



Studijski program:

**Građevinarstvo**

Modul:

Konstrukcije

Godina/Semestar:

**III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra):

**Teorija betonskih konstrukcija 1  
(B3O3B1)**

Nastavnik:

**Jelena Carević / Stefan Ž. Mitrović / Milica Vidović**

Naslov vežbi:

**Primena dijagrama interakcije.**

Datum :

**13.11.2024.**

---

*Beograd, 2023.*

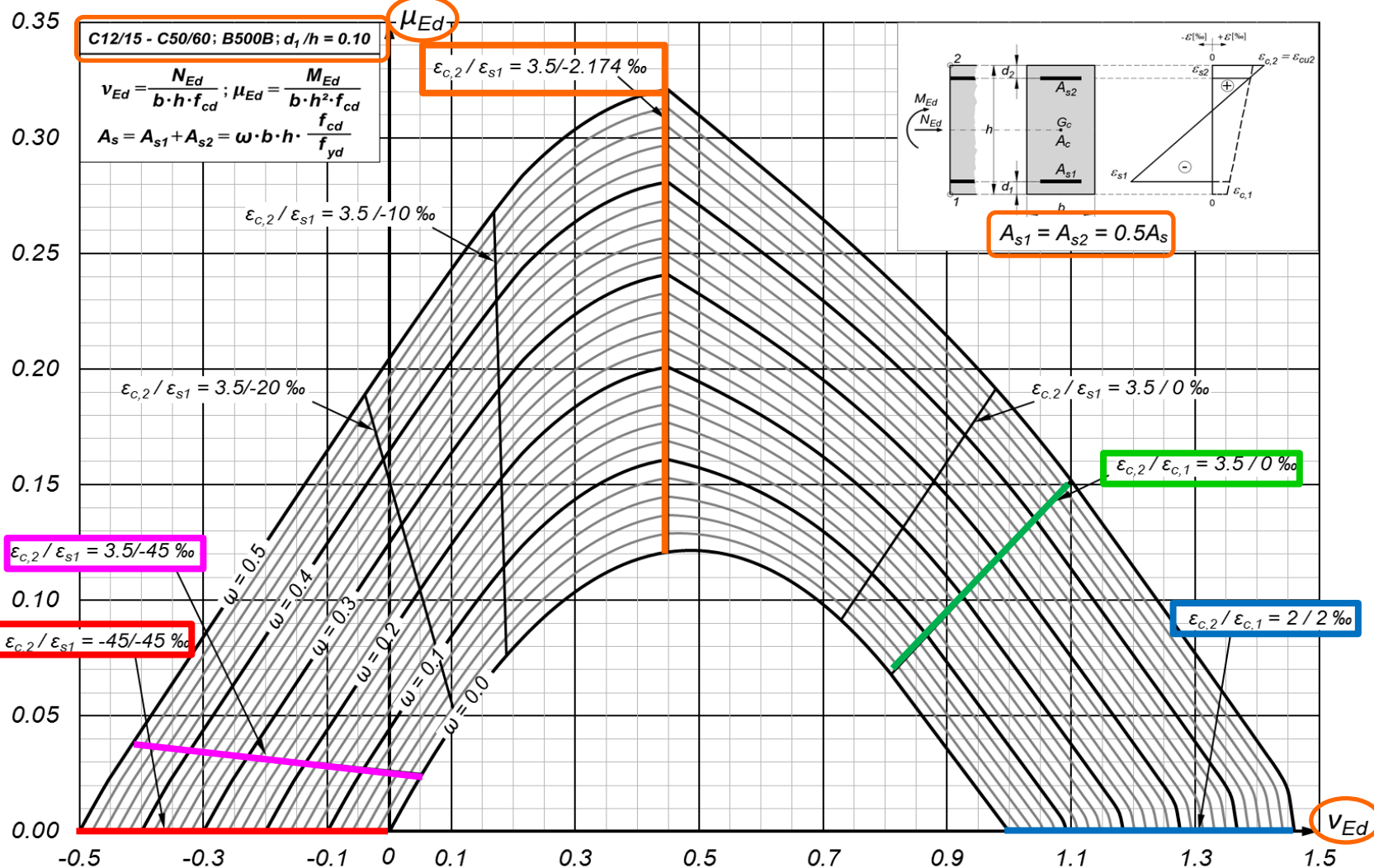
*Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu studenata Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2023/2024 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.*



# DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Primenjivaćemo ih za:

- 1) Preseke opterećene silom pritiska u fazi MALOG EKSCENTRICITETA
- 2) Preseke opterećene simetričnim opterećenjem



## Zadatak 24– DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Za stub pravougaonog poprečnog preseka za koji su date *dve kombinacije karakterističnih vrednosti uticaja* usled stalnog i povremenog opterećenja, odrediti potrebnu površinu armature, uz zanemarenje uticaja izvijanja stuba.

$$\text{Kombinacija 1: } N_G = 2077.78 \text{ kN} \quad M_w = \pm 63.75 \text{ kNm}$$

$$\text{Kombinacija 2: } N_G = 188.89 \text{ kN} \quad M_w = \pm 159.37 \text{ kNm}$$

$$\text{širina preseka: } b = 30 \text{ cm}$$

$$\text{visina preseka: } h = 50 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{klasa čvrstoće betona: C 30/37} &\rightarrow f_{ck} = 30 \text{ MPa,} \\ &f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 17 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{kvalitet armature: B500} &\rightarrow f_{yk} = 500 \text{ MPa,} \\ &f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\text{klasa izloženosti sredine: XC2} \rightarrow c_{nom} = 2.5 + 1 = 3.5 \text{ cm}$$



## Zadatak 24– DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- *Kombinacija 1:*

Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.35$ ,  $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g = 1.35 \cdot 2077.78 = 2805.0 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \gamma_Q \cdot M_w = 1.50 \cdot (\pm 63.75) = \pm 95.63 \text{ kNm}$$

↓  
Simetrično armiranje

Proračun bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila:

$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{2805.0}{30 \cdot 50 \cdot 1.7} = 1.10$$

Moment savijanja:

