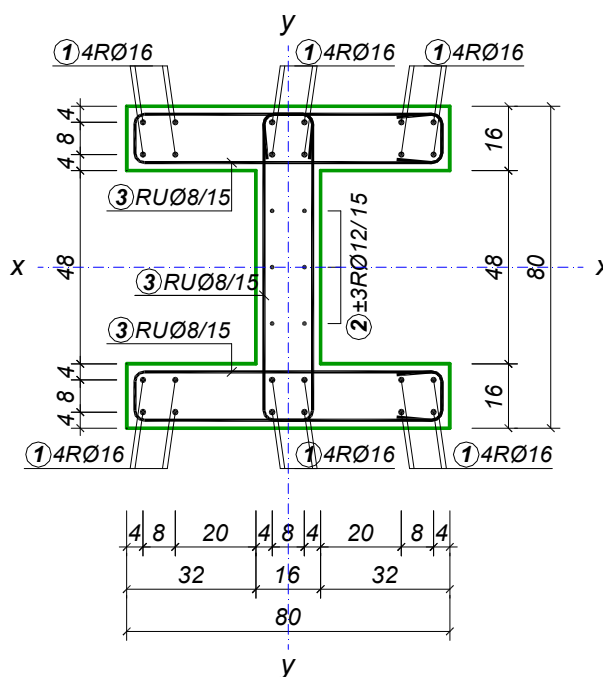


27 Za armiranobetonski element konstantnog poprečnog preseka, armiran prema skici desno, opterećen aksijalno silom pritiska $G=1500$ kN usled stalnog opterećenja, potrebno je odrediti:

- maksimalnu aksijalnu silu pritiska
- maksimalnu aksijalnu silu zatezanja
- maksimalni moment savijanja M_x i odgovarajuću transverzalnu silu T_y
- maksimalni moment savijanja M_y i odgovarajuću transverzalnu silu T_x

koji mogu delovati na ovakav poprečni presek uz zadovoljenje propisanih koeficijenata sigurnosti. Sve tražene uticaje tretirati kao povremeno opterećenje. Prilikom proračuna nosivosti preseka uzeti u obzir svu armaturu (poprečnu i podužnu). Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500.



Kad je u pitanju aksijalno naprezanje, presek je simetričan i simetrično armiran. Naponi i dilatacije u svim tačkama preseka su jednaki, pa je sva armatura u preseku proračunska (ukupno $24RØ16 + 6RØ12$).

a. sila pritiska

$$\varepsilon_b = 2\text{‰} \Rightarrow \sigma_b = f_B = 23 \text{ MPa} = 2.3 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_a = 2\text{‰} > \varepsilon_v = \frac{\sigma_v}{E_a} = \frac{400}{210 \times 10^3} = 1.905\text{‰} \Rightarrow \sigma_a = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_b = 80 \times 80 - 48 \times 64 = 3328 \text{ cm}^2$$

$$A_a = 24 \times 2.01 + 6 \times 1.13 = 55.04 \text{ cm}^2$$

$$N_u = A_b \times f_B + A_a \times \sigma_v = 3328 \times 2.3 + 55.04 \times 40 = 9856 \text{ kN}$$

Kako je čitav presek pritisnut, koeficijenti sigurnosti imaju maksimalne vrednosti od svih ponuđenih za odgovarajuću kombinaciju uticaja (član 80. PBAB 87):

$$N_u = 1.9 \times N_G + 2.1 \times N_P = 9856 \text{ kN} \Rightarrow N_P = \frac{9856 - 1.9 \times 1500}{2.1} = 3336 \text{ kN}$$

b. sila zatezanja

$$\varepsilon_a = 10\text{‰} > \varepsilon_v = \frac{\sigma_v}{E_a} = \frac{400}{210 \times 10^3} = 1.905\text{‰} \Rightarrow \sigma_a = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$Z_u = A_a \times \sigma_v = 55.04 \times 40 = 2202 \text{ kN}$$

Kako je $\varepsilon_a > 3\text{‰}$, koeficijenti sigurnosti imaju minimalne vrednosti od svih ponuđenih za odgovarajuću kombinaciju uticaja. Istovremeno, sila pritiska od stalnog opterećenja deluje povoljno, jer »rasterećuje« presek a mora biti uključena u svaku kombinaciju uticaja:

$$Z_u = 1.0 \times N_G + 1.8 \times Z_P = 2202 \text{ kN} \Rightarrow Z_P = \frac{2202 - 1.0 \times (-1500)}{1.8} = 2056 \text{ kN}$$

c. moment savijanja M_x , sila T_y

Pritisnuta i zategnuta armatura su jednake:

$$A_{a1} = A_{a2} = 24.12 \text{ cm}^2 \text{ (3} \times 4 = 12R\text{Ø16)}$$

Pritisnuta površina betona je, zavisno od položaja neutralne linije, ili oblika pravougaonika, širine $B = 80 \text{ cm}$, ili oblika T preseka.

Ukoliko je presek pravougaoni, uz zanemarenje A_{a2} , problem se lako rešava pomoću tabele za dimenzionisanje. Ukoliko je presek oblika T, traženi moment loma se dobija nakon određivanja položaja neutralne linije (iterativan postupak, dva pravougaona preseka).

Nije izričito naglašeno da se A_{a2} mora uzeti u obzir, pa je njen doprinos zanemaren.

Stalno opterećenje deluje povoljno (ne daje moment savijanja, sila pritiska povećava moment nosivosti) pa je $\gamma_{uG} = 1$. Sledi:

$$a_1 = 8 \text{ cm} \Rightarrow h = 80 - 8 = 72 \text{ cm}$$

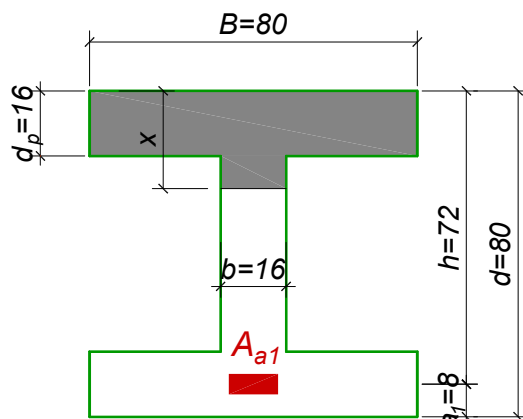
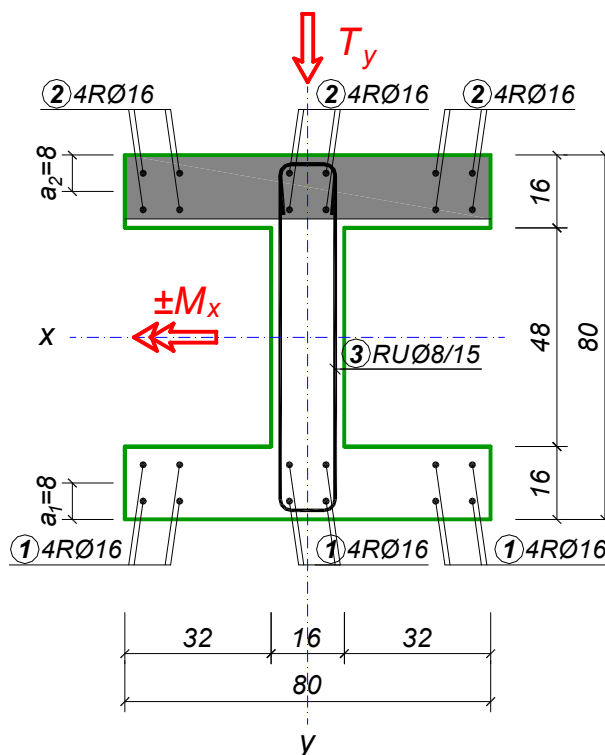
$$\mu_1 = \frac{A_{a1} \times \sigma_v + N_u}{B \times h \times f_B} = \frac{24.12 \times 40 + 1.0 \times 1500}{80 \times 72 \times 2.3} = 0.186 = 18.607\% \Rightarrow s = 0.238$$

$$x = s \times h = 0.238 \times 72 = 17.15 \text{ cm} > 16 \text{ cm} = d_p$$

Pretpostavka o položaju neutralne linije nije zadovoljena. Obim posla koji predstoji veći je nego što se u prvi mah pretpostavljalo. Preostaju sledeće mogućnosti:

- nosivost pritisnute armature je zanemarena. Presek je velike širine, što ovu pretpostavku čini opravdanom. Međutim, presek je oblika "T", pa se položaj neutralne linije traži iterativno. Sigurno je da će se dobiti $x > 17.15 \text{ cm}$ ¹;
- nosivost armature A_{a2} se uzima u obzir. Položaj neutralne linije se određuje iz uslova ravnoteže normalnih sila. Postupak je uglavnom iterativan, mada se ponekad ($\varepsilon_b = 3.5\%$, $\sigma_{a2} = \sigma_v$), može sprovesti u jednom koraku (Primer 24, nosivost POS 1). Sigurno će se dobiti $x < 17.15 \text{ cm}$ ²;
- specijalan slučaj prethodnog, uz korišćenje odgovarajućeg dijagrama interakcije.

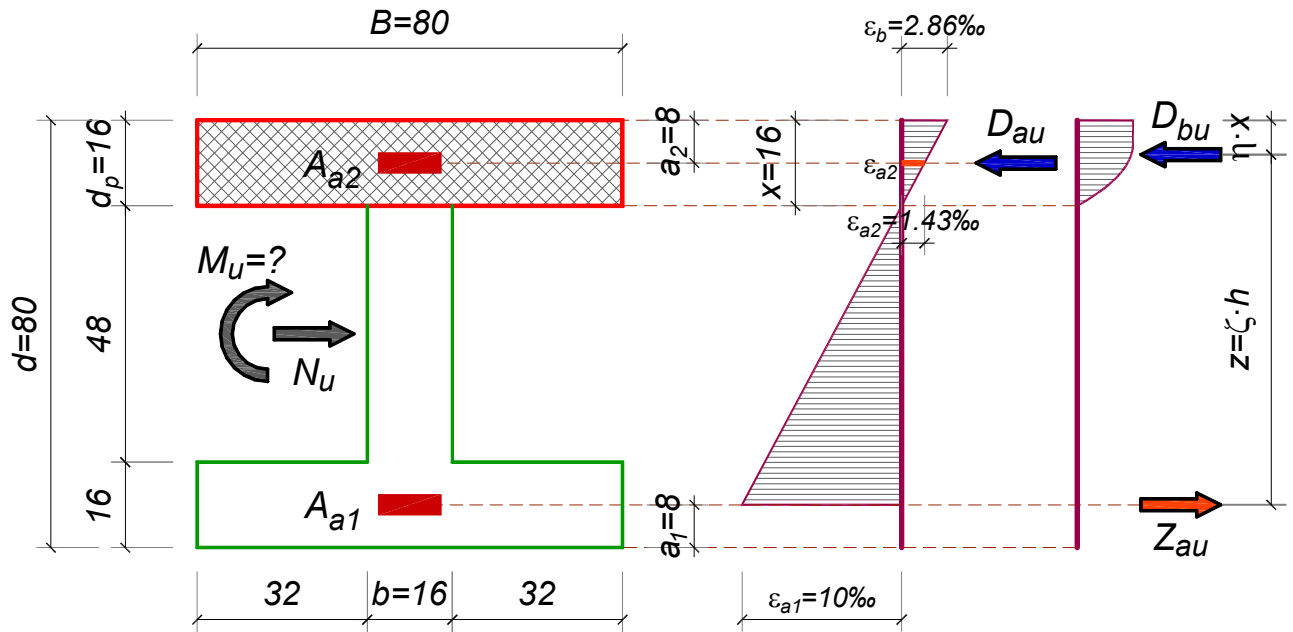
Nosivost preseka koji je potencijalno oblika »T« se najbrže proračunava tako što se u prvom koraku pretpostavi da se neutralna linija nalazi na donjoj ivici ploče. Sračunavaju se



¹ Pretpostavljen je presek konstantne širine 80 cm, a stvarni oblik pritisnute zone je »T«, prikazan na skici. Kako bi se kompenzovao »nepostojeći« deo preseka koji je uzet u proračun, veličina x se mora povećati

² Jedan deo sile pritiska preuzima armatura A_{a2} , što smanjuje silu pritiska u betonu i veličinu x

unutrašnje sile i proverava uslov ravnoteže normalnih sila. Ukoliko se pokaže da je $x \leq d_p$, presek je u proračunskom smislu pravougaoni, a umesto daljih iteracija se može koristiti odgovarajući dijagram interakcije. Proračunski model je prikazan na narednoj skici.



