



Универзитет у Београду – Грађевински факултет
www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО МАСТЕР АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**
Modul: **КОНСТРУКЦИЈЕ**
Година/Семестар: **II година / III семестар**

Назив предмета (шифра): **БЕТОНСКИ МОСТОВИ** (МЗК2БМ и МОК1БМ)

Наставник : **В. Проф. Др Снежана Машовић**
В. Проф. Др Иван Игњатовић

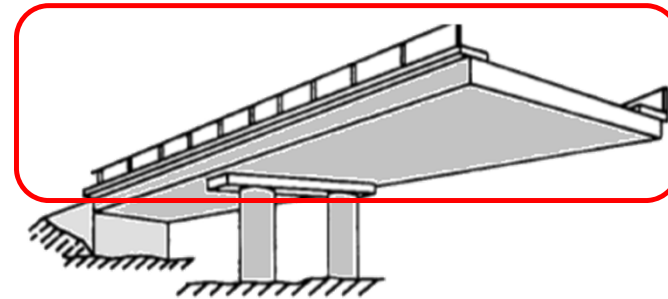
Наслов предавања: **Плочасти мостови**

Датум : 01.12.2025.

Типови попречног пресека коловозне конструкције

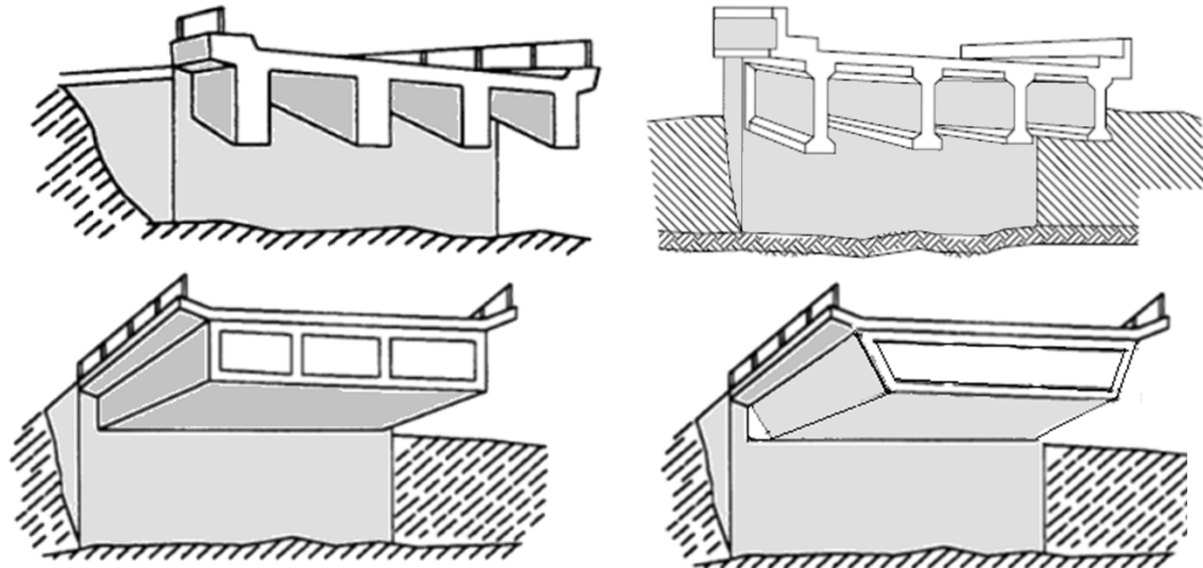
- Типови попречног пресека:

- Плочасти
- Ребрасти
- Сандучасти



- Избор типа попречног пресека зависи од :

- Распона коловозне конструкције
- Расположиве висине
- Начина извођења



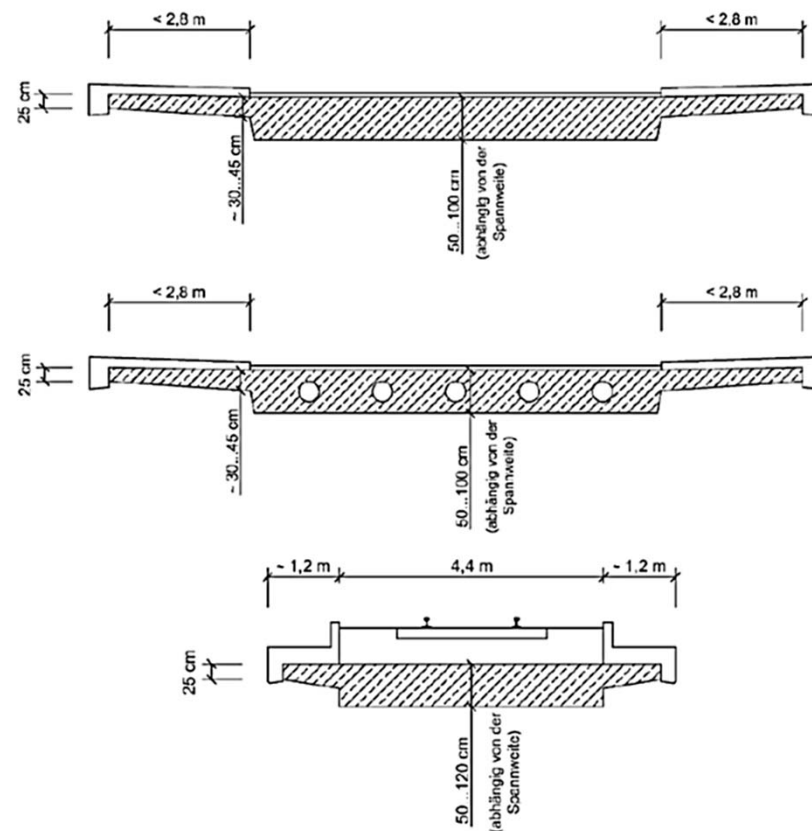
Плочасти мостови



Грађевински факултет Универзитета у Београду, 2024.

Попречни пресеци плочастих мостова

- Попречни пресеци пуних плоча користе се за мање распоне, приближно до 10-20 m (АБ) или приближно до 20-30 m (ПН у уздужном правцу плоче). За веће распоне, пуна плоча - због дебљине веће од 1,0 m - има превелику сопствену тежину, што чини попречни пресек неекономичним.
- Смањење сопствене тежине може се постићи коришћењем ошупљених плоча. Међутим, негативна искуства због могућег плутања шупљих тела током бетонирања на градилишту и због могућег (непримећеног) накопљања влаге унутар ових тела, тако да начин градње није уобичајен у појединим земљама и чак није дозвољен за у неким земљама.



Попречни пресеци ошупљених плочастих мостова



Типични 3д рендер плочастог моста са ошупљеним попречним пресеком (Díaz et al., 2010)



(Kumar et al., IJTRD, 2000)

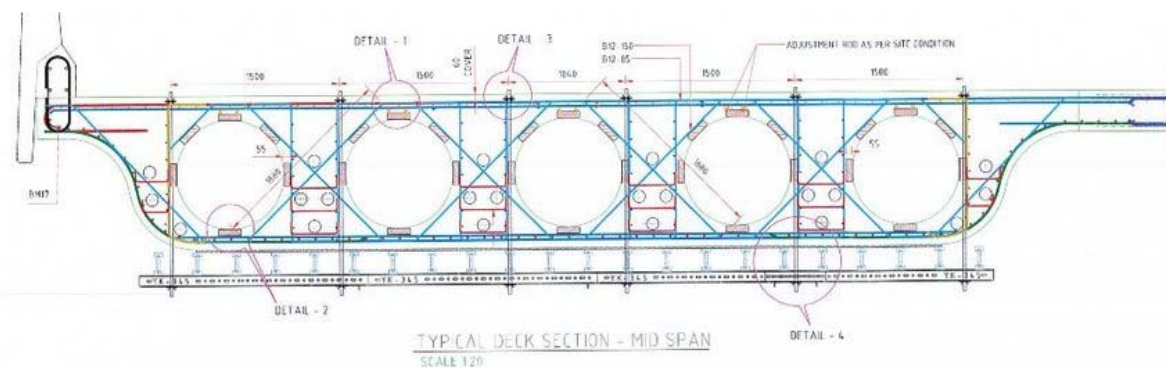
ОСНОВНА ИДЕЈА:

Бетон се уклања из зоне мале корисности
– неутралне осе– помоћу шупљих тела

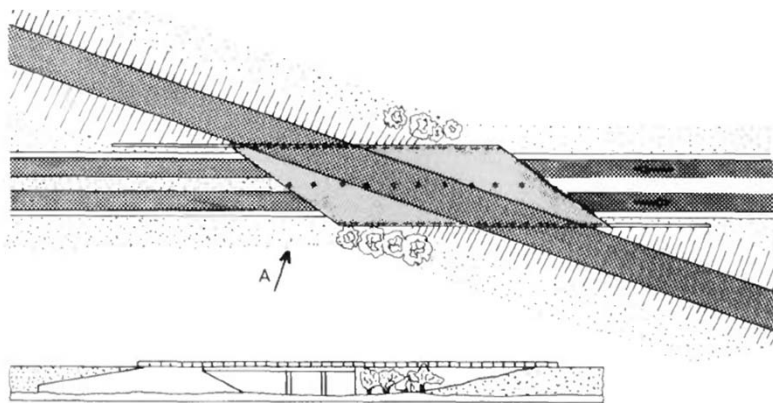
ПРЕДНОСТИ:

- ✓ мања сопствена тежина
- ✓ рационалнија потрошња бетона
- ✓ повећан однос носивост / тежина

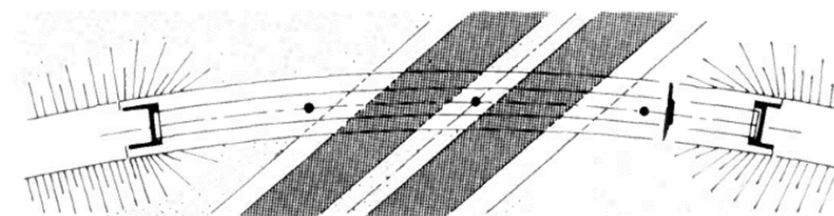
Грађевински фа



Осе плочастих мостова – неке могућности



Коси мост



Мост у кривини

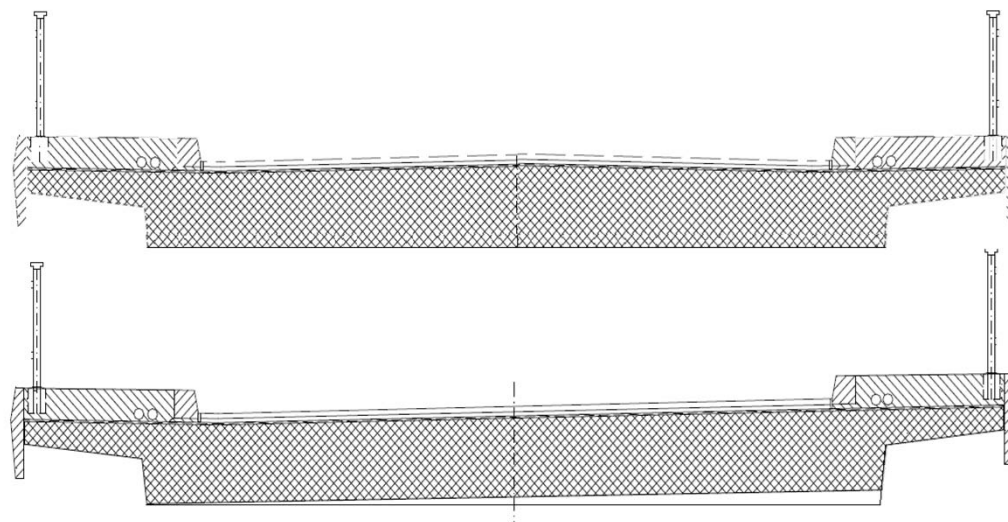
Пресек пуне плоче

Плоче су посебно погодне за косе и закривљене мостове и мостове промењиве ширине.

Ако су слободно ослоњене, могу савладати распон до око 20 m, а континуалне и до 30 m.

Конзолни део може бити и константне дебљине (око 25cm) уколико је краћи од ~ 75cm

Уобичејене виткости (однос висине и распона, d/l) између 1:12 и 1:20 (некад су биле виткије 1:15-1:30).

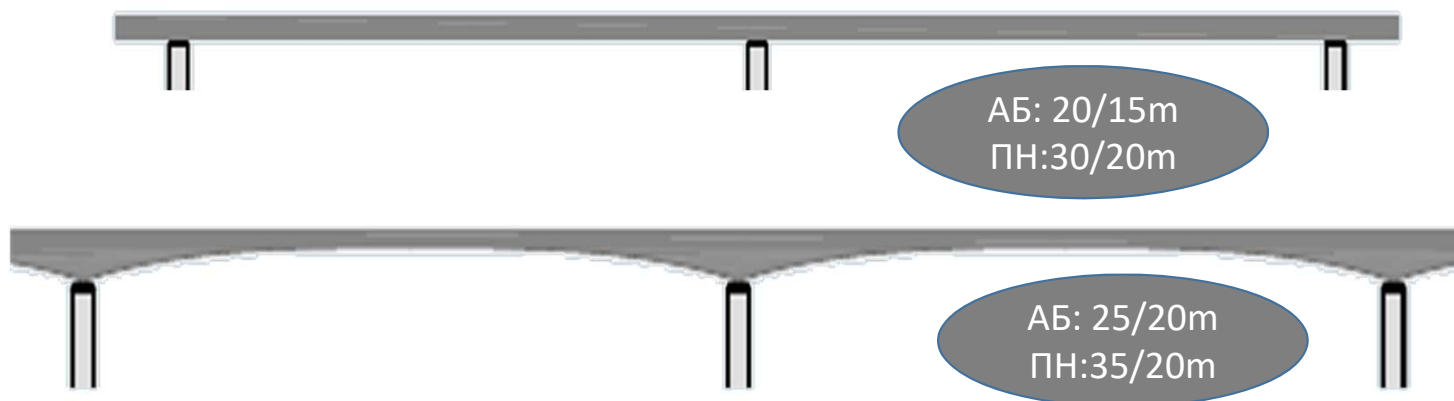


промењиве ширине



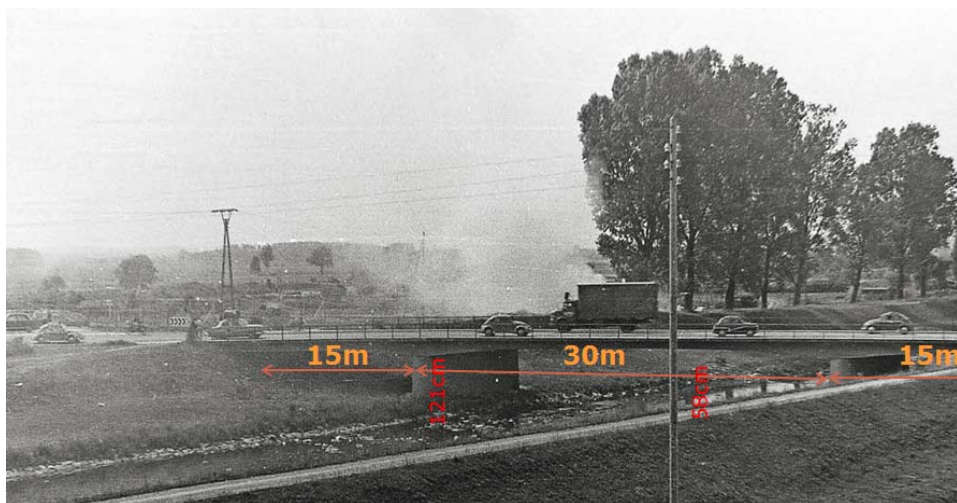
Обликовање у подужном правцу

Систем	Армирани бетон				Претходно напегнуте			
	Друмски		Железнички		Друмски		Железнички	
	L (m)	L/d _p	L (m)	L/d _p	L (m)	L/d _p	L (m)	L/d _p
Проста греда	5-15	~15	4-8	~12	< 25	~18	< 10	~12
Континуална греда	15-20	~20	< 15	~15	20-30	~25	< 20	~15

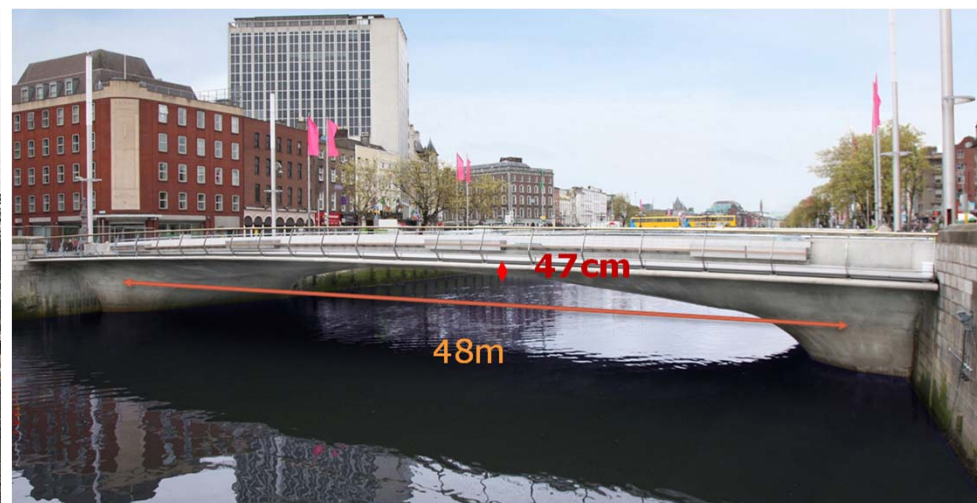


Вуте у подужном правцу – благо повећање распона , али сложеније извођење.

Примери промењиве дебљине плоче



Elzbrücke in Emmendingen 1949.
(58-122cm, тј. $\sim L/50 - L/25$)

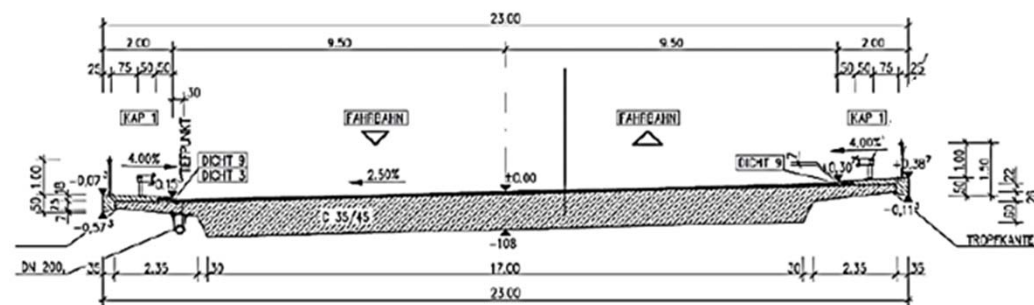


Marlborough Street Bridge
(Rosie Hackett Bridge) Даблин 2014.