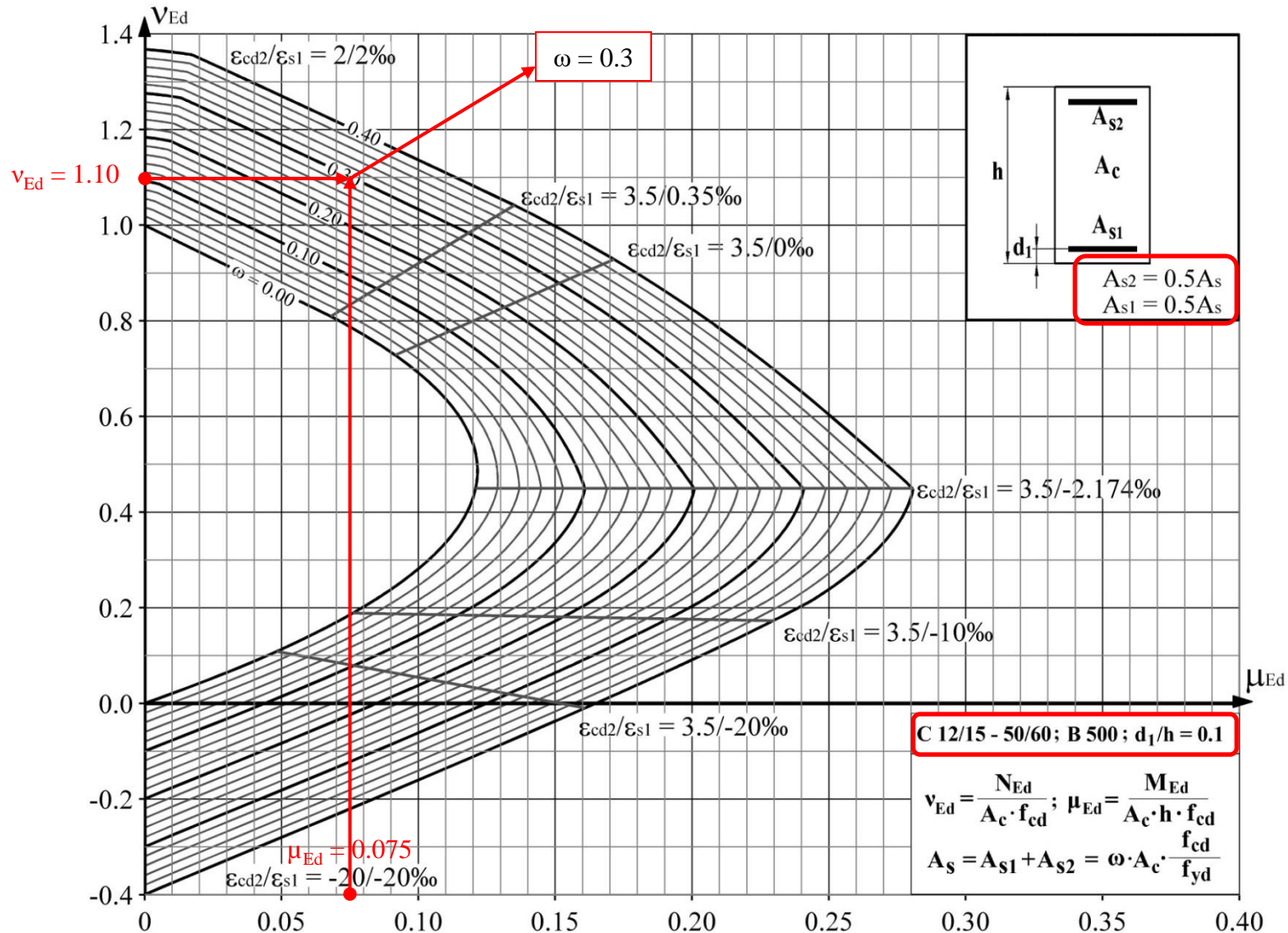
$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{95.63}{30 \cdot 50^2 \cdot 1.7} = 0.075$$

Pretpostavljeni položaj težišta armature:  $d_1 = d_2 = 5 \text{ cm}$

Položaj težišta armature:  $d_1/h = d_2/h = 5/50 = 0.1$

# Zadatak 24– DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kombinacija uticaja 1:



## Zadatak 24– DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- Kombinacija 2a:

Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.35$ ,  $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g = 1.35 \cdot 188.89 = 255.00 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \gamma_Q \cdot M_w = 1.50 \cdot (\pm 159.37) = \pm 239.06 \text{ kNm}$$

↓  
Simetrično armiranje

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

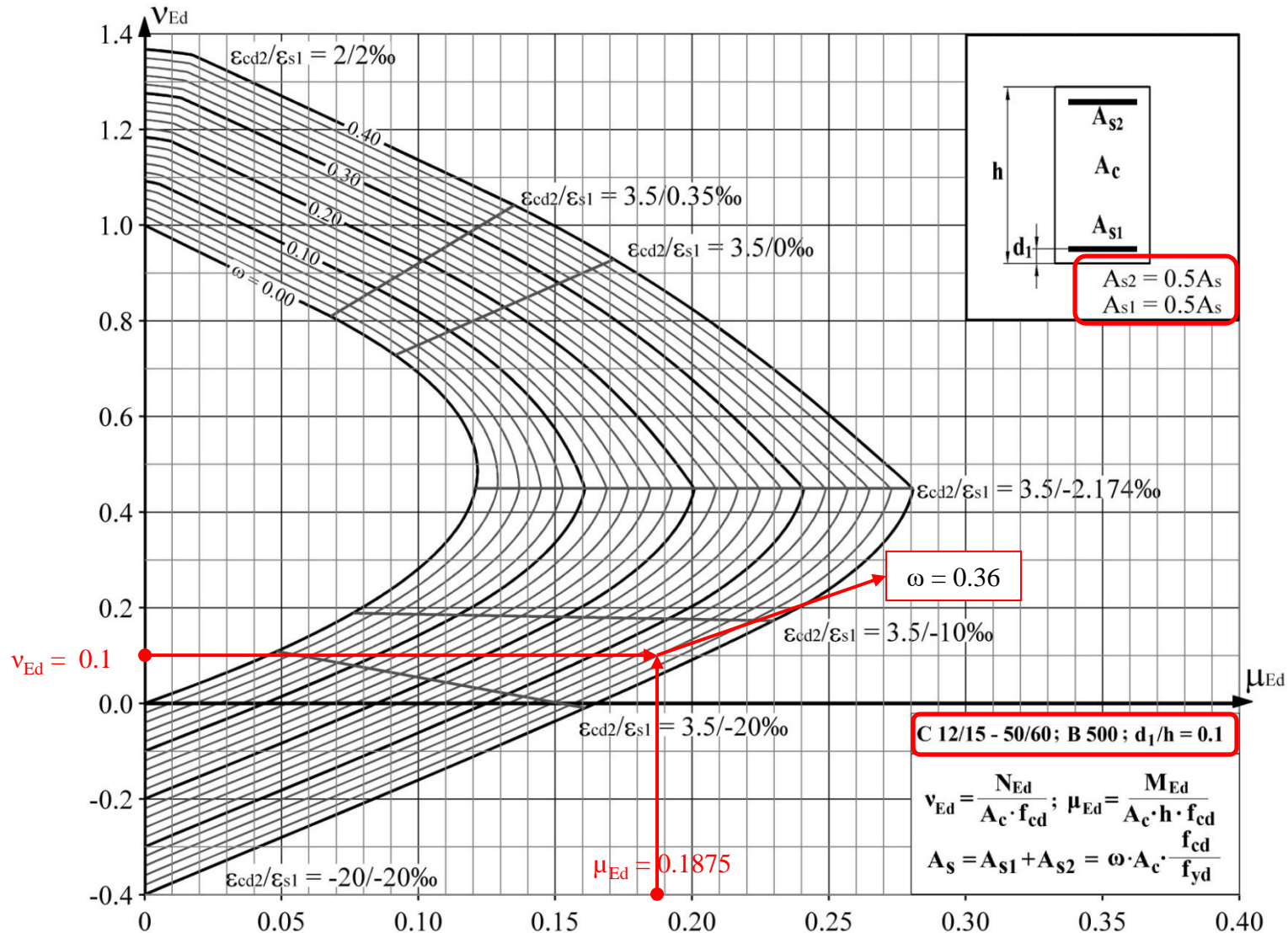
Normalna sila: 
$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{255.00}{30 \cdot 50 \cdot 1.7} = 0.10$$

