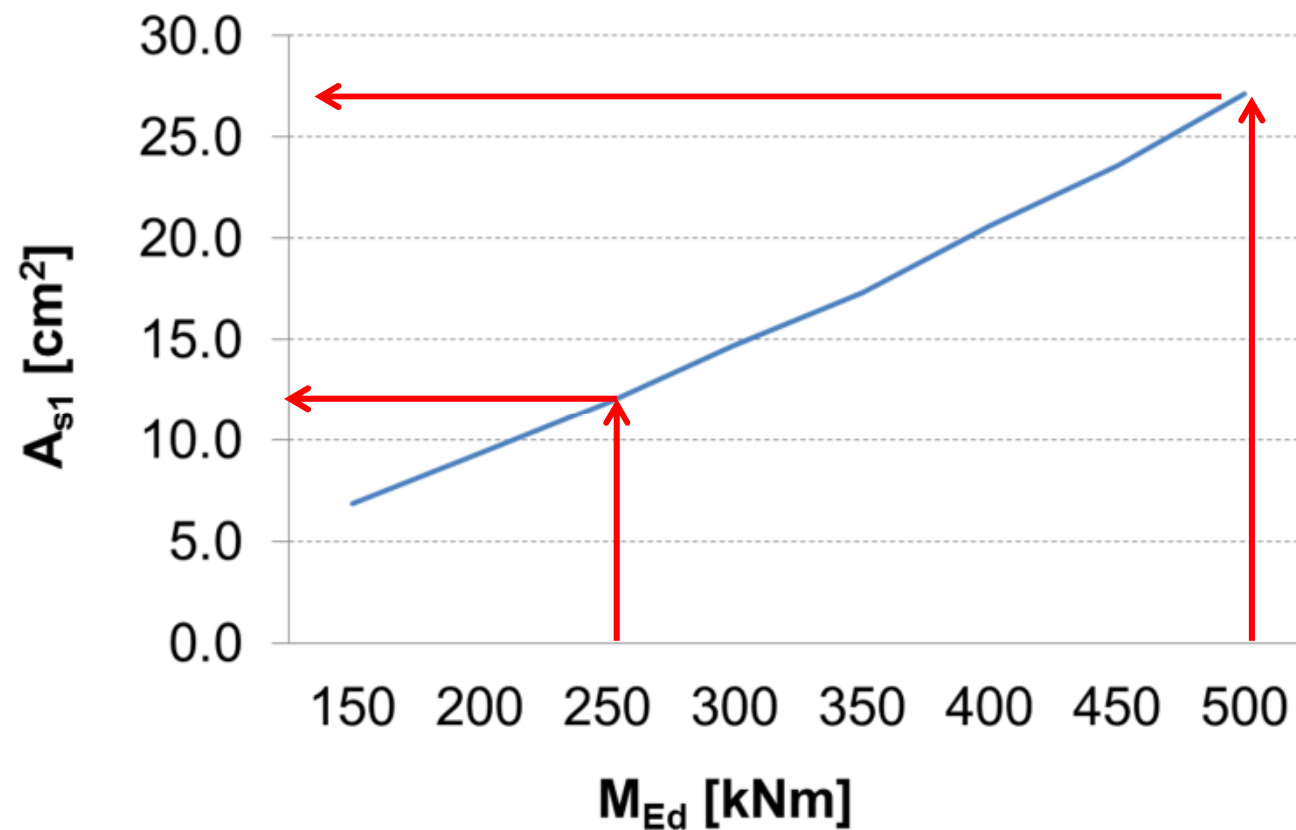
$$x = \xi \times d = 0.486 \times 53 = 25.8 \text{ cm}$$

$$z = \zeta \times d = 0.798 \times 53 = 42.3 \text{ cm}$$

Zadatak 3 - VEZANO dimenzionisanje (komentar)



Zavisnost A_{s1} od promene M



Zadatak 4 - **VEZANO** dimenzionisanje

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = \mathbf{250} \text{ kNm}$$

$$\mathbf{b = 20 \text{ cm}} \quad \text{C25/30}$$

$$h = 60 \text{ cm} \quad \text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \quad \longrightarrow \quad f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \quad \longrightarrow \quad f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ Mpa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$$



Zadatak 4- **VEZANO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$
2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{250 \cdot 10^2}{20 \cdot 1.42}}} = 1.784$$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	3.70	0.486	0.798	39.352	1.785	0.314
3.50	3.65	0.490	0.796	39.627	1.780	0.316

$$\varepsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$$



Zadatak 4 - VEZANO dimenzionisanje

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	3.70	0.486	0.798	39.352	1.785	0.314

4. Računa se:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = 39.352 \times \frac{20 \times 53}{100} \times \frac{1.42}{43.5} = 13.62 \text{ cm}^2$$

ILI

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}} = \frac{250 \cdot 10^2}{0.798 \times 53 \times 43.5} = 13.59 \text{ cm}^2$$

Zadatak 4 - VEZANO dimenzionisanje

5. Usvaja se: $5\text{Ø}20$ (15.70 cm^2)

7. **Konstruisanje preseka**

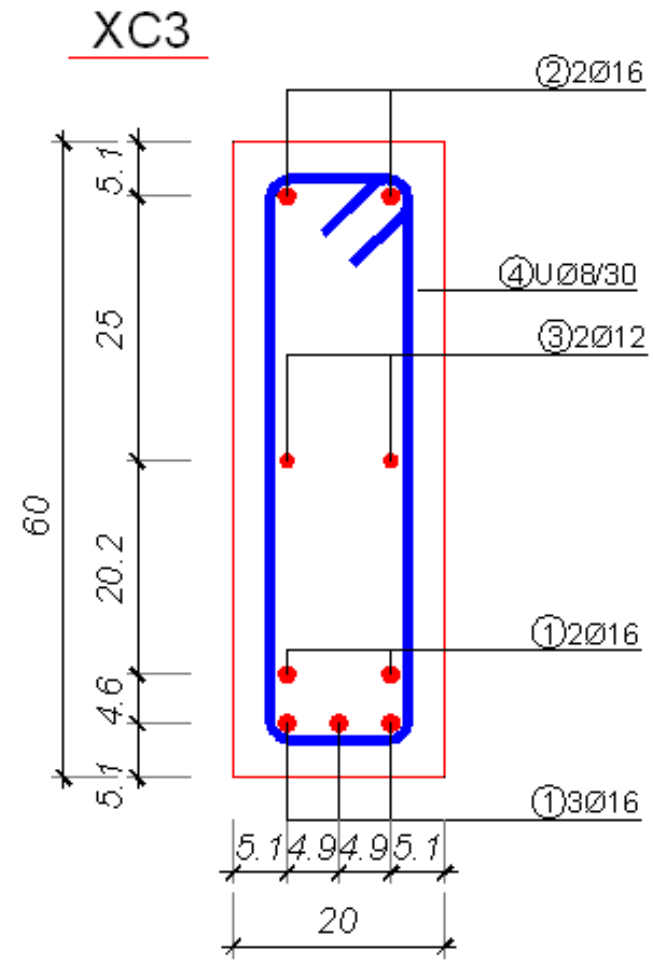
6. **Računanje težišta armature**

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$d_1 = (3 \times 5.1 + 2 \times 9.7) / 7 = 6.94 \text{ cm}$$

$$d_{1,stv} \approx d_{1,prp}$$



Zadatak 4 - **VEZANO** dimenzionisanje

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	3.70	0.486	0.798	39.352	1.785	0.314