Друмски плочасти мост - пример

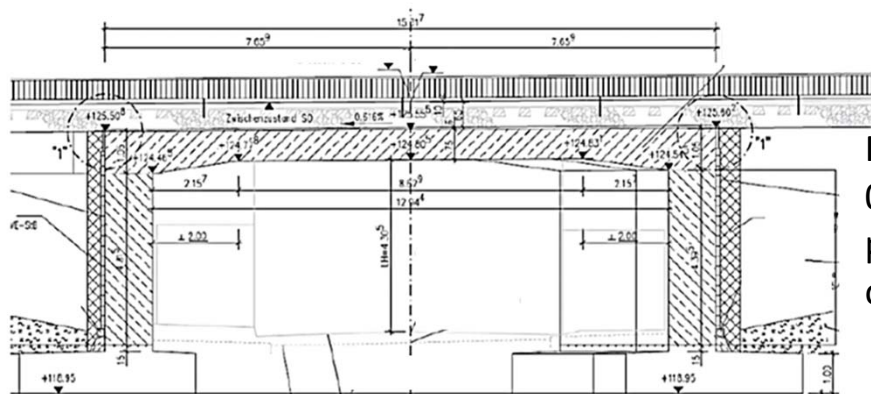


Распони 2*25м



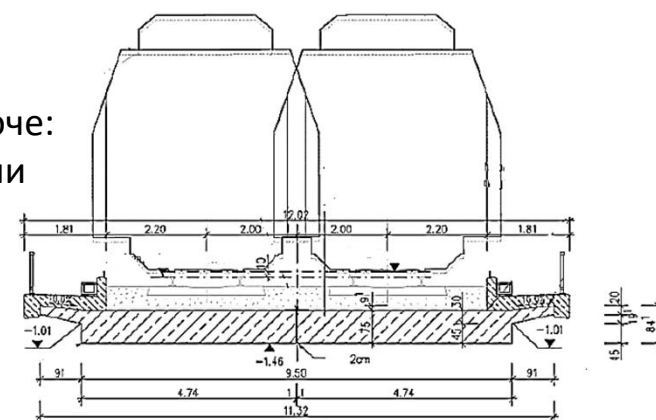
Дебљина пуне плоче 1.0м ($\sim L/25$)

Железнички мост - пример

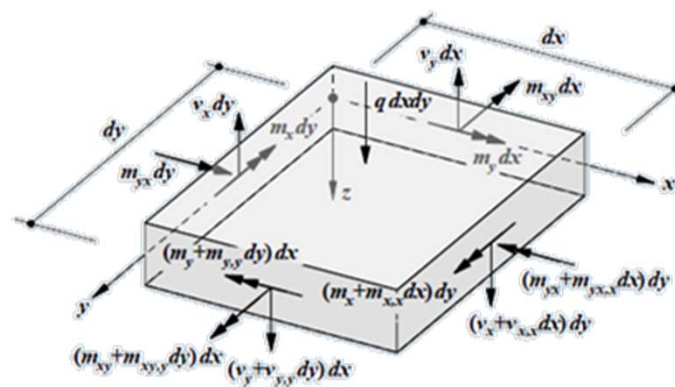
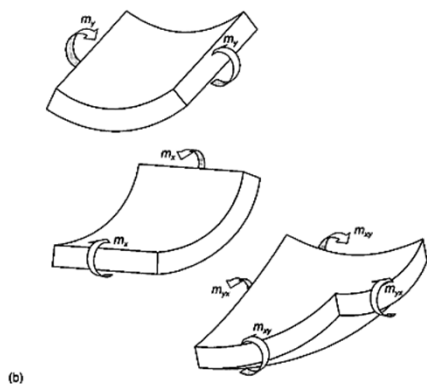
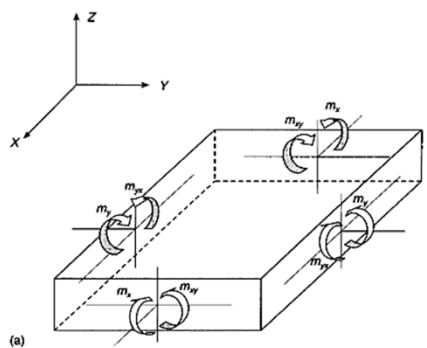


Рам чистог отвора око 13м

Промљива висина плоче:
0,75м ($\sim L/17$) у средини
распона и 1,05м код
ослонца ($\sim L/12$)



Прорачун плочастих мостова



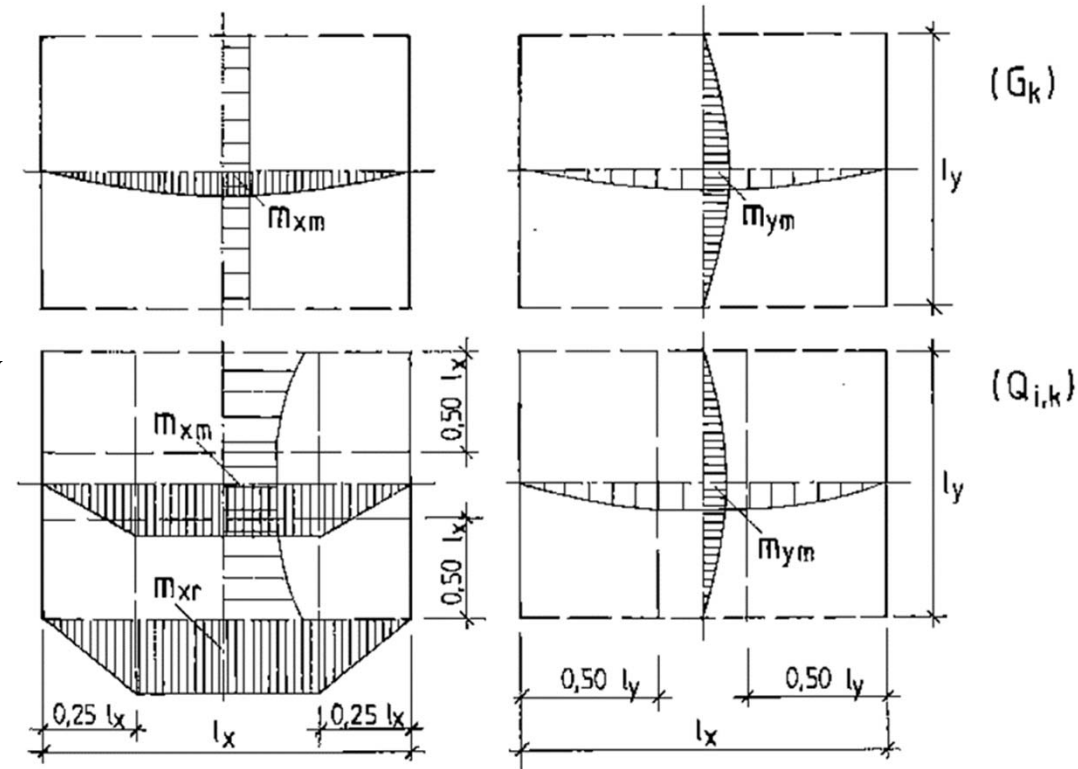
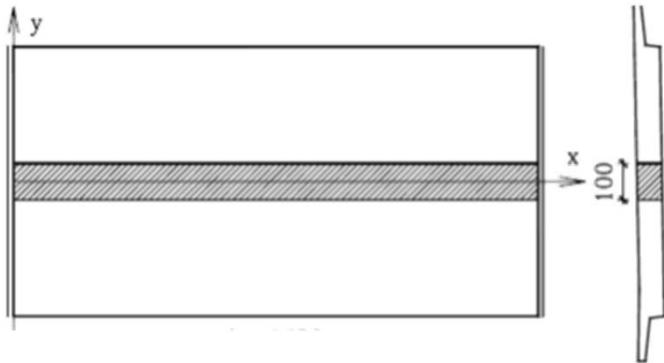
Аналитичка решења у затвореном облику могућа само у малом броју случајева. Табулисане утицајне површине.

Користе се упрошћења:

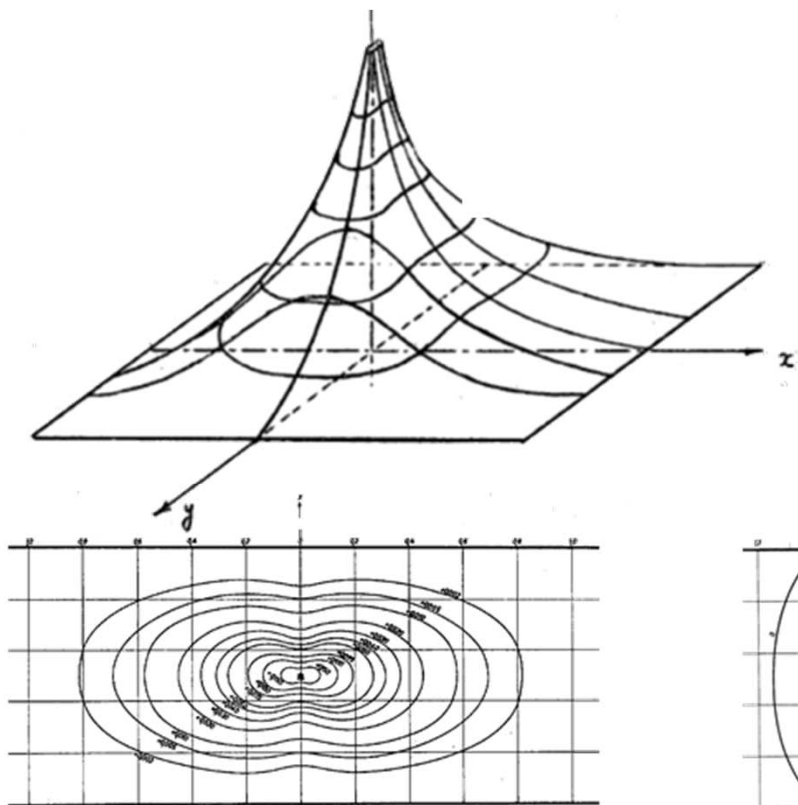
- Модел греде
- Модел роштиља
- МКЕ

Прорачун плоча у једном правцу по теорији греда

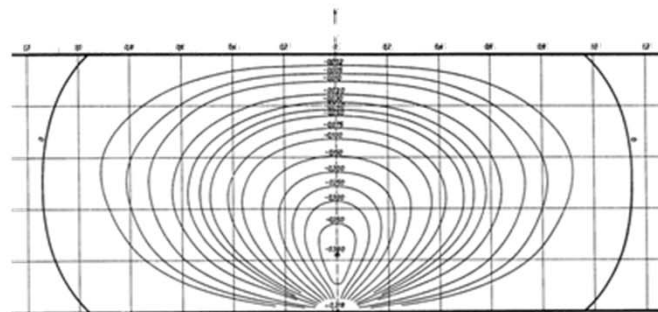
Разматра се трака ширине 1 m у правцу ношења l_x . Ивичне траке су оптерећеније од средњег дела плоче (занемарено у приближном прорачуну) – појачава се арматура у ивичном делу плоче и то у ивични тракама ширине $0,2 l_y$ се поставља 10-20% више главне подужне – главне арматуре.



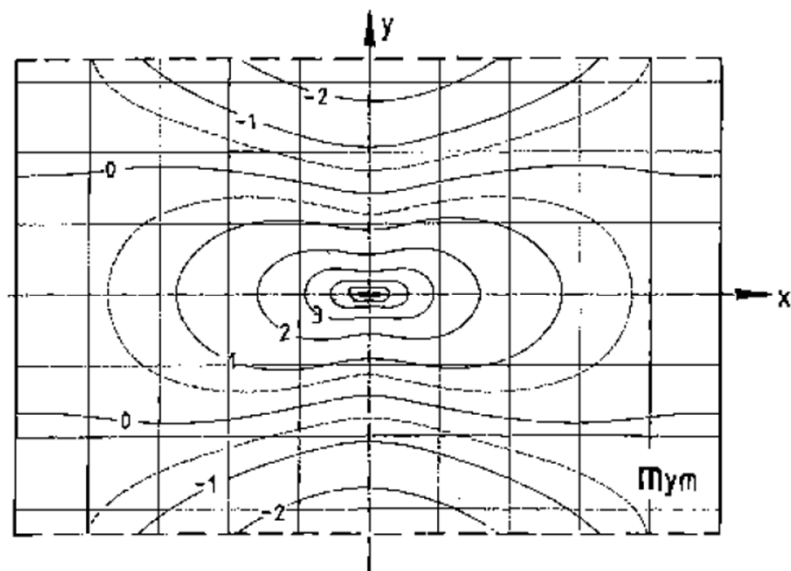
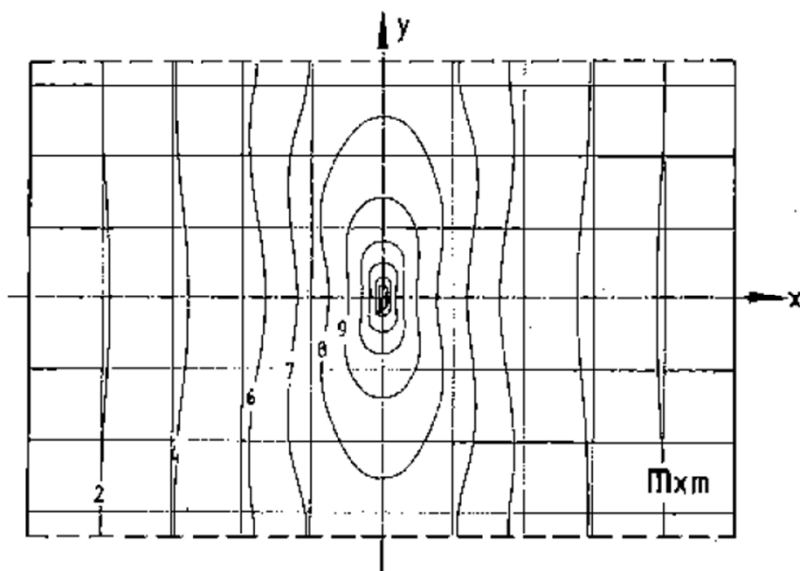
Утицајне површине



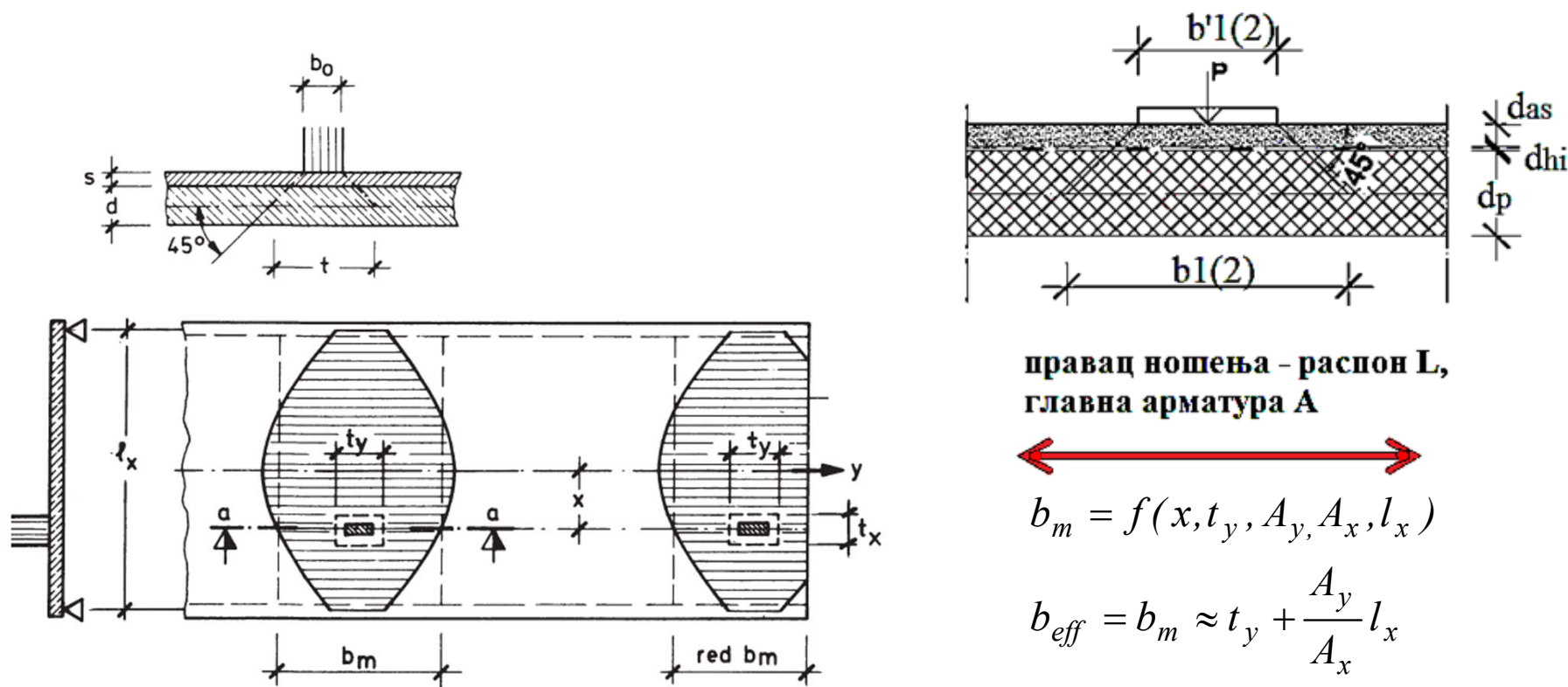
Нумеричко одређивање запремине
испод површине захваћене
оптерећењем