Moment savijanja: 
$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{239.06}{30 \cdot 50^2 \cdot 1.7} = 0.1875$$



# Zadatak 24– DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kombinacija uticaja 2:



# Zadatak 24– DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- Kombinacija 2b:

Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.0$ ,  $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g = 1.0 \cdot 188.89 = 188.89 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \gamma_Q \cdot M_w = 1.5 \cdot (\pm 159.37) = \pm 239.06 \text{ kNm}$$

↓  
Simetrično armiranje

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

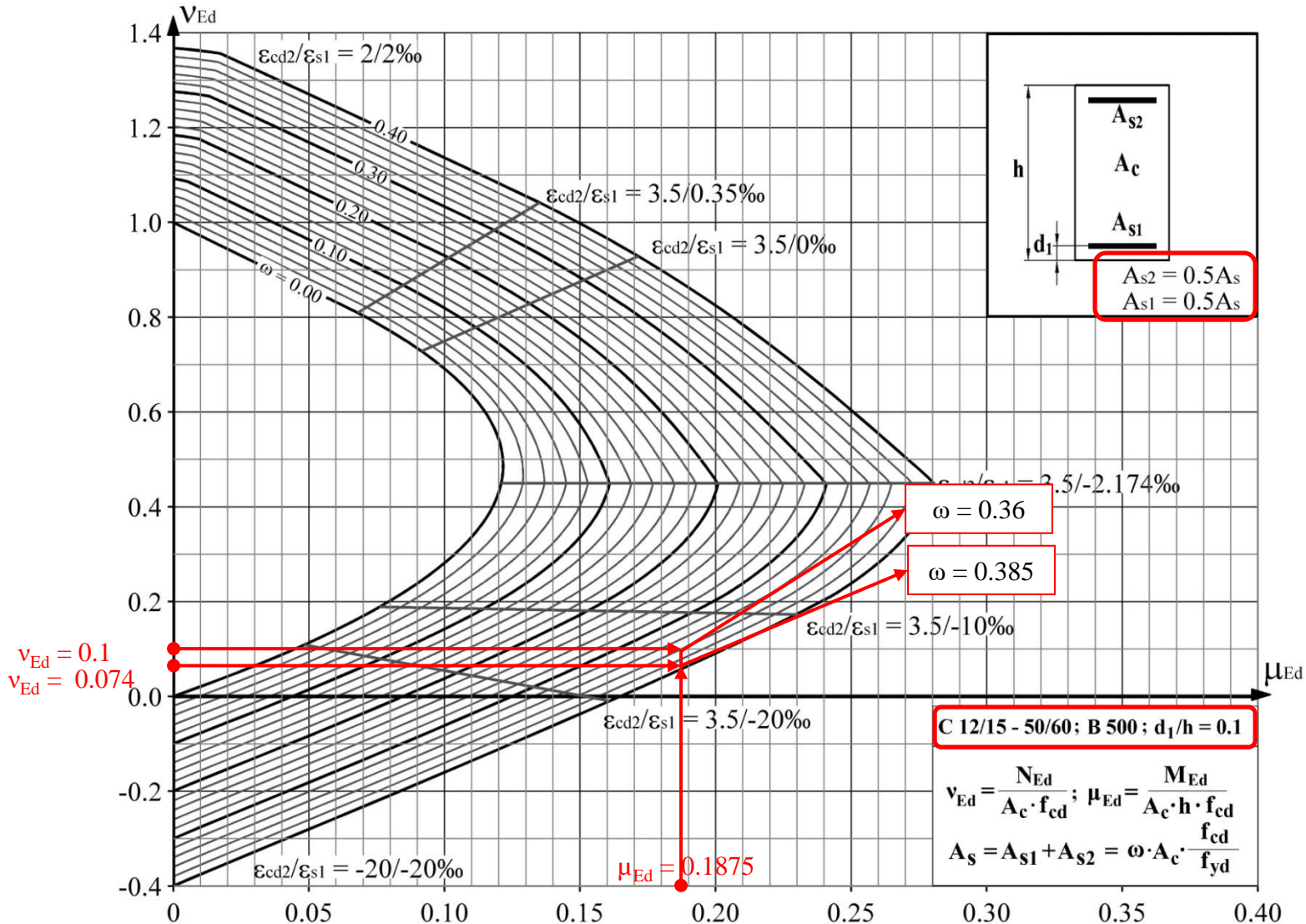
Normalna sila: 
$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{188.89}{30 \cdot 50 \cdot 1.7} = 0.0740$$

Moment savijanja: 
$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{239.06}{30 \cdot 50^2 \cdot 1.7} = 0.1875$$



# Zadatak 24– DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kombinacija uticaja 2:



## Zadatak 24 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

### - Rezime

Potrebni mehanički procenti za pojedine kombinacije uticaja:

- Kombinacija 1:  $\omega = 0.3$
- Kombinacija 2a:  $\omega = 0.36$
- Kombinacija 2b:  $\omega = 0.385$

Ukupna potrebna površina armature jednaka je:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_s = 0.385 \cdot 30 \cdot 50 \cdot \frac{17.0}{438.78} = 22.37 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{A_s}{2} = 11.19 \text{ cm}^2$$

Usvojeno:  $\pm 4\phi 20$  ( $\pm 12.56 \text{ cm}^2$ )

$$d_1 = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm} \rightarrow d_1/h = 5.3/50 = 0.106 \approx 0.100$$

# Zadatak 24 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

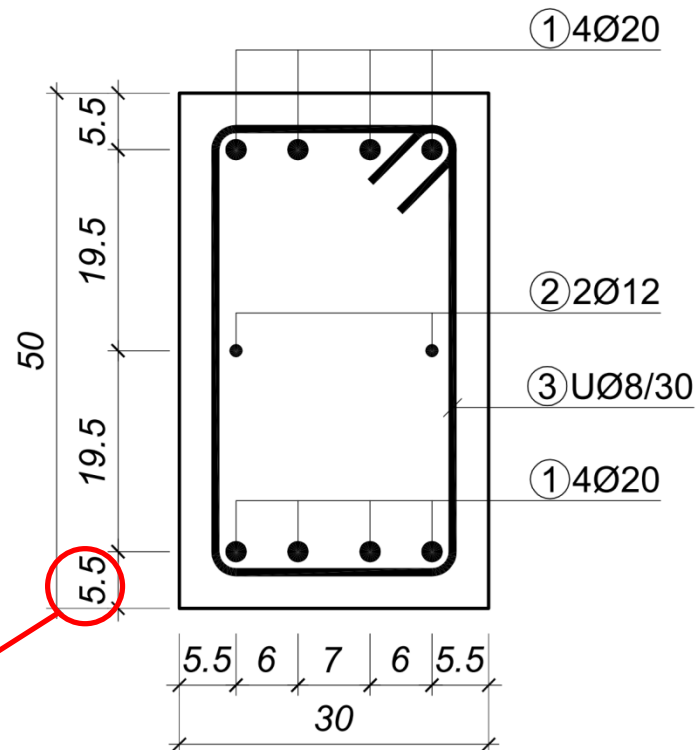
$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{A_s}{2} = 11.19 \text{ cm}^2$$

