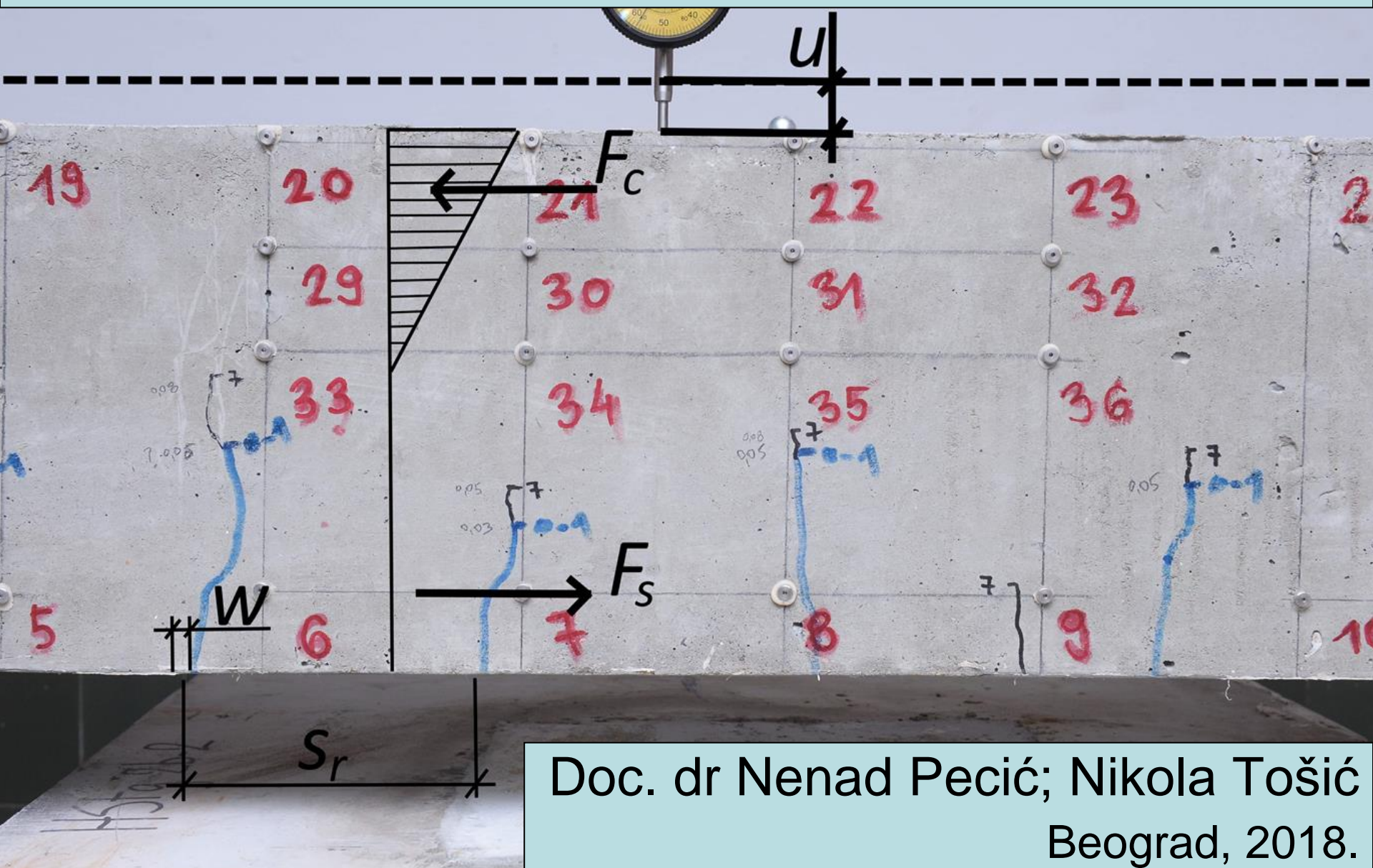


Teorija betonskih konstrukcija 2

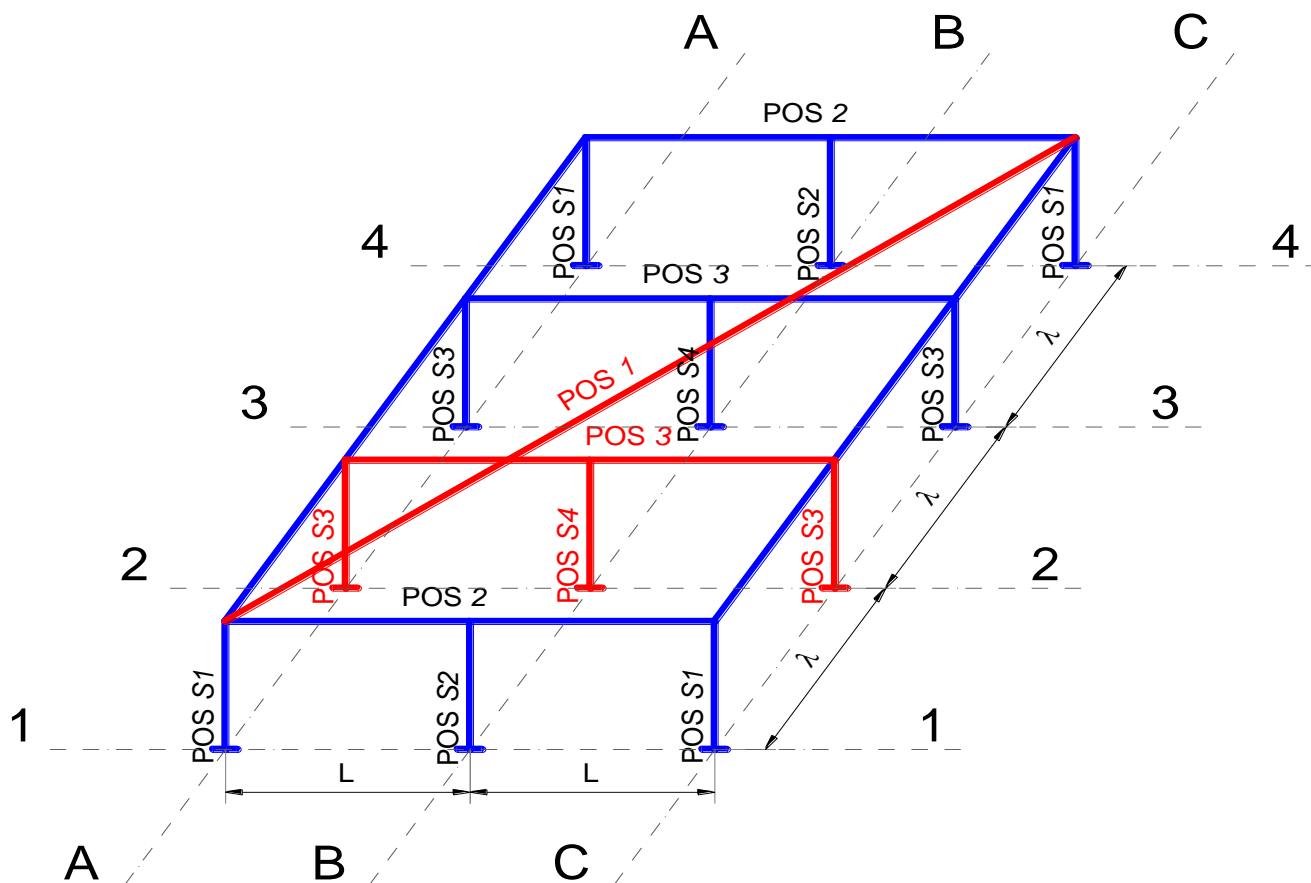


Doc. dr Nenad Pecić; Nikola Tošić
Beograd, 2018.