$$F_c = 0.810 \times \xi \times b \times d \times f_{cd}$$

$$F_c = 0.810 \times 0.486 \times 20 \times 53 \times 1.42 = 592.5 \text{ kN}$$

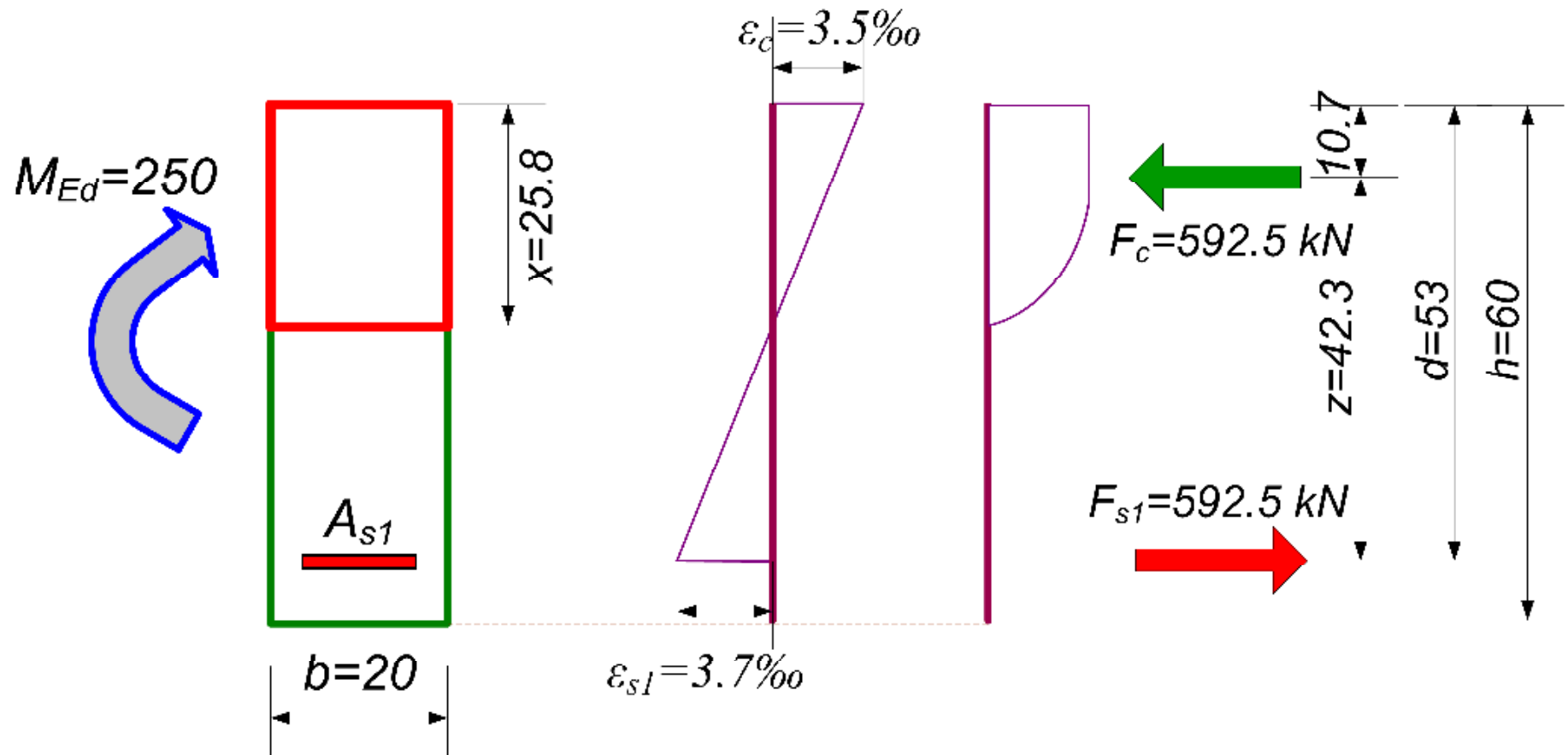
$$F_{s1} = A_{s1} \times \sigma_{s1} = A_{s1} \times f_{yd}$$

$$F_{s1} = 13.62 \times 43.5 = 592.5 \text{ kN} = F_c$$

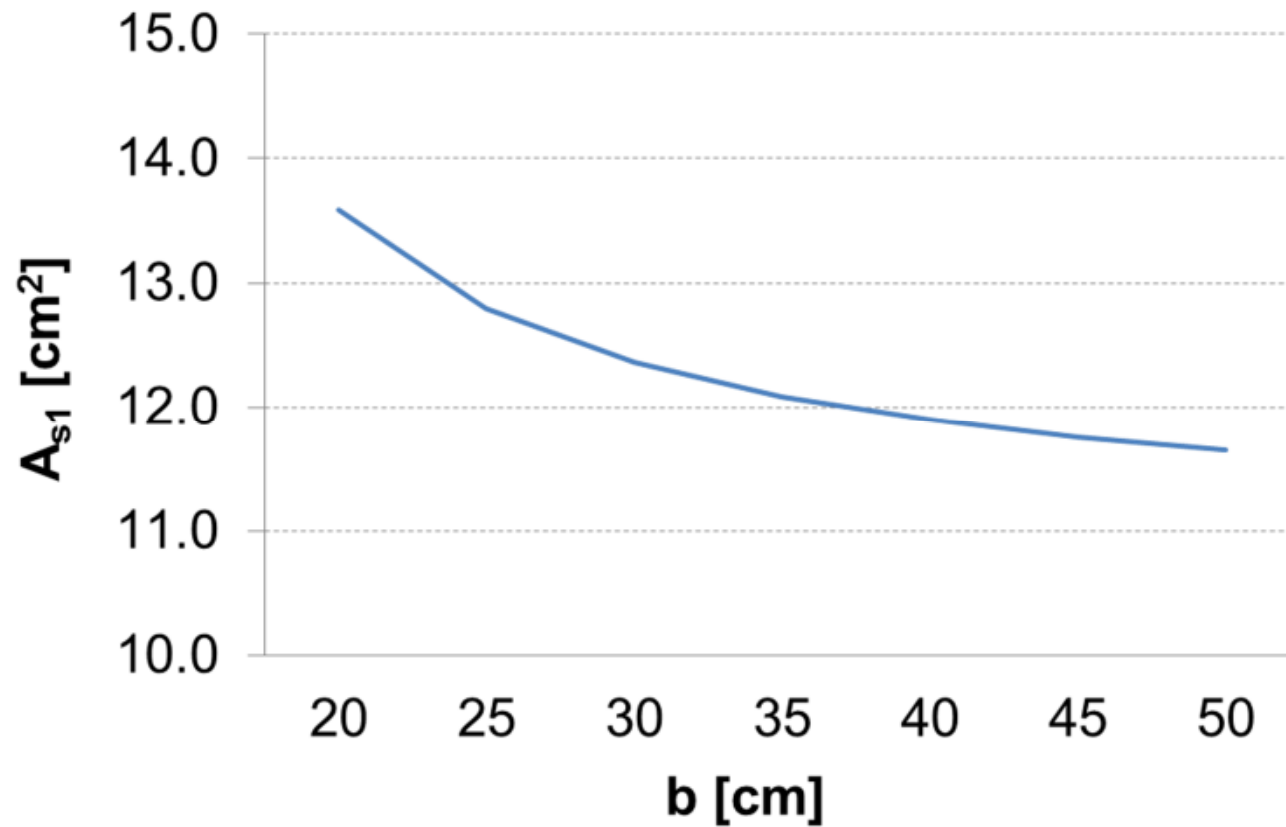
$$x = \xi \times d = 0.486 \times 53 = 25.76 \text{ cm}$$

$$z = \zeta \times d = 0.798 \times 53 = 42.29 \text{ cm}$$

Zadatak 4 - VEZANO dimenzionisanje



Zavisnost A_{s1} od promene b



Zadatak 5 - **VEZANO** dimenzionisanje

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:


$$M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

C50/60

$$h = 60 \text{ cm}$$

B500 B

C50/60  $f_{cd} = 0.85 \cdot 50 / 1.5 = 28.3 \text{ MPa} = 2.83 \text{ kN/cm}^2$

B500 B  $f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ MPa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$

Zadatak 5 - **VEZANO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{250 \cdot 10^2}{40 \cdot 2.83}}} = 3.566$$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	35.00	0.091	0.962	7.359	3.758	0.071
3.50	30.00	0.104	0.957	8.458	3.516	0.081

Zadatak 5 - VEZANO dimenzionisanje

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	30.00	0.104	0.957	8.458	3.516	0.081

4. Računa se:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = 8.458 \times \frac{40 \times 53}{100} \times \frac{2.83}{43.5} = 11.66 \text{ cm}^2$$

ILI

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	30.00	0.104	0.957	8.458	3.516	0.081

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}} = \frac{250 \cdot 10^2}{0.957 \times 53 \times 43.5} = 11.33 \text{ cm}^2$$



Zadatak 5 - **VEZANO** dimenzionisanje

5. Usvaja se: **6Ø16** (12.06 cm²)

6. **Računanje težišta armature**

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

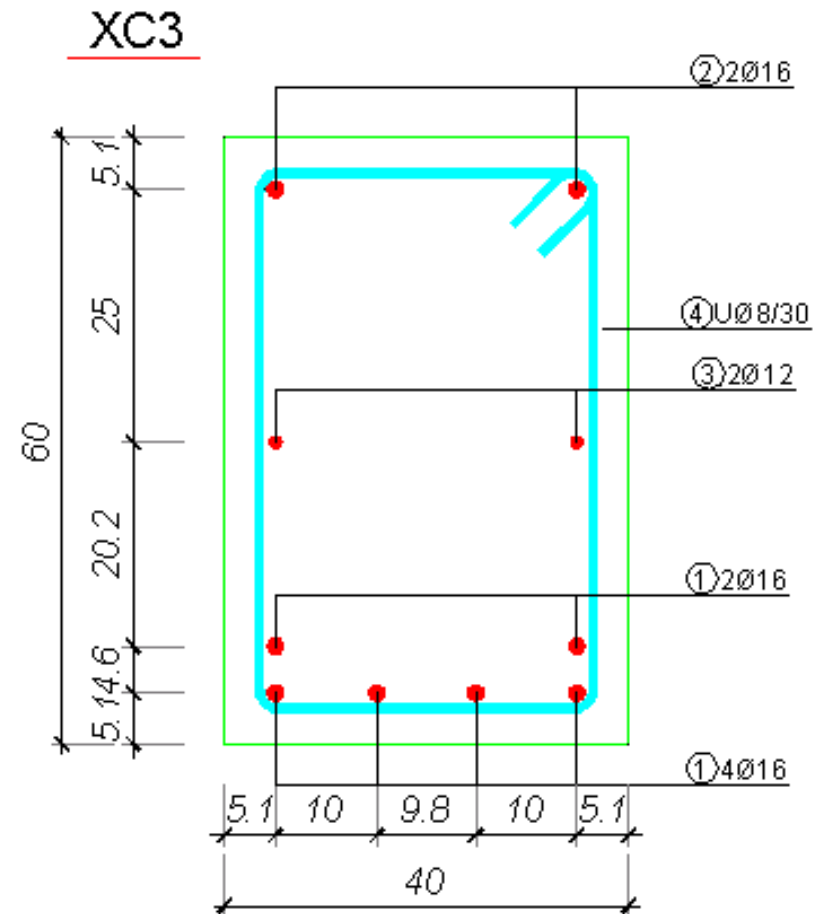
$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$d_1 = (4 \times 5.1 + 2 \times 9.7) / 5 = 6.63 \text{ cm}$$