$$x = 16 \text{ cm} \Rightarrow s = \frac{16}{72} = 0.222 < 0.259 \Rightarrow \varepsilon_{a1} = 10\text{‰} ; \varepsilon_b = \frac{0.222}{1 - 0.222} \times 10 = 2.86\text{‰}$$

$$\alpha = \frac{3 \times 2.86 - 2}{3 \times 2.86} = 0.767 \Rightarrow D_{bu} = 0.767 \times 0.222 \times 72 \times 80 \times 2.30 = 2257 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{x - a_2}{x} \times \varepsilon_b = \frac{16 - 8}{16} \times 2.86 = 1.43\text{‰} \Rightarrow \sigma_{a2} = \varepsilon_{a2} \times E_a = 1.43 \times 210 = 300.0 \text{ MPa}$$

$$D_{au} = A_{a2} \times \sigma_{a2} = 24.12 \times 30 = 723.8 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{a1} = 10\text{‰} \Rightarrow \sigma_{a1} = \sigma_v \Rightarrow Z_{au} = A_{a1} \times \sigma_v = 24.12 \times 40 = 965.1 \text{ kN}$$

$$\sum N = D_{bu} + D_{au} - Z_{au} - N_u = 2257 + 723.8 - 965.1 - 1500 = 515.7 \neq 0$$

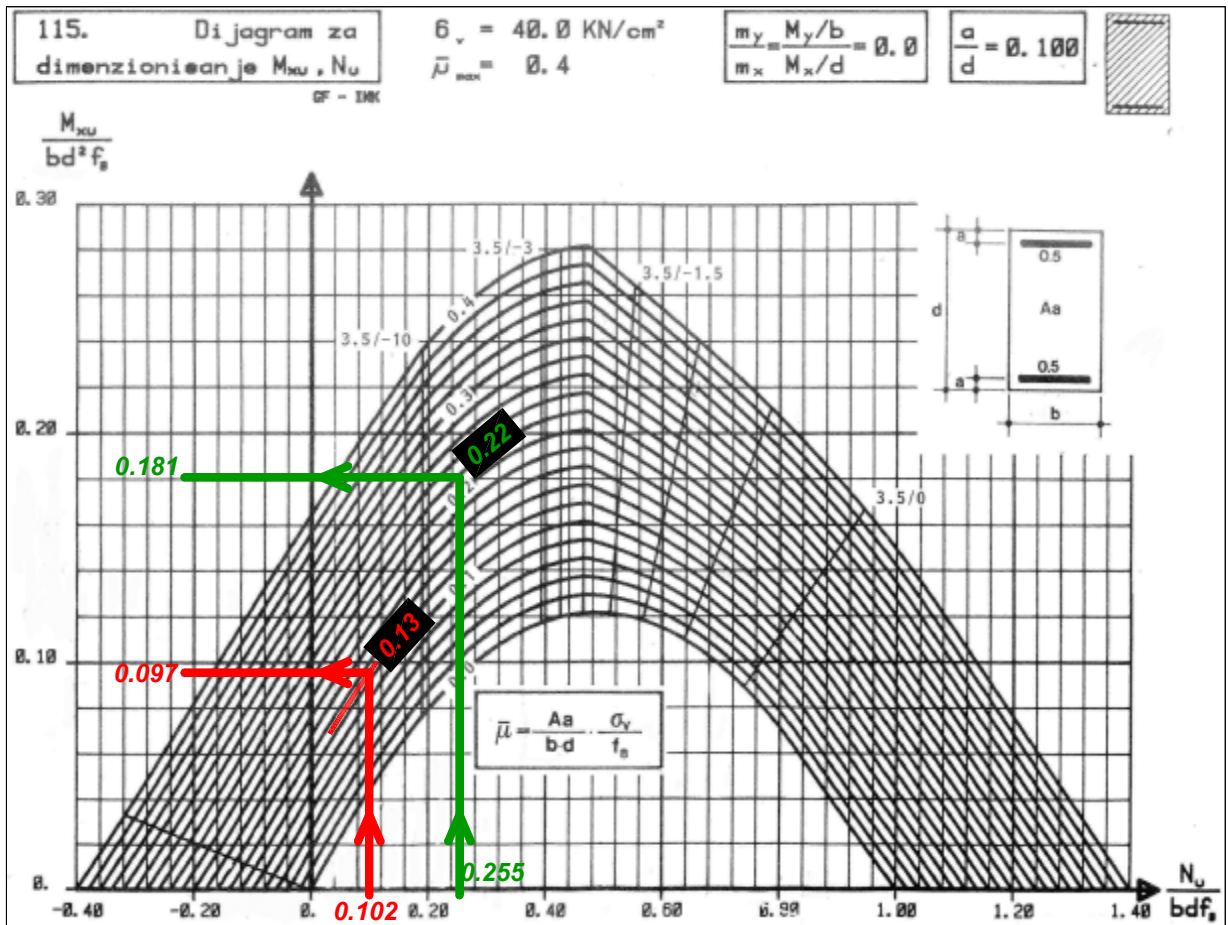
Da bi uslov ravnoteže bio zadovoljen, potrebno je smanjiti unutrašnje sile pritiska, čime je dokazano da se neutralna linija nalazi u ploči.

Za proračun simetrično armiranog pravougaonog preseka (armatura RA 400/500), sa sračunatim odnosom a/d , mogu se koristiti dijagram 115 (NAJ) ili 2.4.10 (PBAB 87, Tom 2):

$$a/d = 8/80 = 0.1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n_u = \frac{1500}{80 \times 80 \times 2.3} = 0.102 \\ \mu = \frac{24.12 + 24.12}{80 \times 80} \times \frac{40}{2.3} = 0.13 \end{array} \right\} \Rightarrow m_u \approx 0.097$$

$$M_u = 0.097 \times 80 \times 80^2 \times 2.3 \times 10^{-2} = 1142.3 \text{ kNm}^3 \Rightarrow M_{x,P} = \frac{1142.3}{1.8} = 634.6 \text{ kNm}$$

³ Analitički dobijeno rešenje je: $\varepsilon_b/\varepsilon_{a1} = 2.47/10\text{‰}$, $x = 14.3 \text{ cm} < d_p = 16 \text{ cm}$, $M_u = 1144.4 \text{ kNm}$.



Pomoću dijagrama interakcije se može utvrditi i stanje dilatacija u preseku. U ovom slučaju uočena tačka se nalazi u oblasti između dilatacija 3.5/10%o i 0/10%o (kosa linija koja polazi iz koordinatnog početka). Kako je $\epsilon_{a1} \geq 3\text{‰}$, vrednosti koeficijenata sigurnosti su dobro pretpostavljene. Međutim, za pouzdanu procenu položaja neutralne linije nema dovoljno elemenata. Stoga je bio neophodan prvi korak, odnosno analitički dokaz da se neutralna linija nalazi u ploči.

Princip osiguranja uzengijama je da nosivost uzengija, izražena naponom $\tau_{u,u}$ bude najmanje jednaka redukovanom smičućem naponu τ_{Ru} . Kako su razmak, prečnik, sečnost i kvalitet uzengija poznati, ovaj napon se lako sračunava.