Usvojeno:  $\pm 4\phi 20$  ( $\pm 12.56 \text{ cm}^2$ )

$$d_1 = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm}$$

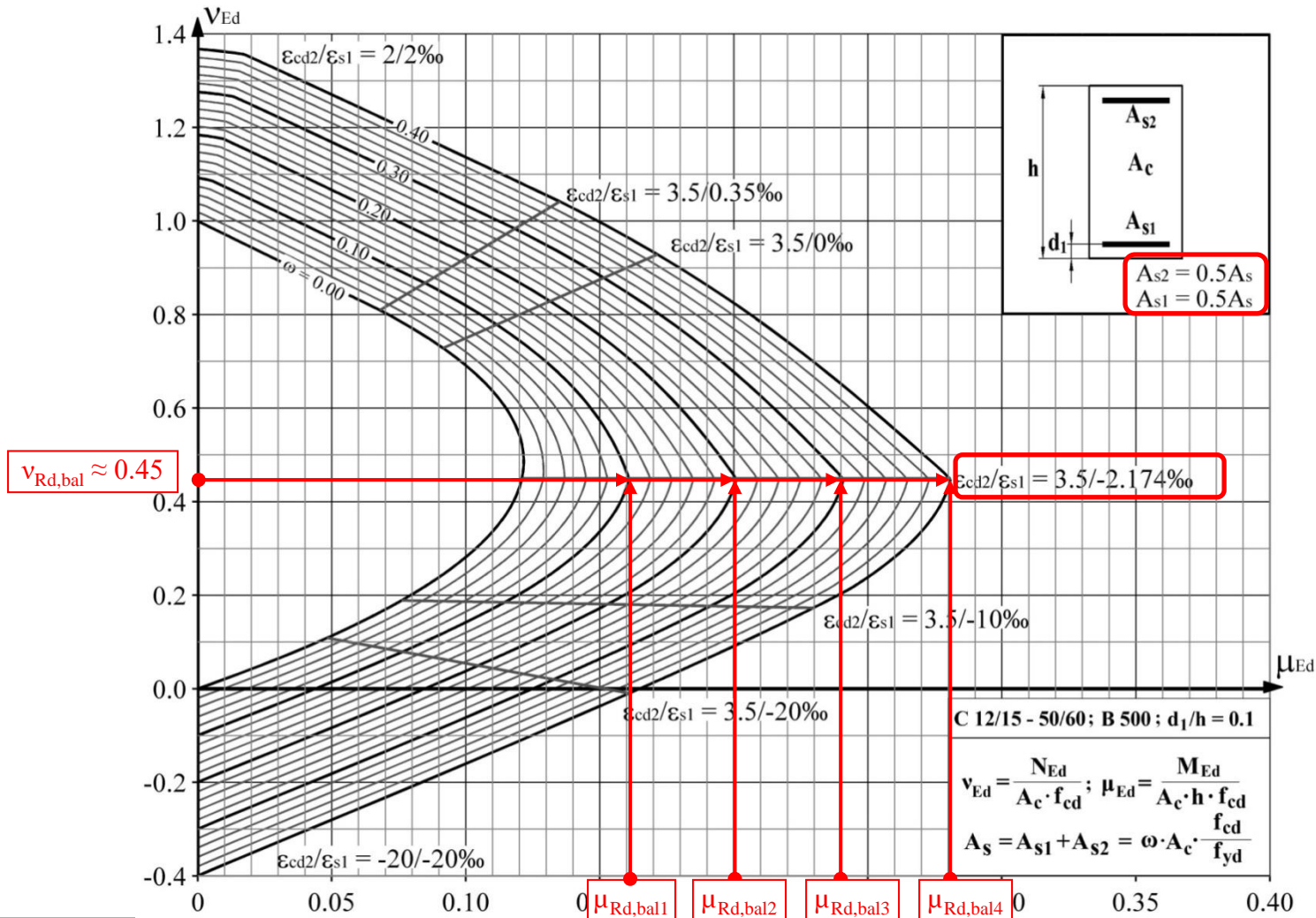
$$d_1/h = 5.3/50 = 0.106 \approx 0.100$$

$5.5/50 = 0.110 \rightarrow$  linearna interpolacija  
dijagrama 0.100 i 0.150



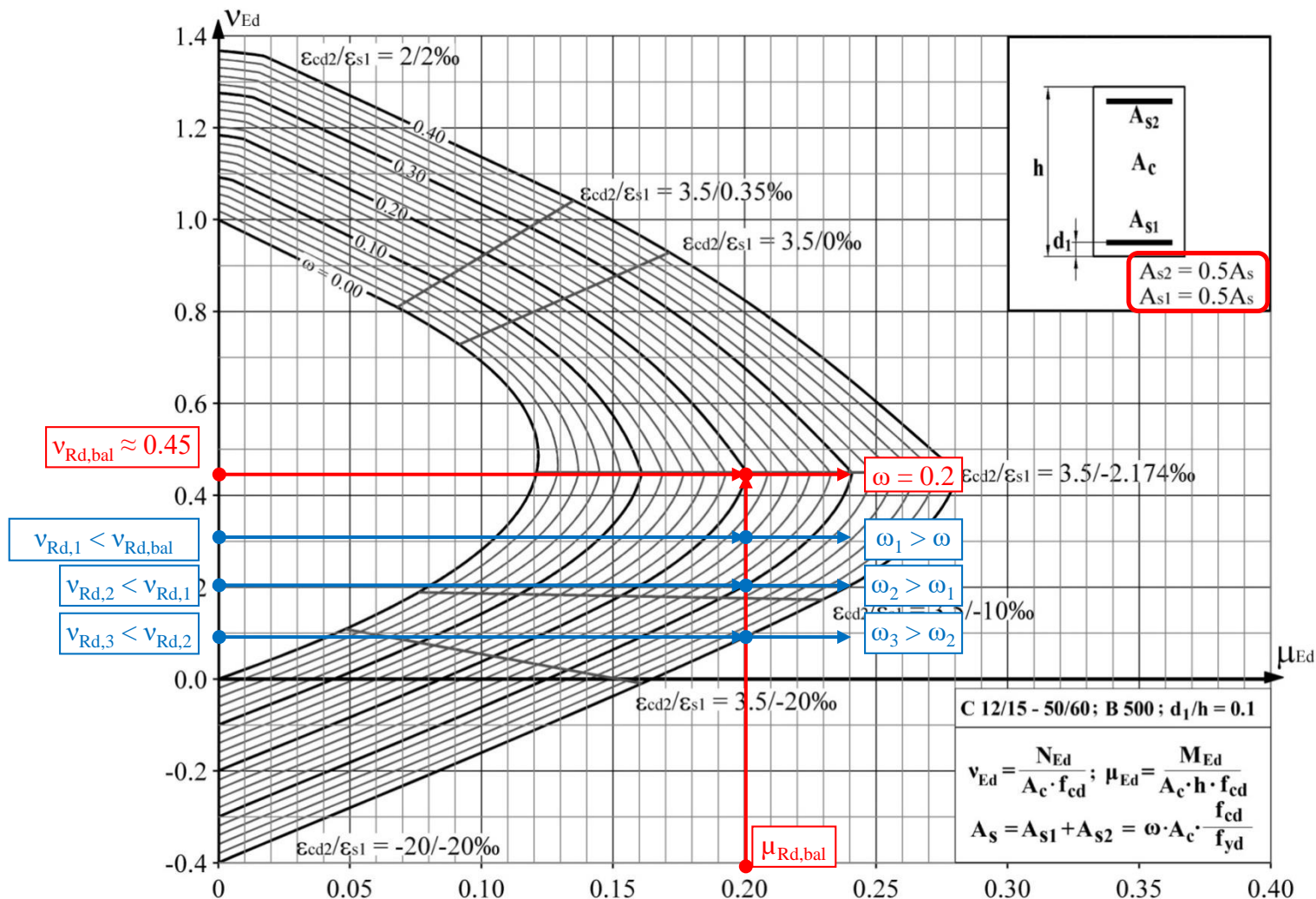
# DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- „Balans tačka“: Najveći kapacitet nosivosti preseka na dejstvo momenata savijanja, pri stanju dilatacija:  $\varepsilon_{cd2}/\varepsilon_{s1} = 3.5/-2.174\%$