$d_{1,stv} < d_{1,prp}$, na strani sigurnosti jer je

$$d_{stv} > d_{prp}$$

7. **Konstruisanje preseka**



Zadatak 5 - VEZANO dimenzionisanje

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	30.00	0.104	0.957	8.458	3.516	0.081

$$F_c = 0.810 \times \xi \times b \times d \times f_{cd}$$

$$F_c = 0.810 \times 0.104 \times 40 \times 53 \times 2.83 = 505.4 \text{ kN}$$

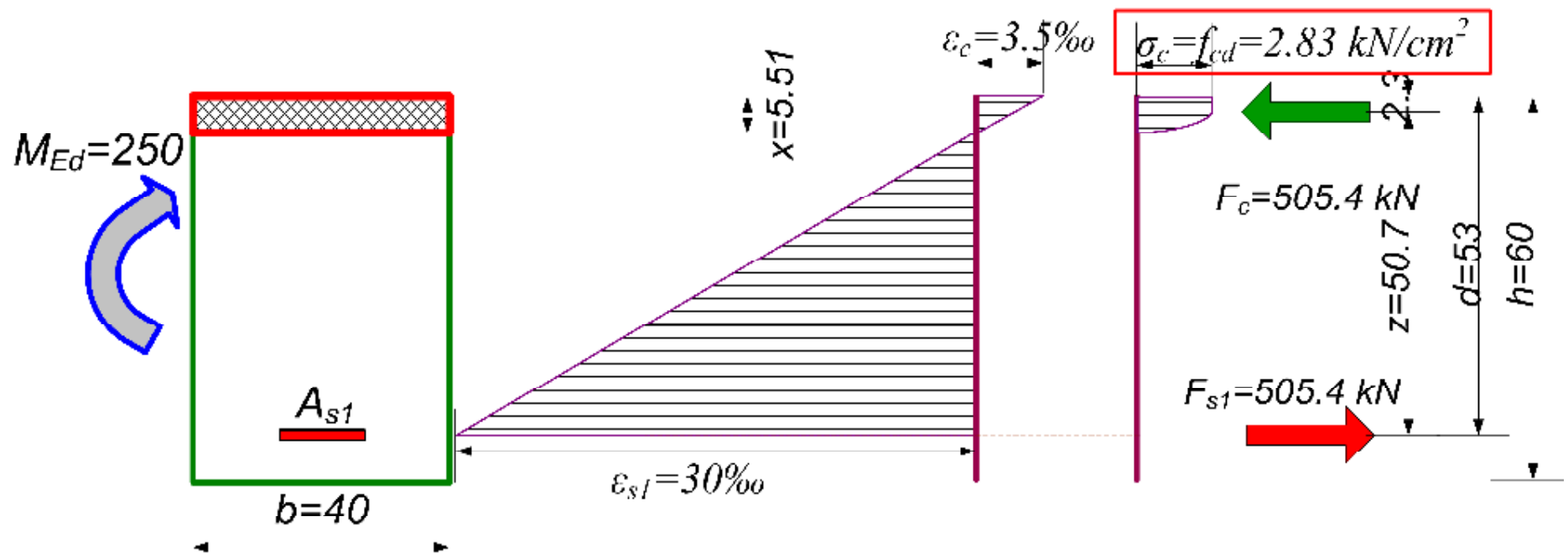
$$F_{s1} = A_{s1} \times \sigma_{s1} = A_{s1} \times f_{yd}$$

$$F_{s1} = 11.66 \times 43.5 = 507.2 \text{ kN} = F_c$$

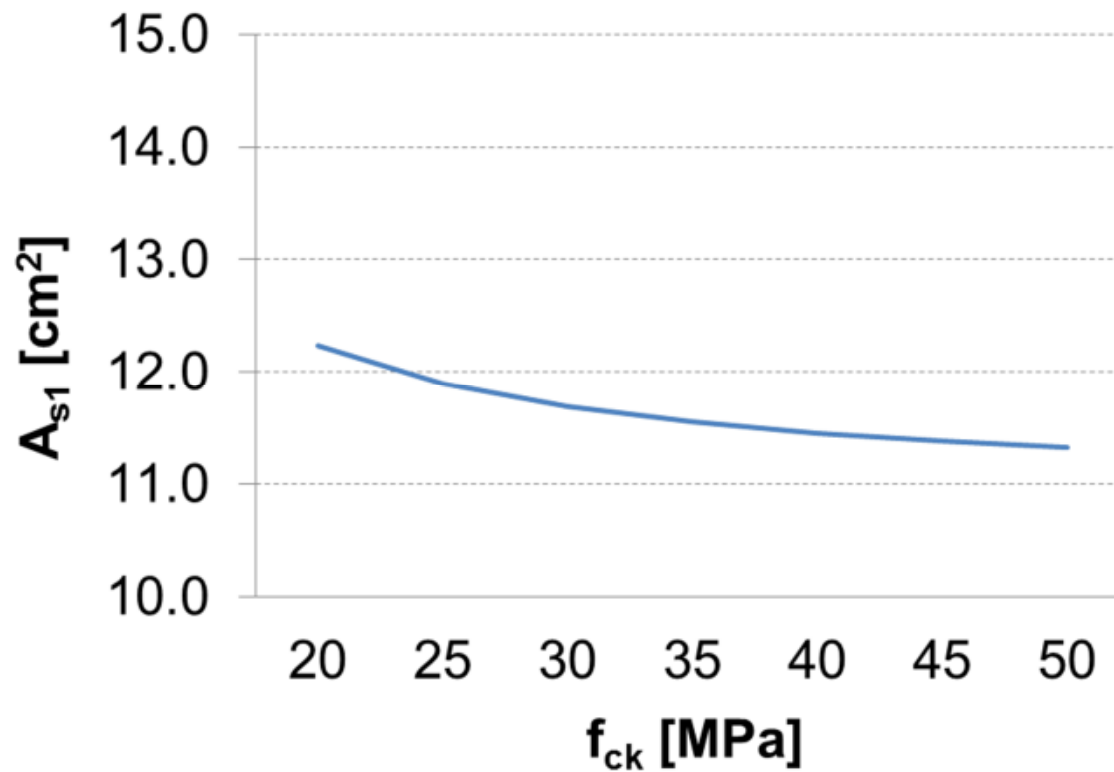
$$x = \xi \times d = 0.104 \times 53 = 5.51 \text{ cm}$$

$$z = \zeta \times d = 0.957 \times 53 = 50.72 \text{ cm}$$

Zadatak 5 - VEZANO dimenzionisanje



Zavisnost A_{s1} od promene klase betona



Zadatak 6a - **SLOBODNO** dimenzionisanje

Odrediti **visinu** i potrebnu **površinu armature** za presek pravougaonog oblika, opterećen momentima savijanja usled stalnog (M_G) i povremenog (M_Q) opterećenja. Podaci za proračun:

$$M_G = 60 \text{ kNm}$$

$$b = 25 \text{ cm}$$

C25/30

$$M_Q = 80 \text{ kNm}$$

B500 B

C25/30 \rightarrow $f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$

B500 B \rightarrow $f_{yd} = 500 \cdot 1.15 = 435 \text{ MPa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$

γ_c

γ_s



Zadatak 6a - **SLOBODNO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 1.35 \times 60 + 1.5 \times 80 = 201 \text{ kNm}$

γ_G points to 1.35
 $\gamma_{Q,1}$ points to 1.5

2. usv. $\varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / 10\text{‰}$

$2,5\text{‰} \leq \varepsilon_{s1} \leq 45 \text{‰}$ → Za B500 **B** !!

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	10.00	0.259	0.892	20.988	2.311	0.187

$k = 2.311$; $\omega_1 = 20.988\%$; $\zeta = 0.892$

3. Računamo: $d = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}} = 2.311 \times \sqrt{\frac{201 \times 10^2}{25 \times 1,42}} = 55 \text{ cm}$



Zadatak 6a - **SLOBODNO** dimenzionisanje

4. Računamo:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 20.988 \times \frac{25 \times 55}{100} \times \frac{1.42}{43.5} = 9.42 \text{ cm}^2$$

ILI

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \times f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}} = \frac{201 \times 10^2}{0.892 \times 55 \times 43.5} = 9.42 \text{ cm}^2$$