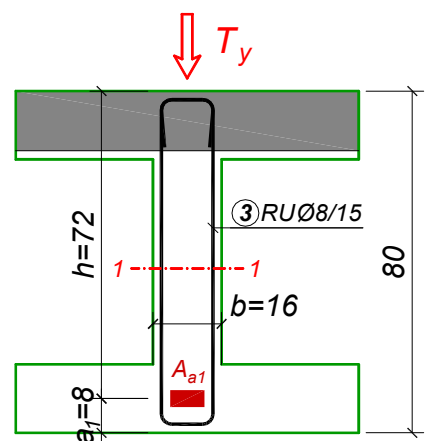
Veza između napona τ_n i τ_{Ru} je:

$$\tau_r < \tau_n \leq 3\tau_r \Rightarrow \tau_{Ru} = \frac{3}{2}(\tau_n - \tau_r) ;$$

$$3\tau_r < \tau_n \leq 5\tau_r \Rightarrow \tau_{Ru} = \tau_n$$

Konačno, kad se sračuna napon τ_n , određuje se sila T_u , odnosno tražena sila T_p :

$$\tau_n = \frac{T_u}{b \times z} \Rightarrow T_u = \tau_n \times b \times z \Rightarrow T_p = \frac{T_u}{1.8}$$



Za slučaj dejstva sile T_y , merodavan je presek 1-1 na skici (presek sa minimalnom širinom, odnosno količinom armature od neutralne linije do težišta zategnute armature, povučen upravno na pravac dejstva sile). Sledi:

$$\tau_{u,u} = \frac{2 \times 0.503}{16 \times 15} \times 40 = 0.168 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \tau_{Ru}$$

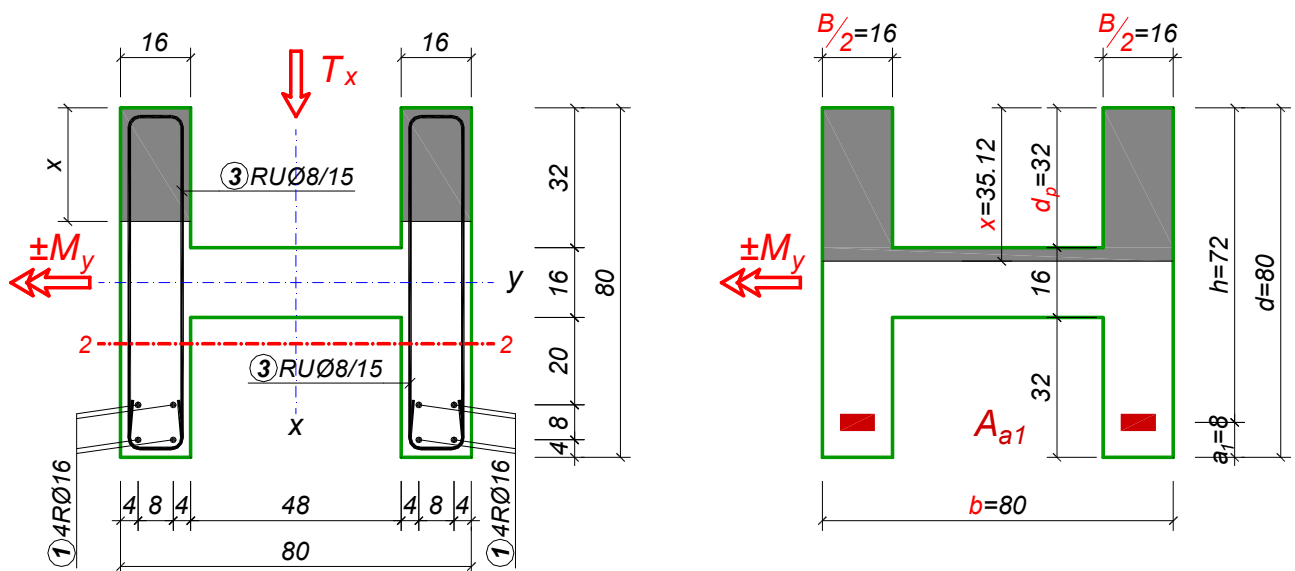
$$\tau_{Ru} < 3\tau_r \Rightarrow \tau_n = \frac{2}{3} \times 0.168 + 0.12 = 0.232 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$T_u = 0.232 \times 16 \times 0.9 \times 72 = 240.2 \text{ kN}$$

$$T_{y,P} = \frac{240.2}{1.8} = 133.5 \text{ kN}$$

d. moment savijanja M_y , sila T_x

Presek na skici dole levo se proračunava kao pravougaoni, širine $2 \times 16 = 32 \text{ cm}$. Ponovo se zanemaruje nosivost pritisnute armature.



$$A_{a1} = 16.08 \text{ cm}^2 (2 \times 4 = 8R\text{Ø}16) \quad ; \quad a_1 = 8 \text{ cm} \Rightarrow h = 80 - 8 = 72 \text{ cm}$$

$$\mu_1 = \frac{16.08 \times 40 + 1.0 \times 1500}{2 \times 16 \times 72 \times 2.3} = 0.404 = 40.448\% \Rightarrow s = 0.488$$

Rutinska kontrola položaja neutralne linije dovodi do iznenađujućeg zaključka:

$$x = s \times h = 0.488 \times 72 = 35.12 \text{ cm} > 32 \text{ cm}$$

Presek **nije pravougaoni** (prethodna skica, desno)! To doduše nije nikakav nedostak za presek, već samo znači komplikovaniji proračun.

Presek čija pritisnuta zona ima dve širine se proračunava kao »T« presek, pri čemu se, posmatrajući od pritisnute ka zategnutoj ivici, prva širina označava sa **B** ($B = 32 \text{ cm}$), a druga sa **b** ($b = 80 \text{ cm}$), bez obzira na njihov međusobni odnos.