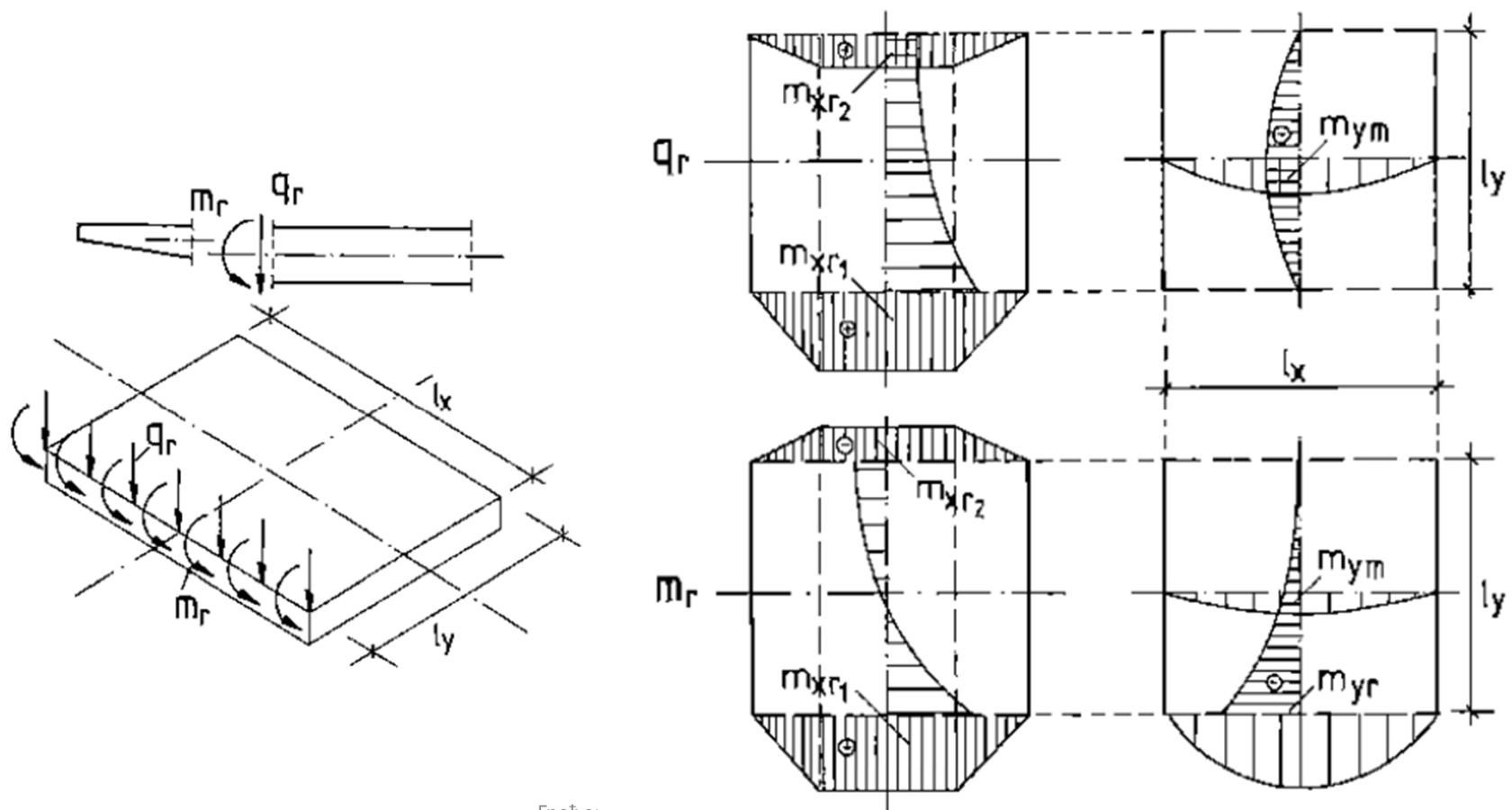
Утицајне површине



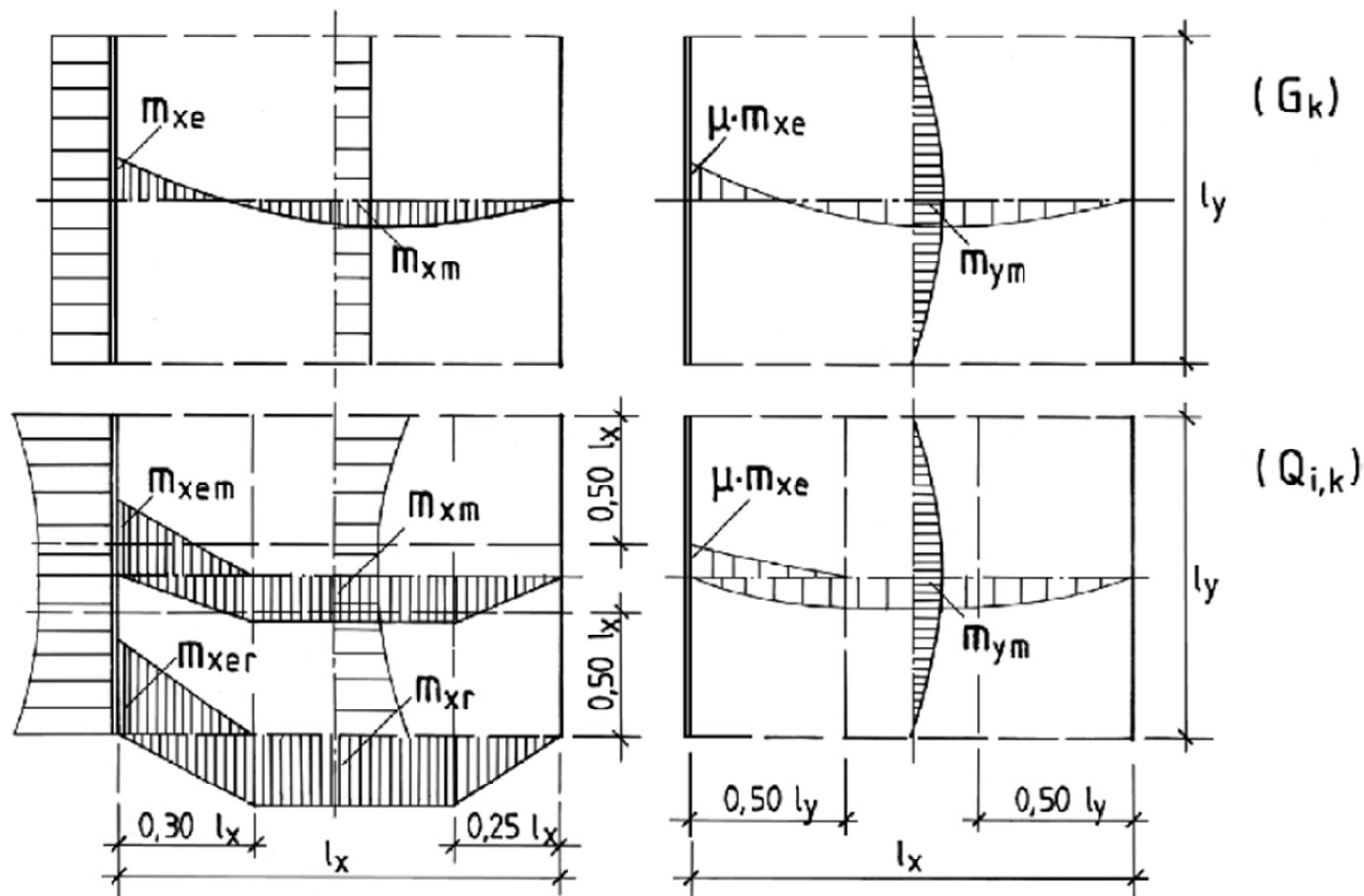
Оптерећење (квази концентрисано)



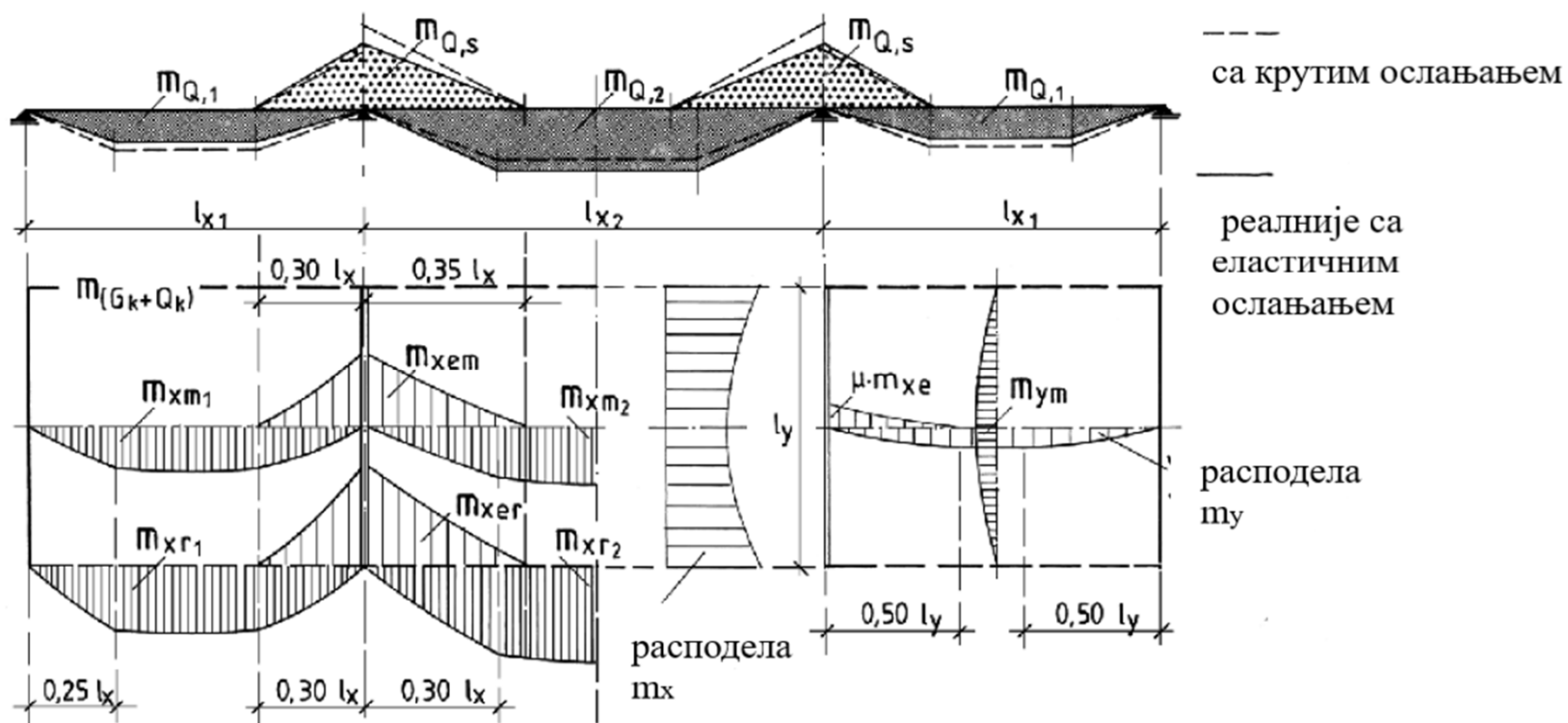
Ефекти конзолног препуста



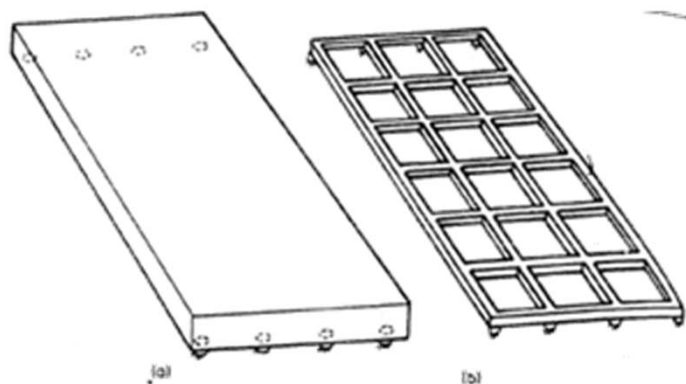
Плоче у једном правцу при другачијим условима ослањања



Континуалне плоче



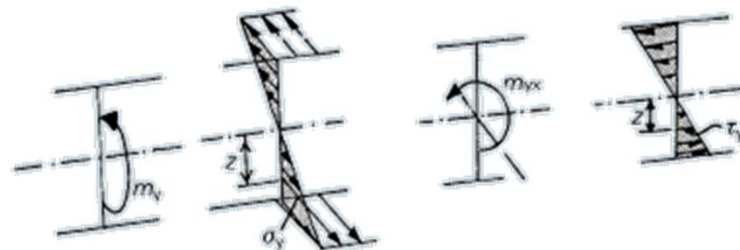
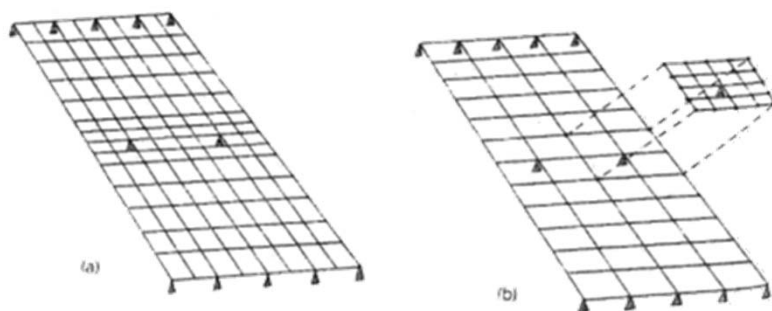
Прорачун плоча по теорији роштиља



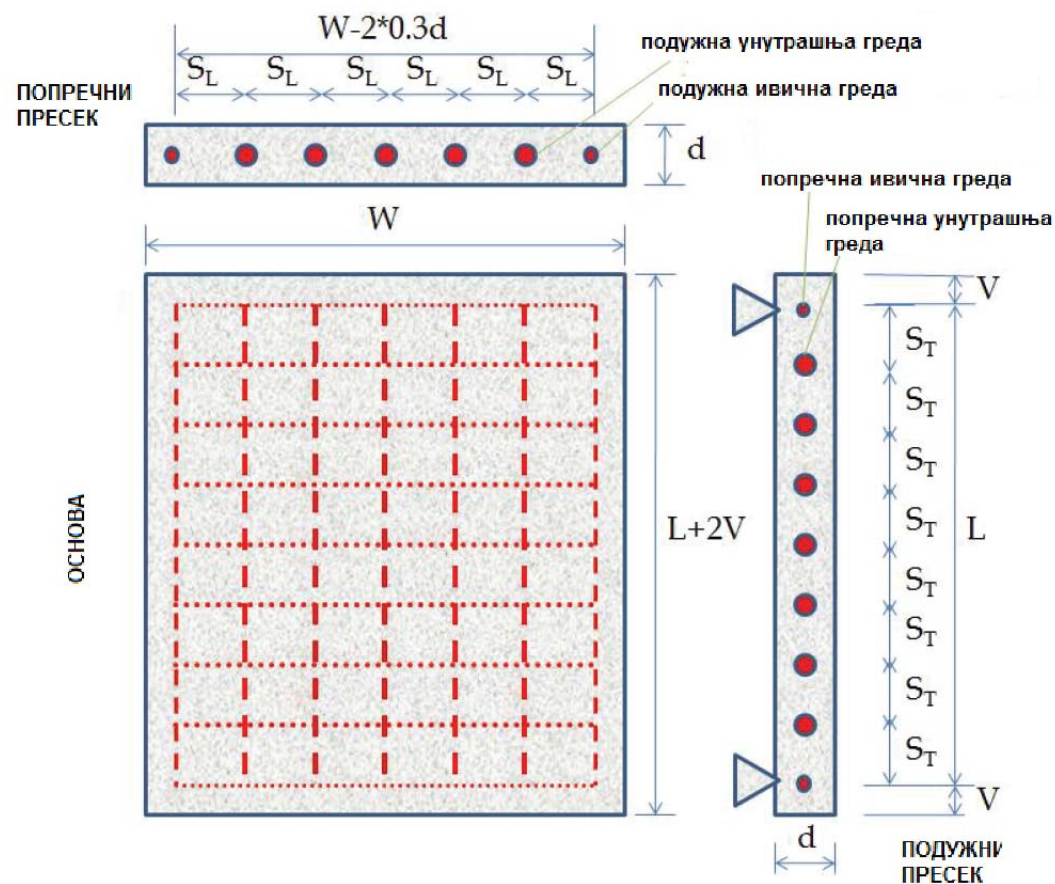
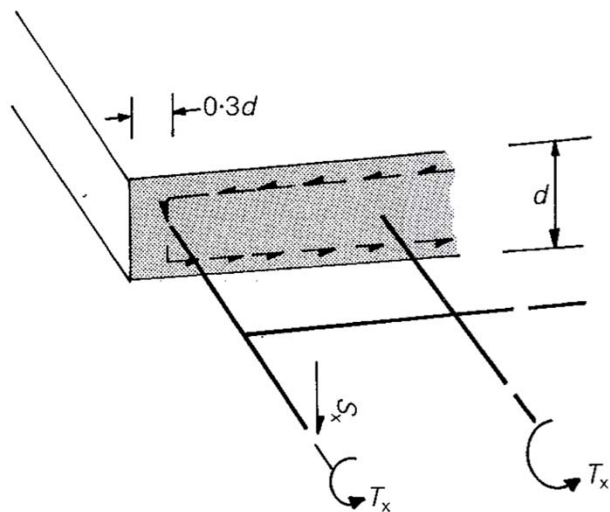
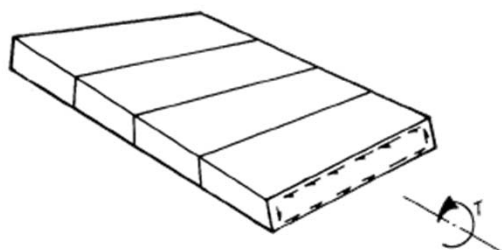
Довољна је и релативно ретка мрежа иако је увртање (као последица торзије) није слично у два ортогонална правца што је стварни случај код плоча.

Обично су довољне 4 подужне греде, док се размак попречних греда може усвојити сличан размаку подужних греда како би се добила што реалнија расподела спољног оптерећења.

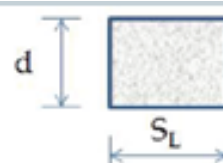
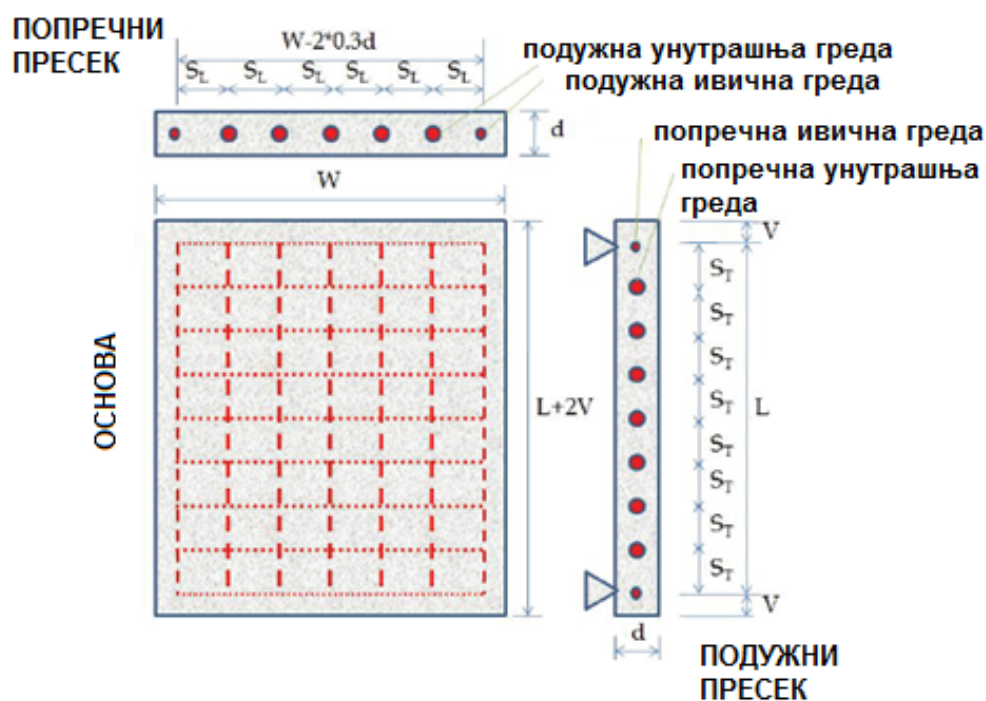
У околини средњих ослонаца континуалних плоча потребно је роштиљ прогустити.