5. Usvojeno: **5Ø16** (10,05 cm²)



Zadatak 6a - **SLOBODNO** dimenzionisanje

6. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

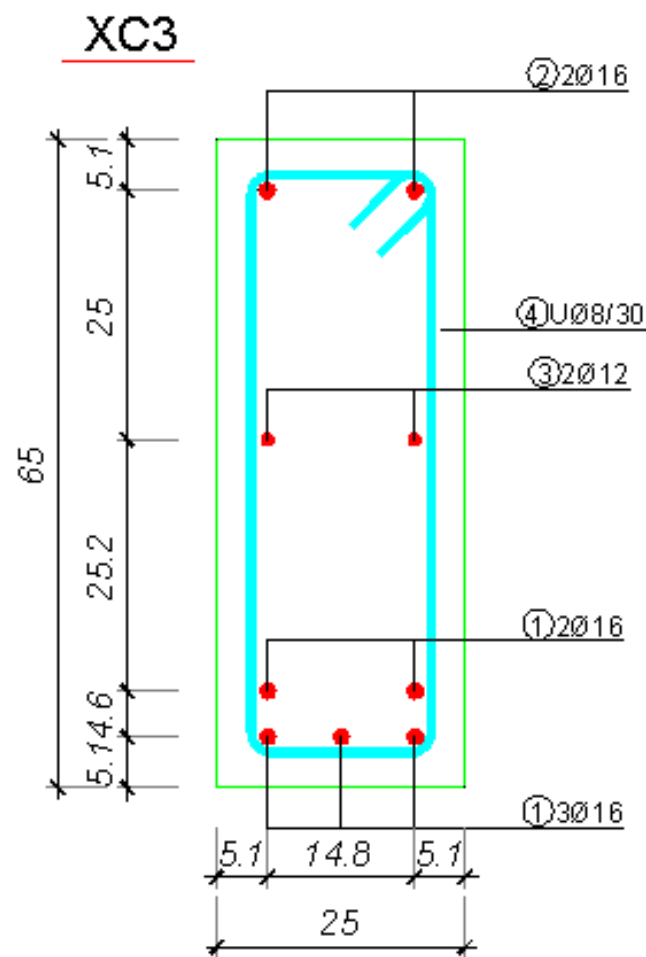
$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$d_1 = (3 \times 5.1 + 2 \times 9.7)/5 = 6.94 \text{ cm}$$

$$h = 55 + 6.94 = 61.94 \text{ cm}$$

usv. $h = 65 \text{ cm}$

7. Konstruisanje preseka



Zadatak 6b - **SLOBODNO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 1.35 \times 60 + 1.5 \times 80 = 201 \text{ kNm}$

2. usv. $\varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / \underline{\underline{20}}\text{‰}$

$$2.5\text{‰} \leq \varepsilon_{s1} \leq 45 \text{‰}$$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	20.00	0.149	0.938	12.057	2.974	0.113

3. Računamo:

$$d = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}} = 2.974 \times \sqrt{\frac{201 \times 10^2}{25 \times 1,42}} = 70.8 \text{ cm}$$



Zadatak 6b - **SLOBODNO** dimenzionisanje

4. Računamo:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 12.057 \times \frac{25 \times 70.8}{100} \times \frac{1.42}{43.5} = 6.97 \text{ cm}^2$$

5. Usvojeno: **5Ø14** (7.70 cm²)



„puno“ sitnih profila, neki predlog?

Zadatak 6b - **SLOBODNO** dimenzionisanje

6. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.4/2 = 5.0 \text{ cm}$$

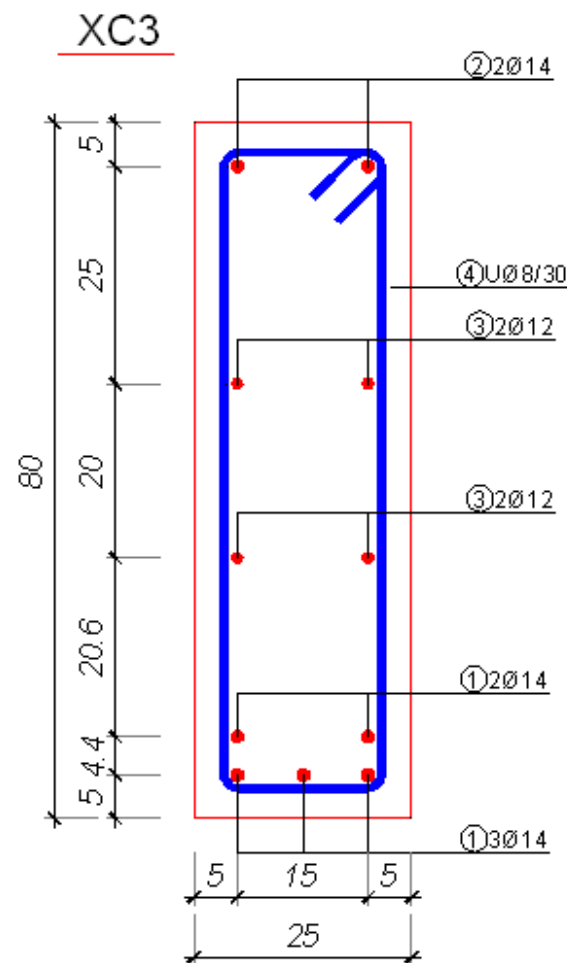
$$d^{II} = 5.0 + 3.0 + 2 \times 1.4/2 = 9.4 \text{ cm}$$

$$d_1 = (3 \times 5.0 + 2 \times 9.4) / 5 = 6.76 \text{ cm}$$

$$h = 70.8 + 6.76 = 77.56 \text{ cm}$$

usv. $h = 80 \text{ cm}$

7. Konstruisanje preseka



Zadatak 6c - **SLOBODNO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 1.35 \times 60 + 1.5 \times 80 = 201 \text{ kNm}$

2. usv. $\varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / 3\text{‰}$

$$2,5\text{‰} \leq \varepsilon_{s1} \leq 45 \text{‰}$$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	k	μ
3.50	3.00	0.538	0.776	43.590	1.719	0.338

3. Računamo:

$$d = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}} = 1.719 \times \sqrt{\frac{201 \times 10^2}{25 \times 1,42}} = 40.9 \text{ cm}$$

Zadatak 6c - **SLOBODNO** dimenzionisanje

4. Računamo:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 43.590 \times \frac{25 \times 40.9}{100} \times \frac{1.42}{43.5} = 14.55 \text{ cm}^2$$

5. Usvojeno: **5Ø20** (15.7 cm²)



Zadatak 6c - **SLOBODNO** dimenzionisanje

6. Računanje težišta armature

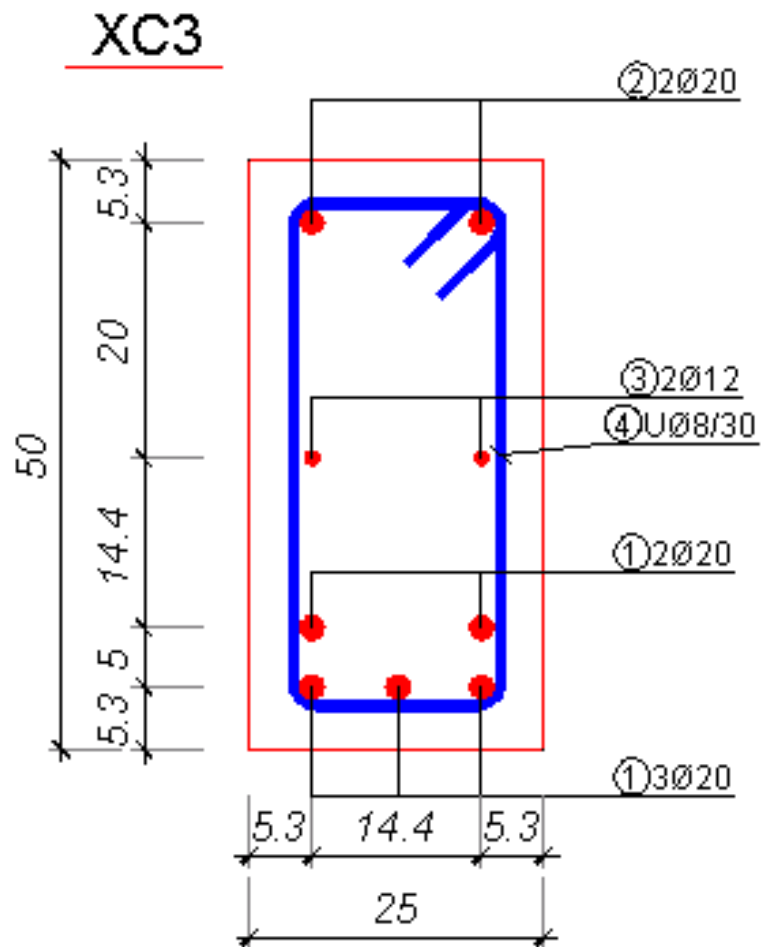
$$d^I = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 5.3 + 3.0 + 2 \times 2.0/2 = 10.3 \text{ cm}$$