# DIJAGRAMI INTERAKCIJE

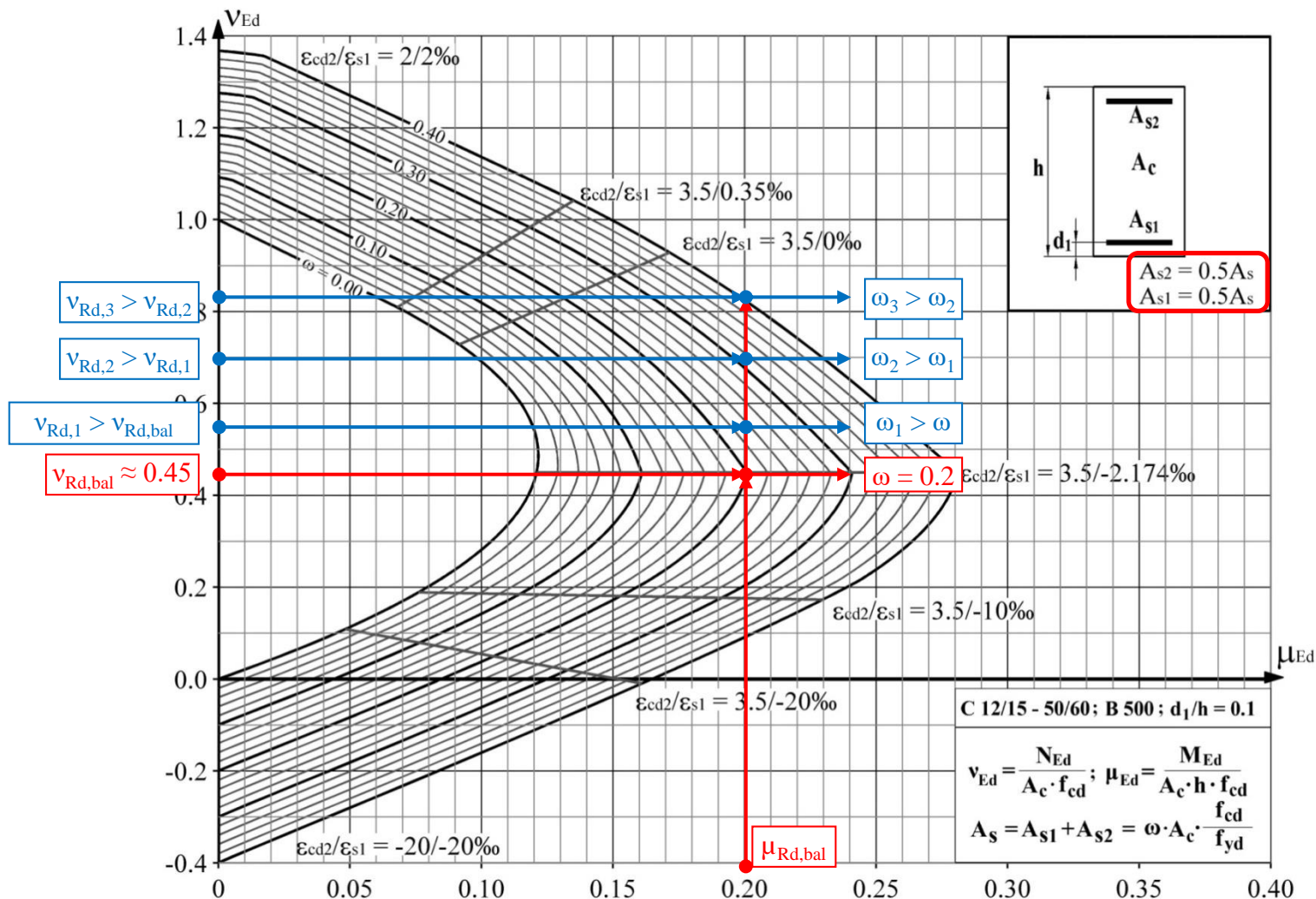
- Kada je normalna sila pritiska MANJA od sile  $v_{bal}$ , za MANJU normalnu silu i isti moment savijanja, dobija se VEĆA potrebna površina armature





# DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kada je normalna sila pritiska VEĆA od sile  $v_{bal}$ , za VEĆU normalnu silu i isti moment savijanja, dobija se VEĆA potrebna površina armature





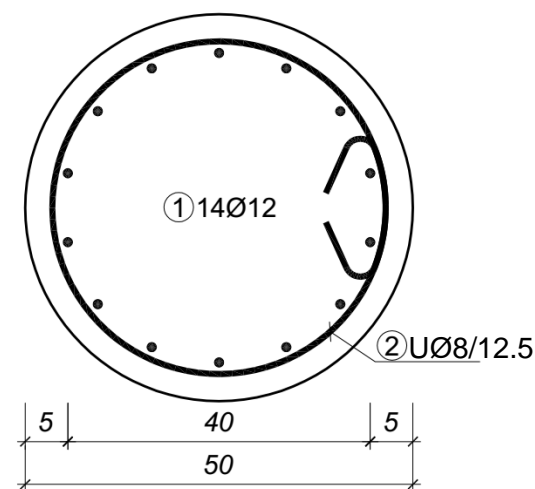
## Zadatak 25 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Stub kružnog poprečnog preseka napregnut je normalnim silama pritiska koje su sračunate za *dve kombinacije karakterističnih vrednosti uticaja* usled stalnog i povremenog opterećenja. Stub je simetrično armiran armaturom 14 Ø12 (15.82 cm<sup>2</sup>). Sračunati **kapacitet poprečnog preseka na savijanje** za zadate vrednosti normalnih sila