Препоруке за модел роштиља

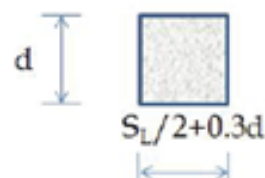


Карактеристике штапова



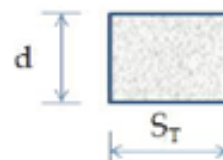
подушне унутрашње греде

$$I = S_L \frac{d^3}{12} \quad J = S_L \frac{d^3}{6}$$



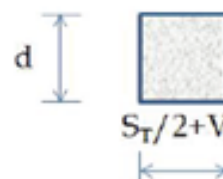
подушне ивичне греде

$$I = \left(\frac{S_L}{2} + 0.3d \right) \frac{d^3}{12} \quad J = \left(\frac{S_L}{2} \right) \frac{d^3}{6}$$



попечне унутрашње греде

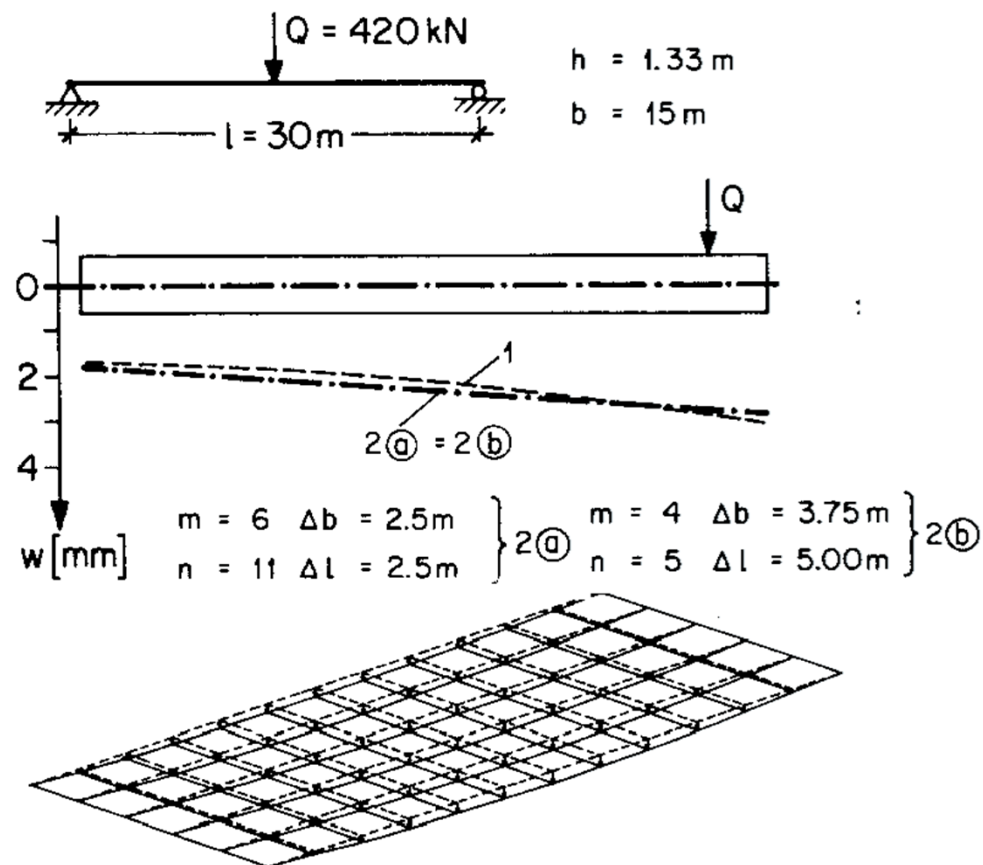
$$I = S_T \frac{d^3}{12} \quad J = S_T \frac{d^3}{6}$$



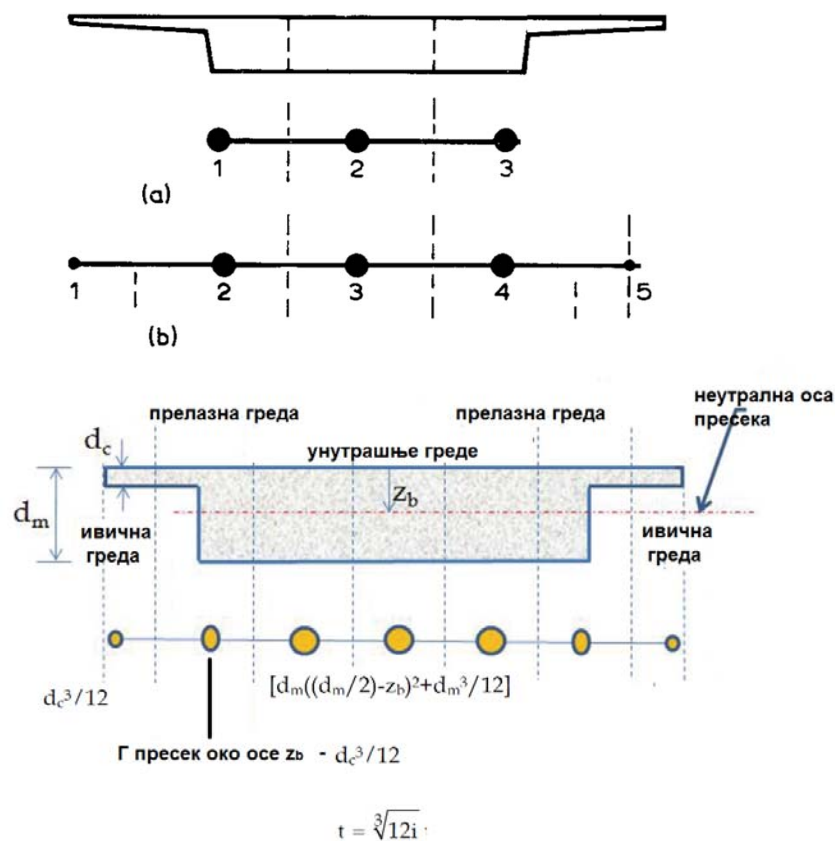
попечне ивичне греде

$$I = \left(\frac{S_T}{2} + V \right) \frac{d^3}{12} \quad J = \left(\frac{S_T}{2} + V - 0.3d \right) \frac{d^3}{6}$$

Илустративни пример



Ивичне конзоле



У попречном правцу греде се моделирају са својом дебелином око сопствене неутралне осе.

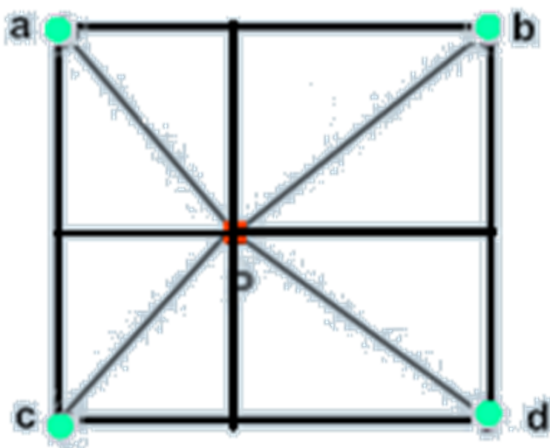
Торзиона крутост се усваја као двострука крутост на савијање.

Ако се разматра ортотропија (различите крутости на савијање у подужном и попречном правцу):

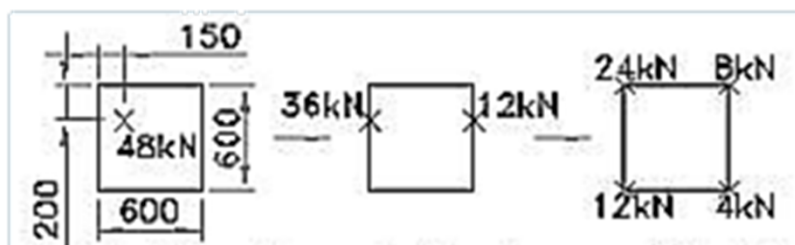
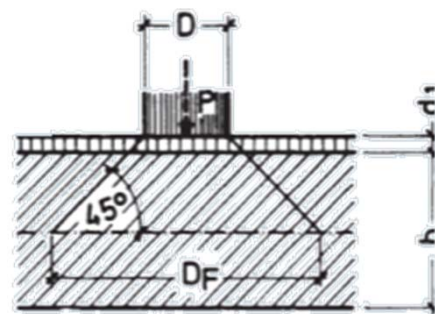
$$c = 2\sqrt{(i_x i_y)}$$

по јединичној ширини

Наношење оптерећења



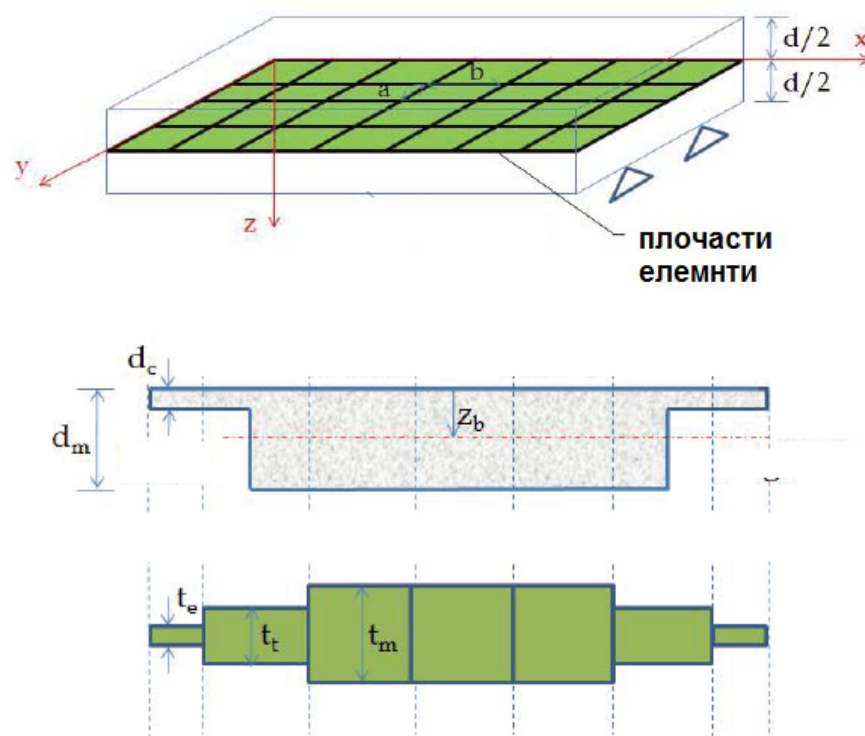
- Водити рачуна да се сопствена тежина не аплицира вишеструко



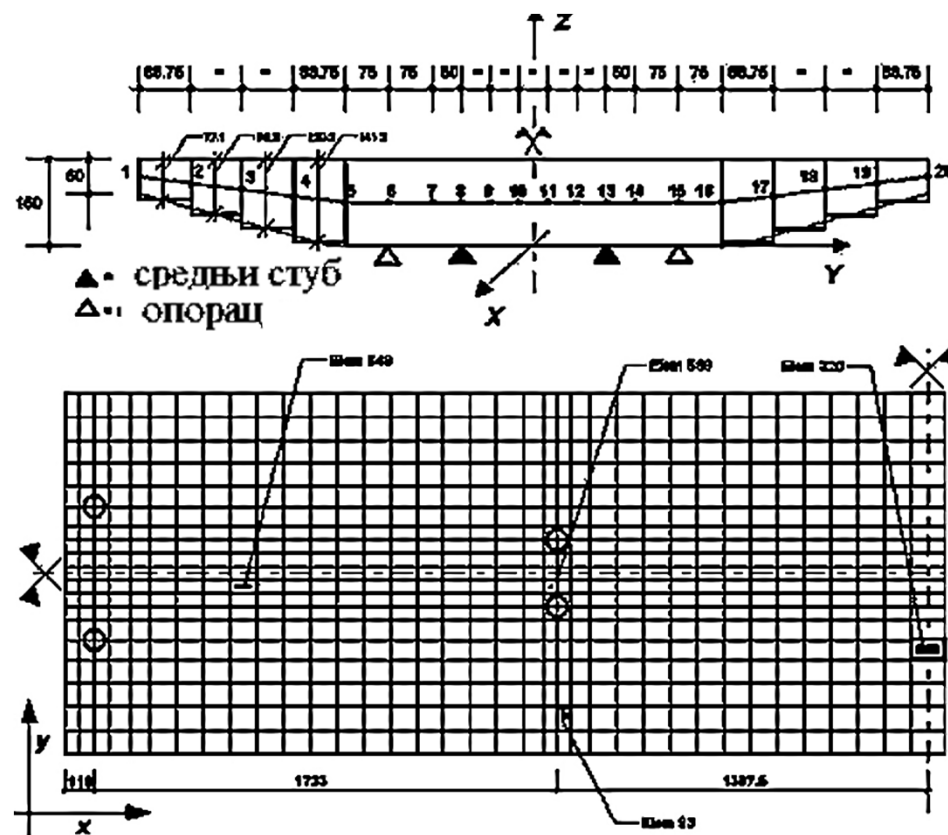
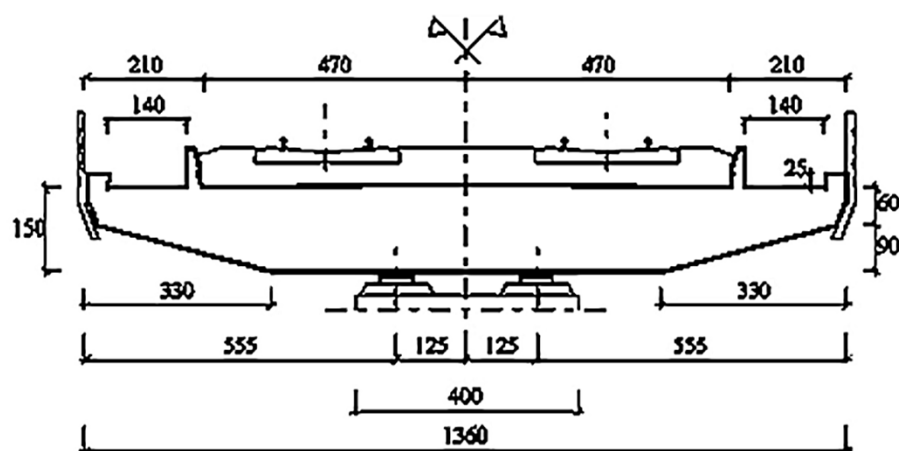
- Тачкасто оптерећење најбоље разложити у чворове роштиља

Метод коначних елемената

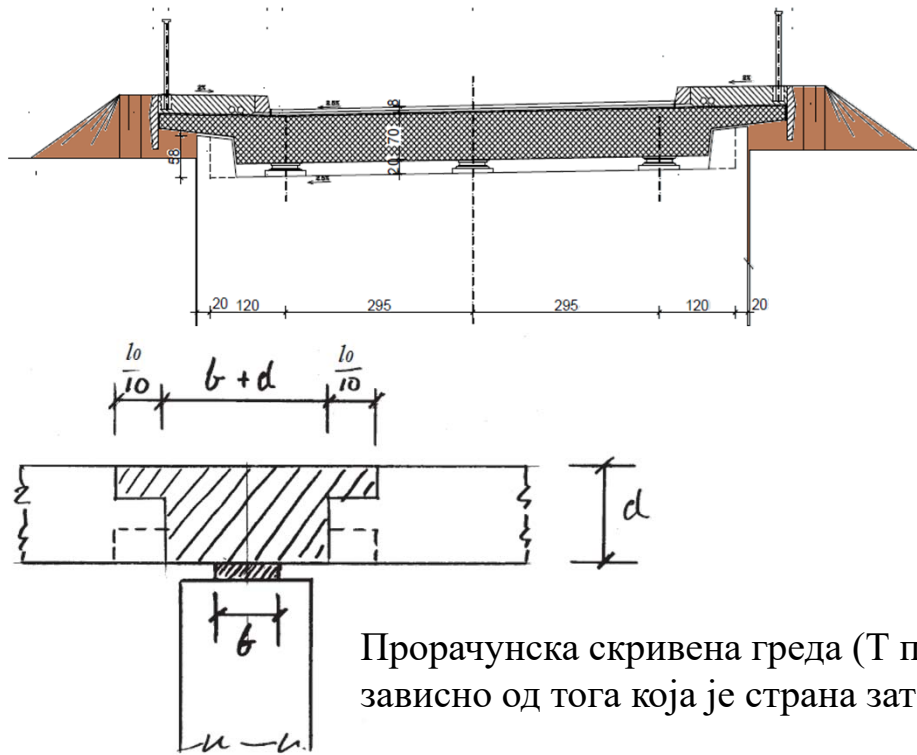
- Употрба плочастих или Shell елемената (ови други урачунавају и мембранско стање напона). Потреба за прогушћењем мреже у околини ослонаца.
- Користити елементе регуларног облика.
- Однос страна елемента не већи од 1:2 нити углови већи од 135°
- Избегавати чворове дуж ивице елемента.
- Треба имати у виду непоузданост резултата по питању трансверзалних сила у околини ослонаца које су нереално велике.



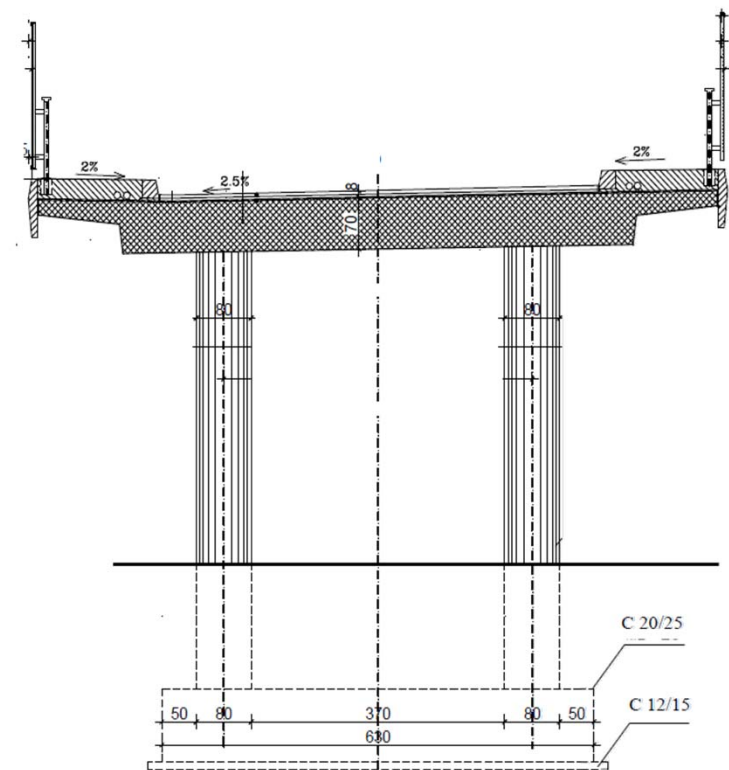
Употреба shell елемената - Модел



Ослањање плочастог моста – скривена греда



Прорачунска скривена греда (Т пресек зависно од тога која је страна затегнута)



Димензионисање / контрола граничних стања

1. Гранично стање носивости - савијање

- Главни критеријум за димензионисање је доминантни унутрашњи момент савијања.
 - Торзијски моменти се увек јављају у бетонским плочама и не треба их занемарити нарочито у угловима плоче.
 - Главна прорачунска претпоставка - материјал је линеарно еластичан, односно попречни пресек је није испуцао.

2. Гранично стање лома - смицање

- Смицање углавном није пресудно за димензионирање плоча.
- Већина прописа дозвољава АБ плоче без арматуре за смицање, за разлику од греда, код од којих су узенгије обавезне.