Projektni zadatak

Za konstrukciju parkinga na skici uraditi proračun prema Evrokodovima za konstrukcije. {1}

Prikazati detaljan proračun ploče **POS 1** i grede srednjeg rama **POS 3**



Projektni zadatak

Dispozicija:

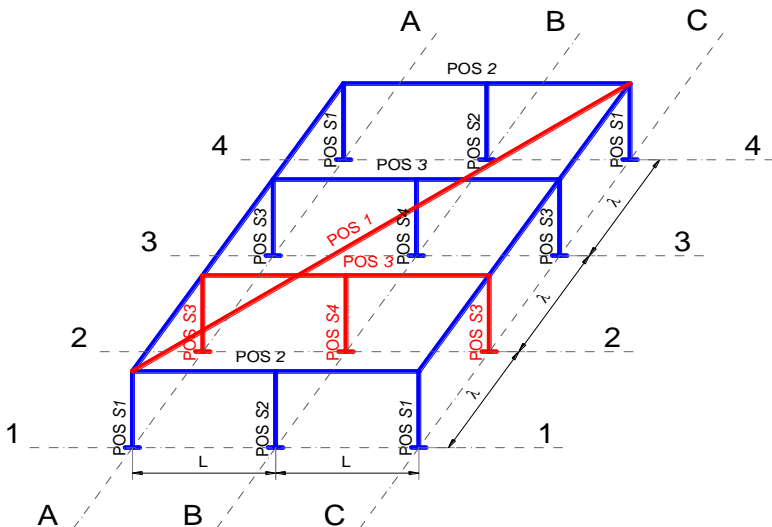
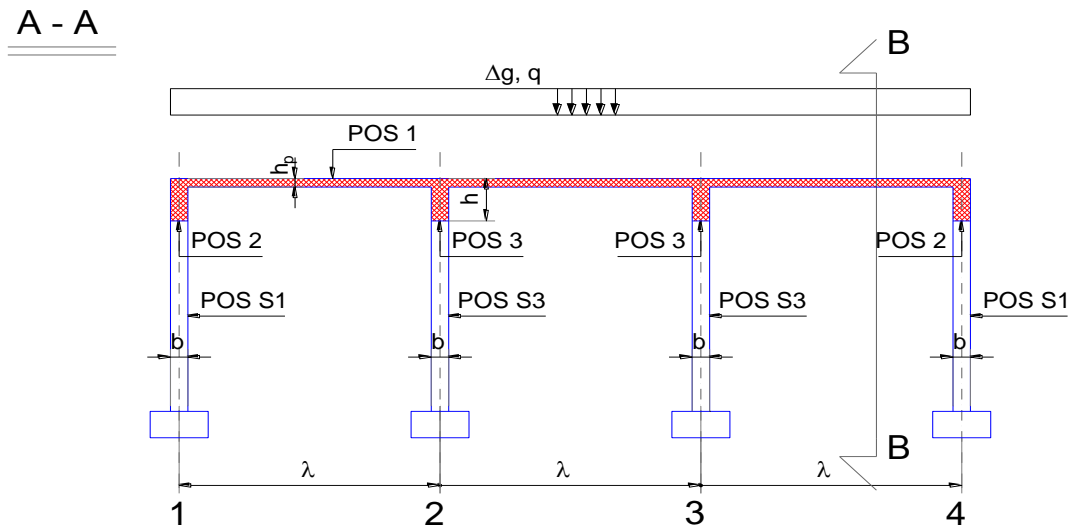
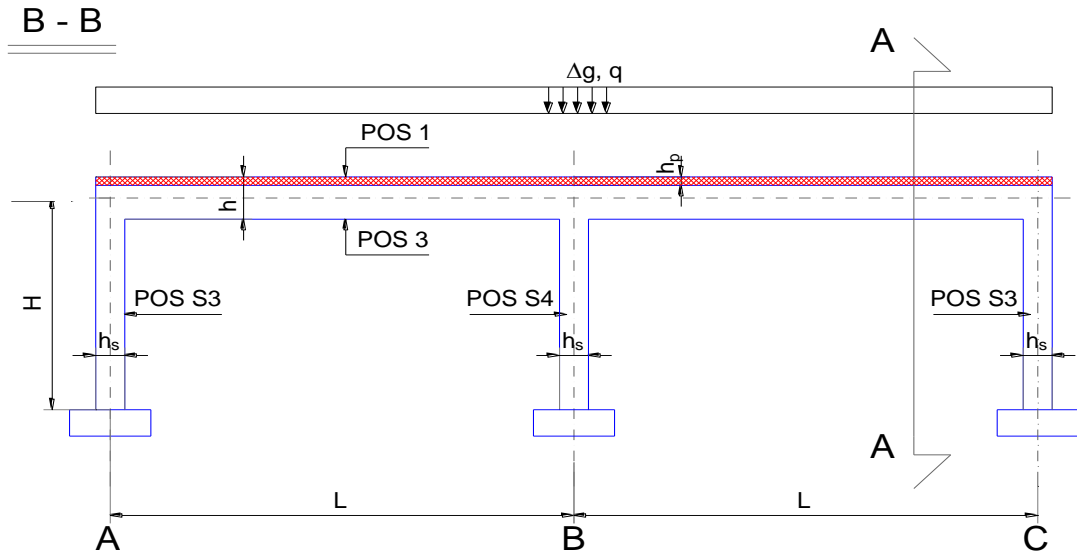
$$L = 7.5 \text{ m}$$

$$\lambda = 5.5 \text{ m}$$

$$b / h = 300 / 600 \text{ mm}$$

$$h_p = 180 \text{ mm}$$

$$h_s = 500 \text{ mm}$$



Sadržaj proračuna

POS 1 – kontinualna AB ploča

1. Statički sistem
2. Analiza opterećenja
 - Granično stanje nosivosti (ULS)
 - Granično stanje upotrebljivosti (SLS)
3. Statički uticaji
 - Statički uticaji - ULS
 - Statički uticaji - SLS
4. Proračun ULS
 - Savijanje
 - Smicanje
5. Proračun SLS
 - Kontrola napona
 - Kontrola prslina
 - Kontrola ugiba



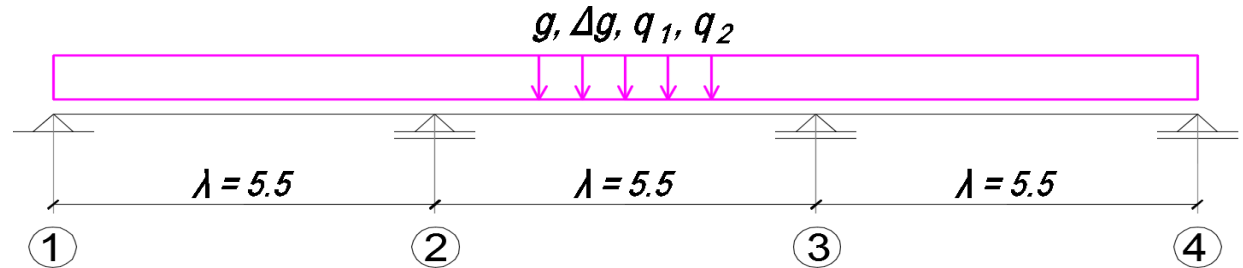
Ulazni podaci

Namena konstrukcije:	Parking
Kategorija proračunskog upotrebnog veka:	4 (<i>EN1990: 2.3(1). Tabela 2.1. {2}</i>)
Kategorija korišćenja površina:	F (<i>EN1991-1-1:6.3.3.1(1).Tabela 6.7.{3}</i>)
Klasa izloženosti:	XD3 (<i>EN1992-1-1: 4.2(2). Tabela 4.1.{4}</i>)
Materijali: Beton Armatura	C35/45 (<i>EN1992-1-1:prilog E.Tabela E.1N. {5}</i>) <i>sa nominalno najkrupnijim zrnom agregata 16 mm</i> B500 (<i>EN1992-1-1:3.2.2) {6}</i>)