Za »T« preseke je postupak proračuna momenta loma iterativan, bez obzira da li se računa ili zanemaruje nosivost pritisnute armature. Ovo se može izbeći jedino ako se pokaže da je presek, uzimajući u obzir nosivost pritisnute armature, pravougaoni ($x \leq d_p = 32 \text{ cm}$), nakon čega bi se primenio odgovarajući dijagram interakcije, kao u prethodnom primeru.

$$x = 32 \text{ cm} \Rightarrow s = \frac{32}{72} = 0.444 > 0.259 \Rightarrow \varepsilon_b = 3.5\text{‰} ; \varepsilon_{a1} = \frac{1 - 0.444}{0.444} \times 3.5 = 4.375\text{‰}$$

$$\alpha = \frac{3 \times 3.5 - 2}{3 \times 3.5} = 0.810$$

$$D_{bu} = 0.81 \times 0.444 \times 72 \times 32 = 1907 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{32 - 8}{32} \times 3.5 = 2.63\% > \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a2} = \sigma_v$$

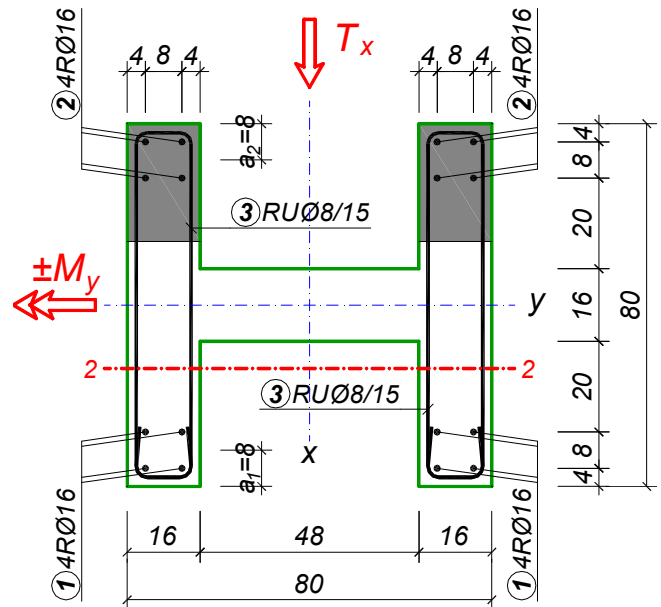
$$D_{au} = 16.08 \times 40 = 643 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{a1} = 4.375\% > \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a1} = \sigma_v$$

$$Z_{au} = 16.08 \times 40 = 643 \text{ kN}$$

$$\sum N = D_{bu} + D_{au} - Z_{au} - N_u$$

$$\sum N = 1907 + 643 - 643 - 1500 = 407 \neq 0$$



Da bi uslov ravnoteže bio zadovoljen, potrebno je smanjiti unutrašnje sile pritiska, čime je dokazano da je $x < 32 \text{ cm}$, odnosno da je presek pravougaoni. Za dalji proračun koristi se dijagram interakcije, kao u prethodnom primeru. Sledi:

$$a/d = 8/80 = 0.1 \Rightarrow \left. \begin{aligned} n_u &= \frac{1500}{2 \times 16 \times 80 \times 2.3} = 0.255 \\ \mu &= \frac{16.08 + 16.08}{2 \times 16 \times 80} \times \frac{40}{2.3} = 0.219 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_u \approx 0.181$$

U ovom slučaju uočena tačka se nalazi u oblasti između dilatacija 3.5/10‰ i 3.5/3‰, mnogo bliže liniji koja označava simultani lom, što je ipak nedovoljno za pouzdanu procenu položaja neutralne linije. Kako je $\varepsilon_{a1} \geq 3\%$, vrednosti koeficijenata sigurnosti su dobro pretpostavljene.

$$M_u = 0.181 \times 2 \times 16 \times 80^2 \times 2.3 \times 10^{-2} = 857.3 \text{ kNm}^4 \Rightarrow M_{y,P} = \frac{857.3}{1.8} = 476.3 \text{ kNm}$$

Za slučaj dejstva sile T_x , merodavan je presek 2-2 na skici (presek sa minimalnom širinom, odnosno količinom armature od neutralne linije do težišta zategnute armature, povučen upravno na pravac dejstva sile). Širina rebra preseka je $2 \times 16 = 32 \text{ cm}$, a uzengije su četvorosečne, pa sledi:

$$\tau_{u,u} = \frac{4 \times 0.503}{2 \times 16 \times 15} \times 40 = 0.168 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \tau_{Ru}$$

$$\tau_{Ru} < 3\tau_r \Rightarrow \tau_n = \frac{2}{3} \times 0.168 + 0.12 = 0.232 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$T_u = 0.232 \times 2 \times 16 \times 0.9 \times 72 = 480.4 \text{ kN}$$

$$T_{x,P} = \frac{480.4}{1.8} = 267.0 \text{ kN}$$

⁴ Analitički dobijeno rešenje je: $\varepsilon_b/\varepsilon_{a1} = 3.5/6.51\%$, $x = 25.2 \text{ cm} < d_p = 32 \text{ cm}$, $M_u = 854.7 \text{ kNm}$

28 Dimenzionisati stub pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija $b/d = 30/60$ cm, opterećen sledećim uticajima:

$$\begin{aligned} M_g &= 100 \text{ kNm} & ; & \quad N_g = 200 \text{ kN} & \quad (\text{stalno opterećenje}) \\ M_p &= 50 \text{ kNm} & ; & \quad N_p = 400 \text{ kN} & \quad (\text{vertikalno povremeno opterećenje}) \\ M_w &= \pm 200 \text{ kNm} & ; & \quad N_w = 0 & \quad (\text{vetar, alternativno dejstvo}) \end{aligned}$$

Vertikalno povremeno opterećenje i vetar mogu, ali i ne moraju delovati istovremeno. Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500. Za usvojeni raspored armature, sračunati napone u betonu i armaturi samo usled stalnog opterećenja (trenutak $t=0$)

Zategnuta "leva" ivica preseka

Kombinacija u kojoj je samo stalno opterećenje na konstrukciji sigurno nije merodavna, pa neće biti razmatrana. Uvek se može dodati uticaj vetra koji zateže istu ivicu preseka (označimo ga npr. sa W_{levo}), što daje veću površinu armature.

$$\text{MB 35} \quad \Rightarrow \quad f_B = 23 \text{ MPa} = 2.3 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{pretp. } a_1 = 7 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad b/d/h = 30/60/53 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{aligned} M_u &= 1.6 \times 100 + 1.8 \times 200 = 520 \text{ kNm} \\ N_u &= 1.6 \times 200 = 320 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_{au} = 520 + 320 \times \left(\frac{0.6}{2} - 0.07 \right) = 593.6 \text{ kNm}$$

$$k = \frac{53}{\sqrt{\frac{593.6 \times 10^2}{30 \times 2.3}}} = 1.807 \Rightarrow \varepsilon_b / \varepsilon_a = 3.5 / 3.941\text{‰} ; \bar{\mu} = 38.076\%$$

$$A_a = 38.076 \times \frac{30 \times 53}{100} \times \frac{2.30}{40} - \frac{320}{40} = 26.81 \text{ cm}^2$$

