

## Komentari za Godišnji zadatak – list 2

**Zadatak 5.** Dimenzionisati stub pravougaonog poprečnog preseka  $b/d = 25/65$  cm, opterećen momentima savijanja od vetra  $M_w = \pm 200$  kNm, kao i normalnim silama usled stalnog, odnosno vertikalnog povremenog opterećenja  $N_g$  i  $N_p$ . Povremena opterećenja  $p$  i  $w$  NE MORAJU delovati istovremeno. Uticaj izvijanja zanemariti.

$$M_w = \pm 200 \text{ kNm} \quad N_g = 200 \text{ kN} \quad N_p = 1200 \text{ kN}$$

$$MB \ 35 \quad RA \ 400/500$$

**VEOMA ČEST ISPITNI ZADATAK – u raznim varijantama odnosa sila i momenata. PRAKTIČNO OBAVEZAN (ili ovaj, ili zadatak br. 4) U SVAKOM ROKU !!!**

Tok razmišljanja bi trebalo da bude otprilike ovakav:

- stub je opterećen alternativnim momentima savijanja (ista vrednost, suprotan znak), pa će, bez obzira na vrednost normalne sile, biti **ARMIRAN SIMETRIČNO**
- preseki koji su simetrično armirani se dimenzionišu pomoću **DIJAGRAMA INTERAKCIJE**. Podrazumeva se da su dimenzije preseka u ovom slučaju poznate. Ako slučajno nekog interesuje kako bi se rešio problem ukoliko dimenzija preseka nije poznata (nije se dešavalo na ispitima) – neka mi se obrati.
- za svaku razmotrenu vrednost momenta savijanja potrebno je proveriti (dimenzionisati) kombinaciju sa maksimalnom i minimalnom normalnom silom. Dok ne steknete dovoljno iskustva da (eventualno) neku kombinaciju preskočite<sup>1</sup>.

### **1. kombinacija sa MINIMALNOM normalnom silom**

U prethodnim primerima (2, 4, primeri sa vežbi) smo zaključili da u velikom ekscentricitetu sila pritiska smanjuje potrebnu površinu armature. Dakle, nećemo uzeti u obzir silu  $P$ , a stalno opterećenje (ne daje  $M$ , nego samo  $N$ ) ćemo tretirati kao POVOLJNO dejstvo (manja sila pritiska daje veću računsku armaturu).

Potrebno je ISPRAVNO odabrati dijagram interakcije. Simetrično armiran presek pravougaonog oblika, armiran armaturom RA 400/500. Potrebno je još pretpostaviti položaj težišta zategnute armature odnosno usvojiti odnos  $a/d$ :

$$\text{pretp. } a_1 = 6.5 \text{ cm} \Rightarrow a/d = 6.5 / 65 = 0.1$$

U obzir dolaze dva dijagrama:

- dijagram 115. iz zbirke dijagrama interakcije (Najdanović, Alendar, Ješić) – nekoliko najčešće korišćenih dijagrama je na IMKSUS u odeljku »PROPISI, TABLICE, DIJAGRAMI«
- dijagram 2.4.10 (Priručnik za primenu PBAB 87, tom II, str. 135)

Mogu se koristiti oba i daće ISTI rezultat. Prvi daje UKUPNU, a drugi ZATEGNUTU armaturu u preseku. Ali usvojena armatura će biti ista.

Potrebno je sračunati bezdimenzione koeficijente koji se pojavljuju na osama dijagrama:

<sup>1</sup> Odnosi se ne samo na školske, već i praktične zadatke. Recimo, dimenzionišete stub na koji deluju dva vertikalna opterećenja ( $G$  i  $P$ ) i dva horizontalna (oba alternativna), vetar i seizmika. Vetar spada u povremeno opterećenje, seizmika u izuzetno (za SVE uticaje koeficijent sigurnosti je jedinstven i iznosi 1.3, nema povoljnog dejstva stalnog opterećenja, koeficijent sigurnosti ne zavisi od dilatacije zategnute armature). U kombinaciju sa seizmičkim momentom MORATE uvrstiti i sva vertikalna opterećenja (praktično, celo  $G$  i najčešće  $P/2$ , više o ovome u PGBK-1 i 2), u kombinacijama sa vetrom može (a ne mora) figurisati  $P$ , a  $G$  možemo uzeti kao povoljno. Sve u svemu, bar dve vrednosti momenata savijanja, i po dve kombinacije sila za svaki od njih je nešto što se MORA proveriti.