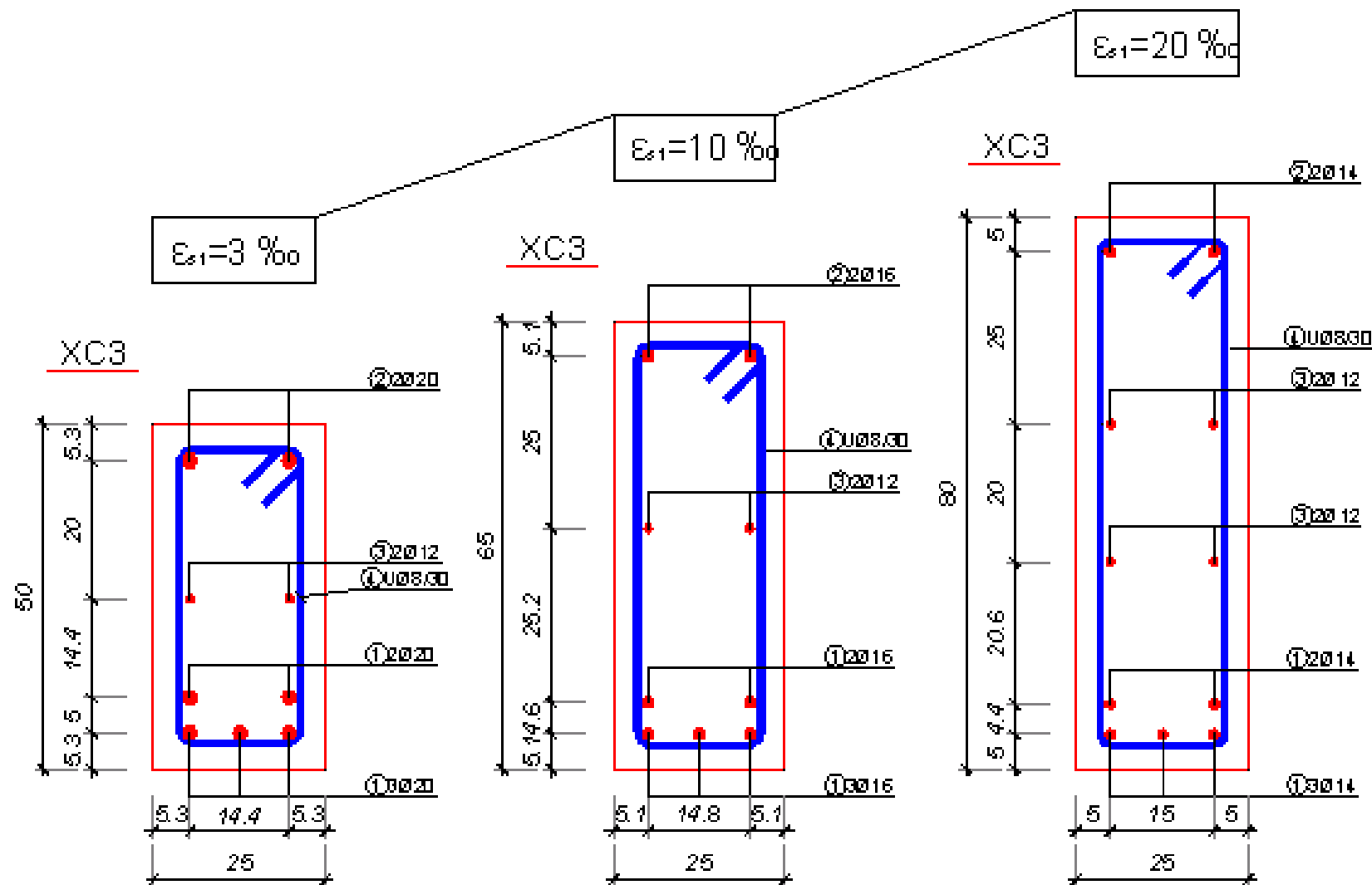
$$d_1 = (3 \times 5.3 + 2 \times 10.3)/5 = 7.3 \text{ cm}$$

$$h = 40.9 + 7.3 = 48.2 \text{ cm}$$

usv. $h = 50 \text{ cm}$



Uporedna analiza zadatka 6a, 6b, 6c



REZIME

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

Stalne i prolazne proračunske situacije

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$M_{Ed} = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_{Q,1} \cdot M_{Qk,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i}$$

Dejstvo	Stalno (γ_G)	Promenljivo (γ_Q)
Nepovoljno	1.35	1.50
Povoljno	1.00	0.00

Dejstvo	ψ_0
Korisno opterećenje (SRPS EN 1991-1-1)	
Kategorija A: Prostorije za domaćinstvo i stanovanje	0.7
Kategorija B: Kancelarijske prostorije	0.7
Kategorija C: Prostorije za okupljanje ljudi	0.7
Kategorija D: Trgovačke prostorije	0.7
Kategorija E: Skladišne prostorije	1.0
Kategorija F: Saobraćajne površine, vozilo ≤ 30 kN	0.7
Kategorija G: Saobraćajne površine, $30\text{kN} < \text{vozilo} \leq 160$ kN	0.7
Kategorija H: Krovovi	0
Opterećenja od snega (SRPS EN 1991-1-3)	
Finska, Švedska, Norveška, Island	0.7
Ostale članice CEN, lokacije visine $H > 1000\text{m}$ nadmorske visine	0.7
Ostale članice CEN, Lokacije visine $H \leq 1000\text{m}$ nadmorske visine	0.5
Opterećenja od vetra (SRPS EN 1991-1-4)	0.6
Temperatura (ne požar) (SRPS EN 1991-1-5)	0.6

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

2. Usvajaju se ϵ_c i ϵ_{s1} , pri čemu je:

$$\epsilon_c = 3,5\text{‰} \quad \text{i} \quad \epsilon_{s1, \text{lim}} \leq \epsilon_{s1} \leq \epsilon_{ud}$$

$$\epsilon_{s1, \text{lim}} = \max \begin{cases} 0,0025 \\ \frac{f_{yd}}{E_s} \end{cases}$$

$$0,9 \cdot \epsilon_{uk} = 45\text{‰}$$

Za usvojene vrednosti dilatacija iz tabela se očitavaju koeficijenti k ili μ (**položaj neutralne linije**), odnosno ω_1 (**mehanički procenat armiranja**).

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

3. Sračunava se **statička visina, d** :

$$\varepsilon_c / \varepsilon_{s1} \xrightarrow{\text{TABL.}} k \Rightarrow d = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}$$

4. Sračunava se **potrebna površina armature, A_{s1}** :

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{ili} \quad A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \times f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}}$$

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

5. **Usvaja se broj i prečnik šipki armature.** Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (*vidi vežbe 1V_TBK1*)
6. **Sračunava se položaj težišta d_1** usvojene armature i usvaja visina preseka h :

$$h = d + d_1$$

7. **Konačno se konstruiše poprečni presek** i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.



Zadatak 7 - **OBOSTRANO ARMIRANJE**

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = \mathbf{750} \text{ kNm} \quad b = 40 \text{ cm} \quad \text{C25/30}$$
$$h = 60 \text{ cm} \quad \text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \quad \longrightarrow \quad f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \quad \longrightarrow \quad f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ Mpa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$



Zadatak 7 - **OBOSTRANO ARMIRANJE**

1. $M_{Ed} = 750 \text{ kNm}$

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{750 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 1.458$$

“Poslednji “ red u tablici za dimenzionisanje:

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.500	1.900	0.648	0.730	52.469	1.615	0.383



$\varepsilon_{s1} < 2.5\text{‰} !!!$

Zadatak 6 - **OBOSTRANO ARMIRANJE**

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

4. Računa se:

$$M_{Rd,lim} = \left(\frac{53}{1.672} \right)^2 \cdot 40 \cdot 1.42 = 570.7$$

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Rd,lim} = 750 - 570.7 = 179.3 \text{ kNm}$$

Zadatak 7 - OBOSTRANO ARMIRANJE

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

5. Računa se:

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) \sigma_{s2}} = \frac{179.3 \cdot 10^2}{(53 - 5.5) \cdot 43.5} = 8.68 \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{\xi_{\text{lim}} - \frac{d_2}{d}}{\xi_{\text{lim}}} \varepsilon_{cu2} = \frac{0.584 - \frac{5.5}{53}}{0.584} \cdot 3.5 = 2.878 > 2.175 = \frac{435}{200} \left(= \frac{f_{yd}}{E_s} \right) \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) f_{yd}} = A_{s2} = 8.68 \text{ cm}^2 \quad \sigma_{s1} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$A_{s1,\text{lim}} = \omega_{1,\text{lim}} b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 47.222 \cdot \frac{40 \cdot 53}{100} \cdot \frac{1.42}{43.5} = 32.8 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s1,\text{lim}} + \Delta A_{s1} = 32.8 + 8.68 = 41.48 \text{ cm}^2$$



Zadatak 7 - OBOSTRANO ARMIRANJE

6. Usvojeno: $9\text{Ø}25$ (44.19 cm^2)

8. **Konstruisanje preseka**

7. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 2.5/2 = 5.6 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 5.6 + 3.0 + 2 \times 2.5/2 = 11.1 \text{ cm}$$

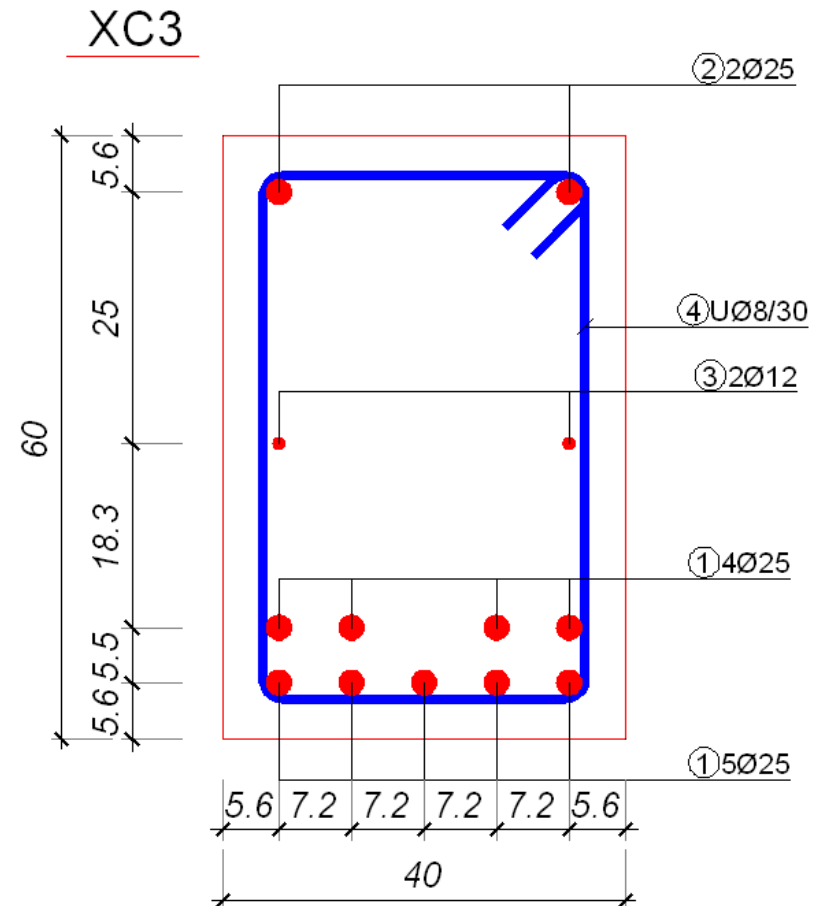
$$d_1 = (5 \times 5.6 + 4 \times 11.1)/5 = 8.04 \text{ cm}$$

$d_{1, \text{stv}} > d_{1, \text{prp}}$ nije na strani sigurnosti jer je

$d_{\text{stv}} < d_{\text{prp}}$, ali:

$$z_{\text{stv}} \cdot A_{s1, \text{stv}} > z_{\text{prp}} \cdot A_{s1, \text{pot}}$$

$$0.9 \cdot (60 - 8.04) \cdot 44.19 > 0.9 \cdot (60 - 7) \cdot 41.48$$



REZIME

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE


1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

Stalne i prolazne proračunske situacije

$$M_{Ed} = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_{Q,1} \cdot M_{Qk,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i}$$

2. Pretpostavlja se položaj težišta zategnute armature

d₁ i na osnovu toga sračunava statička visina $d = h - d_1$

3. Sračunava se koeficijent **k**: $k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}}$  dilatacije $\epsilon_c, \epsilon_{s1}$.