3. Гранично стање лома - пробој

- Ово гранично стање је ретко критично, осим појединачних ослонаца, најчешће на стубовима

4. Гранично стање носивости - замор

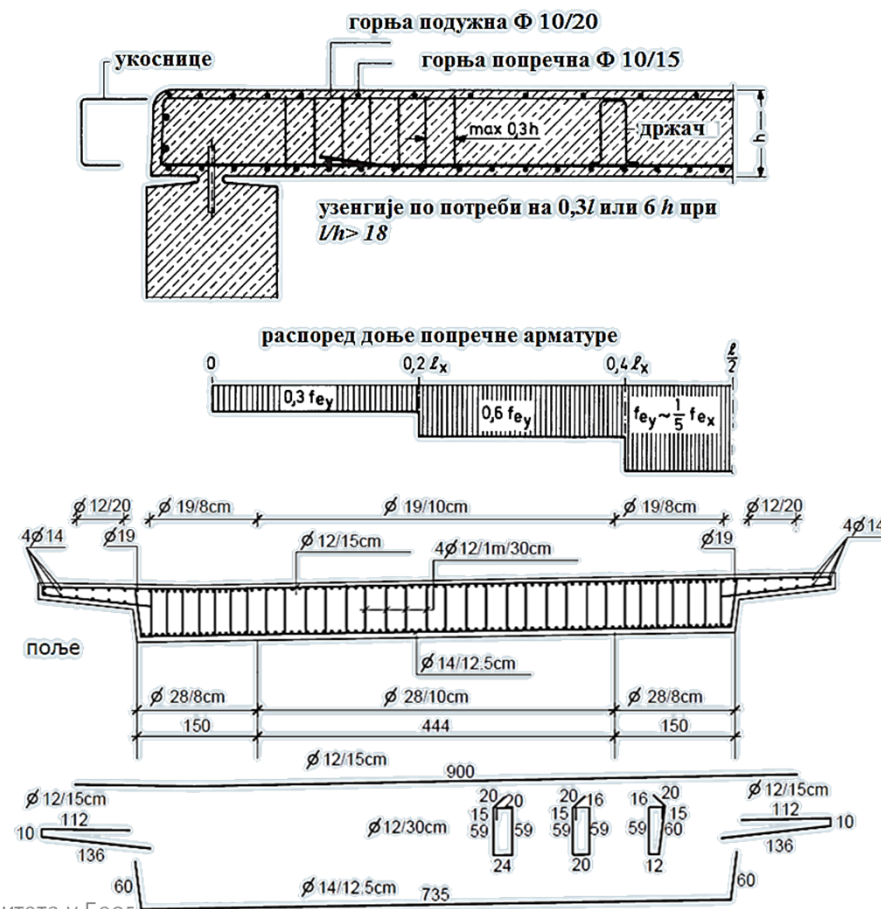
- ЕС 2 предвиђа проверу арматуре, каблова али и бетона на замор.
- Такве се провере ретко спроводе у пракси, јер се показало да проблем замора не наноси оштећења армиранобетонским конструкцијама.
- Ова провера је важна за неке железничке мостове или када се користи заварена арматура,

Димензионисање / контрола граничних стања

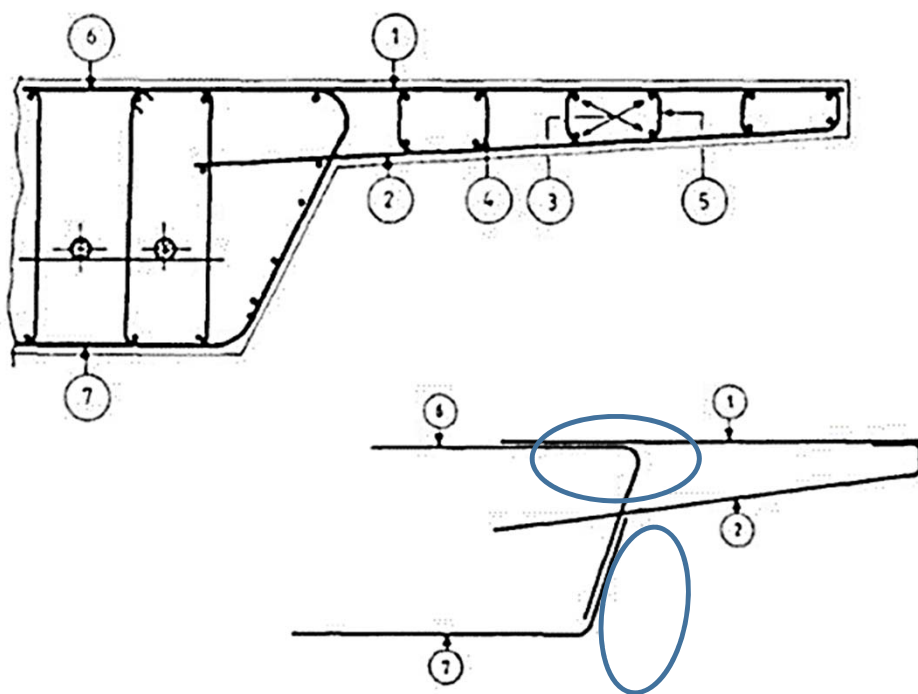
5. Гранично стање употребљивости - напони
 - Уобичајено је да се напрезања челика и напрезања бетона ограничавају на такав начин да конструкција остаје у линеарном опсегу.
 - Тада се угиби и ширине прслина могу проверити без нелинеарног прорачуна.
6. Гранично стање употребљивости - ширина прслина
 - Широке пукотине су непожељне из естетских и трајних разлога.
 - Сматра се да пукотине шире од дозвољених омогућавају бржи развој корозије арматуре.
 - ЕЦ 2 омогућава индиректну контролу ширине прслина ако су испуњена правила који ограничавају пречник и распоред арматурних шипки
7. Гранично стање употребљивости - угиби
 - Деформације конструктивних елемената не смеју бити такве да нарушавају функционалност моста.
 - У случају мостова, важно је напоменути да се могу и и угиби унутар граничних вредности манифестовати као непријатно поскакивање возила.
 - Према ЕСО, ограничење угиба у случају друмских мостова није прописано док је код железничких ограничено на $1/600$
 - Потребно је дати надвишења моста, који одговара прорачуну угиба за деловање сталног оптерећења.

Правила за армирање пуних плоча

- Подужна арматура најчешће од дебелих шипки ($\varnothing \geq 22\text{mm}$), често и у два реда.
- Попречну арматуру ($\varnothing 12 \div 16 \text{ mm}$) поставити у најнижи ред ради ублажавања утицаја подужних прслина
- У угловима плоче је неопходно поставити и горњу и доњу арматуру у оба правца за пријем момената торзије
- У горњу зону се поставља приближно половина рачунске арматуре из доње зоне
- При линијском ослоњу поперечне силе нису критичне.
- При тачкастом ослањању треба контролисати смицање у плочи.



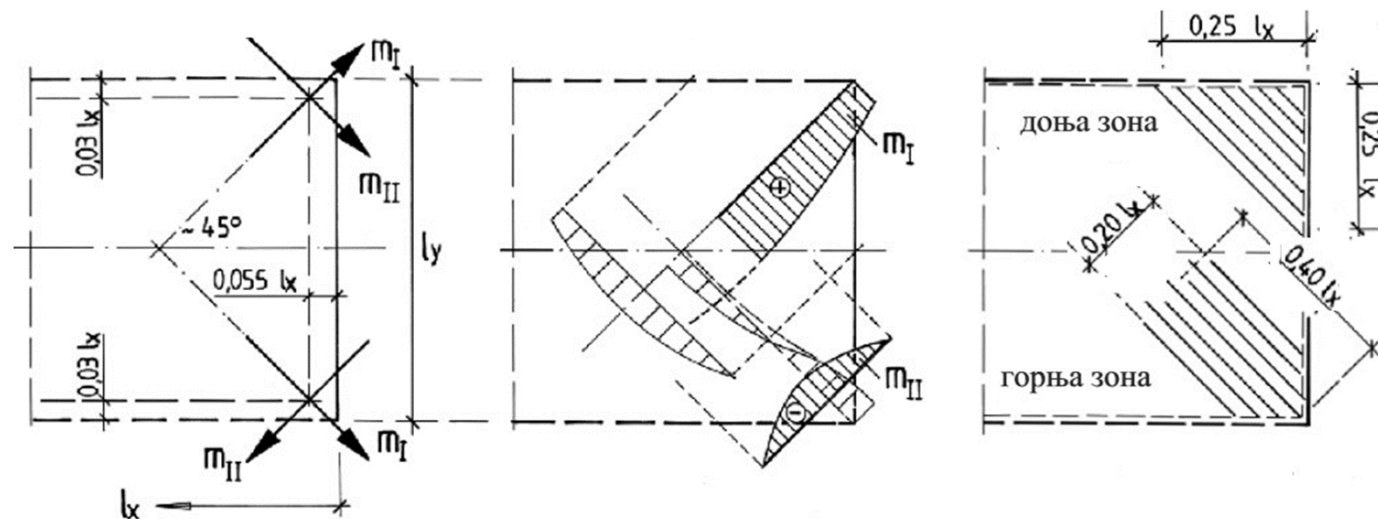
Арматура конзолног препуста



- Упоредо са попречним шипкама у конзоли, уздужна арматура, узенгије, арматуре за преднапрезање као и носачи каблова су такође представљени на овим цртежима.
- Треба предвидети добро преклапање шипки 1 - 6, 6 - 7, као и обавезно сидрење шипки 1 и 2 у средишњем делу плоче.
- Обавијање пресека, било да се ради о централном делу или конзолама, је у потпуности обезбеђено арматуром, нарочито када је плоча закошена или закривљена у основи.
- Исто тако, битно је удвостручити шипке 1, 2 и 3 у зони плоче која се налази у сваком углу на дужини, рачунатој од краја, једнакој 1,5 пута распона конзолне плоче, због повећаних напона који се тамо јављају.

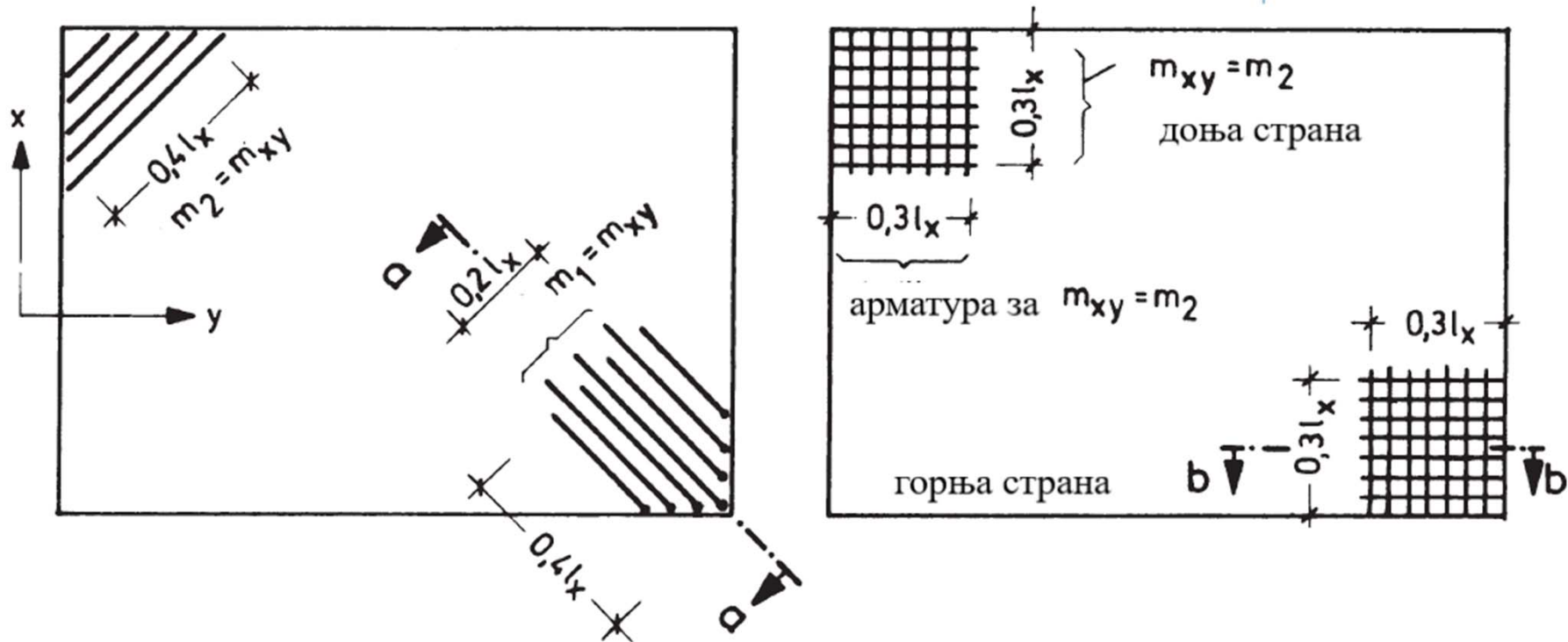
Арматура у угловима правоугаоних плоча

$$M_{I,II} = \frac{m_{xx} + m_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{m_{xx} - m_{yy}}{2}\right)^2 + m_{xy}^2}$$



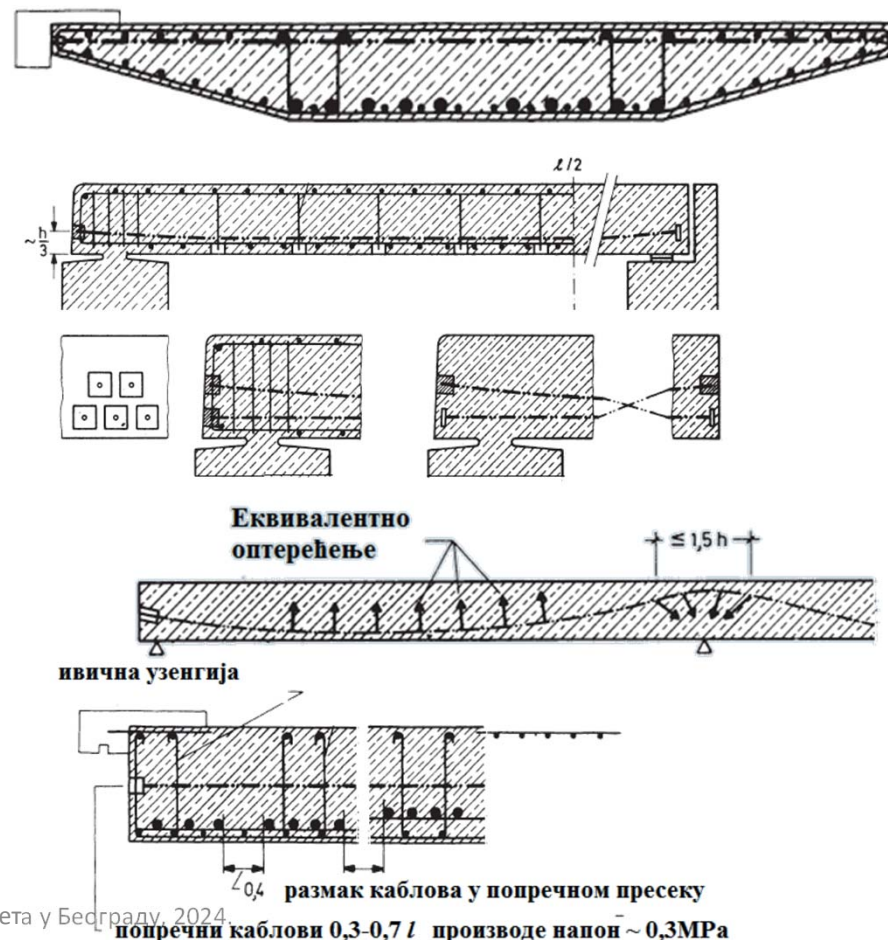
У случају правоугаоне плоче, две правоугаоне осе чине пар главних оса у средњој равни плоче. Главни momenti савијања делују локално у угловима плоче под углом од 45° или 135° . Напони затезања услед овог савијања су на горњој ивици плоче у дијагоналном смеру док су управно на њих затезући напони у доњој ивици плоче. Ови се морају се прихватити одговарајућом арматуром. (Неопходне додатке арматуре у угловима најбоље је поставити у трећи слој).

Арматура у угловима правоугаоних плоча



Преднапрезање плочастих мостова

- Силе преднапрезања уносе деформације у равни плоче која се **не може** исказати моделом роштиља, али се може једноставно употребити на гредама роштиља.
- Опција је коришћење shell елемената у МКЕ анализи.
- Претходно напрезање може бити подужно и попречно.
- Могуће је варирати подужне каблове по ширини плоче.
- Подужни каблови се сидре на доњој трећини дебљине плоче код крајњих ослонаца.
- Подужни каблови континуалних плоча се подижу над средњим ослонцима.
- Попречни каблови се постављају око средине распона изнад подужних, а над средњим ослонцима испод подужних

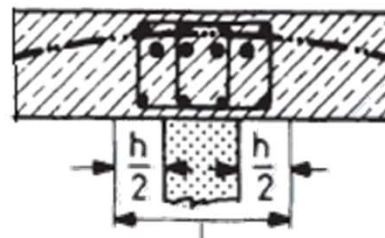


Претходно напрезање скривене греде

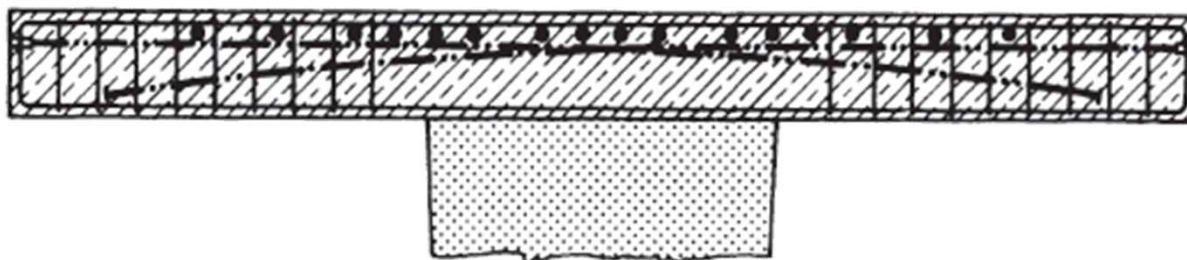
**попечно преднапрезање код средњих
ослонаца (скривена греда)**



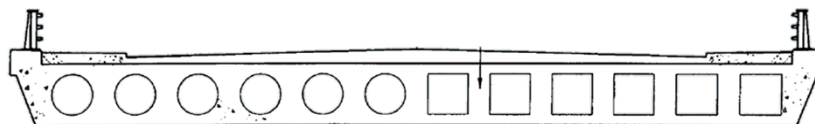
подужни пресек



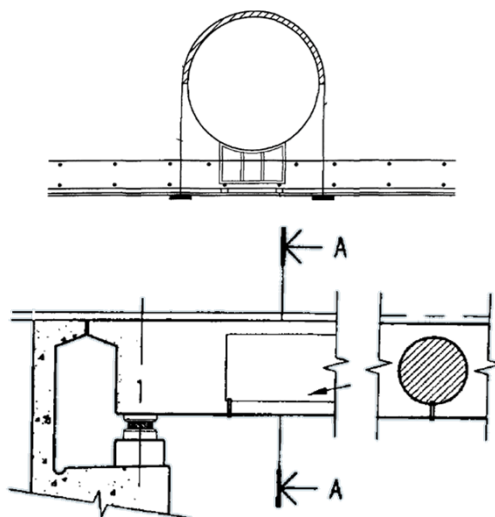
индиректно ослањање на јединстве стуб и арматуре за вешање