$$M_u = \pm 1.8 \times 200 = \pm 360 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{M_u}{bd^2 f_B} = \frac{360 \times 10^2}{25 \times 65^2 \times 2.3} = 0.148$$

$$N_u = 1.0 \times 200 = 200 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{N_u}{bdf_B} = \frac{200}{25 \times 65 \times 2.3} = 0.054$$

Sa prvog dijagrama se očitava vrednost koeficijenta  $\bar{\mu}$ , a sa drugog  $\bar{\mu}_1$ :

$$\bar{\mu} \approx 0.31 \Rightarrow A_a = 0.31 \times 25 \times 65 \times \frac{2.3}{40} = 28.96 \text{ cm}^2 = A_{a1} + A_{a2}$$

$$\bar{\mu}_1 \approx 0.155 \Rightarrow A_{a1} = 0.155 \times 25 \times 65 \times \frac{2.3}{40} = 14.48 \text{ cm}^2 = A_{a2}$$

Što se vrednosti dilatacija tiče, može se uočiti da je tačka u zoni između simultanog loma i linije 0/10‰ (NAJ dijagrami), odnosno između simultanog loma i linije 2/10‰ (BAB). Ove vrednosti nam nisu od suštinskog značaja, sem potvrde da smo pretpostavili dobre vrednosti koeficijenta sigurnosti.

---

Analički tačno rešenje je  $A_{a1} = A_{a2} = 14.33 \text{ cm}^2$ ,  $\varepsilon_B/\varepsilon_{a1} = 2.39/10\%$ . Dakle, mogućnost preciznog očitavanja je izvanredna. Toleriše se da promašite jednu liniju.

---

Jedna napomena za primenu dijagrame  $NAJ^2$  - uočićete da na njima piše:  $\bar{\mu}_{MAX} = 0.4$ . To nije nikakvo ZAKONSKO ograničenje, već prosto najveća vrednost prikazana na dijagramu. U zbirci dijagrama ovaj dijagram se nalazi na desnoj strani, a sa leve je njegov »parnjak« sa vrednošću  $\bar{\mu}_{MAX} = 1.5$  i korakom 0.1 umesto 0.02 kao na dijagramu 115 koji smo ovde koristili. Svi važniji dijagrami su dati u parovima, odnosno dijagram 115 je zumiran najčešće korišćeni deo dijagrama 114. Za najčešće korišćenu MB 30 i rebrastu armaturu, vrednosti  $\bar{\mu} = 0.4$  odgovara geometrijski procenat armiranja

$$\mu = \bar{\mu} \times \frac{f_B}{\sigma_v} = 0.4 \times \frac{2.05}{40} = 0.0205 = 2.05\%$$

što je i više od uobičajenih maksimalnih procenata armiranja elemenata. Ukoliko vam se slučajno u primeru koji radite pojavi vrednost koja je van dijagrama, odnosno preko 0.4 a ne raspolazete drugim, opštijim dijagramom:

- najpre proverite vrednosti  $m_u$  i  $n_u$  i ose na koje ste ih naneli (kao i znak  $n_u$ )
- ukoliko je tačka ipak izvan dijagrama (obično vrlo blizu maksimalne vrednosti), uradite ekstrapolaciju (očito je da su  $\bar{\mu}$ -linije ekvidistantne)

## **2. kombinacija sa MAKSIMALNOM normalnom silom**

Normalna sila PRITISKA smanjuje potrebnu armaturu... u VELIKOM ekscentricitetu. S druge strane, kod centrično pritisnutih elemenata apliciramo što VEĆU silu. Pa šta se dešava kada uz tu veliku silu deluje i nekakav moment savijanja?