S druge strane, povremeno opterećenje se može, a ne mora uzeti u obzir. Moment M_p deluje u istom smeru kao i M_g , tako da se ukupan moment savijanja povećava u odnosu na prethodnu kombinaciju. Međutim, istovremeno se povećava i sila pritiska. Kako nije moguće sa sigurnošću proceniti šta više utiče na $A_{a, \text{potr}}$ (smanjenje usled sile pritiska ili povećanje usled momenta savijanja), potrebno je proveriti i ovu kombinaciju:

$$\left. \begin{aligned} M_u &= 1.6 \times 100 + 1.8 \times 250 = 610 \text{ kNm} \\ N_u &= 1.6 \times 200 + 1.8 \times 400 = 1040 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_{au} = 610 + 1040 \times 0.23 = 849.2 \text{ kNm}$$

$$k = \frac{53}{\sqrt{\frac{849.2 \times 10^2}{30 \times 2.3}}} = 1.511 \Rightarrow \varepsilon_a < 3.0\text{‰} \Rightarrow A_{a2} > 0$$

$$\text{usv. } \varepsilon_a = 3\text{‰} \Rightarrow k^* = 1.719 ; \bar{\mu}^* = 43.590\%$$

$$M_{abu} = \left(\frac{53}{1.719} \right)^2 \times 0.30 \times 2.30 = 655.6 \text{ kNm} \Rightarrow \Delta M_{au} = 849.2 - 655.6 = 193.6 \text{ kNm}$$

$$\text{pretp. } a_2 = 5 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad A_{a2} = \frac{193.6 \times 10^2}{(53 - 5) \times 40} = 10.08 \text{ cm}^2$$

$$A_{a1} = 43.590 \times \frac{30 \times 53}{100} \times \frac{2.30}{40} - \frac{1040}{40} + 10.08 = 23.93 < 26.81 \text{ cm}^2$$

Zategnuta "desna" ivica preseka

Kako je M_w veći od M_g , može se dogoditi da je desna strana stuba zategnuta. Stalno opterećenje se mora uzeti u obzir. Kako smanjuje moment savijanja, tretira se kao povoljno dejstvo i uzima u obzir sa odgovarajućim koeficijentom sigurnosti **1.0**. Kombinacija koja bi uključivala i povremeno opterećenje se ne razmatra. Naime, i smanjenje momenta savijanja i povećanje sile pritiska smanjuje armaturu A_{a1} .

$$\text{pretp. } a_1 = 5 \text{ cm} \Rightarrow h = 60 - 5 = 55 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_u = 1.0 \times (-100) + 1.8 \times 200 = 260 \text{ kNm} \\ N_u = 1.0 \times 200 = 200 \text{ kN} \end{array} \right\} \Rightarrow M_{au} = 260 + 200 \times \left(\frac{0.6}{2} - 0.05 \right) = 310 \text{ kNm}$$

$$k = \frac{55}{\sqrt{\frac{310 \times 10^2}{30 \times 2.3}}} = 2.595 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_b / \varepsilon_a = 2.735 / 10\% \\ \mu = 16.239\% \end{array} \right.$$

$$A_{a1} = 16.239 \times \frac{30 \times 55}{100} \times \frac{2.3}{40} - \frac{200}{40} = 10.41 > 10.08 \text{ cm}^2$$

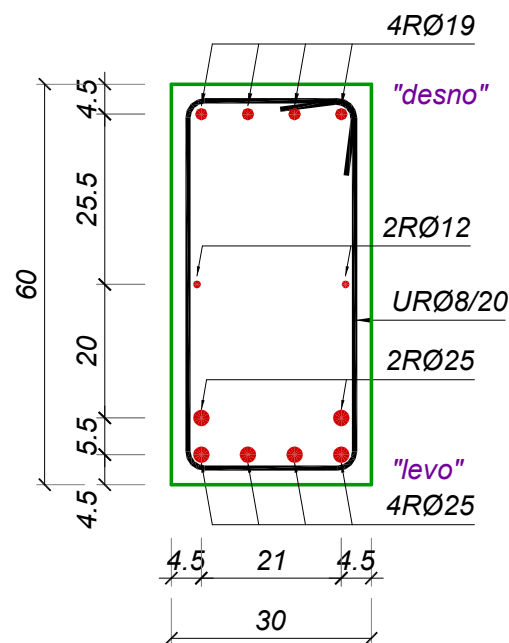
usvojeno: **6RØ25** (29.45 cm^2) – "levo"

4RØ19 (11.34 cm^2) – "desno"

$$a_1 = \frac{4 \times 4.5 + 2 \times 10}{6} = 6.33 \text{ cm}$$

$$h = 60 - 6.33 \text{ cm} = 53.67 \text{ cm}$$

$$a_2 = 4.5 \text{ cm} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{a_2}{h} = \frac{4.5}{53.67} = 0.084$$

**PRORAČUN NAPONA USLED STALNOG OPTEREĆENJA**

$$\mu_1 = \frac{29.45}{30 \times 53.67} = 0.0183 = 1.83\% \quad ; \quad \mu_2 = \frac{11.34}{30 \times 53.67} = 0.0070 = 0.70\%$$

Kod pravougaonog preseka sa prslinom, opterećenog na pravo složeno savijanje, položaj neutralne linije se određuje rešavanjem jednačine trećeg stepena, oblika:

$$s^3 + 3 \left(\frac{e_{a1}}{h} - 1 \right) \times s^2 + 6n \left(\frac{e_{a1}}{h} \mu_1 + \frac{e_{a2}}{h} \mu_2 \right) \times s - 6n \left(\frac{e_{a1}}{h} \mu_1 + \frac{e_{a2}}{h} \mu_2 \alpha_2 \right) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} M = M_g = 100 \text{ kNm} \\ N = N_g = 200 \text{ kN} \end{array} \right\} \Rightarrow e = \frac{M}{N} = \frac{100}{200} = 0.50 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

$$e_{a1} = e + y_{a1} = 50 + \frac{60}{2} - 6.33 = 73.67 \text{ cm}$$

$$e_{a2} = e - y_{a2} = 50 - \frac{60}{2} + 4.5 = 24.5 \text{ cm}$$

$$MB 35 \Rightarrow E_b = 33 \text{ GPa} \Rightarrow n = \frac{210}{33} = 6.36$$

$$A = 3 \left(\frac{e_{a1}}{h} - 1 \right) = 3 \times \left(\frac{73.67}{53.67} - 1 \right) = 1.118$$

$$B = 6 \times 6.36 \times \left(\frac{73.67}{53.67} \times 1.83 + \frac{24.5}{53.67} \times 0.70 \right) \times 10^{-2} = 1.0816$$

$$C = -6 \times 6.36 \times \left(\frac{73.67}{53.67} \times 1.83 + \frac{24.5}{53.67} \times 0.70 \times 0.084 \right) \times 10^{-2}$$

$$C = -0.969$$

$$s^3 + 1.118s^2 + 1.0816s - 0.969 = 0 \quad \Rightarrow \quad s = 0.508$$

$$J_{Ib} = \frac{s^2}{2} \times \left(1 - \frac{s}{3} \right) = \frac{0.508^2}{2} \times \left(1 - \frac{0.508}{3} \right) = 0.107$$