POS 1 – kontinualna AB ploča

Statički sistem:

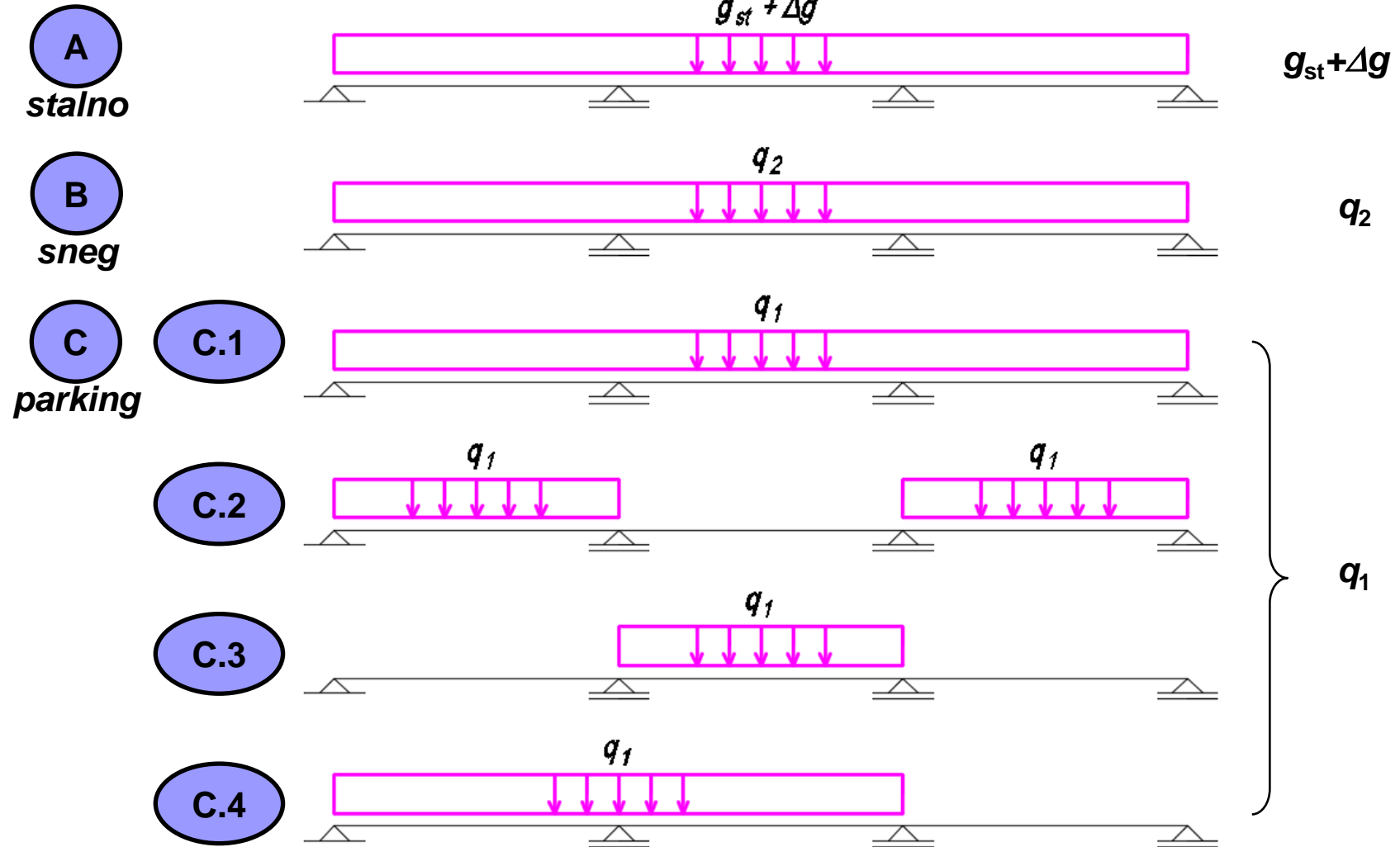


Analiza opterećenja:

<p>Stalna dejstva:</p> <ul style="list-style-type: none">sopstvena težina konstrukcijeostali stalni teret (izolacija, zastor, instalacije)	<ul style="list-style-type: none">$0.18 \times 25.0 = 4.5 \text{ kN/m}^2$$1.0 \text{ kN/m}^2$ (usvojeno) {7}
<p>Promenljiva dejstva:</p> <ul style="list-style-type: none">korisna opterećenja na parkingu<ul style="list-style-type: none">površinskoosovinsko opterećenjesnegvetar	<ul style="list-style-type: none">$q = 2.50 \text{ kN/m}^2$ (EN1991-1-1: 6.3.3.2(1). Tabela 6.8. {8})$Q = 20.0 \text{ kN}$ (u primeru nije analizirano !) (EN1991-1-1: 6.3.3.2(1). Tabela 6.8. {8})$q = 1.00 \text{ kN/m}^2$ (treba da bude u NA; ovde usvojeno. {9})U primeru nije analizirano ! {9}

POS 1 – kontinualna AB ploča

Šeme opterećenja:



POS 1 – kontinualna AB ploča

Granično stanje nosivosti (ULS):

Kombinacija dejstava za „stalnu“ proračunsku situaciju

$$\sum \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_{k,1} + \sum \gamma_Q \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}; \quad (i > 1)$$

Parcijalni koeficijenti sigurnosti γ za dejstva

Stalno dejstvo (γ_G)		Promenljivo dejstvo (γ_Q)
Povoljan efekat	Nepovoljan efekat	Nepovoljan efekat
1.0	1.35	1.50

Statistički ψ faktori (EN 1990: A1.2.2(1) – Tabela A1.1)

Opterećenje	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Korisno opterećenje kategorije F	0.7	0.6	0.6
Sneg	0.5	0.2	0.0



POS 1 – kontinualna AB ploča

Granično stanje nosivosti (ULS):

$$\sum \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_{k,1} + \sum \gamma_Q \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}; \quad (i > 1) \quad \{10\} \{11\} \{12\}$$

(EN 1990: A1.3.1 – Tabela A1.2(B))

“Stalna” proračunska kombinacija	Stalna dejstva		Promenljiva dejstva	
	povoljna	nepovoljna	”Dominantno” promeljivo dejstvo	Ostala promenljiva dejstva
	1.0 · g		1.5 · q ₁	(1.5 ili 0) · 0.5 · q ₂
	1.0 · g		1.5 · q ₂	(1.5 ili 0) · 0.7 · q ₁
		1.35 · g	1.5 · q ₁	(1.5 ili 0) · 0.5 · q ₂
		1.35 · g	1.5 · q ₂	(1.5 ili 0) · 0.7 · q ₁