Ошупљене плоче

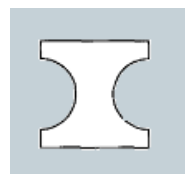
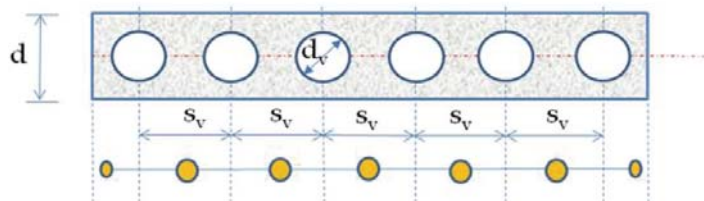
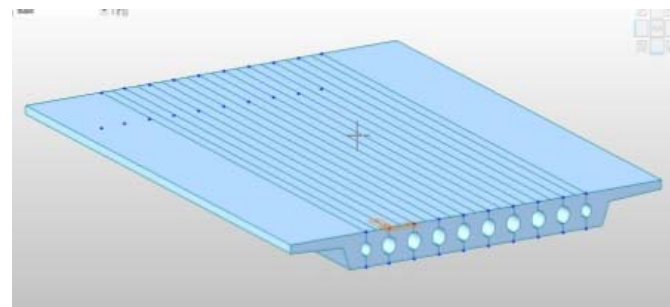


Армирани бетон		Претходно напрегнуте	
L (m)	h/L (const)	L (m)	h/L (const)
15-25	15-20	25-30	15-25



Прорачун ошупљених плоча

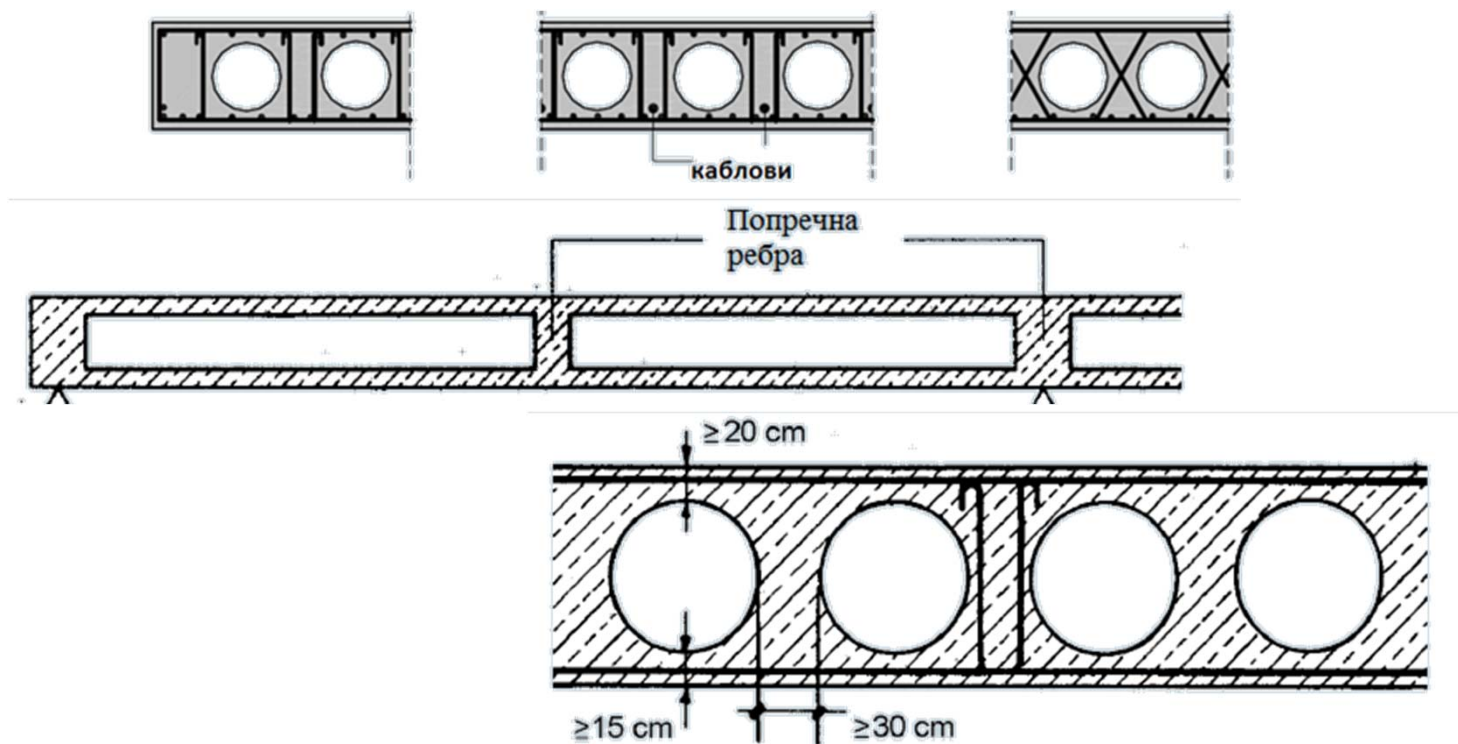
- Кад је пречник отвора мањи од 60% дебљине плоче може се приближно рачунати на исти начин као и пуна плоча.
- Али шупљине се морају узети у обзир кад се одређују ефекти попречног савијања
- Ортотропна плоча



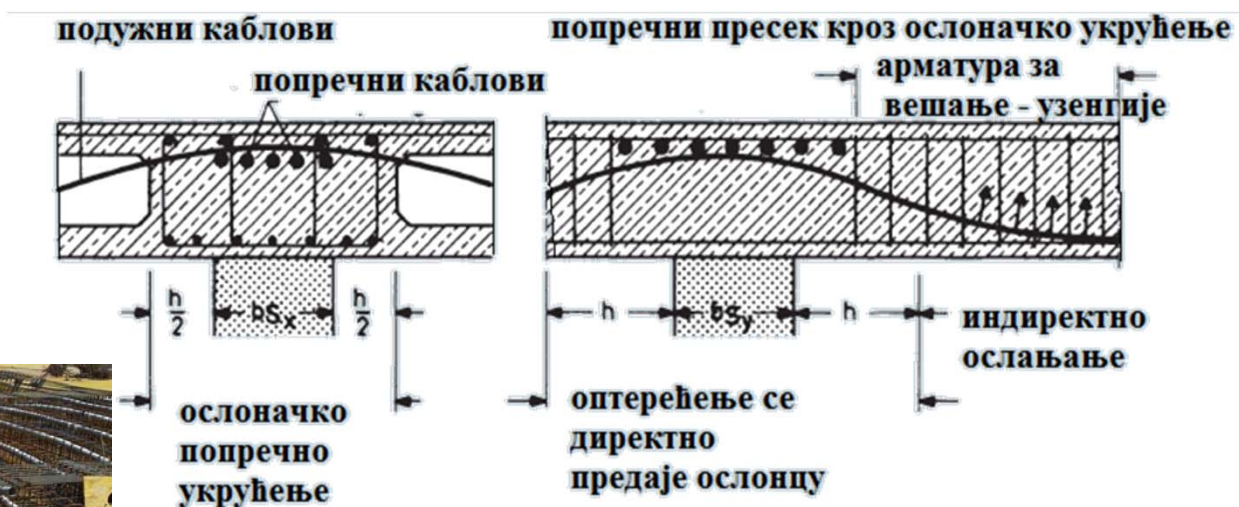
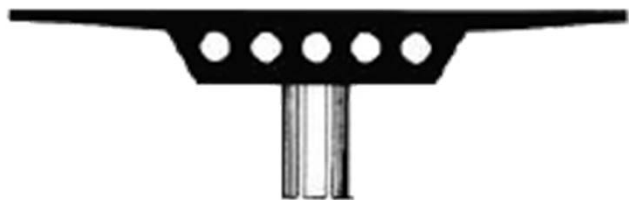
$$D_x = E \left[\frac{d^3}{12} - \frac{d_v^4}{64s_v} \right] ; \quad D_y = \frac{Ed^3}{12} \left[1 - 0.95 \left(\frac{d_v}{d} \right)^4 \right]$$

Обликовање и армирање ошупљених плоча

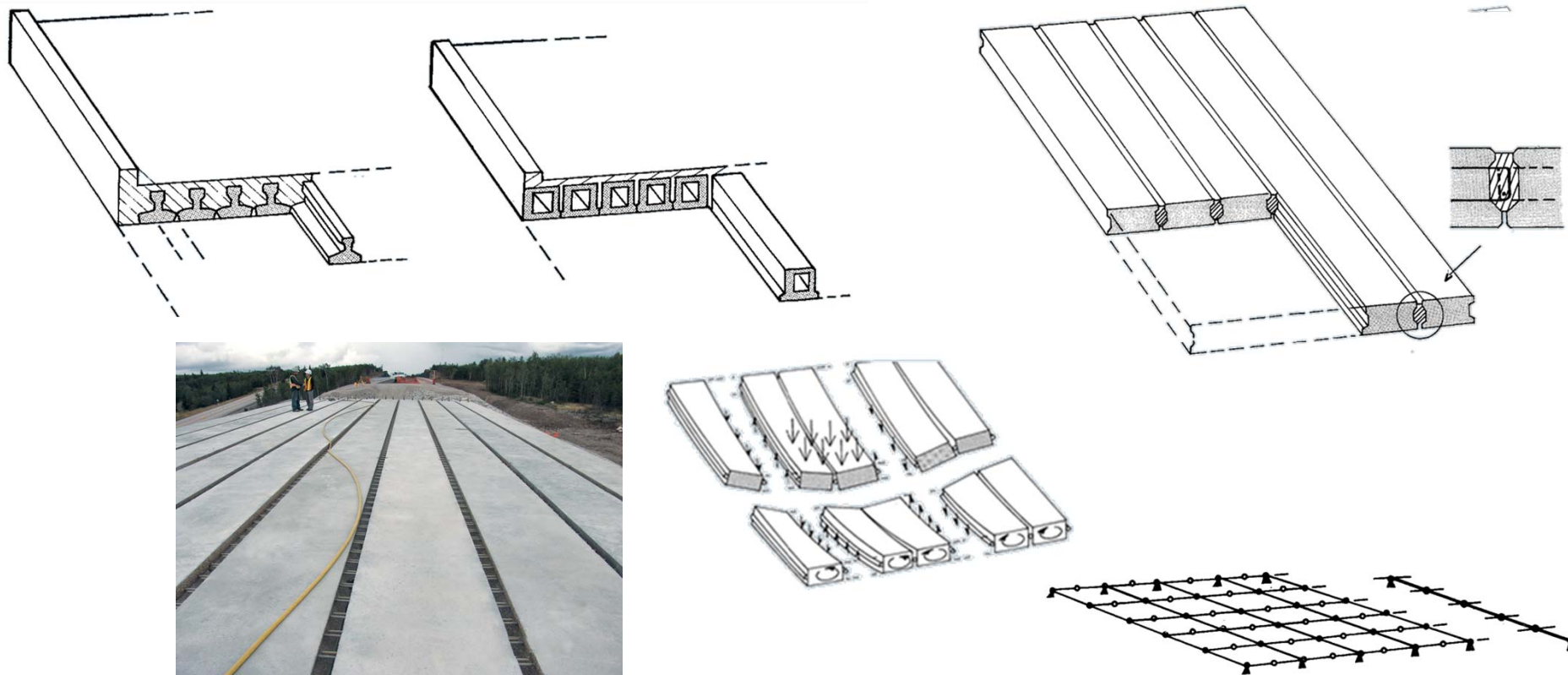
Ребра се армирају узенгијама на $0.3d$ (max 30cm).



Претходно напрезање ошупљених плоча



Прелазне форме спрегнута пуна/олакшана плоча



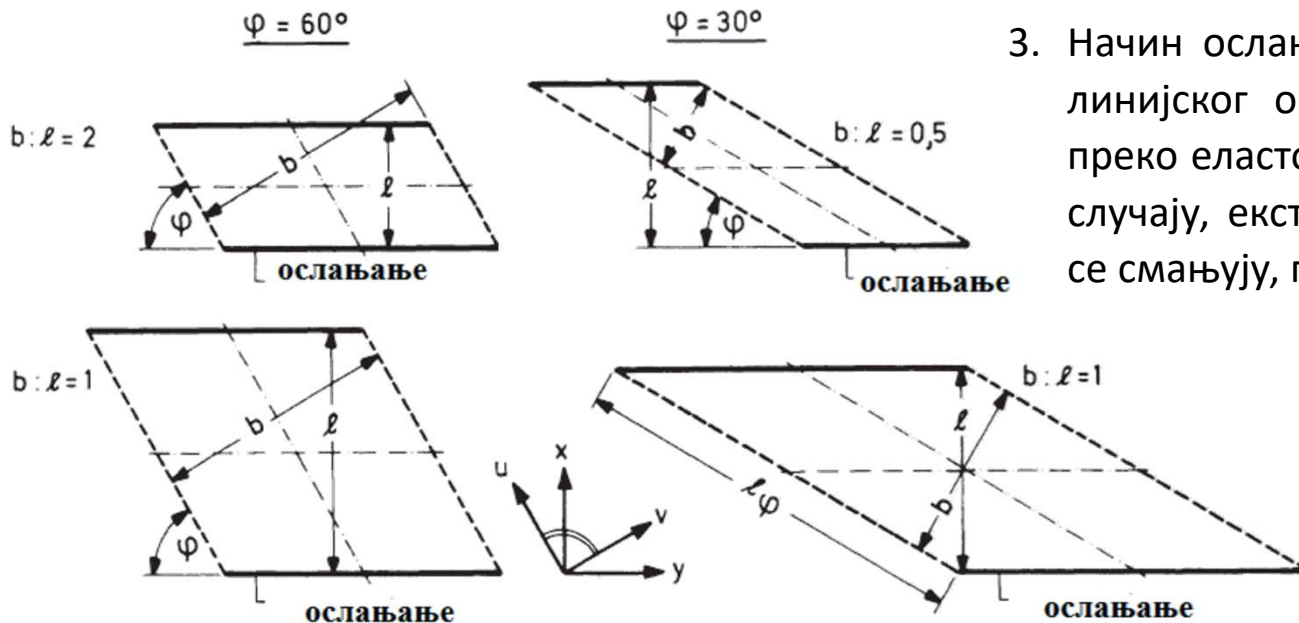
Сегментне префабриковане ошупљене плоче



Грађевински факултет Универзитета у Београду, 2024.

Косе плоче

1. Угао закошења, могуће вредности су $30^\circ < \alpha < 75^\circ$.
За углове $\geq 75^\circ$ утицај закошења се може занемарити.
2. Однос ширине и распона b/l_x , при чему је:
 - а. уска плоча за $0.5 < b/l_x < 1.0$,
 - б. широка плоча за $b/l_x \geq 1.0$.
3. Начин ослањања. Постоји разлика између крутог линијског ослањања и флексибилног ослањања преко еластомера или сличних лежишта. У другом случају, екстремне вредности момената савијања се смањују, посебно у тупом углу.



Понашање косе плоче

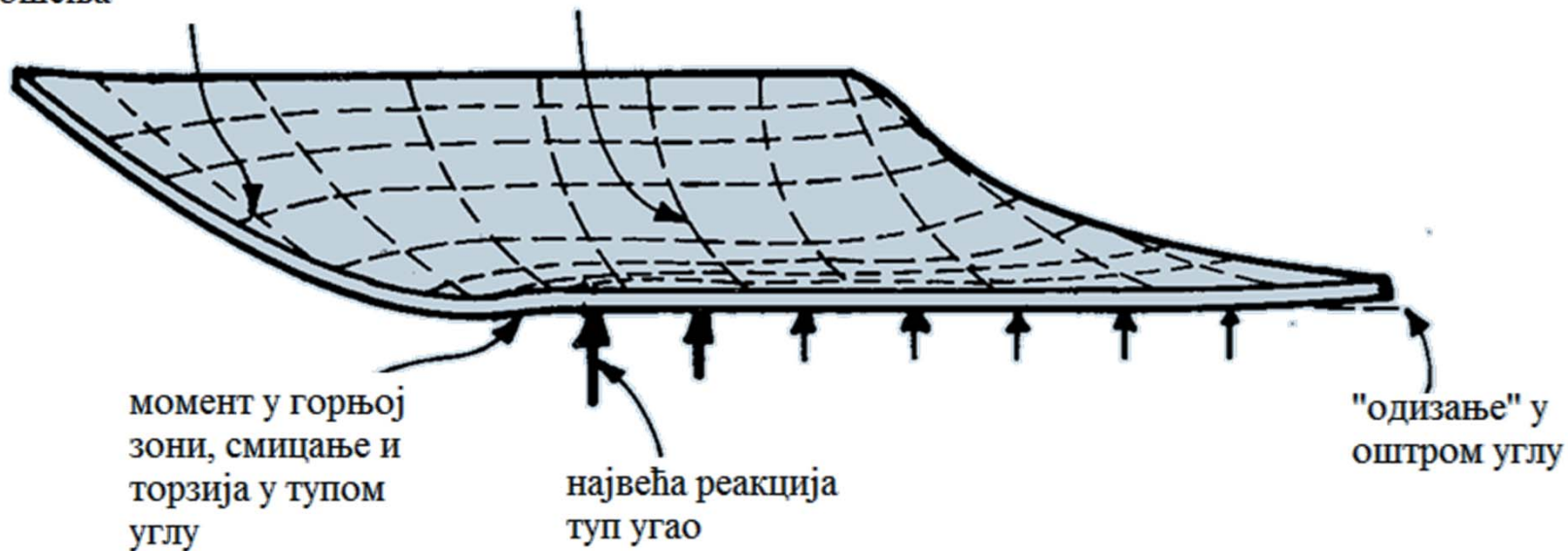
момент у доњој
зони у правцу
приближном углу
закошења

момент у доњој
зони упаван на
ослањање

момент у горњој
зони, смицање и
торзија у тупом
углу

највећа реакција
туп угао

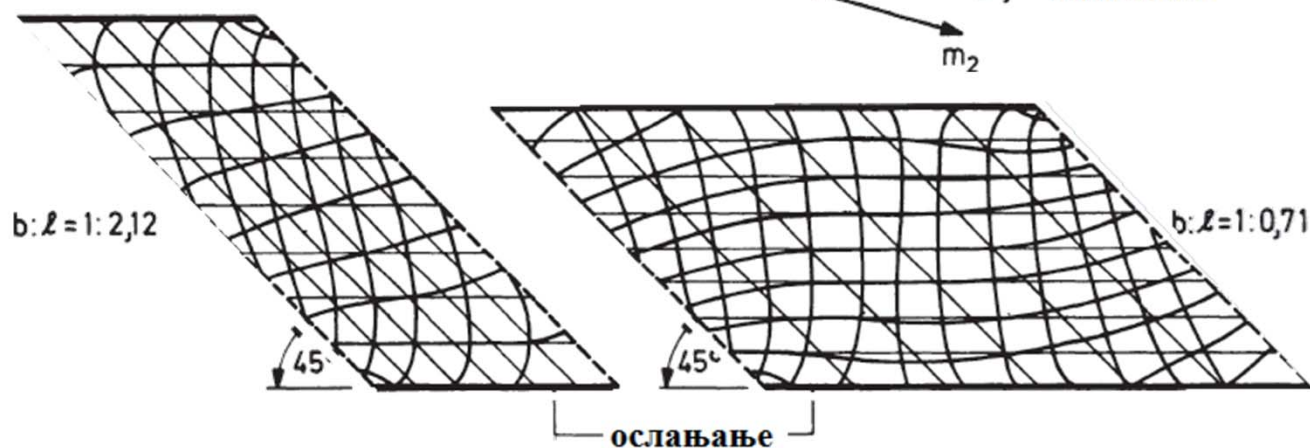
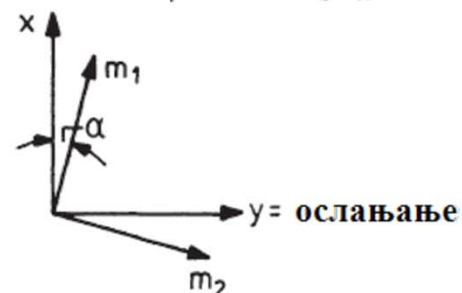
"одизање" у
оштром углу