1.  $N_G = 2000 \text{ kN}$ ;  $N_Q = 536.6 \text{ kN}$

2.  $N_G = 500 \text{ kN}$ ;  $N_Q = 218.0 \text{ kN}$

- prečnik preseka:  $D = 50 \text{ cm}$



- klasa čvrstoće betona: C 30/37 →  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ ,

$$f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 17 \text{ MPa}$$

- kvalitet armature: B500

$$\rightarrow f_{yk} = 500 \text{ MPa},$$

$$f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa}$$

- klasa izloženosti sredine: XC3 →  $C_{nom} = 2.5 + 1 = 3.5 \text{ cm}$

## Zadatak 25 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- Kombinacija 1a:

Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.35$ ,  $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_G + \gamma_Q \cdot N_Q = 1.35 \cdot 2000 + 1.5 \cdot 536.6 = 3504.9 \text{ kN}$$

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila: 
$$v_{Ed1} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{3504.9}{50^2 \cdot \pi/4 \cdot 1.7} = 1.05$$

- Ukupni mehanički procenat armiranja:

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{15.82 \cdot 43.478}{50^2 \cdot \pi/4 \cdot 1.7} = 0.21$$

Položaj težišta armature:  $d_1/h = d_2/h = 5/50 = 0.1$

## Zadatak 25 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Određivanje proračunskih vrednosti uticaja
  - Kombinacija 1b:

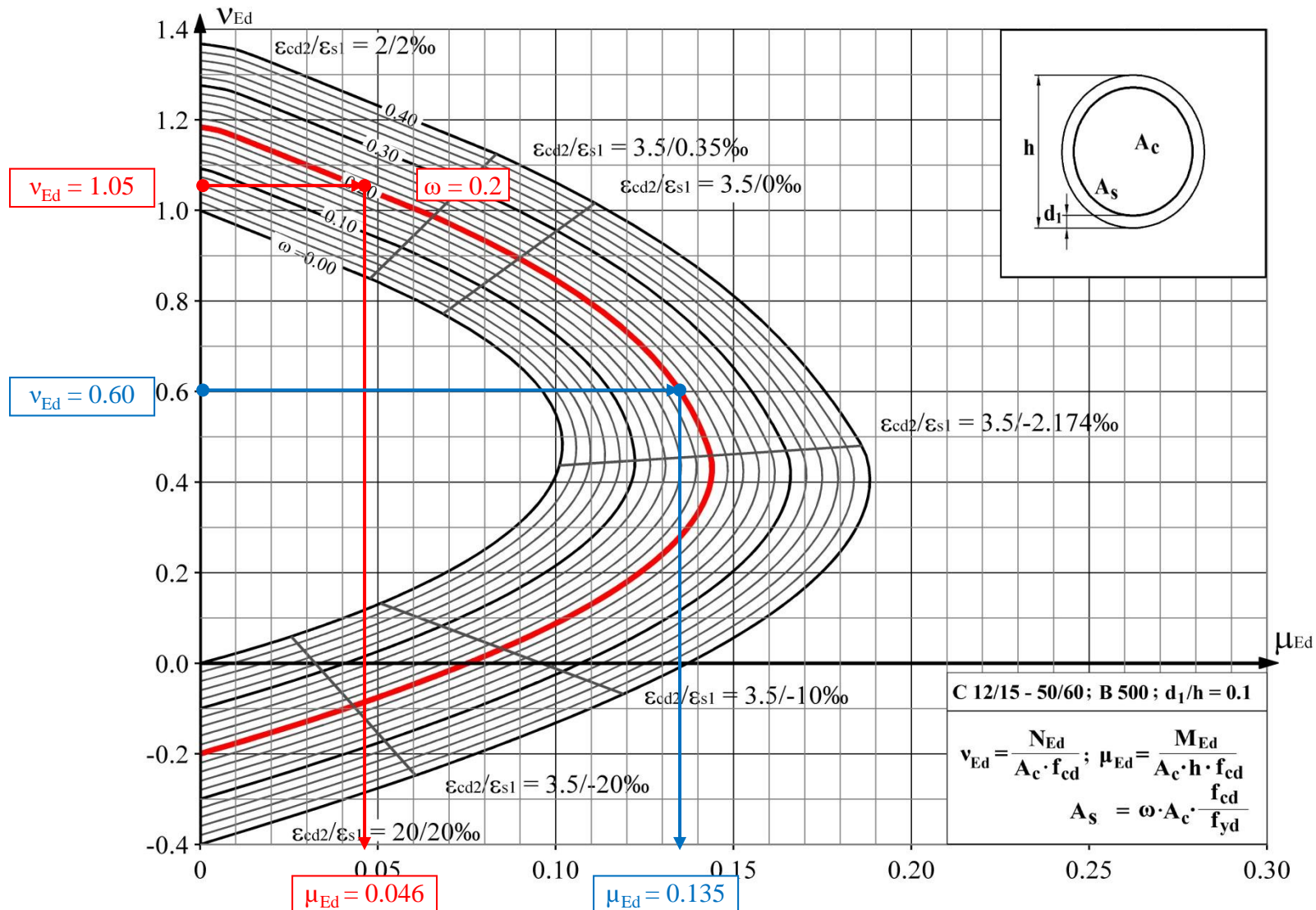
Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.0$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_G = 1.0 \cdot 2000 = 2000 \text{ kN}$$

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila: 
$$v_{Ed1} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2000}{50^2 \cdot \pi/4 \cdot 1.7} = 0.60$$

# Zadatak 25 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE



$$M_{Ed} = \mu_{Rd} \cdot A_c \cdot h \cdot f_{cd} = 0.046 \cdot 50^3 \cdot \pi/4 \cdot 1.7/100 = 76.77 \text{ kNm}$$

## Zadatak 25 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- Kombinacija 2a:

Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.35$ ,  $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g + \gamma_Q \cdot N_p = 1.35 \cdot 500 + 1.5 \cdot 218.0 = 1002.0 \text{ kN}$$

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila: 
$$v_{Ed1} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1002.0}{50^2 \cdot \pi/4 \cdot 1.7} = 0.30$$

- Kombinacija 2b:

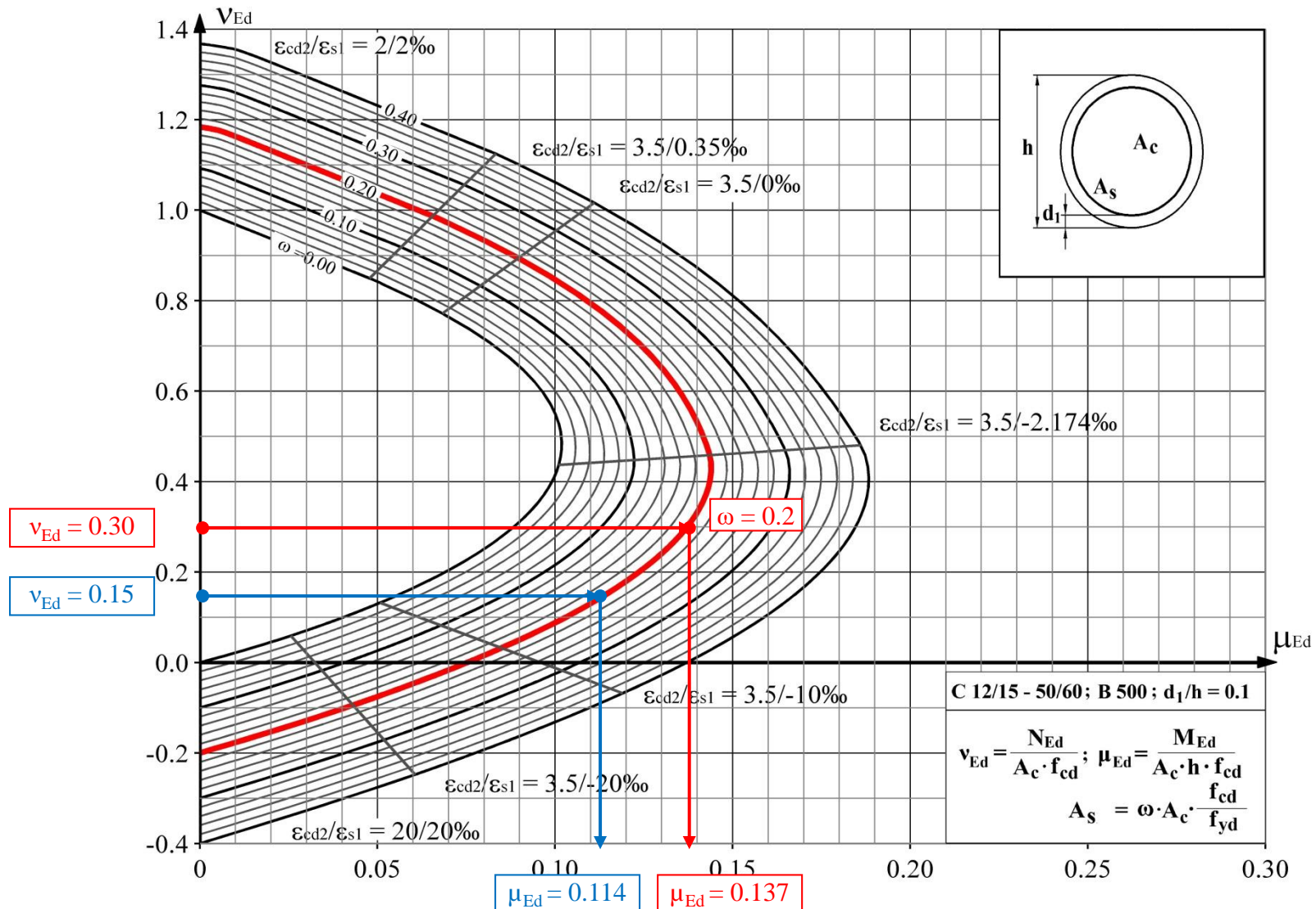
Koeficijenti sigurnosti:  $\gamma_G = 1.0$ ,  $\gamma_{Q1} = 0.0$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g = 1.0 \cdot 500 = 500.0 \text{ kN}$$

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila: 
$$v_{Ed1} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{500.0}{50^2 \cdot \pi/4 \cdot 1.7} = 0.15$$

# Zadatak 25 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE



$$M_{Ed} = \mu_{Rd} \cdot A_c \cdot h \cdot f_{cd} = 0.114 \cdot 50^3 \cdot \pi/4 \cdot 1.7/100 = 190.26 \text{ kNm}$$



# Zadatak 25 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

## - Rezime

Kapacitet kružnog poprečnog preseka prečnika  $D = 50$  cm, za pojedine kombinacije uticaja:

- Kombinacija 1a:  $v_{Ed} = 1.05 \rightarrow \mu_{Ed} = 0.046 \rightarrow M_{Ed} = 76.77$  kNm
- Kombinacija 1b:  $v_{Ed} = 0.60 \rightarrow \mu_{Ed} = 0.135 \rightarrow M_{Ed} = 225.31$  kNm
- Kombinacija 2a:  $v_{Ed} = 0.30 \rightarrow \mu_{Ed} = 0.137 \rightarrow M_{Ed} = 228.65$  kNm
- Kombinacija 2b:  $v_{Ed} = 0.15 \rightarrow \mu_{Ed} = 0.114 \rightarrow M_{Ed} = 190.26$  kNm

$$M_{Ed} = 76.77 \text{ kNm}$$

## Zadatak 26 – CENTRIČNI PRITISAK

Odrediti potrebnu površinu armature i dimenzije poprečnog preseka, pravougaonog oblika, centrično pritisnutog elementa. Podaci za proračun:

$$N_{G,k} = 600 \text{ kN}$$

C25/30

XC3

$$N_{Q,k} = 800 \text{ kN}$$

B500 B

$$b = 35 \text{ cm}$$

$$\text{C25/30} \longrightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \longrightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ Mpa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$$

$$N_{Ed} = 1.35 \cdot 600 + 1.5 \cdot 800 = 2010 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s$$

Minimalni geometrijski koeficijent armiranja (0.3%)  $\longrightarrow$   $A_{c,pot}$   $\longrightarrow$   $h = 40 \text{ cm}$

# Zadatak 26– (EKS)CENTRIČNI PRITISAK

**Minimalni ekscentricitet** sile pritiska (EC2 6.1(4)):

„Za poprečne preseke opterećene silom pritiska, potrebno je da se pretpostavi najmanji ekscentricitet  $e_0 = h/30$ , ali ne manji od 20 mm“

$$e_0 = 40/30 = 1.33 \text{ cm} \Rightarrow e_0 = 2 \text{ cm}$$

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_0 = 2010 \cdot 0.02 = 40.2 \text{ kNm}$$