U jednom trenutku normalna sila počinje da povećava potrebnu površinu armature pri konstantnom momentu savijanja. To je trenutak kada se prođe balans tačka na dijagramu interakcije (armatura ulazi u prag tečenja, dakle  $\varepsilon_B/\varepsilon_{a1} = 3.5/\varepsilon_v$ ). Balans tačka se prepoznaje po maksimalnom momentu savijanja koji presek može prihvatiti – špic na dijagramu interakcije. Dakle, kada sila  $N_u$  (odnosno bezdimenziono  $n_u$ ) toliko poraste da

---

<sup>2</sup> Najdanović, Alendar, Ješić – Dijagrami interakcije

pređemo na desni deo dijagrama (dijagrami NAJ), odnosno gornji deo (dijagrami BAB), dalje povećanje sile  $N_u$  dovodi do povećanja potrebne armature, odnosno kombinacija sa maksimalnom silom može postati merodavna. Ta granica se ne može unapred precizno definisati, ali okvirno,  $n_u \geq 0.5$ .

S obzirom na vaše iskustvo u dimenzionisanju stubova od tačno NULA urađenih primera, insistiram da za **SVAKI MOMENT SAVIJANJA proverite obavezno i kombinaciju sa minimalnom i kombinaciju sa maksimalnom silom pritiska**.

$$M_u = \pm 2.1 \times 200 = \pm 420 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{420 \times 10^2}{25 \times 65^2 \times 2.3} = 0.173$$

$$N_u = 1.9 \times 200 + 2.1 \times 1200 = 2900 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{2900}{25 \times 65 \times 2.3} = 0.776$$

Zašto maksimalni koeficijenti sigurnosti?

U betonu je sve jednostavno: možete pretpostaviti šta god hoćete, pa ako se pokaže da pretpostavka nije dobra – korekcija i sve iz početka.

Ova pretpostavka je SMISLENA – pokušavam da dobijem što veću silu, pa uzimam maksimalne koeficijente. Ukoliko se pokaže da koeficijenti sigurnosti treba da se smanje (a vrlo često se pokaže), uticaji će se smanjivati, pa će  $A_{a, \text{potr.}}$  biti sve manje. Ako se smorite iteracijama, sigurno ste usvojili VEĆU armaturu nego što je računski potrebna.

Dijagram 115 NAJ u šake (da ne crtam po dijagramu, to imate na prezentacijama sa vežbi), nanosite ove bezdimenzione veličine pa sledi:

- tačka se nalazi u oblasti promenljivih koeficijenata sigurnosti. Dilatacija  $\varepsilon_{a1}$  je između vrednosti 0 i 0.5‰, daleko bliže vrednosti 0.5‰ pa procenjujem:

$$\varepsilon_{a1} \approx 0.4\text{‰} \quad \Rightarrow \quad \gamma_{u,G} = 1.6 + \frac{3\text{‰} - 0.4\text{‰}}{3\text{‰} - 0\text{‰}} \times (1.9 - 1.6) = 1.86^3$$

$$\gamma_{u,P} = 1.8 + \frac{3\text{‰} - 0.4\text{‰}}{3\text{‰} - 0\text{‰}} \times (2.1 - 1.8) = 2.06$$

- približno, mehanički koeficijent armiranja zategnutom armaturom iznosi  $\bar{\mu} \approx 0.28$  što je MANJE od vrednosti  $\bar{\mu} \approx 0.31$  sračunatoj za MINIMALNU silu. Dalje smanjenje koeficijenata sigurnosti smanjuje i uticaje, samim tim i armaturu, pa nije ni neophodno sprovoditi dalji proračun.
- da, ovo poslednje važi za mene, jer sam se sit navežbao čitanja dijagrama interakcije. Ali ne i za vas, koji NE ZNATE da ih koristite a MORATE da naučite. Stoga nastavite proračun, da vidite kad će kraj (kad bi ovo bilo merodavno):

$$M_u = \pm 2.06 \times 200 = \pm 412 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{412 \times 10^2}{25 \times 65^2 \times 2.3} = 0.170$$

$$N_u = 1.86 \times 200 + 2.06 \times 1200 = 2844 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{2844}{25 \times 65 \times 2.3} = 0.761$$