Ako je $\epsilon_{s1} < 2.5\text{‰}$ (ili f_{yd}/E_s), presek se **OBOSTRANO** armira

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE

4. Određuje se **MOMENT NOSIVOSTI JEDNOSTRANO ARMIRANOG PRESEKA**, sa procentom armiranja $\omega_{Rd,lim}$ i koeficijentom k_{lim} koji odgovaraju dilataciji armature od $\varepsilon_{s1,lim} = 2.5\text{‰}$)

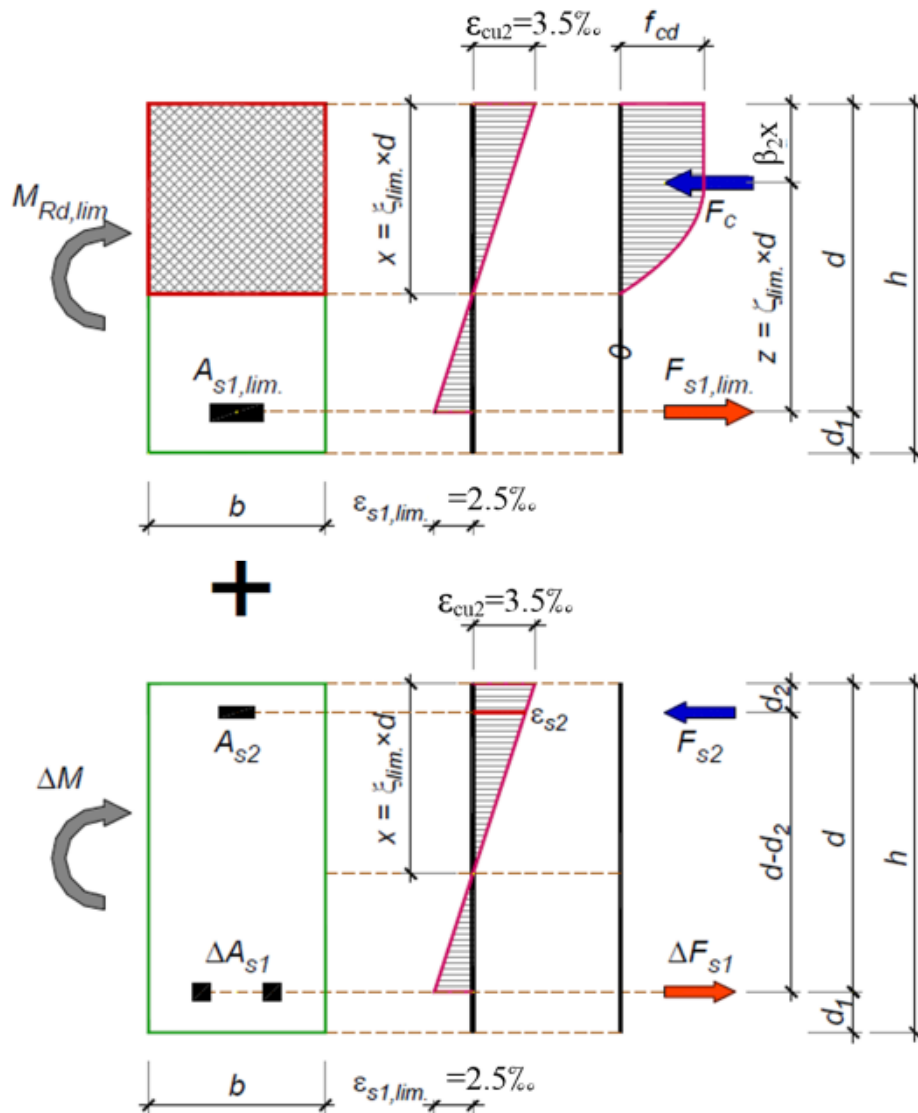
$$M_{Rd,lim} = \left(\frac{d}{k_{lim}} \right)^2 b f_{cd}$$

Preostali deo spoljašnjeg momenta savijanja:

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Rd,lim}$$

se prihvata **dodatnom zategnutom i pritisnutom armaturom.**

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE



5. Pretpostavlja se položaj težišta pritisnute armature d_2 i određuju se površine zategnute i pritisnute armature u preseku, iz izraza:

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2)\sigma_{s2}}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\xi_{lim} - \frac{d_2}{d}}{\xi_{lim}} \epsilon_{cu2}$$

$$\sigma_{s2} = E_s \epsilon_{s2} \leq f_{yd}$$

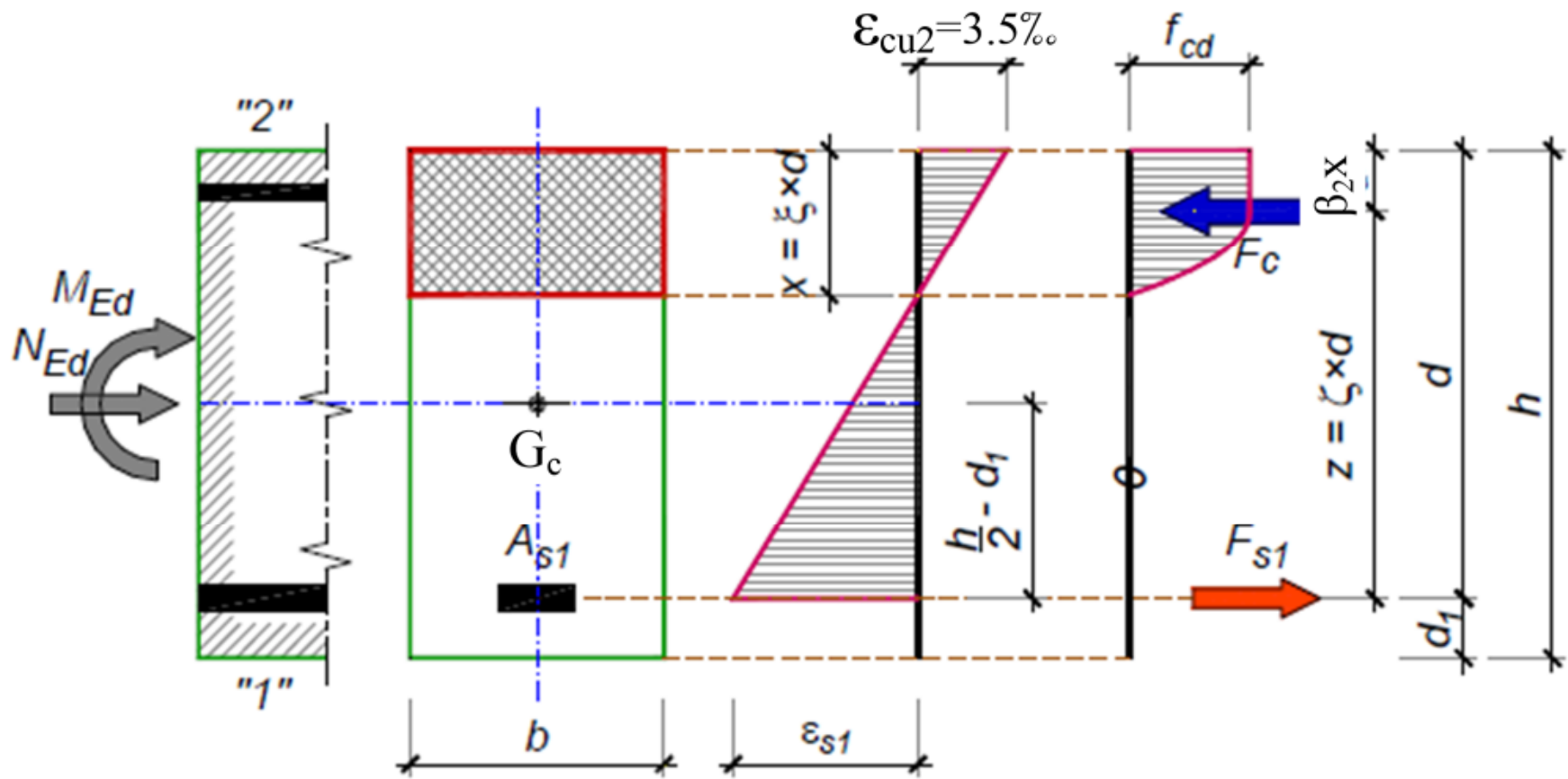
$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2)f_{yd}}$$

$$A_{s1} = A_{s1,lim} + \Delta A_{s1} = \omega_{1,lim} b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M}{(d - d_2)f_{yd}}$$