– Promenljivo dejstvo je znatno manje od stalnog: usvojeno je da deluje na čitavoj površini ploče =>

1.	1.35 · A + 1.5 · B + 1.5 · 0.7 · C1	{12}
2.	1.35 · A + 1.5 · C1 + 1.5 · 0.5 · B	



POS 1 – kontinualna AB ploča

Kontrola prslina, kontrola ugiba (SLS): **{13}**

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad \text{Kvazi-stalna kombinacija}$$

Statistički ψ faktori (EN 1990: A1.2.2(1) – Tabela A1.1)

Opterećenje	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Korisno opterećenje kategorije F	0.7	0.6	0.6
Sneg	0.5	0.2	0.0

(EN 1990: A1.4.1 – Tabela A1.4)

Kvazi – stalna kombinacija	Stalna dejstva	Promenljiva dejstva	
		Korisno kategorije F	sneg
	$1.0 \cdot g$	0.6 · q_1	0.0 · q_2

POS 1 – kontinualna AB ploča

Kontrola napona (SLS):

{13}

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

Kvazi-stalna kombinacija

$$\sum G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}; \quad (i > 1) \quad \text{Karakteristična kombinacija}$$

Statistički ψ faktori (EN 1990: A1.2.2(1) – Tabela A1.1)

Opterećenje	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Korisno opterećenje kategorije F	0.7	0.6	0.6
Sneg	0.5	0.2	0.0

(EN 1990: A1.4.1 – Tabela A1.4)

Karakteristična kombinacija	Stalna dejstva	Promenljiva dejstva	
		“dominantno”	ostala
	1.0 · g	1.0 · q ₁	0.5 · q ₂
1.0 · g	1.0 · q ₂	0.7 · q ₁	



POS 1 – kontinualna AB ploča

Kombinacije za proračun SLS: {14}

Kvazi-stalna kombinacija

1. $A + 0.6 \cdot C1 + 0 \cdot B$

Karakteristična kombinacija

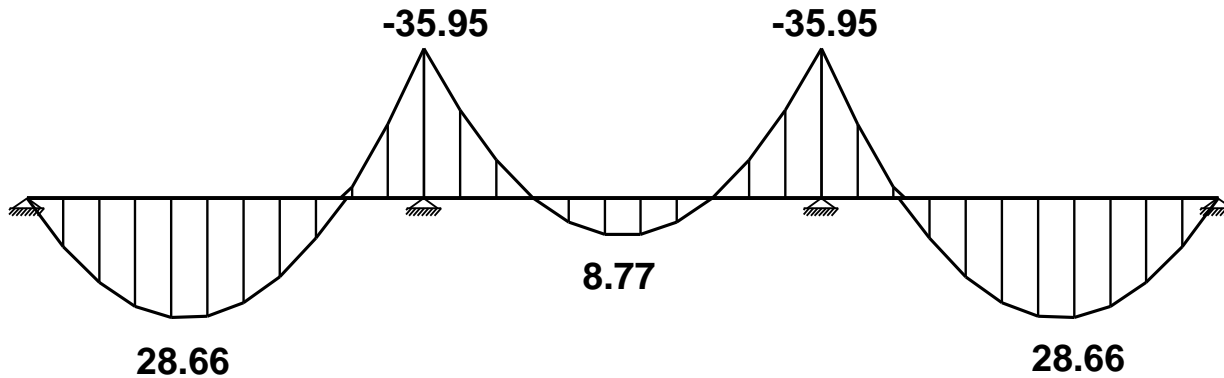
1. $A + C1 + 0.5 \cdot B$

2. $A + 0.7 \cdot C1 + B$

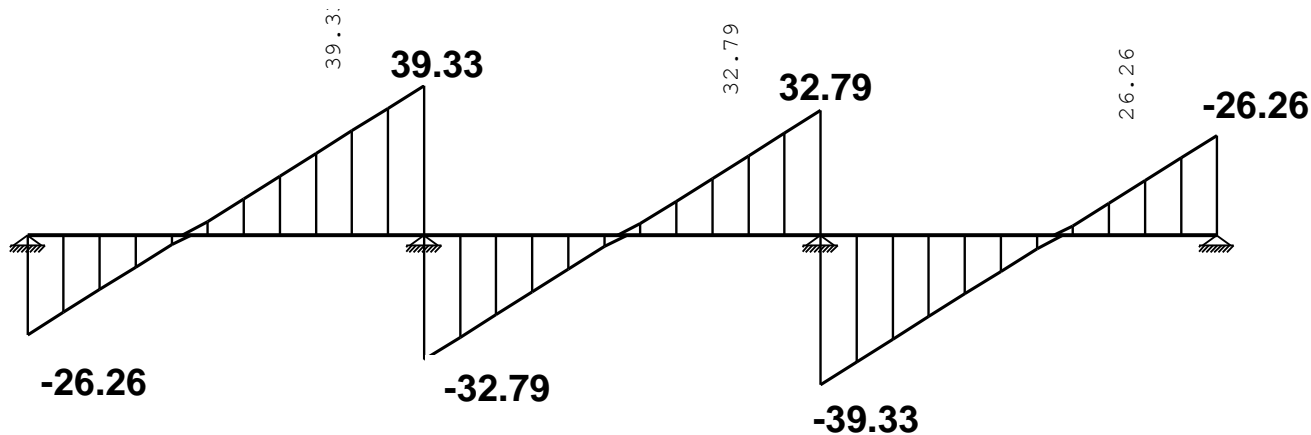


POS 1 – kontinualna AB ploča

Statički uticaji ULS: $1.35 \cdot A + 1.5 \cdot C1 + 1.5 \cdot 0.5 \cdot B = 11.93 \text{ kN/m}^2$



M_{Ed}
[kNm/m]

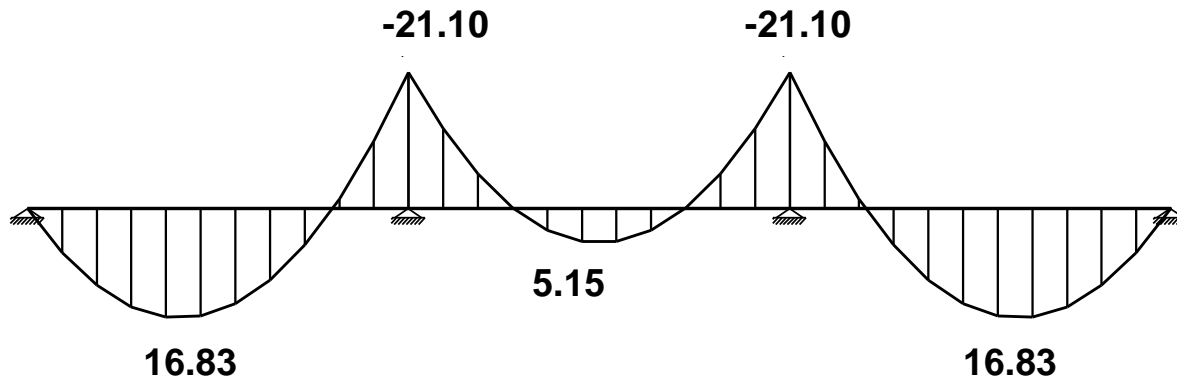


V_{Ed}
[kN/m]