Presek je simetrično armiran  $\Rightarrow$  dijagram interakcije

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

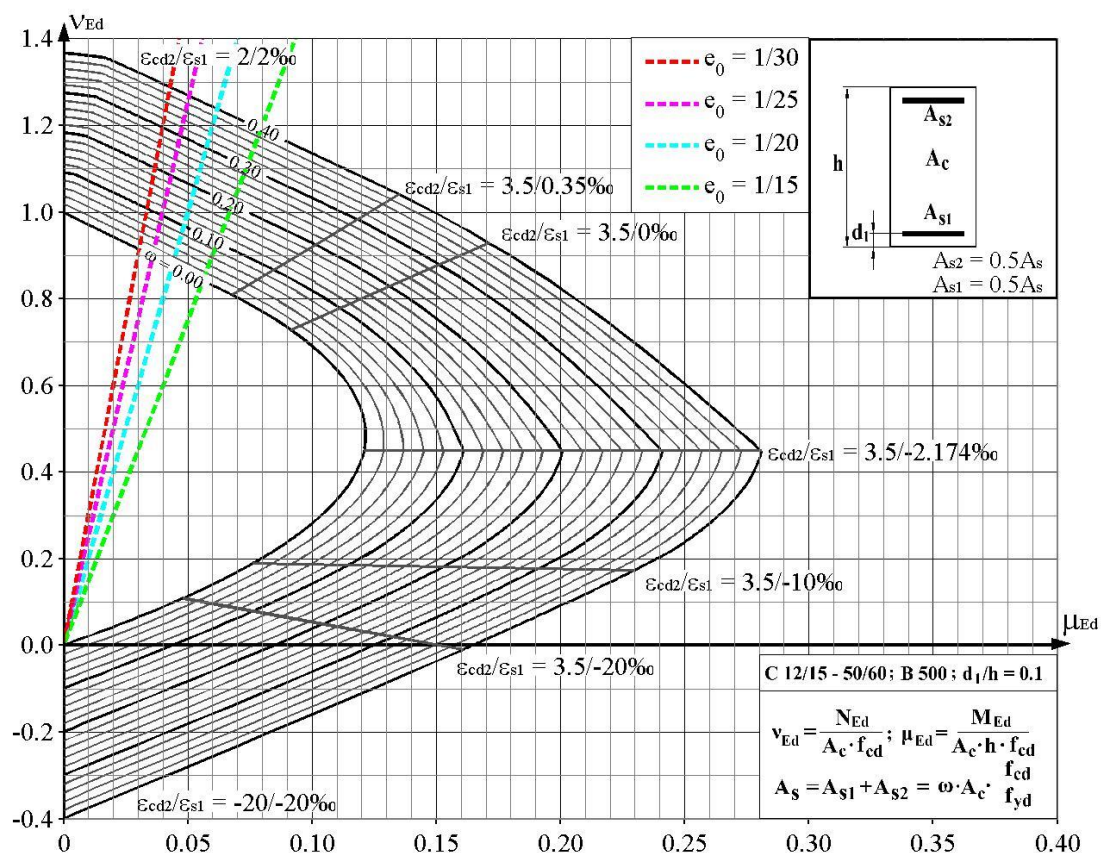
Normalna sila: 
$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{2010}{35 \cdot 40 \cdot 1.42} = 1.01$$

Moment savijanja: 
$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{4020}{35 \cdot 45^2 \cdot 1.42} = 0.051$$

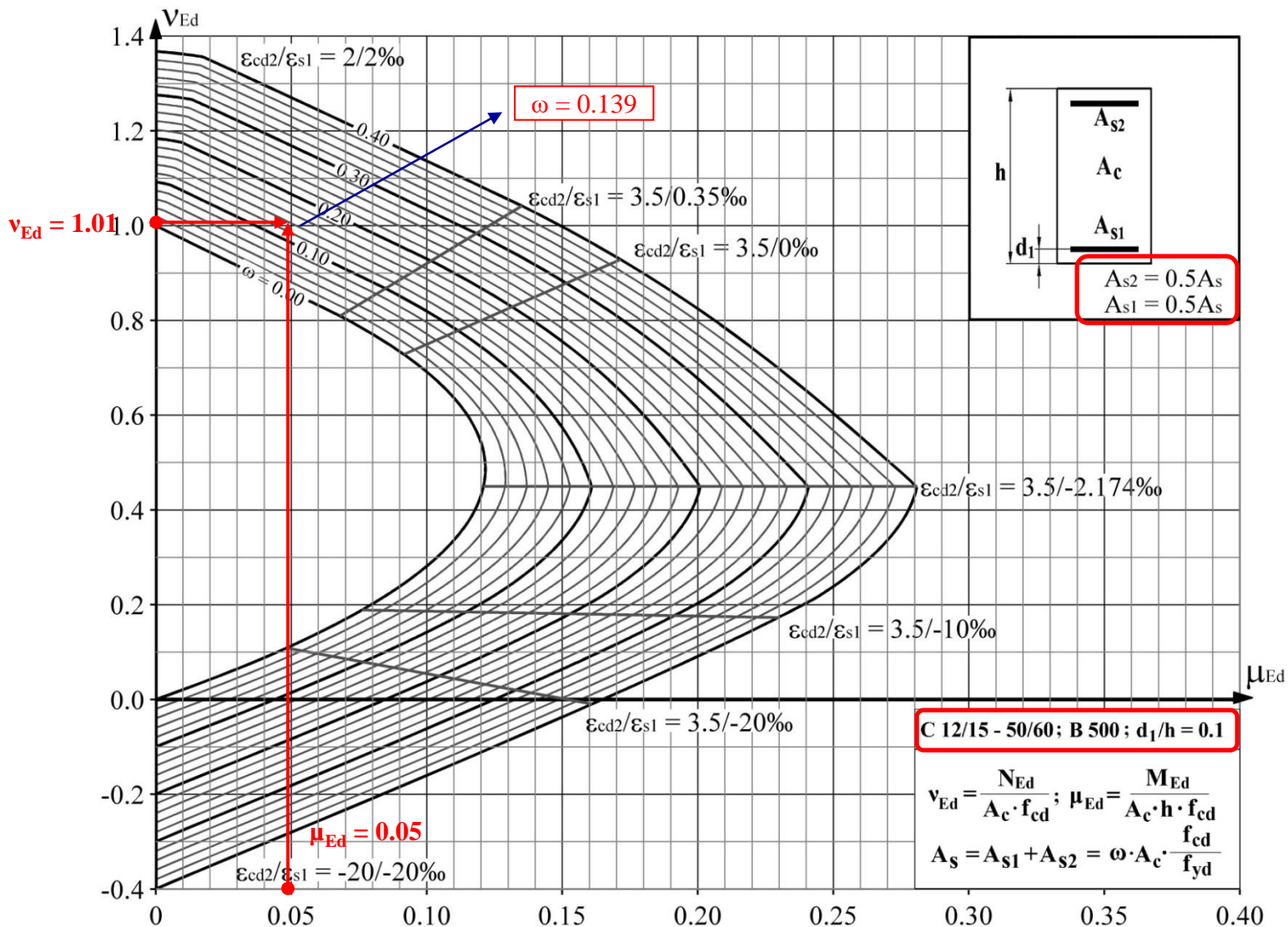
Položaj težišta armature:  $d_1/h = d_2/h = 5/45 \approx 0.1$

# Centrično pritisnuti elementi

- Prema EN 1992-1-1: 6.1 (4), za simetrično armirane preseke napregnute silom pritiska, potrebno je pretpostaviti minimalni ekscentricitet sile pritiska  $e_0 = \max(h/30, 20 \text{ mm})$



# Zadatak 26 – (EKS)CENTRIČNI PRITISAK



# Zadatak 26 – (EKS)CENTRIČNI PRITISAK

Potrebna armatura:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = \omega \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} / f_{yd} =$$

$$A_s = 0.139 \cdot 40 \cdot 35 \cdot 1.42 / 43.5 = 6.35 \text{ cm}^2 (< 6.93 \text{ cm}^2)$$

Minimalna armatura  
za centrični pritisak!



Usvojena armatura: **8 Ø12** (8.96 cm<sup>2</sup>) – u ovom primeru zadovoljava!

Usvojena poprečna armatura: **Ø6/12.5**