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE

6. Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (a, čisto rastojanje između šipki)
7. Sračunava se položaj težišta d_1 usvojene armature i statička visina d i upoređuje sa pretpostavljenom.
 - U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću d_1 .
8. Konačno se konstruiše poprečni presek i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

SLOŽENO savijanje



SLOŽENO savijanje - **VEZANO** dimenzionisanje

- Poznato:
 - statički uticaji za (M_i, N_i) – sračunato
 - kvalitet materijala (f_{cd}, f_{yd}) – usvojeno
 - dimenzije poprečnog preseka (b, h)
- Nepoznato:
 - površina armature (A_{s1})
 - stanje dilatacija preseka (ξ)

Zadatak 8 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = 250 \text{ kNm} \qquad b = 40 \text{ cm} \qquad \text{C25/30}$$

$$N_{Ed} = -200 \text{ kNm} \qquad h = 60 \text{ cm} \qquad \text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \longrightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \longrightarrow f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$



Zadatak 8 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

1. $M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$ $N_{Ed} = -200 \text{ kNm}$ (*zatezanje*)

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 250 - 200 \cdot \left(\frac{0.6}{2} - 0.07 \right) = 204 \text{ kNm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Eds}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{204 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 2.793$$

Zadatak 8 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	17.50	0.167	0.931	13.492	2.822	0.126
3.50	17.00	0.171	0.929	13.821	2.791	0.128
3.50	16.50	0.175	0.927	14.167	2.759	0.131

4. $\varepsilon_{s1} = 17 \text{ ‰} \geq 2.5 \text{ ‰}$, sračunava se potrebna površina armature:

$$A_{s1} = 13.821 \cdot \frac{40 \cdot 53}{100} \cdot \frac{1.42}{43.5} + \frac{200}{43.5} = 14.1 \text{ cm}^2$$

N_{Ed} sila **ZATEZANJA!**

5. Usvojeno: **7Ø16** (14.07 cm²)

Zadatak 8 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

6. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

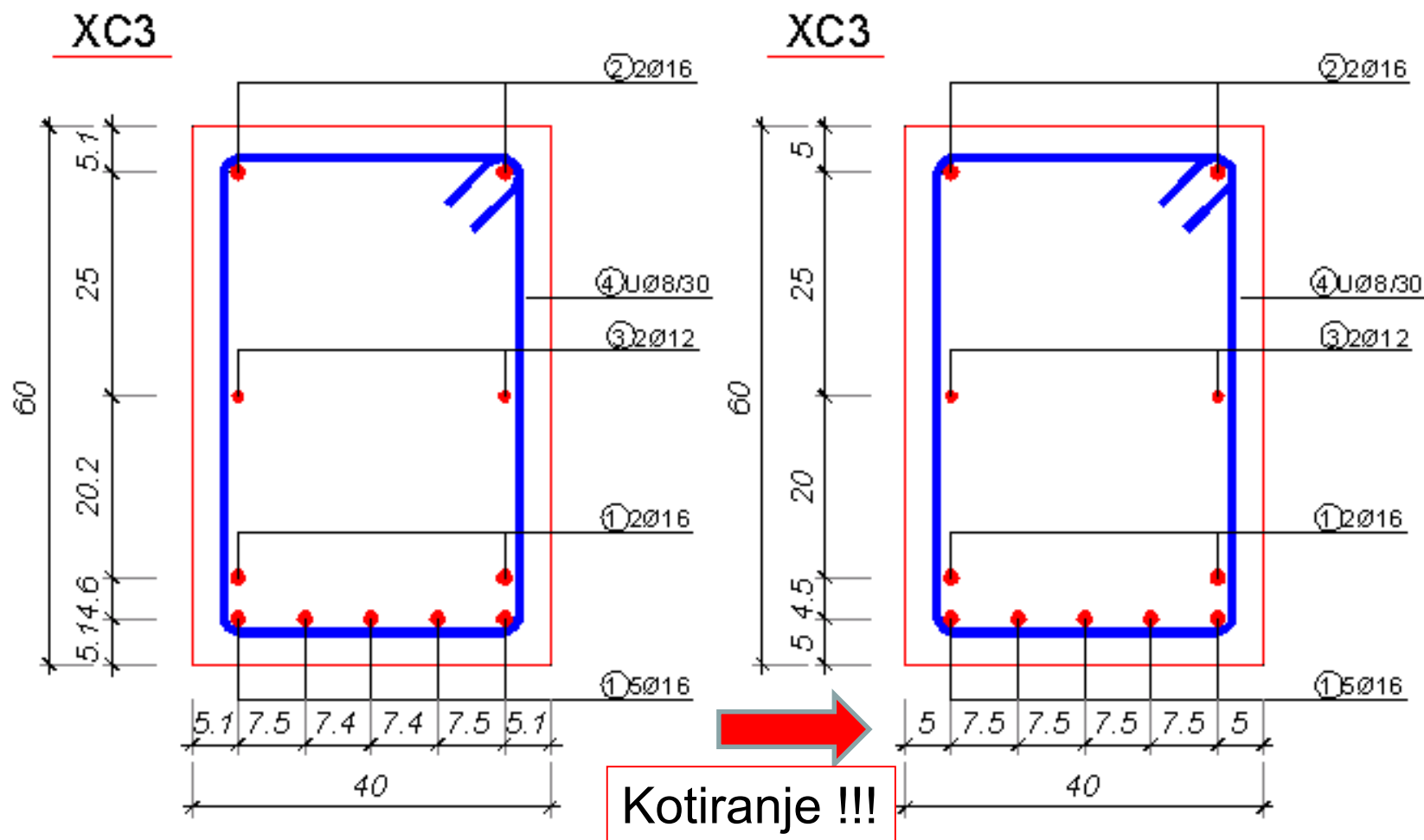
$$d_1 = (5 \times 5.1 + 2 \times 9.7)/7 = 6.41 \text{ cm}$$

$d_{1,stv} < d_{1,prp}$ na strani sigurnosti jer je $d_{stv} > d_{prp}$



Zadatak 8 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

7. **Konstruisanje preseka**



Zadatak 9 - **SLOŽENO** savijanje sa **pritiskom**

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = 250 \text{ kNm} \qquad b = 40 \text{ cm} \qquad \text{C25/30}$$

$$N_{Ed} = 200 \text{ kNm} \qquad h = 60 \text{ cm} \qquad \text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \longrightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \longrightarrow f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

Zadatak 9 - **SLOŽENO** savijanje sa **pritiskom**

1. $M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$ $N_{Ed} = 200 \text{ kNm}$ (*pritisk*)

2. pretp. $d_1 = 5 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 5 = 55 \text{ cm}$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 250 + 200 \cdot \left(\frac{0.6}{2} - 0.05 \right) = 300 \text{ kNm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Eds}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{55}{\sqrt{\frac{300 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 2.393$$

Zadatak 9 - **SLOŽENO** savijanje sa **pritiskom**

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	11.50	0.233	0.903	18.889	2.421	0.171
3.50	11.00	0.241	0.900	19.540	2.385	0.176
3.50	10.50	0.250	0.896	20.238	2.348	0.181

4. $\varepsilon_{s1} = 11 \text{ ‰} \geq 2.5 \text{ ‰}$, pa je potrebna površina armature:

$$A_{s1} = 19.540 \cdot \frac{40 \cdot 55}{100} \cdot \frac{1.42}{43.5} - \frac{200}{43.5} = 9.40 \text{ cm}^2$$

↓ N_{Ed} sila **PRITISKA!**

5. Usvojeno: **5 Ø16** (10.05 cm²)

6. **Računanje težišta armature**

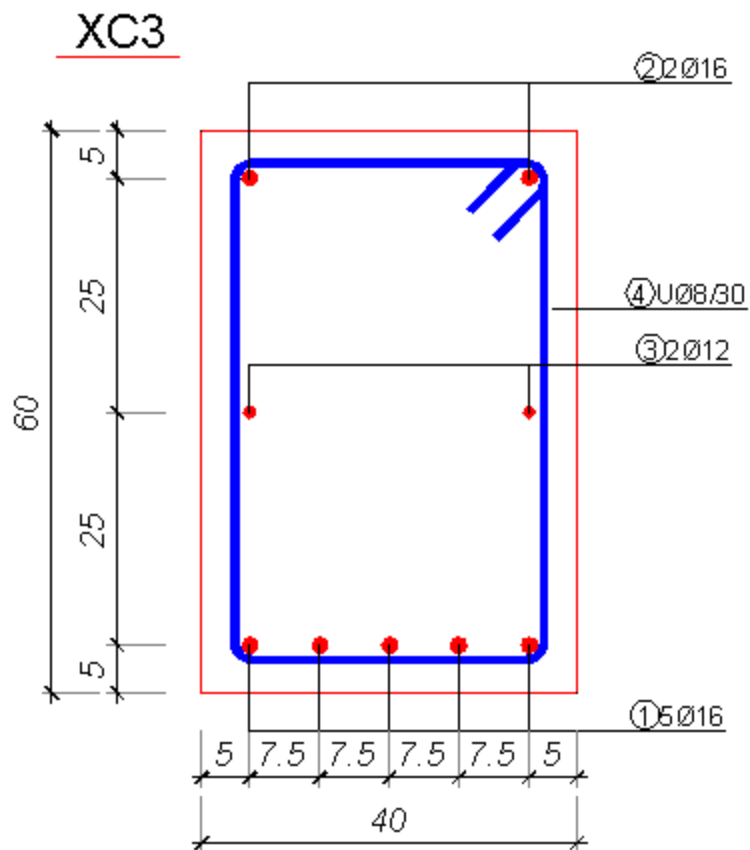
$$d^I = d_1 = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

$$d_{1,stv} \approx d_{1,prp}$$



Zadatak 9 - **SLOŽENO** savijanje sa **pritiskom**

7. **Konstruisanje preseka**



REZIME

SLOŽENO savijanje - VEZANO dimenzionisanje

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

Stalne i prolazne proračunske situacije

$$M_{Ed} = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_{Q,1} \cdot M_{Qk,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i}$$

2. Pretpostavlja se položaj težišta zategnute armature **d_1** i na osnovu toga sračunava suma momenata spoljašnjih sila oko težišta zategnute armature:

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

Sila **ZATEZANJA** se unosi sa **NEGATIVNIM** znakom

SLOŽENO savijanje - VEZANO dimenzionisanje

3. Sračunava se koeficijent k :

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Eds}}{b \cdot f_{cd}}}}$$



pročitaju (sračunaju)
dilatacije $\epsilon_c, \epsilon_{s1}$.