Tačka je ponovo u oblasti između 0 i 0.5‰. Recimo da su dilatacije, pa samim tim i koeficijenti sigurnosti, pogođeni. Očitavamo  $\bar{\mu} \approx 0.26$  pa sledi:

<sup>3</sup> Linearna interpolacija koeficijenata sigurnosti, PBAB 87, član 80

$$\bar{\mu} \approx 0.26 \Rightarrow A_a = 0.26 \times 25 \times 65 \times \frac{2.3}{40} = 24.29 \text{ cm}^2 = A_{a1} + A_{a2} < 28.96 \text{ cm}^2$$

---

Analički tačno rešenje je  $A_{a1} = A_{a2} = 12.26 \text{ cm}^2$ ,  $\varepsilon_b/\varepsilon_{a1} = 3.5/0.38\%$  ( $\gamma_{ug} = 1.862$ ).

---

Kraj iteracija. I muka. Merodavna je prva kombinacija, dala je veću armaturu.

### Ima li pitanja?

Da li je ova druga kombinacija **VELIKI** ekscentricitet?

Jeste. Dilatacija armature je ZATEZANJE, dakle, neutralna linija je u preseku. Postoji zona pritiska i zona zatezanja, dakle V.E. **Ali šta me to briga?** Veliki ili mali ekscentricitet, pokazano je armatura je DOVOLJNA.

Zar dilatacija  $\varepsilon_{a1}$  ne mora da bude **PREKO 3%**?

Ne mora baš uvek. Recimo u centričnom pritisku, tamo je 2% PRITISKA. Dobro, imamo i moment savijanja. Ali, šta se dešava ako bi  $\varepsilon_{a1}$  da padne ispod 3%? Prešli bismo na dvojno armiranje. Što smo već primenili, presek je SIMETRIČNO armiran. Pod dejstvom ovakve kombinacije momenta i normalne sile očito nije moguće zadovoljiti prethodni uslov, ali smo već patili povećanjem koeficijenata sigurnosti.

Šta ako nemamo dijagrame interakcije?

Pa naći ćemo nekog ko ih ima. Pitanje je bilo veoma glupo, na prvi pogled. Na drugi pogled, ponudiću razuman odgovor na sledećoj strani.

*Da se malo osvrnemo na ispit. Pojavi se ovaj zadatak u jednom roku, vi nađete rešenje za koje se pokazalo da je tačno. U sledećem roku ISTI zadatak, sve cifre iste. Samo je marka betona različita. Ludilo, pa na prvom času smo pokazali da MB nešto ne utiče na rezultate, čak i ako ste u euforiji primetili da se MB promenila. 10-15 sigurnih poena. Da li je baš tako?*

Evo istog primera, samo je MB 30 umesto MB 35. Ovog puta bez objašnjenja, samo cifre i najnužnija poređenja. Analički proverene vrednosti (postoji način, nije baš jednostavan) a vi proveravajte očitavanjem sa dijagrama, videli smo da je tačnost odlična.

#### **1a. kombinacija sa MINIMALNOM normalnom silom**

$$M_u = \pm 1.8 \times 200 = \pm 360 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{360 \times 10^2}{25 \times 65^2 \times 2.05} = 0.166$$

$$N_u = 1.0 \times 200 = 200 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{200}{25 \times 65 \times 2.05} = 0.060$$

$$\bar{\mu}_1 = 0.173 \quad ; \quad \varepsilon_b / \varepsilon_{a1} = 2.50 / 10\%$$

$$A_{a1} = A_{a2} = 0.173 \times 25 \times 65 \times \frac{2.05}{40} = 14.40 \text{ cm}^2$$

---

Samo da podsetim, sa dijagrama 2.4.10 iz **BAB** čitate ZATEGNUTU armaturu (upravo ovaj mehanički koeficijent armiranja), a sa dijagrama 115 **NAJ** UKUPNU armaturu u preseku (dvostruko veći broj).

---

Pa šta je poenta?

$$\text{MB 35: } A_{a1} = A_{a2} = 14.33 \text{ cm}^2$$

$$\text{MB 30: } A_{a1} = A_{a2} = 14.40 \text{ cm}^2$$

Zasad mogu samo da kažem da je sve OK. Naime, za manju MB smo dobili veću armaturu, što je očekivano. I razlika je mala, što je takođe očekivano. Prve vežbe, savijanje.