POS 1 – kontinualna AB ploča

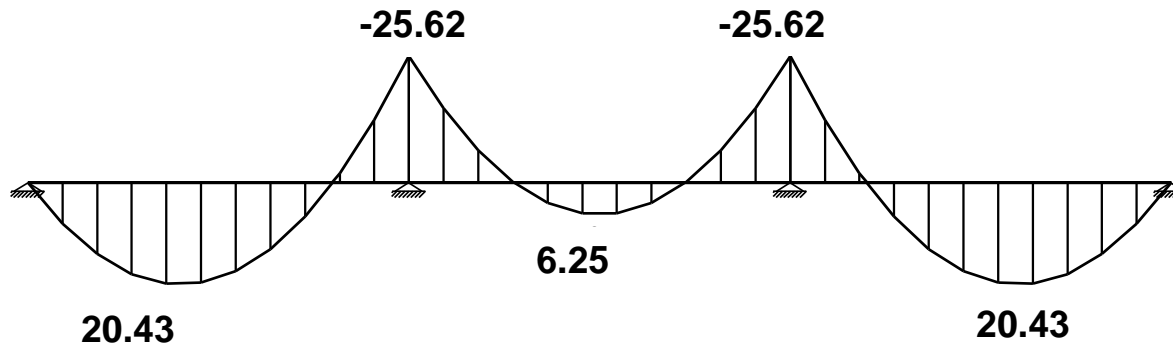
Statički uticaji SLS:

Kvazi-stalna kombinacija $A + 0.6 \cdot C1 + 0 \cdot B = 7.0 \text{ kN/m}^2$



M_{qp}
[kNm/m]

Karakteristična kombinacija $A + C1 + 0.5 \cdot B = 8.5 \text{ kN/m}^2$



M_{rare}
[kNm/m]

Proračun ULS – Savijanje

Zaštitni sloj: **{15}**

$$c_{\text{nom}} = c_{\text{min}} + \Delta c_{\text{dev}} \quad (4.1) \quad 4.4.1.1$$

$$c_{\text{min}} \geq \begin{cases} c_{\text{min.b}} \\ c_{\text{min.dur}} + \Delta c_{\text{dur.}\gamma} - \Delta c_{\text{dur.st}} - \Delta c_{\text{dur.add}} \\ 10 \text{ mm} \end{cases} \quad 4.4.1.2$$

$$c_{\text{min.b}} \geq \begin{cases} \varnothing - \text{prečnik pojedinačne šipke} \\ \varnothing_n - \text{prečnik šipke u svežnju} \end{cases} = 12 \text{ mm (očekivani max } \varnothing) \quad 4.4.1.2(3) \\ \text{(tabela 4.2)}$$

$$c_{\text{min}} \geq \begin{cases} 12 \text{ mm} \\ c_{\text{min.dur}} + \Delta c_{\text{dur.}\gamma} - \Delta c_{\text{dur.st}} - \Delta c_{\text{dur.add}} \\ 10 \text{ mm} \end{cases}$$

Proračun ULS – Savijanje

Zaštitni sloj:

Modifikacija klase konstrukcije prema 4.4.1.2(5) – Tabela 4.3N

{16}

Klasa S4 umanjuje se za 1 => klasa S3

Tabela 4.4N, 4.4.1.2(5) => $c_{\min.dur} = 40 \text{ mm}$

{17}

Vrednosti korekcija za $c_{\min.dur}$ u NA su:

$$\Delta c_{dur.y} = \Delta c_{dur.st} = \Delta c_{dur.add} = 0$$

4.4.1.2(6).(7).(8)

$$c_{\min} \geq \left\{ \begin{array}{l} 12 \text{ mm} \\ 40+0+0+0 = 40 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = 40 \text{ mm}$$

$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev}$$

(4.1) {18}

Vrednost Δc_{dev} se definiše u NA. Usvojena vrednost (4.4.1.3(1)) je $\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$

Konačni zaštitni sloj:

$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev} = 40 + 10 = 50 \text{ mm}$$



Proračun ULS – Savijanje

Dimenzionisanje:

$$C35/45 \Rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 35 / 1.5 = 19.83 \text{ MPa}; f_{ctm} = 3.2 \text{ MPa}$$

$$B500 \Rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.8 \text{ MPa}$$

{19}

{20}

Geometrijske karakteristike:

$$h = 18 \text{ cm}; c_{nom} = 5.0 \text{ cm};$$

$$d_1 = c_{nom} + \emptyset/2 = 5.0 + 1.2 / 2 = 5.6 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 18.0 - 5.6 = 12.4 \text{ cm}$$

Minimalna površina armature za savijanje:

$$A_{s,min} = 0.26 \cdot (f_{ctm}/f_{yk}) \cdot b_t \cdot d; \text{ ali ne manje od } 0.0013 b_t d$$

(9.1N) {21}

$$A_{s,min} = 0.26 \cdot (3.2 / 500) \cdot 100 \cdot 12.4 = 2.06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

>

$$0.0013 \cdot 100 \cdot 12.4 = 1.61 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\Rightarrow \mathbf{A_{s,min} = 2.06 \text{ cm}^2/\text{m}}$$



Proračun ULS – Savijanje

Dimenzionisanje:

1. Polje $M_{Ed} = 28.66 \text{ kNm/m}$

{22}{23}{24}

$$k = \frac{12.4}{\sqrt{\frac{28.66 \cdot 10^2}{100 \cdot 1.983}}} = 3.261 \Rightarrow \omega_1 = 9.942\%$$

$$A_{s1} = \frac{9.942}{100} \cdot 100 \cdot 12.4 \cdot \frac{19.83}{434.8} = 5.62 \text{ cm}^2/\text{m}; A_{s1} > A_{s,min}$$

Usvojeno Ø12/20 (5.65 cm²/m)

Podeona armatura

$$A_{sp} = 0.2 \cdot 5.62 = 1.20 \text{ cm}^2/\text{m};$$

Usvojeno Ø8/30 (1.68 cm²/m)



Proračun ULS – Savijanje

Dimenzionisanje:

2. Polje $M_{Ed} = 8.77 \text{ kNm/m}$

$$k = \frac{12.4}{\sqrt{\frac{8.77 \cdot 10^2}{100 \cdot 1.983}}} = 5.896 \Rightarrow \omega_1 = 2.937\%$$

$$A_{s1} = \frac{2.937}{100} \cdot 100 \cdot 12.4 \cdot \frac{19.83}{434.8} = 1.66 \text{ cm}^2/\text{m}; A_{s1} < A_{s,min} !$$

Usvojeno Ø8/20 (2.52 cm²/m)

Podeona armatura

$$A_{sp} = 0.2 \cdot 1.66 = 0.33 \text{ cm}^2/\text{m};$$

Usvojeno Ø8/40 (1.26 cm²/m)



Proračun ULS – Savijanje

Dimenzionisanje:

Oslonac $M_{Ed} = 35.95 \text{ kNm/m}$

$$k = \frac{12.4}{\sqrt{\frac{35.95 \cdot 10^2}{100 \cdot 1.983}}} = 2.912 \Rightarrow \omega_1 = 12.593\%$$

$$A_{s1} = \frac{12.593}{100} \cdot 100 \cdot 12.4 \cdot \frac{19.83}{434.8} = 7.12 \text{ cm}^2/\text{m}; \quad A_{s1} > A_{s,min}$$

Usvojeno Ø10/10 (7.85 cm²/m)

Podeona armatura

$$A_{sp} = 0.2 \cdot 7.12 = 1.43 \text{ cm}^2/\text{m};$$

Usvojeno Ø8/30 (1.68 cm²/m)



Proračun ULS – Smicanje

{25}

Ploče debljine do 20 cm ne mogu se osiguravati na smicanje (9.3.2(1)). pa mora biti ispunjeno:

$$V_{Ed} < V_{Rd,c} \quad 6.2.1(3)$$

Izračunaće se minimalna proračunska nosivost pri smicanju po Formuli (6.2b). Pokazaće se da je to dovoljno ($V_{Rd,c,min} > V_{Ed}$) za sve preseke.