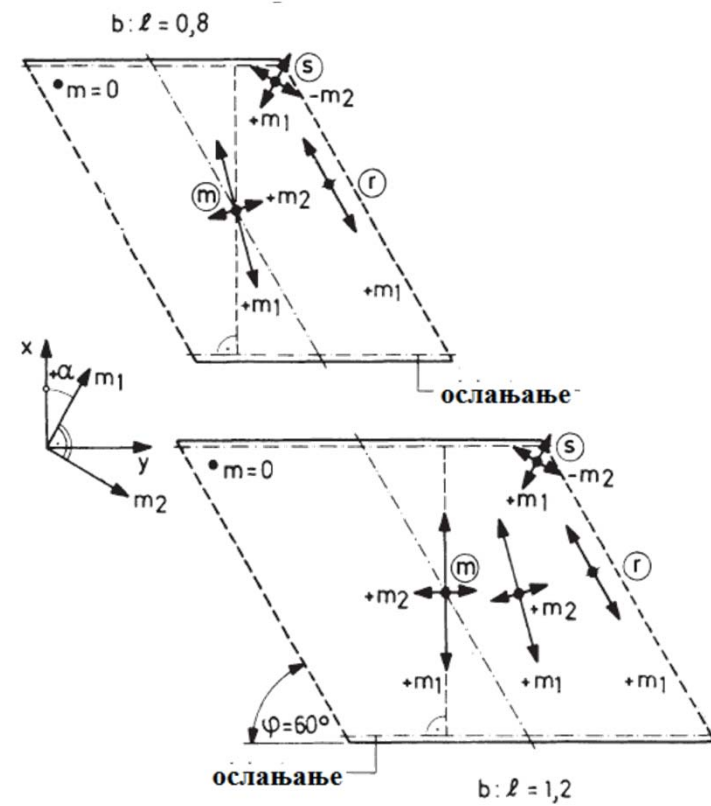
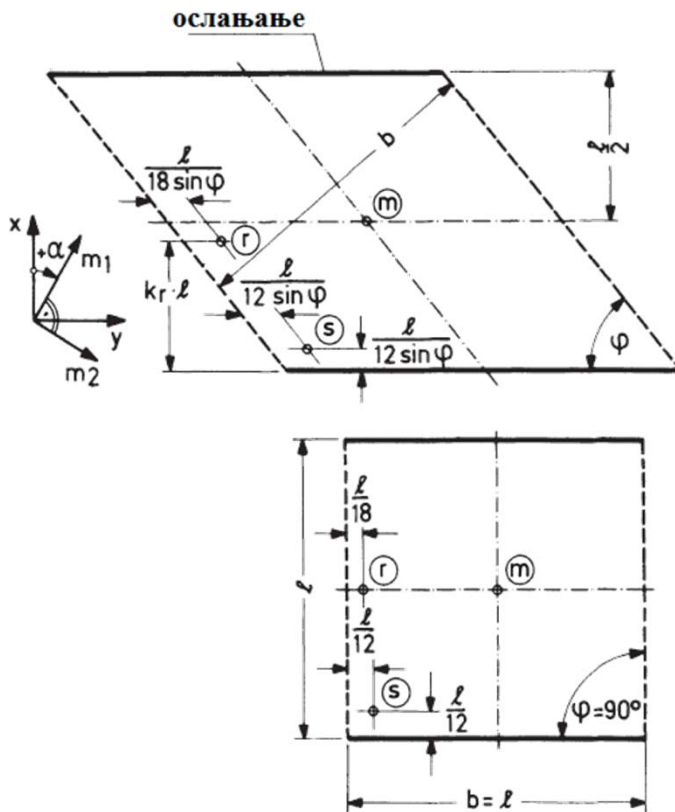
Ефекат ширине плоче на главне моменте

$$m_{1,2} = \frac{m_x + m_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(m_x - m_y)^2 + 4m_{xy}}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2m_{xy}}{m_x - m_y}$$

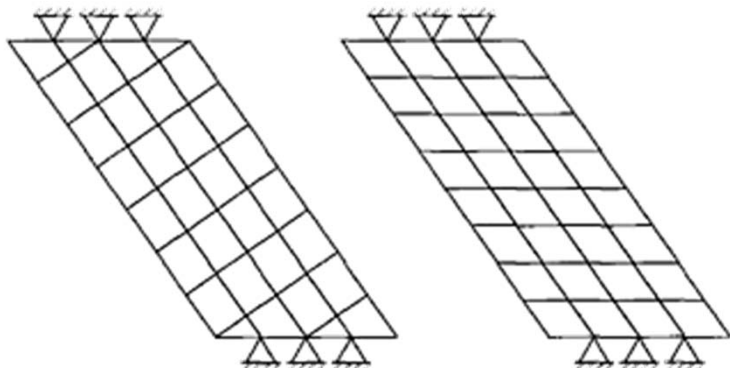


Карактеристични пресеци

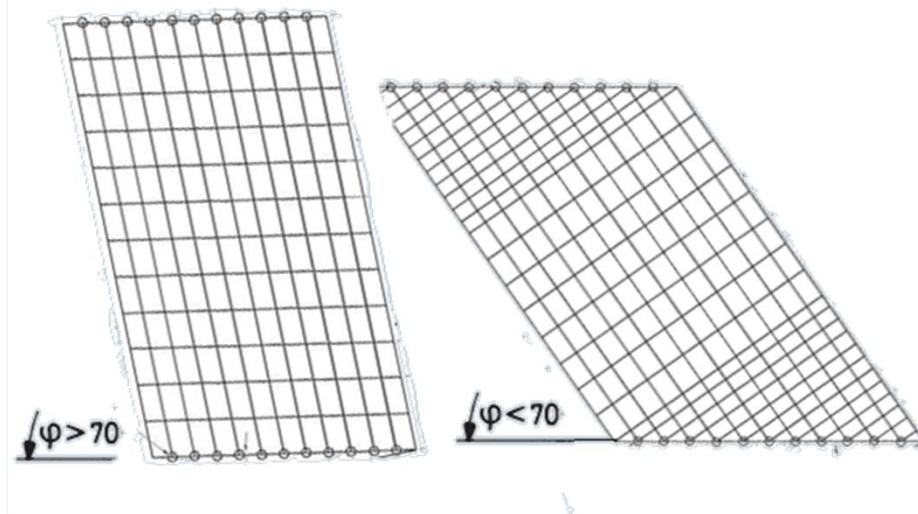


Коси роштиљ

Уске плоче

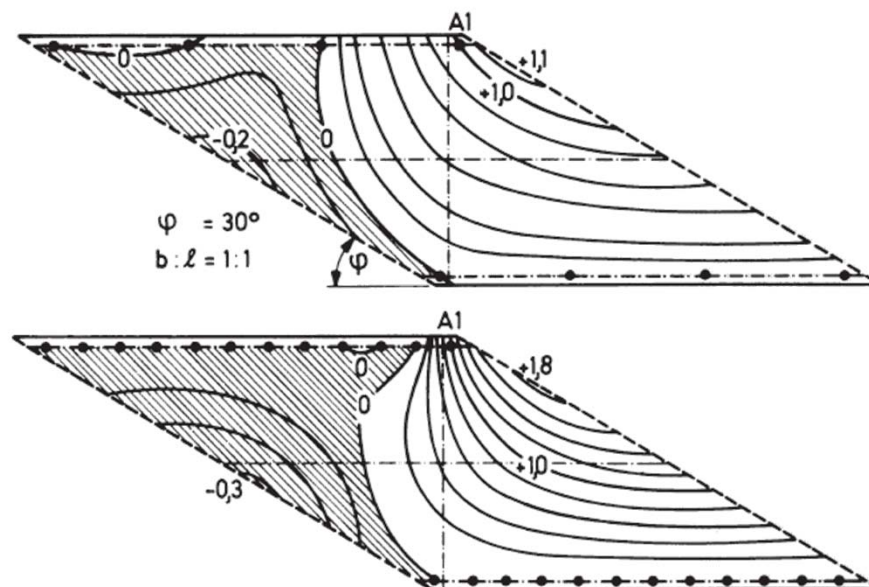


Широке плоче

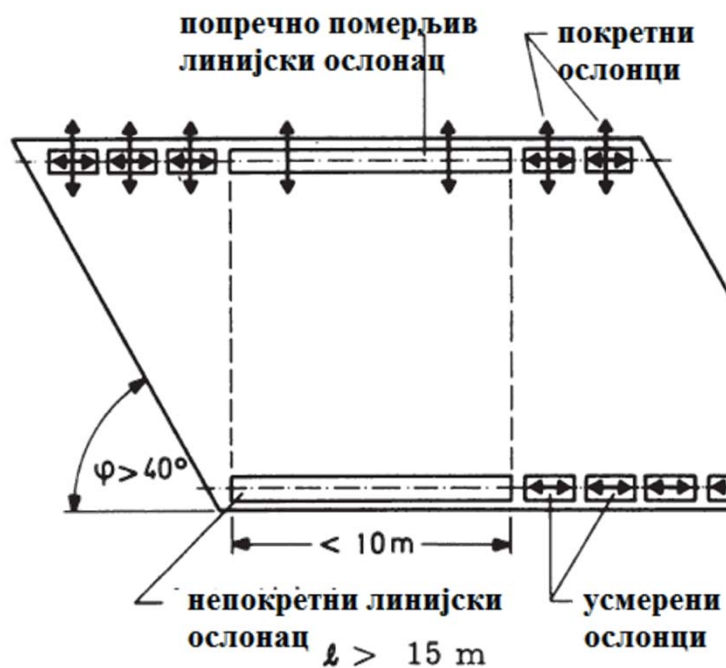


Значајан утицај момената m_{xy} при одређивању транверзалних сила (што је занемарено код правих роштиља).

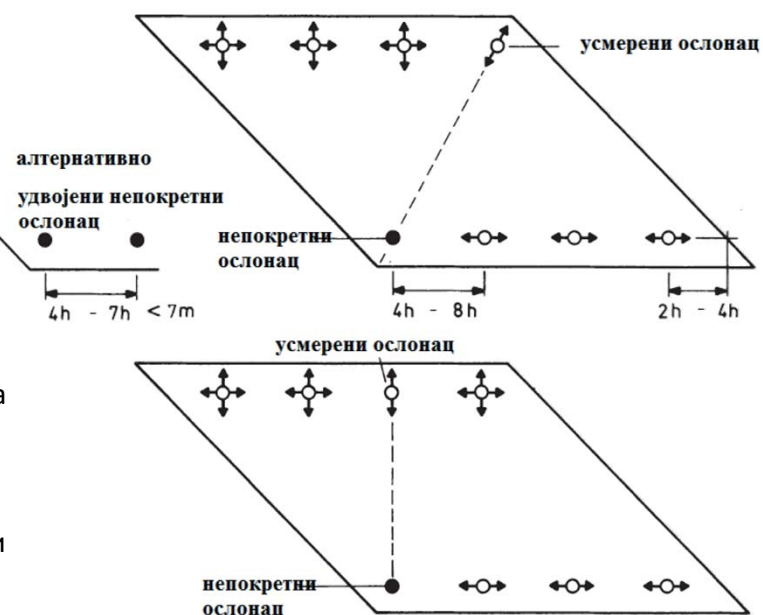
Реакција тупог угла и број лежишта



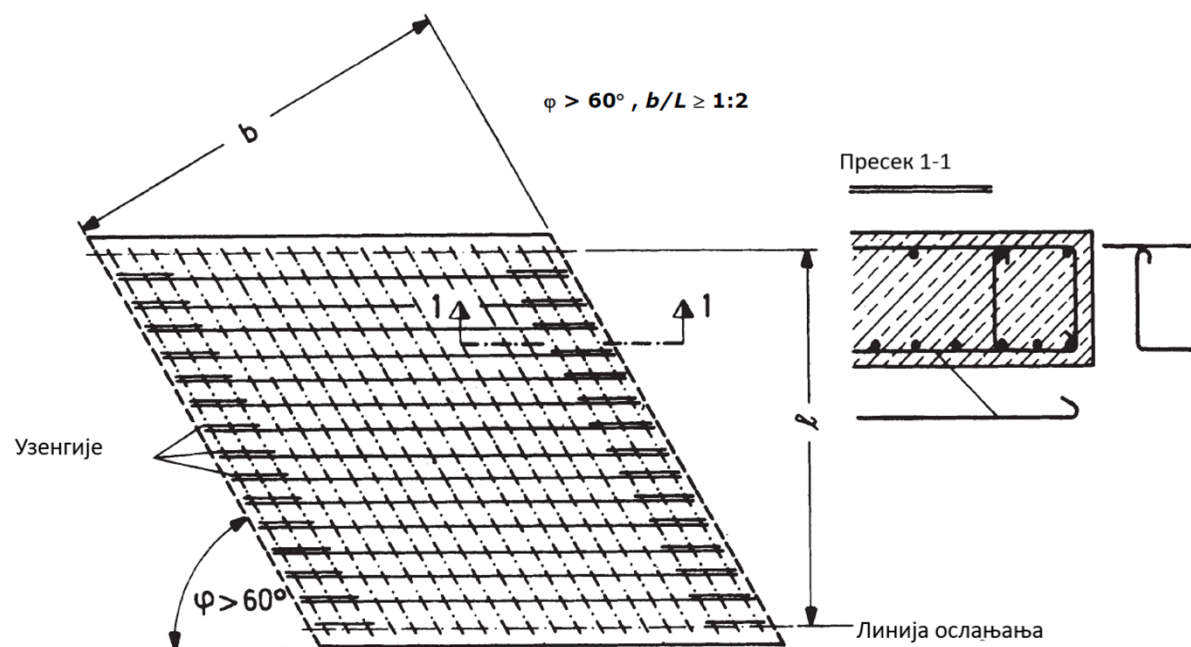
Препоручен распоред лежишта Леонхарт



Избором флексибилних лежишта (обично еластомерних) и не превеликог размака (приближно 2,0 до 2,5 м), могуће је донекле изједначити реакције на лежиштима. Предлог за распоред лежишта приказан је на десној слици, при чему лежиште које је фиксирано на обе стране (због тамо присутног већег вертикалног оптерећења) треба по могућности поставити на тупи угао.



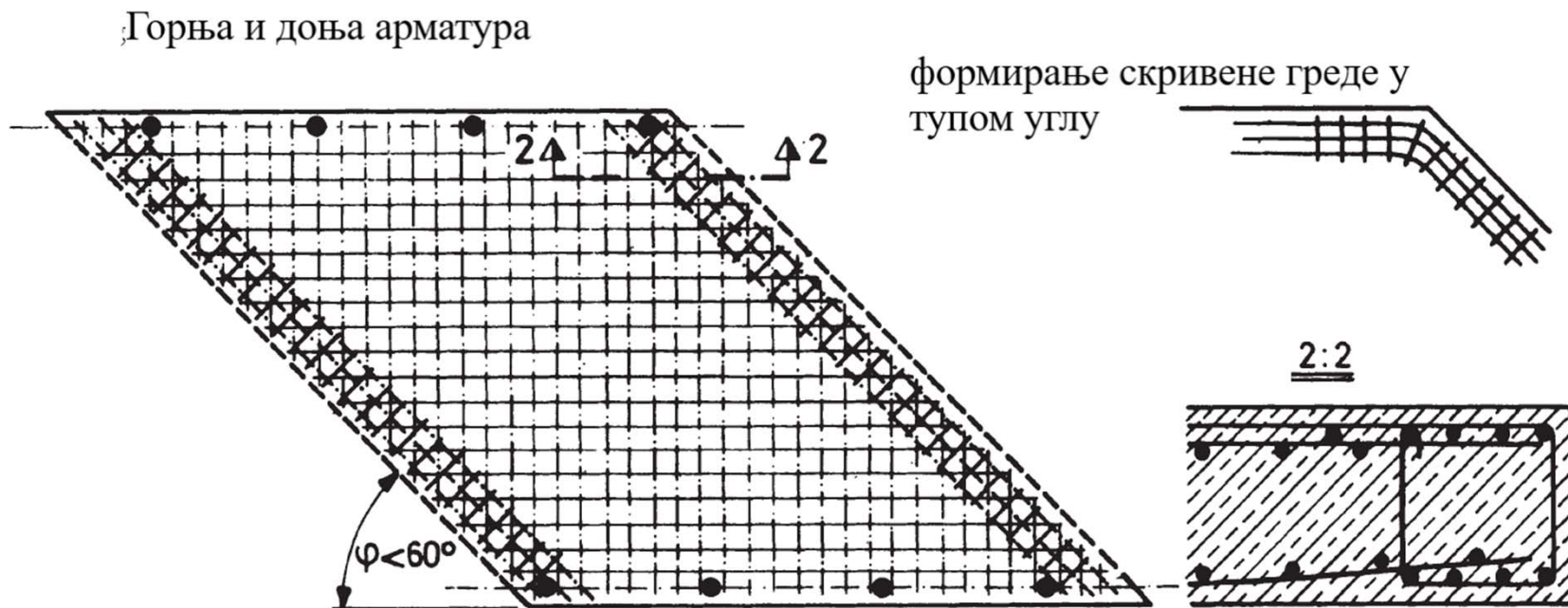
Армирање косих плоча



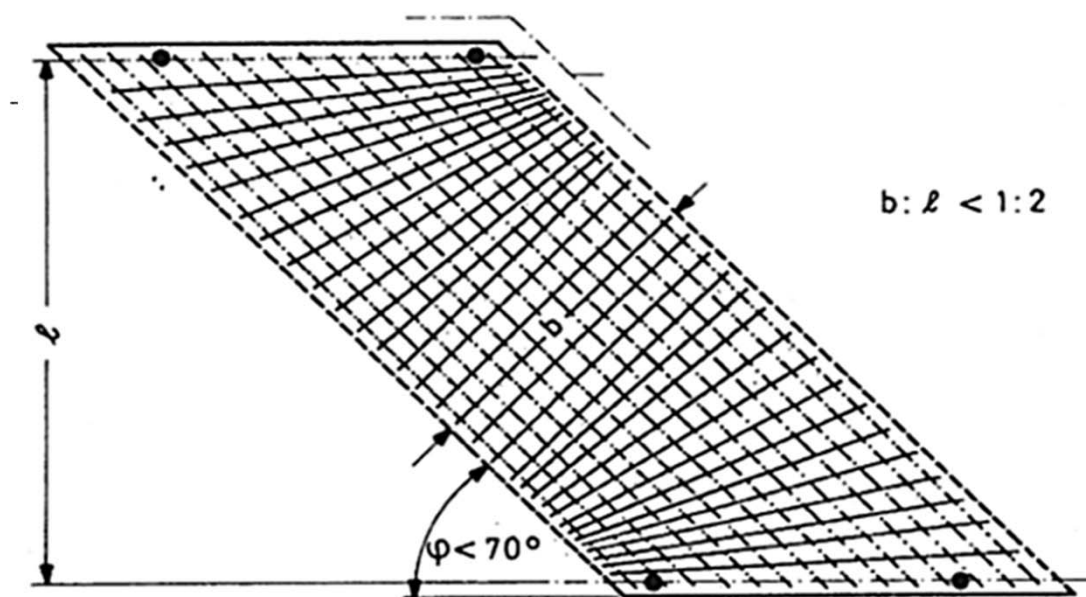
У случају углова закошења у границама $\varphi = 90$ до 60° , у доњем слоју је пожељна косо постављена арматура паралелна са ивицама. Скривене греде треба да буду 1,0 до 1,5 пута веће од дебљине плоче као ојачана ивица плоче помоћу арматуре и узенгија паралелно са ивицом.