## 2a. kombinacija sa MAKSIMALNOM normalnom silom

$$M_u = \pm 2.1 \times 200 = \pm 420 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{420 \times 10^2}{25 \times 65^2 \times 2.05} = 0.194$$

$$N_u = 1.9 \times 200 + 2.1 \times 1200 = 2900 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{2900}{25 \times 65 \times 2.05} = 0.871$$

$$\varepsilon_{a1} \approx 0.2\text{‰} \quad \Rightarrow \quad \gamma_{u,G} = 1.88 \quad ; \quad \gamma_{u,P} = 2.08 \quad \Rightarrow \quad \bar{\mu}_1 \approx 0.208$$

$$M_u = \pm 2.08 \times 200 = \pm 416 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{416 \times 10^2}{25 \times 65^2 \times 2.05} = 0.192$$

$$N_u = 1.88 \times 200 + 2.08 \times 1200 = 2872 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{2872}{25 \times 65 \times 2.05} = 0.862$$

$$\varepsilon_{a1} \approx 0.23\text{‰} \quad \Rightarrow \quad \gamma_{u,G} = 1.877 \quad ; \quad \gamma_{u,P} = 2.077 \quad \Rightarrow \quad \bar{\mu}_1 \approx 0.202$$

$$M_u = \pm 2.077 \times 200 = \pm 415.4 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{415.4 \times 10^2}{25 \times 65^2 \times 2.05} = 0.192$$

$$N_u = 1.877 \times 200 + 2.077 \times 1200 = 2868 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{2868}{25 \times 65 \times 2.05} = 0.861$$

$$\varepsilon_{a1} = 0.229\text{‰} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\bar{\mu}_1 \approx 0.201}$$

Iskreno, poslednja iteracija je moguća analitički, praktično se ne očekuje.

$$A_{a1} = A_{a2} = 0.201 \times 25 \times 65 \times \frac{2.05}{40} = 16.77 \text{ cm}^2$$

Šta je sad ovo?

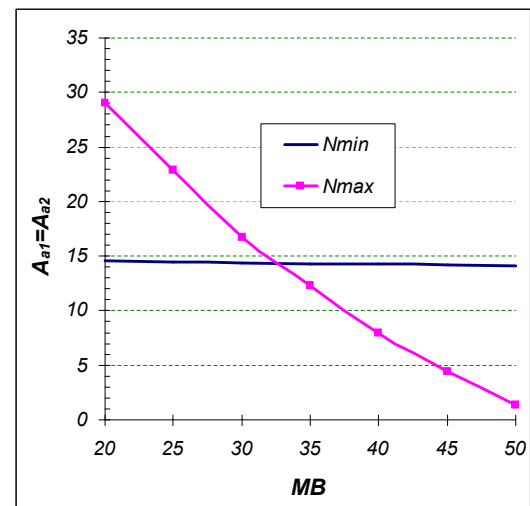
$$\text{MB 35: } A_{a1} = A_{a2} = 12.26 \text{ cm}^2$$

$$\text{MB 30: } A_{a1} = A_{a2} = 16.77 \text{ cm}^2$$

Za isti presek i uticaje, ali MB 30, merodavna je kombinacija sa MAKSIMALNOM silom pritiska.

Šta nije u redu? Sve je u redu, jer je u preseku sa manjom MB potrebno više armature. S druge strane, dilatacija zategnute armature pada, pada i napon  $\sigma_{a1}$  (znatno ispod granice  $\sigma_{vj}$ ), pa se potrebna sila  $Z_{au}$  dobija povećanjem  $A_{a1}$ .

Potrebna površina armature [ $\text{cm}^2$ ] za predmetni stub, ukoliko je izveden od betona marke MB 20 do MB 50, prikazan je na dijagramu desno. **Što manja marka, veća je šansa da bude merodavna kombinacija sa maksimalnom silom.**



Da rezimiramo:

- ne znamo unapred koja će kombinacija biti merodavna. Što više iskustva, više šanse da se posao smanji (ne pričam o ispitnim zadacima sa 2-3 kombinacije, već o praktičnim problemima koje radite svakog dana)
- potrebno je da proverimo obe kombinacije ( $N_{min}$ ,  $N_{max}$ ) za SVAKI granični računski  $M_u$  (vetar, seizmika, temperatura i sl.)