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{124}} = 2.27; \quad k \leq 2.0 \Rightarrow k = 2.0$$

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 2.0^{3/2} \cdot 35^{1/2} = 0.586$$

$$k_1 = 0.15; \quad \sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c = 0$$

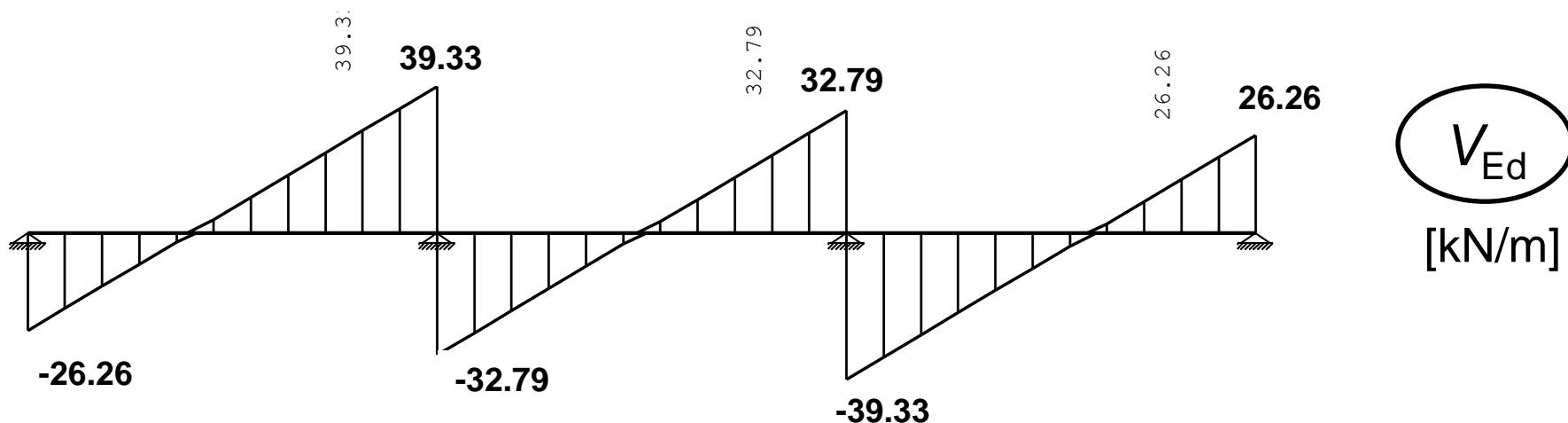
$$V_{Rd,c} = (0.586 + 0.15 \cdot 0) \cdot 124 \cdot 1000 = 72\,664 \text{ N/m} = 72.66 \text{ kN/m} \quad b, d \text{ su u mm!}$$



Proračun ULS – Smicanje

$\max V_{Ed} = 39.33 \text{ kN/m}$; $V_{Rd,c,min} = 72.66 \text{ kN/m}$; $\max V_{Ed} < V_{Rd,c,min}$

\Rightarrow Nije potrebno osiguranje od smicanja



Proračun SLS – Kontrola napona

{29}

Naponi u preseku za stanje eksploatacije (SLS) se izračunavaju uobičajenim postupcima koji podrazumevaju:

- Hukov zakon,
- Bernulijevu hipotezu o ravnim presecima i
- „Isključenje“ zategnutog betona

U nastavku je prikazan proračun napona u preseku na osloncem pri delovanju momenta od kvazi-stalnog opterećenja $M_{qp} = 21.10 \text{ kNm/m}$ po postupku za jednostrano armiran presek sa sledećim podacima:

$$b = 100 \text{ cm}; h = 18 \text{ cm}; d_1 = 5.5 \text{ cm}; d = 12.5 \text{ cm}$$

$$A_{s1} = 7.85 \text{ cm}^2/\text{m}; E_{cm} = 34 \text{ GPa}; E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}} = 5.882 \quad \rho_1 = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} = 0.00628 \quad \xi^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \rho_1 \cdot \xi - 2 \cdot \alpha \cdot \rho_1 = 0$$

$$\xi = \alpha \cdot \rho_1 \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha \cdot \rho_1}} \right) \quad \boxed{\xi = 0.2374}$$



Proračun SLS – Kontrola napona

{29}

Proračun napona
$$\sigma_c = \frac{M}{b \cdot d^2} \cdot \frac{2}{\xi \cdot (1 - \frac{\xi}{3})} \quad \sigma_{s1} = \alpha \cdot \sigma_c \cdot \frac{1 - \xi}{\xi}$$

Kvazi-stalna proračunska kombinacija:

$\sigma_c \leq 0.45 \cdot f_{ck}; \quad C35/45 \Rightarrow \sigma_c \leq 15.75 \text{ MPa}$

7.2(3)

ploča POS 1	1. polje	2. polje	oslonac
M_{qp} (kNm/m)	16.83	5.15	21.10
A_{s1} (cm ² /m)	5.65	2.52	7.85
ξ	0.2071	0.1421	0.2374
σ_c (MPa)	11.39	4.80	12.35
$0.45 \cdot f_{ck}$	<15.75	<15.75	<15.75
σ_{s1} (MPa)	257.9	170.7	233.4



Proračun SLS – Kontrola napona

{29}

Proračun napona $\sigma_c = \frac{M}{b \cdot d^2} \cdot \frac{2}{\xi \cdot (1 - \frac{\xi}{3})}$ $\sigma_{s1} = \alpha \cdot \sigma_c \cdot \frac{1 - \xi}{\xi}$

Karakteristična proračunska kombinacija:

$\sigma_c \leq 0.6 \cdot f_{ck}$; C35/45 $\Rightarrow \sigma_c \leq 21$ MPa

7.2(2)

$\sigma_{s1} \leq 0.8 \cdot f_{yk}$; B500 $\Rightarrow \sigma_{s1} \leq 400$ MPa

7.2(5)

ploča POS 1	1. polje	2. polje	oslonac
M_{rare} (kNm/m)	20.43	6.25	25.62
A_{s1} (cm ² /m)	5.65	2.52	7.85
ξ	0.2071	0.1421	0.2374
σ_c (MPa)	13.83	5.82	15.00
$0.6 \cdot f_{ck}$	<21	<21	<21
σ_{s1} (MPa)	313.0	207.2	283.4
$0.8 \cdot f_{yk}$	<400	<400	<400



Proračun SLS – Kontrola prslina

{30}

Minimalna površina armature za ograničenje širine prsline:

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (7.1) \quad 7.3.2(2)$$

$$k_c = 0.4 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \cdot \left(\frac{h}{h^*}\right) \cdot f_{ct,eff}}\right) \leq 1.0 \quad (7.2) \quad 7.3.2(2)$$

$$\sigma_c = 0 \quad \Rightarrow \quad k_c = 0.4 \quad (\text{za pravougaoni presek})$$

$$k = 1.0 \quad (h \leq 300 \text{ mm}); \quad f_{ct,eff} = f_{ctm} = 3.2 \text{ MPa}$$

$$A_{ct} = 0.5 \cdot b \cdot h = 0.5 \cdot 100 \cdot 18 = 900 \text{ cm}^2; \quad \sigma_s = f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

$$A_{s,min} = \frac{0.4 \cdot 1.0 \cdot 3.2 \cdot 900}{500} = 2.30 \text{ cm}^2/m \quad \text{Usvojene armature prema ULS}$$

zadovoljavaju ($> A_{s,min}$)

Za ploče čija debljina ne prelazi 20 cm posebna kontrola nije potrebna ukoliko su obezbeđene bar minimalne površine armature (7.3.2(2). 9.2.1.1(1)) i ispoštovani zahtevi u pogledu maksimalnih razmaka armature (9.3.1.1(3)). što je obezbeđeno.

$$h = 18 \text{ cm} < 20 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{OK} \quad 7.3.3(1) \quad \mathbf{\{32\}}$$



Kontrola ugiba se može sprovoditi na dva načina:

1. Indirektnim postupkom
2. Direktnim proračunom ugiba

- 1) Kontrola graničnog stanja deformacija ograničavanjem odnosa raspon/statička visina preseka (L/d) – indirektan postupak: {34}

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3} = \sqrt{35} \cdot 10^{-3} = 0.00592$$

1. Polje (očekivani najveći ugib):

$$\rho = \frac{A_{s,req}}{b \cdot d} = \frac{5.61}{100 \cdot 12.4} = 0.00452 \quad \rho < \rho_0 \quad \Rightarrow \quad \text{Jednačina (7.16a)}$$

$$\frac{L}{d} = K \cdot \left[11 + 1.5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad 7.4.2$$

$$K = 1.3$$

NA (Tabela 7.4N)

Proračun SLS – Kontrola ugiba

$$\frac{L}{d} = 1.3 \cdot \left[11 + 1.5 \cdot \sqrt{35} \cdot \frac{0.00592}{0.00452} + 3.2 \cdot \sqrt{35} \cdot \left(\frac{0.00592}{0.00452} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] = 33.65$$

Korekcionni faktor koji uvodi različit napon u armaturi i razliku između usvojene i potrebne računске armature:

$$\frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}} = \frac{500}{500} \cdot \frac{5.65}{5.61} = 1.01$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{limit} = 33.65 \cdot 1.01 = 33.99$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{stvarno} = \frac{550}{12.4} = 44.4 \Rightarrow \left(\frac{L}{d} \right)_{stvarno} > \left(\frac{L}{d} \right)_{limit}$$

Dokaz nije uspeo!



Proračun SLS – Kontrola ugiba

Ukoliko se želi nastaviti sa kontrolom ugiba bez direktnog proračuna, potrebno je izmeniti karakteristike konstrukcije.

Ako se ne želi promena statičke (a time i ukupne) visine preseka, može se povećati usvojena površina armature, što će ovde i biti učinjeno.

Prethodno usvojeno: Ø12/20 (5.65 cm²/m)

Novousvojeno: Ø10/10 (7.85 cm²/m) – u ovom slučaju oko 40% više nego $A_{s,req}$ u polju prema ULS proračunu.

Kontrola se ponavlja uz izmenjen korekcionni faktor koji uvodi različit napon u armaturi i razliku između usvojene i potrebne računске armature:

$$\frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}} = \frac{500}{500} \cdot \frac{7.85}{5.61} = 1.40 \quad \left(\frac{L}{d}\right)_{limit} = 33.65 \cdot 1.40 = 47.1$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{stvarno} = 44.4 \Rightarrow \left(\frac{L}{d}\right)_{stvarno} < \left(\frac{L}{d}\right)_{limit}$$

Kriterijum je zadovoljen! **Usvaja se** Ø10/10 (7.85 cm²/m) u prvom polju, donja zona



Proračun SLS – Kontrola ugiba

- Povećanje usvojene armature ($A_{s,prov}$) u odnosu na potrebnu ($A_{s,req}$), koja je fiksna, linearno uvećava raspoloživi granični odnos L/d ;
- Primena obrazaca 7.16 iz Evrokoda 2 nije validna kada se usvoji veoma uvećana armatura. Međutim, u samom tekstu EN 1992-1-1 nije navedeno nikakvo ograničenje po ovom pitanju;
- Npr. britanski Nacionalni aneks NA BS EN 1992-1-1 ograničava ukupnu korekciju po pitanju f_{yk} upotrebljenog čelika ($500/f_{yk}$) i odnosa ($A_{s,prov}/A_{s,req}$) na 1.50;
- U nacionalnim aneksima nekih zemalja data su ograničenja u pogledu maksimalnog odnosa (L/d) koji se može primeniti. U nastavku su prikazane granice iz britanskog i nemačkog NA Evrokoda 2. Ograničenja su data u obliku $K \times$ broj, gde je K koeficijent statičkog sistema koji se primenjuje uz formulu 7.16a:

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{limit}^{max} = K \cdot 40 = 1.3 \cdot 40 = 52 \quad (\text{NA BS EN 1992-1-1})$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{limit}^{max} = K \cdot 35 = 1.3 \cdot 35 = 45.5 \quad (\text{NA DIN EN 1992-1-1})$$



Proračun SLS – Kontrola ugiba

2. Polje (očekivani najveći ugib): **{34}**

S obzirom da je 1. polje zahtevalo korekciju armature, potrebno je proveriti i 2. polje. Da nije bilo korekcije, kontrola ne bi bila potrebna jer je visina preseka ista, a koeficijent konturnih uslova (K) ima veću vrednost (“unutrašnje polje”, $K = 1.5$).

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3} = \sqrt{35} \cdot 10^{-3} = 0.00592$$

$$\rho = \frac{A_{s,req}}{b \cdot d} = \frac{1.66}{100 \cdot 12.4} = 0.00134 \quad \rho < \rho_0 \quad \Rightarrow \quad \text{Jednačina (7.16a)}$$

$$\frac{L}{d} = K \cdot \left[11 + 1.5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad K = 1.5$$

$$\frac{L}{d} = 1.5 \cdot \left[11 + 1.5 \cdot \sqrt{35} \cdot \frac{0.00592}{0.00134} + 3.2 \cdot \sqrt{35} \cdot \left(\frac{0.00592}{0.00134} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] = 254.8$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{limit} = 254.8 \cdot \frac{500}{500} \cdot \frac{2.52}{1.66} = 254.8 \cdot 1.52 = 387.7$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{stvarno} = 44.4 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{L}{d} \right)_{stvarno} < \left(\frac{L}{d} \right)_{limit}$$



Proračun SLS – Kontrola ugiba

Ako se primene ograničenja iz britanskog i nemačkog NA, za unutrašnje polje dobija se:

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{limit}^{max} = K \cdot 40 = 1.5 \cdot 40 = 60 \quad (\text{NA BS EN 1992-1-1})$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{limit}^{max} = K \cdot 35 = 1.5 \cdot 35 = 52.5 \quad (\text{NA DIN EN 1992-1-1})$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{stvarno} = 44.4 \Rightarrow \left(\frac{L}{d}\right)_{stvarno} < \left(\frac{L}{d}\right)_{limit}^{max}$$

Dokaz je uspeo i uz ograničenja.