4. Ako je $\epsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$ (ili f_{yd}/E_s), sračunava se potrebna površina armature iz izraza:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

N_{Ed} – sila pritiska

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

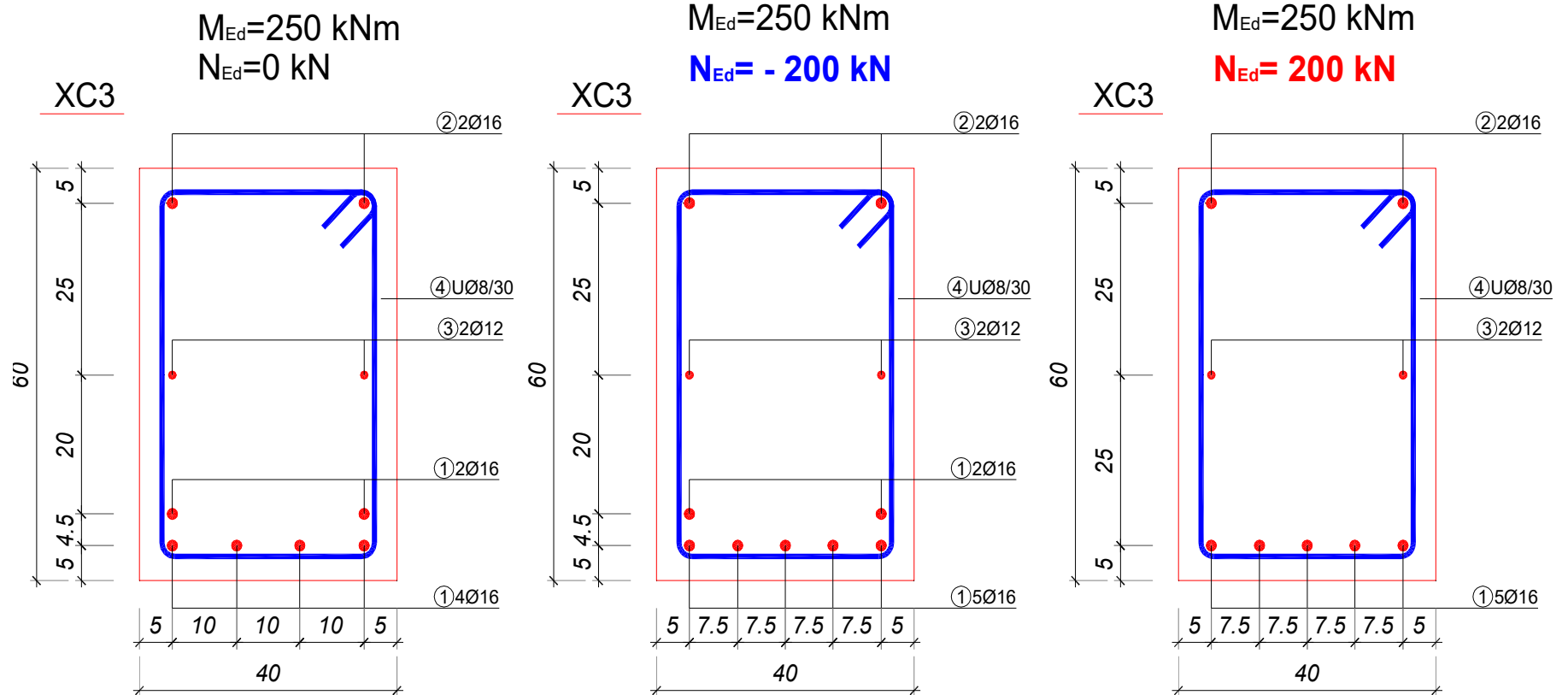
N_{Ed} – sila zatezanja

Ako je $\epsilon_{s1} < 2.5\text{‰}$ (ili f_{yd}/E_s), presek se **OBOSTRANO** armira

SLOŽENO savijanje - **VEZANO** dimenzionisanje

5. **Usvaja se broj i prečnik šipki armature.** Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (a , čisto rastojanje između šipki)
6. **Sračunava se položaj težišta d_1** usvojene armature i statička visina d i upoređuje sa pretpostavljenom.
 - U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću a .
7. Konačno se **konstruiše poprečni presek** i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

POREĐENJE - primeri 2, 8 i 9



POREĐENJE - primeri 2, 8 i 9

- U primerima 2, 8 i 9 dimenzionisan je poprečni presek istih dimenzija i kvaliteta materijala, u sva tri slučaja opterećen istim momentom savijanja. Jedini parametar koji je variran je normalna sila.
- Upoređujući sračunate vrednosti, uočava se da se **NAJVEĆA** potrebna površina **ZATEGNUTE** armature dobija u preseku napregnutom momentom savijanja i **SILOM ZATEZANJA**, a najmanja kada pri istom momentu savijanja deluje i sila pritiska. Drugim rečima, pri istim dimenzijama preseka i istim vrednostima momenata savijanja, potrebno je, kao merodavnu, odabrati kombinaciju uticaja koja daje **MAKSIMALNO MOGUĆU SILU ZATEZANJA** (odnosno, minimalno moguću silu pritiska).
- Analogno, pri istim dimenzijama preseka i istim vrednostima momenata savijanja, merodavna kombinacija uticaja za eventualnu **PRITISNUTU** armaturu (dvostruko armirani preseci) je ona koja daje **MAKSIMALNO MOGUĆU SILU PRITISKA** (odnosno, minimalno moguću silu zatezanja).

Zadatak 10 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} i silom pritiska N_{Ed} . Podaci za proračun:

$$\begin{array}{lll} M_{Ed} = 500 \text{ kNm} & b = 40 \text{ cm} & \text{C25/30} \\ N_{Ed} = 700 \text{ kN} & h = 60 \text{ cm} & \text{B500 B} \end{array}$$

$$\text{C25/30} \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \rightarrow f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

Zadatak 10 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

1. $M_{Ed} = 500 \text{ kNm}$ $N_{Ed} = 700 \text{ kN}$ (*pritisak*)

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 500 + 700 \cdot \left(\frac{0.6}{2} - 0.07 \right) = 661 \text{ kNm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Eds}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{661 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 1.554$$

Zadatak 10 - SLOŽENO savijanje OBOSTRANO ARMIRANJE

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.00	0.636	0.735	51.515	1.625	0.379
3.50	1.95	0.642	0.733	51.988	1.620	0.381
3.50	1.90	0.648	0.730	52.469	1.615	0.383

4. $\varepsilon_{s1} < 1.9\text{‰} < 2.5\text{‰}$, radimo obostrano armiranje:

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

4. Računa se:

$$M_{Rd,lim} = \left(\frac{53}{1.672} \right)^2 \cdot 40 \cdot 1.42 = 570.72 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = M_{Eds} - M_{Rd,lim} = 661 - 570.72 = 90.28 \text{ kNm}$$

Zadatak 10 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

5. Računa se:

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) \sigma_{s2}} = \frac{90.28 \cdot 10^2}{(53 - 5.5) \cdot 43.5} = 4.37 \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{\xi_{\text{lim}} - \frac{d_2}{d}}{\xi_{\text{lim}}} \varepsilon_{cu2} = \frac{0.584 - \frac{5.5}{53}}{0.584} \cdot 3.5 = 2.878 > 2.175 = \frac{435}{200} \left(= \frac{f_{yd}}{E_s} \right) \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) f_{yd}} = A_{s2} = 4.37 \text{ cm}^2 \quad \sigma_{s1} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$A_{s1} = 47.222 \cdot \frac{40 \cdot 53}{100} \cdot \frac{1.42}{43.5} - \frac{700}{43.5} + 4.37 = 32.7 - 16.1 + 4.37 = 21.0 \text{ cm}^2$$



Zadatak 10 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

6. Usvojeno: **7Ø20** (21.98 cm²)
2Ø20 (6.28 cm²)

7. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 5.3 + 3.0 + 2 \times 2.0/2 = 10.3 \text{ cm}$$

$$d_1 = (5 \times 5.3 + 2 \times 10.3)/7 = 6.73 \text{ cm}$$

$$d_{1,stv} < d_{1,prp} \text{ (na strani sigurnosti)}$$

8. **Konstruisanje preseka**

XC3