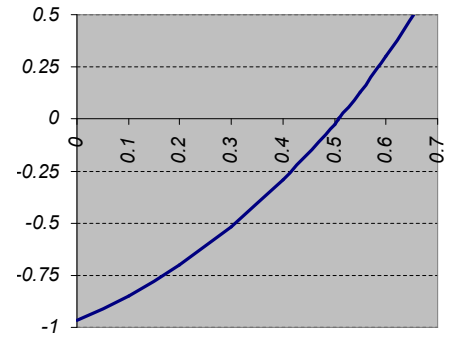
$$M_a = M + N \times \left(\frac{d}{2} - a_1 \right) = N \times e_{a1} = 200 \times 73.67 = 14733 \text{ kNcm} = 147.33 \text{ kNm}$$

$$\sigma_b = \frac{14733}{30 \times 53.67^2} \times \frac{0.508}{0.107 + 6.36 \times 0.7 \times 10^{-2} \times (0.508 - 0.084) \times (1 - 0.084)} = 0.7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

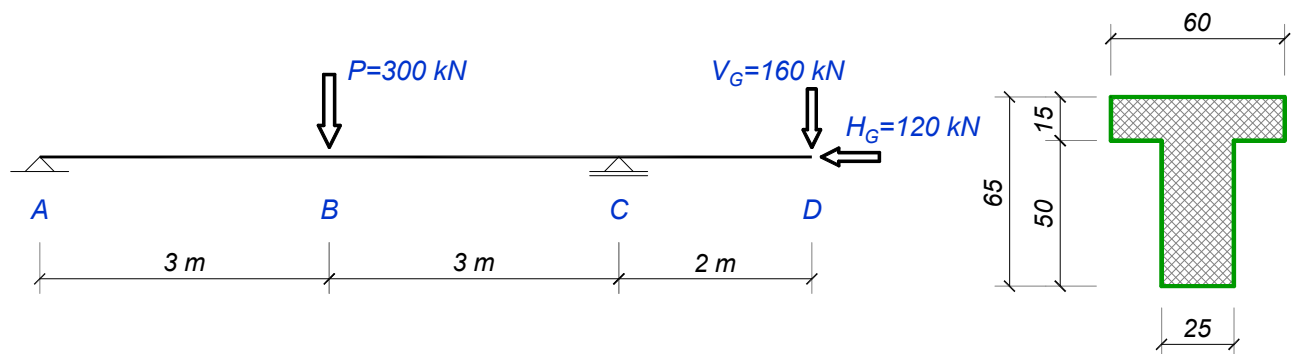
$$\sigma_b = 7.0 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_b = \frac{7.0}{33 \times 10^3} = 0.211\text{‰}$$

$$\sigma_{a1} = 6.36 \times 7.0 \times \frac{1 - 0.508}{0.508} = 42.8 \text{ MPa} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{a1} = \frac{42.8}{210 \times 10^3} = 0.204\text{‰}$$

$$\sigma_{a2} = 6.36 \times 7.0 \times \frac{0.508 - 0.084}{0.508} = 36.9 \text{ MPa} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{a2} = \frac{36.9}{210 \times 10^3} = 0.176\text{‰}$$

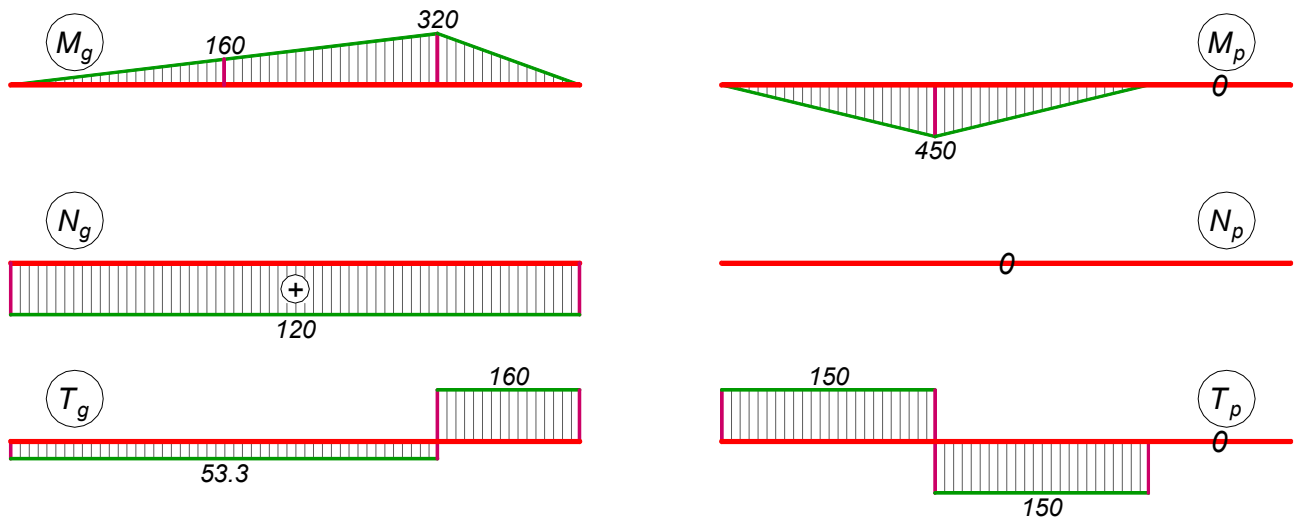


29 Gredu datog poprečnog preseka, opterećenu koncentrisanim silama usled stalnog odnosno povremenog opterećenja prema skici dole, potrebno je:



- odrediti potrebnu površinu armature u karakterističnim presecima
- izvršiti osiguranje od glavnih napona zatezanja na delu C-D
- izvršiti osiguranje od glavnih napona zatezanja na delu B-C, zadržavajući prečnik i rastojanje uzengija kao na delu C-D, uz dodavanje odgovarajuće površine koso povijenih profila. Odrediti tačna mesta povijanja kosih profila.

Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500. Računati samo sa zadatim opterećenjima.