Proračun SLS – Kontrola ugiba

2) Kontrola ugiba – direktan proračun: približna varijanta

Efektivni koeficijent tečenja za kvazi-stalno opterećenje $\varphi_{eff} = 2.00$

Tangenti modul za klasu C35/45 $E_c = 1.05 \cdot 34 = 35.7 \text{ GPa}$

Efektivni modul $E_{c,eff} = \frac{E_c}{1 + \varphi_{eff}} = \frac{35.7}{1 + 2} = 11.9 \text{ GPa}$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200}{11.9} = 16.8; \quad f_{ctm} = 3.2 \text{ MPa}$$

Ukupna konačna dilatacija skupljanja $\varepsilon_{cs} = 0.3\text{‰} = 0.3 \cdot 10^{-3}$

Moment otvaranja prslina

$$M_{cr} = W_{c,1} \cdot f_{ctm} = \frac{100 \cdot 18^2}{6} \cdot 0.32 = 1728 \text{ kNcm} = 17.3 \text{ kNm}$$

Maksimalni moment u rasponu od kvazi stalnog opterećenja

$$M_D = 16.8 \text{ kNm} > \sqrt{\beta} \cdot M_{cr} = \sqrt{0.5} \cdot 17.3 = 12.2 \text{ kNm}$$

=> Ploča sa prslinama!



Proračun SLS – Kontrola ugiba

Karakteristike preseka bez prsline:

$$A_I^* = A_c + (\alpha_e \cdot A_{s1}) + (\alpha_e \cdot A_{s2}) = 1800 + 16.8 \cdot 7.85 + 0 = 1932 \text{ cm}^2$$

$$z_{I,1}^* = \frac{A_c \cdot z_{c,1} + (\alpha_e \cdot A_{s1}) \cdot d_1 + (\alpha_e \cdot A_{s2}) \cdot (h - d_2)}{A_I^*}$$

$$z_{I,1}^* = \frac{1800 \cdot 9 + 16.8 \cdot 7.85 \cdot 5.5 + 0}{1932} = 8.76 \text{ cm}$$

$$I_I^* = I_c + A_c \cdot (z_{c,1} - z_{I,1}^*)^2 + (\alpha_e \cdot A_{s1}) \cdot (d_1 - z_{I,1}^*)^2 + (\alpha_e \cdot A_{s2}) \cdot (h - d_2 - z_{I,1}^*)^2$$

$$I_I^* = 48600 + 1800 \cdot (9 - 8.76)^2 + 16.8 \cdot 7.85 \cdot (5.5 - 8.76)^2 + 0 = 50105 \text{ cm}^4$$

$$S_{I,s}^* = (\alpha_e \cdot A_{s1}) \cdot (z_{I,1}^* - d_1) + (\alpha_e \cdot A_{s2}) \cdot (h - d_2 - z_{I,1}^*)$$

$$S_{I,s}^* = 16.8 \cdot 7.85 \cdot (8.76 - 5.5) + 0 = 430 \text{ cm}^3$$



Proračun SLS – Kontrola ugiba

Karakteristike preseka sa prslinom:

$$\xi = \alpha_e \cdot (\rho_1 + \rho_2) \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot (\rho_1 + \rho_2 \cdot (d_2/d))}{\alpha \cdot (\rho_1 + \rho_2)^2}} \right)$$

$$\rho_1 = \frac{7.85}{100 \cdot 12.5} = 0.00628$$

$$\xi = 16.8 \cdot (0.00628 + 0) \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot (0.00628 + 0)}{\alpha \cdot (0.00628 + 0)^2}} \right) = 0.366$$



Proračun SLS – Kontrola ugiba

Karakteristike preseka sa prslinom:

$$A_{II}^* = A_{IIc} + (\alpha_e \cdot A_{s1}) + (\alpha_e \cdot A_{s2}) \quad x = \xi \cdot d = 0.366 \cdot 12.5 = 4.57$$

$$A_{II}^* = 100 \cdot 4.57 + 16.8 \cdot 7.85 + 0 = 589 \text{ cm}^2$$

$$z_{II,1}^* = d \cdot (1 - \xi) + d_1 = 12.5 \cdot (1 - 0.366) + 5.5 = 13.43 \text{ cm}$$

$$I_{II}^* = I_{IIc} + A_{IIc} \cdot (z_{IIc,1} - z_{II,1}^*)^2 + (\alpha_e \cdot A_{s1}) \cdot (d_1 - z_{II,1}^*)^2 + (\alpha_e \cdot A_{s2}) \cdot (h - d_2 - z_{II,1}^*)^2$$

$$I_{II}^* = 795 + 457 \cdot \left(\left(18 - \frac{4.57}{2} \right) - 13.43 \right)^2 + 16.8 \cdot 7.85 \cdot (5.5 - 13.43)^2 + 0 = 11474 \text{ cm}^4$$

$$S_{II,s}^* = (\alpha_e \cdot A_{s1}) \cdot (z_{II,1}^* - d_1) + (\alpha_e \cdot A_{s2}) \cdot (h - d_2 - z_{II,1}^*)$$

$$S_{II,s}^* = 16.8 \cdot 7.85 \cdot (13.43 - 5.5) + 0 = 1046 \text{ cm}^3$$



Proračun SLS – Kontrola ugiba

Ugib nosača uklještenog na jednom i slobodno oslonjenog na drugom kraju:

$$u_{qp} = k \cdot \frac{q_{qp} \cdot L^4}{E_{c,eff} \cdot I^*} = 0.58 \text{ cm}$$

$$u_{I,qp} = 0.00542 \cdot \frac{(4.5 + 1.0 + 0.6 \cdot 2.5) \cdot 10^{-2} \cdot 550^4}{1190 \cdot 50105} = 0.58 \text{ cm}$$

$$u_{II,qp} = 0.00542 \cdot \frac{(4.5 + 1.0 + 0.6 \cdot 2.5) \cdot 10^{-2} \cdot 550^4}{1190 \cdot 11474} = 2.54 \text{ cm}$$

$$u_{sh} = \delta_{sh} \cdot \varepsilon_{cs} \cdot \frac{S_S^*}{I^*} \cdot \frac{L^2}{8}$$

$$u_{I,sh} = \frac{29}{44} \cdot 0.3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{430}{50105} \cdot \frac{550^2}{8} = 0.06 \text{ cm}$$

$$u_{II,sh} = \frac{29}{44} \cdot 0.3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1046}{11474} \cdot \frac{550^2}{8} = 0.68 \text{ cm}$$



Proračun SLS – Kontrola ugiba

Ugib nosača uklještenog na jednom i slobodno oslonjenog na drugom kraju:

$$u_I = u_{I,qp} + u_{I,sh} = 0.64 \text{ cm} \quad u_{II} = u_{II,qp} + u_{II,sh} = 3.22 \text{ cm}$$

Vrednost momenta za računanje interpolacionog koeficijenta:

$$M = \sqrt{M_{cr} \cdot M_D} = \sqrt{17.3 \cdot 16.8} = 17.1 \text{ kNm}$$

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 = 1 - 0.5 \cdot \left(\frac{17.3}{17.1}\right)^2 = 0.488$$

Ugib iznosi:

$$u = (1 - \zeta) \cdot u_I + \zeta \cdot u_{II}$$

$$u = (1 - 0.488) \cdot 0.64 + 0.488 \cdot 3.22 = 1.9 \text{ cm} < \frac{550}{250} = 2.2 \text{ cm}$$