Главна и попречна арматура из поља морају се затим поставити преко доње уздужне арматуре ове скривене греде. За армирање се користе затворене шипке или узенгије са довољном дужином сидрења.

Армирање косе широке плоче при мањим угловима закошења



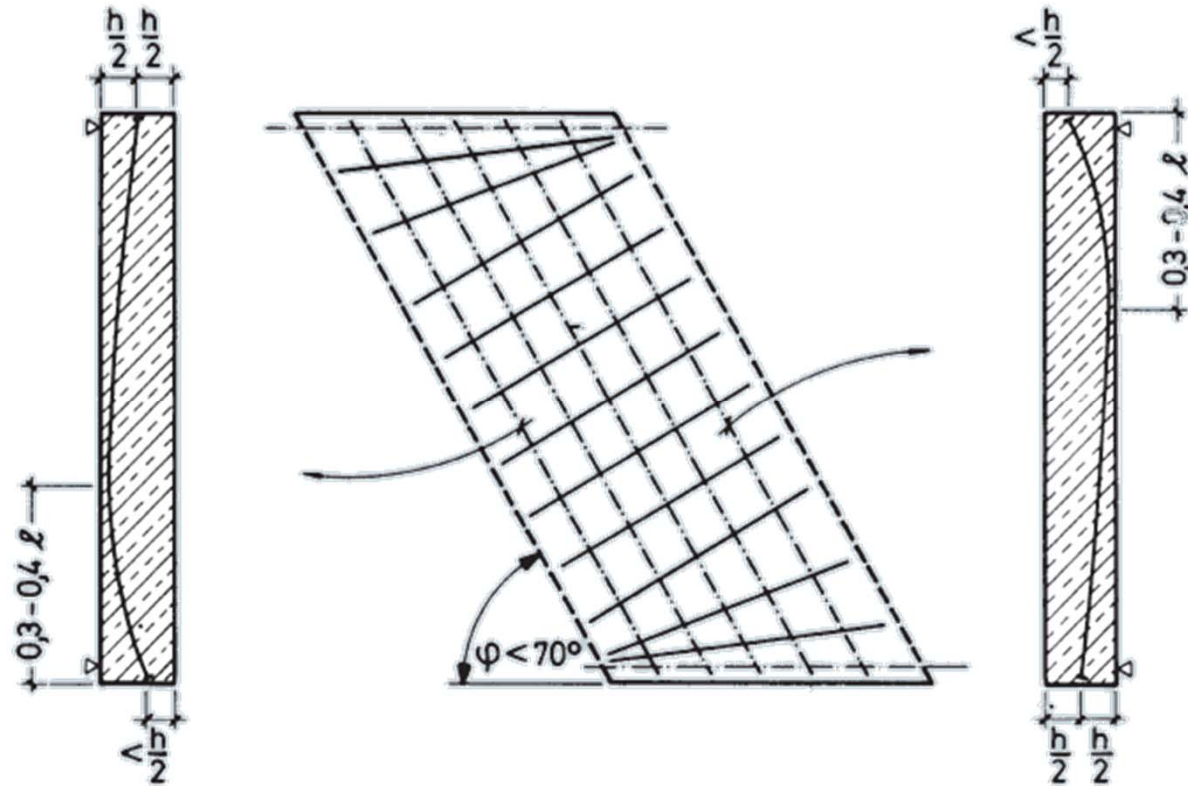
Армирање косих плоча



У случају већих углова закошења $\varphi < 70^\circ$ и нарочито код уских плоча (са малим односом ширине и дужине), треба одабрати за доњу и горњу арматуру под правим углом у средишњем делу плоче. Подужна арматура се поставља паралелно ивици док се попречна арматура у зони ослонаца лепезасто заокреће ка правцу линије ослањања.

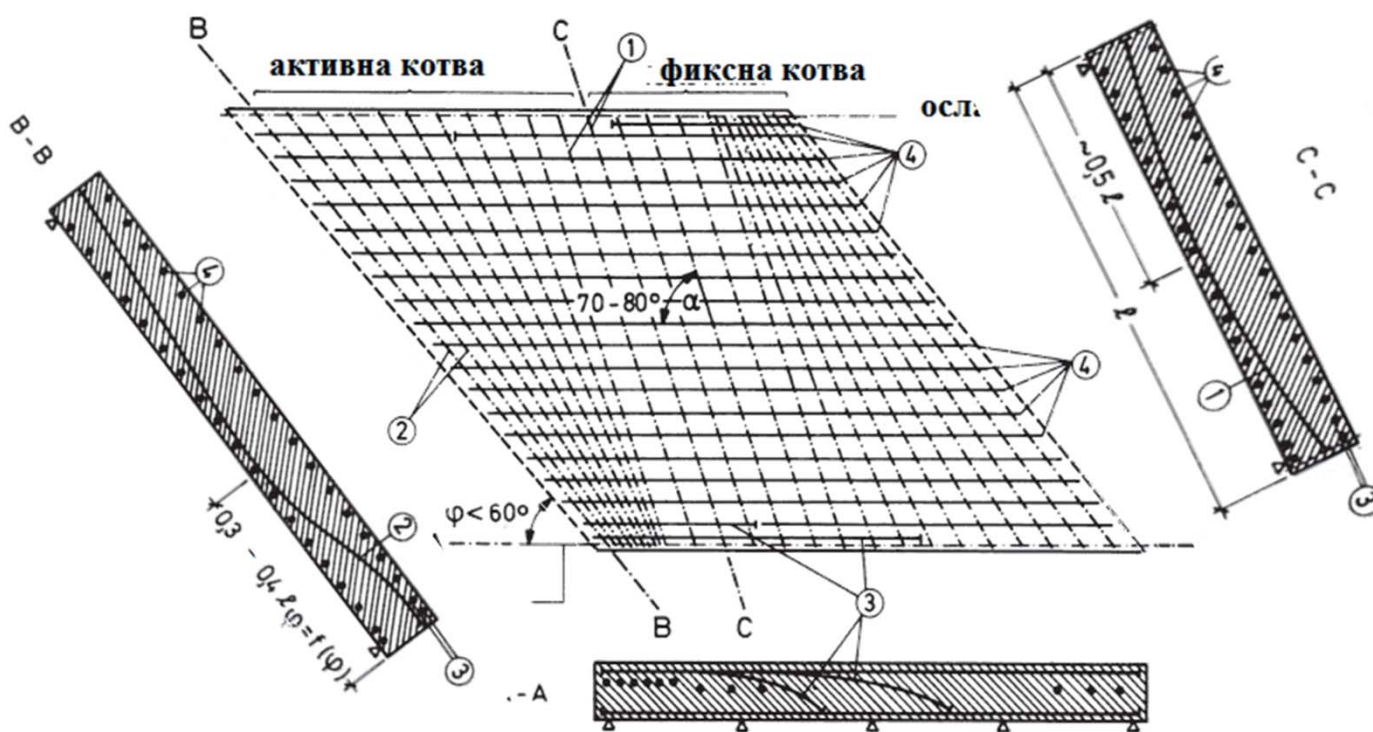
Претходно напрезање косих плоча

Уске плоче



У случају преднапрегнутих плоча са малим углом закошења, уздужне каблове треба поставити паралелно са ивицама. Попречне каблове (ако уопште постоје, онда обично са знатно мањом силом) се постављају у два слоја (горњи и доњи), паралелно са ивицом ослањања.

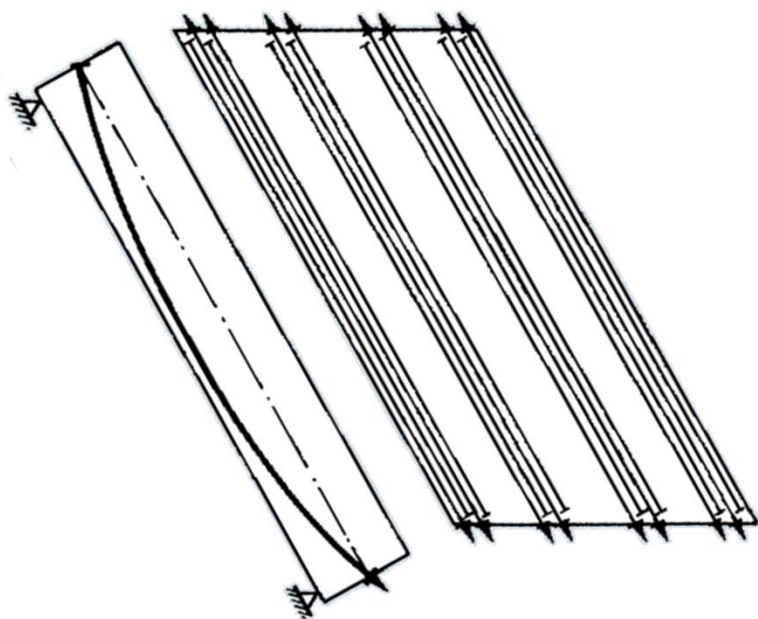
Претходно напрезање у два правца (Леонхарт)



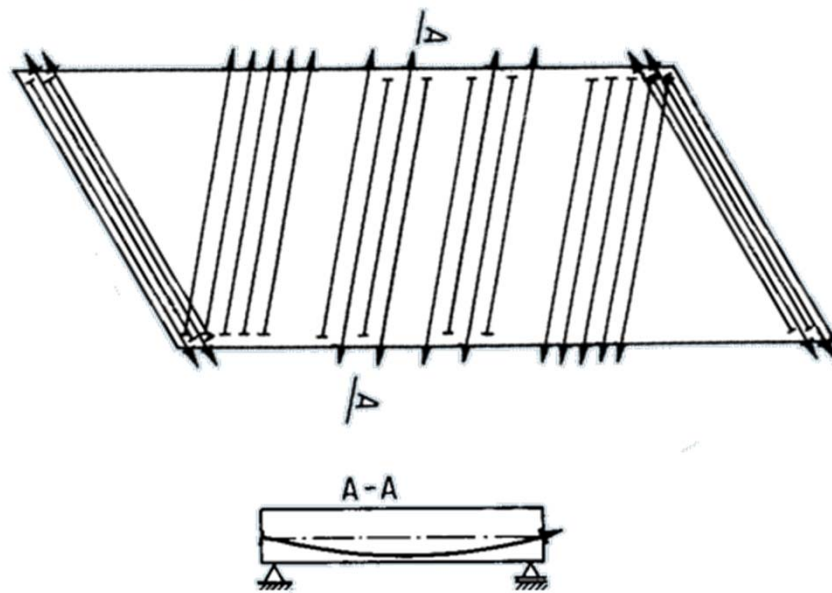
Параболичне каблове би требали бити у средњем делу („1“) у смеру главних момената у случају већих нагиба, али се лезасто постављају према ивичном делу („2“) и доводе у положај паралелно са ивицом. Са повећањем закошености долази до делимично укљештења у тупом углу, због чега каблови у зони у близини ивице морају поставити са контракривитетом у овим областима. Попречни каблови („4“, ако постоје) су распоређене са мањом силом у два слоја изнад и испод, паралелно са линијом ослањања. За моменте савијања у тупом углу могу бити потребни додатни попречни каблови „3“ паралелно са линијом ослањања.

Претходно напрезање (предлог Мен)

Уска плоча

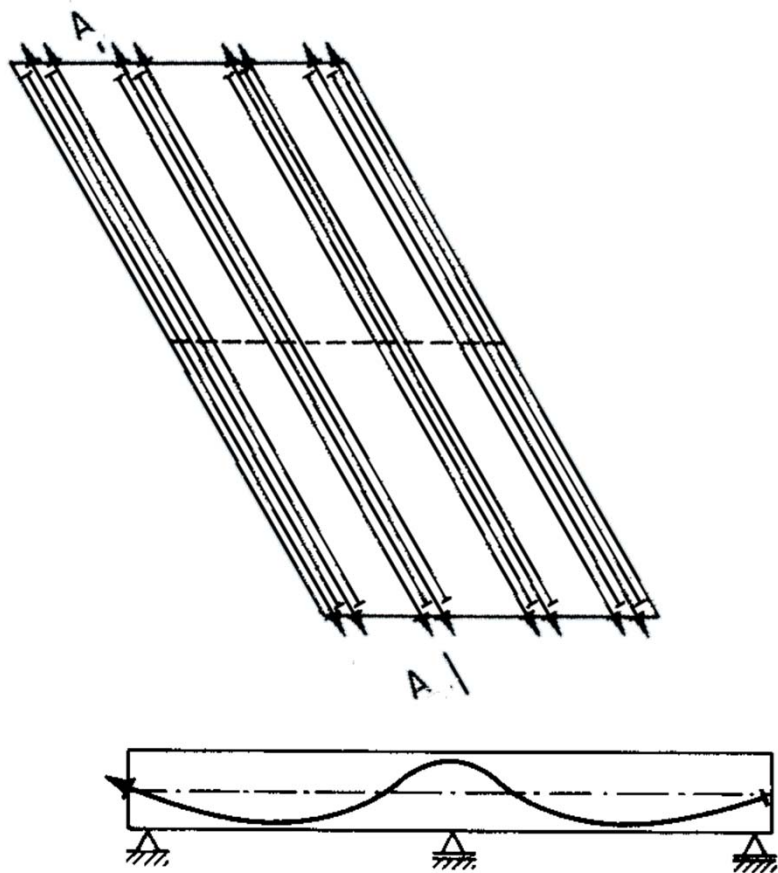


Широка плоча

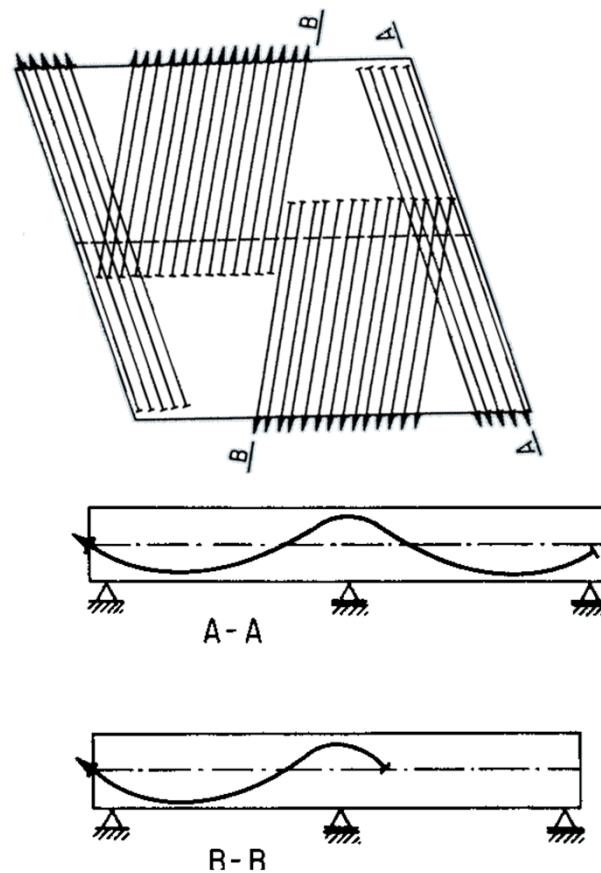


Континуалне косе плоче (предлог Мен)

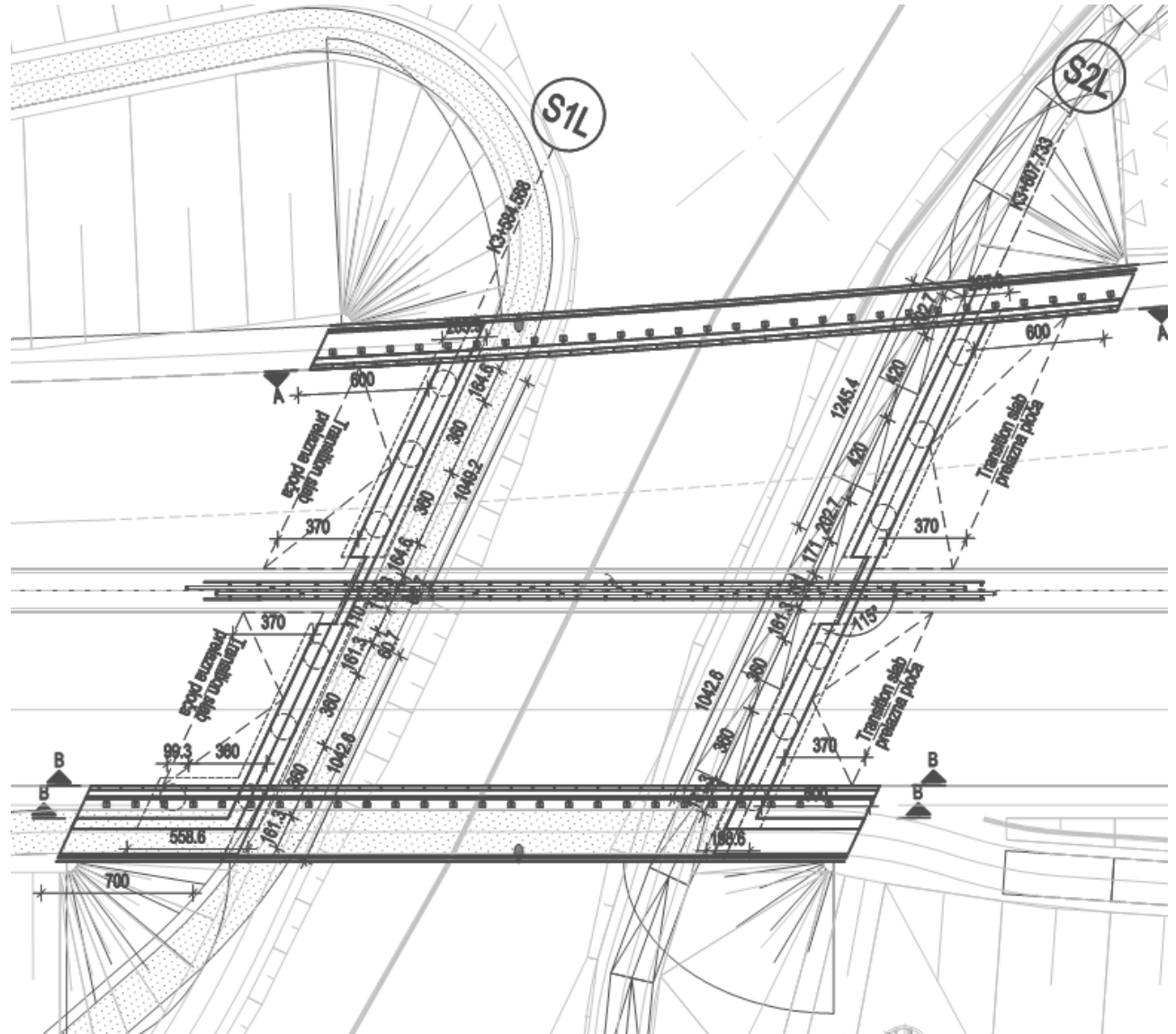
уска континуална плоча



Широка континуална плоча



Друмски коси плочасти мост - пример



Друмски коси плочасти мост - пример