Dijagrami presečnih silaDimenzionisanje – presek u polju

$$\text{pretp. } a_1 = 7.5 \text{ cm} \Rightarrow h = 65 - 7.5 = 57.5 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_u = 1.0 \times (-160) + 1.8 \times 450 = 650 \text{ kNm} \\ N_u = 1.0 \times 120 = 120 \text{ kN} \end{array} \right\} \Rightarrow M_{au} = 650 + 120 \times \left(\frac{0.65}{2} - 0.075 \right) = 680 \text{ kNm}$$

Pretpostavlja se da je neutralna linija u ploči, pa se presek dimenzioniše kao pravougaoni, širine $B = 60 \text{ cm}$:

$$k = \frac{57.5}{\sqrt{\frac{680 \times 10^2}{60 \times 2.3}}} = 2.590 \Rightarrow \varepsilon_b/\varepsilon_a = 2.774/10\text{‰} ; \bar{\mu} = 16.301\% ; s = 0.215$$

$$x = s \times h = 0.215 \times 57.5 = 12.4 \text{ cm} < d_p = 15 \text{ cm}$$

Pretpostavka o položaju neutralne linije je dobra, pa sledi:

$$A_a = 16.301 \times \frac{60 \times 57.5}{100} \times \frac{2.3}{40} - \frac{120}{40} = 29.34 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **6RØ25** (29.45 cm^2)

Dimenzionisanje – presek nad osloncem

$$\text{pretp. } a_1 = 6.5 \text{ cm} \Rightarrow h = 65 - 6.5 = 58.5 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_u = 1.6 \times 320 = 512 \text{ kNm} \\ N_u = 1.6 \times 120 = 192 \text{ kN} \end{array} \right\} \Rightarrow M_{au} = 512 + 192 \times \left(\frac{0.65}{2} - 0.065 \right) = 561.9 \text{ kNm}$$

$$k = \frac{58.5}{\sqrt{\frac{561.9 \times 10^2}{25 \times 2.3}}} = 1.871 \Rightarrow \varepsilon_b/\varepsilon_a = 3.5/4.65\text{‰} ; \bar{\mu} = 34.767\%$$

$$A_a = 34.767 \times \frac{25 \times 58.5}{100} \times \frac{2.3}{40} - \frac{192}{40} = 24.44 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **5RØ25** (24.54 cm^2)

Dimenzionisanje prema glavnim naponima zatezanja – deo C-D

$$z = 0.9 \times 57.5 = 51.8 \text{ cm} = \text{const.}$$

$$T_u^{C-D} = 1.6 \times 160 = 256 \text{ kN}$$

$$\tau_n^{C-D} = \frac{256}{25 \times 51.8} = 0.198 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} > \tau_r = 0.12 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Kako je na čitavom delu C-D prekoračen napon τ_r , dužina osiguranja je $\lambda = 2.0 \text{ m}$.

$$\tau_{Ru}^{C-D} = \frac{3}{2} \times (0.198 - 0.12) = 0.117 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

usvojeno: $m = 2$, $\theta = 45^\circ$, $\alpha = 90^\circ$ (vertikalne uzengije):

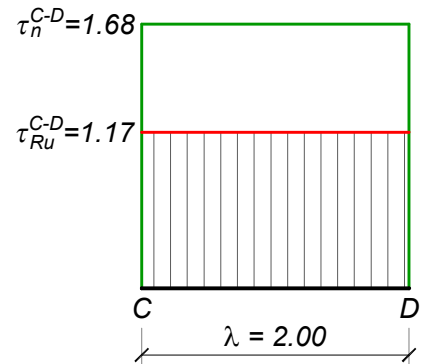
$$e_u = \frac{2 \times a_u^{(1)}}{25 \times 0.117} \times 40 \times (\cos 90^\circ + \sin 90^\circ \times \cot 45^\circ) = 27.4 \times a_u^{(1)}$$

$$\text{pretp. UR}\varnothing 10 \text{ (} a_u^{(1)} = 0.785 \text{ cm}^2 \text{)} \Rightarrow e_u = 27.4 \times 0.785 = 21.5 \text{ cm}$$

usvojeno: **UR** $\varnothing 10/20$ ($m=2$)

$$\Delta A_a = \frac{T_{mu}}{2\sigma_v} \times (\cot \theta - \cot \alpha) = \frac{256}{2 \times 40} \times (1 - 0) = 3.20 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **2R** $\varnothing 25$ (9.82 cm^2)

Dimenzionisanje prema glavnim naponima zatezanja - deo B-C

$$T_u^{B-C} = 1.6 \times 53.3 + 1.8 \times 150 = 355.3 \text{ kN}$$

$$\tau_n^{B-C} = \frac{355.3}{25 \times 51.8} = 0.275 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} > \tau_r = 0.12 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Kako je na čitavom delu B-C prekoračen napon τ_r , dužina osiguranja je $\lambda = 3.0 \text{ m}$.

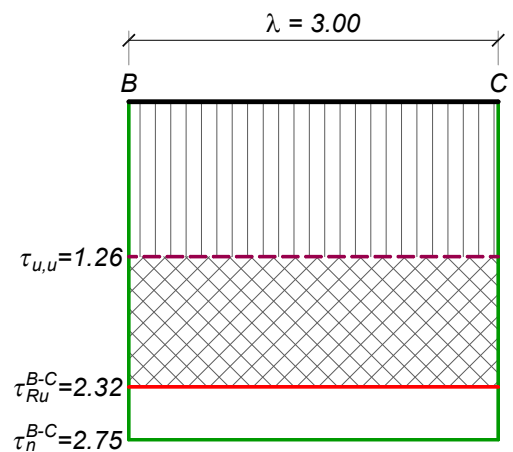
$$\tau_{Ru}^{B-C} = \frac{3}{2} \times (0.275 - 0.12) = 0.232 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{u,u} = \frac{2 \times 0.785}{25 \times 20} \times 40 = 0.126 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$H_{vu,k} = (0.232 - 0.126) \times 25 \times 300 = 797.4 \text{ kN}$$

$$\text{usvojeno: } \theta = 45^\circ ; \alpha_k = 45^\circ : A_{a,k} = \frac{797.4}{40 \times \sqrt{2}} = 14.10 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **3R** $\varnothing 25$ (14.73 cm^2)



S obzirom na oblik dijagrama $\tau_{Ru} - \tau_{u,u}$ (deo dijagrama napona smicanja šrafiran ukrštenom šrafurom), određivanje mesta povijanja ne bi bilo sprovedeno konstrukcijom integralne krive (u ovom slučaju prava linija), jer je predmetni dijagram lako podeliti na potreban broj jednakih delova i bez te konstrukcije. Šipke treba poviti na 0.5 m, 1.5 m i 2.5 m mereno od sredine prema osloncu C.