Ukoliko se vaše interesovanje za beton svodi na »kako što jednostavnije položiti ispit i tačka« što je legitimno, očekujem da barem SLEPO SLUŠATE INSTRUKCIJE i radite tačno ono što vam se kaže (napiše). Ni red manje, nikakvo izmišljanje drugih načina (od starijih kolega, nastavnika, roditelja i rođaka). Da postoji kraći način, bio bi izložen. Na vežbama, naravno.

Inače, o uticaju pojedinih parametara na nosivost preseka imate ponešto u materijalu

### **09 - MALI EKSCENTRICITET. KONSTRUKCIJA DIJAGRAMA INTERAKCIJE.PPT**

gde se, naravno, nalaze i objašnjenja »šta je šta« na dijagramima interakcije i kako odabrati dobar dijagram za dimenzionisanje.

Da se vratimo glupom pitanju "šta ako nemamo dijagrame interakcije"?

Koje i nije tako glupo ukoliko nije postavljeno tek da bi se nešto pitalo. A sit ću se na ovo pitanje naodgovarati na IV godini, kad počnu da dimenzionišu zid **slapački tabajući** ugledni primer.

Dakle, šta to dijagram interakcije ima a tablice nemaju? **NOSIVOST PRITISNUTE ARMATURE.**

Potpuno je svejedno da li je presek opterećen na složeno ili čisto savijanje, princip je isti. Ukoliko je presek napregnut alternativnim uticajima, biće armiran simetrično. Isti moment, simetričan presek  $\Rightarrow$  ista armatura uz obe ivice preseka. Ako nemamo dijagrame interakcije  $\Rightarrow$  proračun »peške« (tablice, vezano dimenzionisanje). Da probamo:

#### **1b. kombinacija sa MINIMALNOM normalnom silom**

$$M_u = 1.8 \times 200 = 360 \text{ kNm}$$

$$N_u = 1.0 \times 200 = 200 \text{ kN}$$

$$\text{pretp. } a_1 = 6.5 \text{ cm}^4 \quad \Rightarrow \quad h = 65 - 6.5 = 58.5 \text{ cm}$$

$$M_{au} = 360 + 200 \times \left( \frac{0.65}{2} - 0.065 \right) = 412 \text{ kNm}$$

$$k = \frac{58.5}{\sqrt{\frac{412 \times 10^2}{25 \times 2.3}}} = 2.185 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_b / \varepsilon_a = 3.5 / 8.373\%, \quad \bar{\mu} = 23.863\%$$

$$A_{a1} = 23.863 \times \frac{25 \times 58.5}{100} \times \frac{2.3}{40} - \frac{200}{40} = 15.07 \text{ cm}^2$$

Dakle, presek je u računskom smislu JEDNOSTRUKO armiran – dovoljna je samo za-tegnuta armatura. A armatura u drugoj zoni (za ovaj znak  $M_u$  - pritisnuta) se stavlja zbog toga što ovaj isti moment može promeniti znak. Da li ta armatura, koju smo u proračunu zaboravili, POMAŽE ili ODMAŽE? I koliko?

MALO POMAŽE, uporedite rezultate 1 i 1b.

- simetrično armiran (dijagram interakcije):  $A_{a1} = 14.33 \text{ cm}^2$  (str. 4)
- jednostruko armiran (tablice):  $A_{a1} = 15.07 \text{ cm}^2$

Naime, pritisnuta armatura, koju nismo uzeli u račun, preuzima na sebe deo sile pritiska. Što neutralnu liniju pomera ka pritisnutoj ivici preseka i time povećava krak unutrašnjih sila, tj. smanjuje potrebnu površinu armature.

<sup>4</sup> radim sa istom statičkom visinom, da bih eliminisao uticaj njene promene na razliku u potrebnoj  $A_{a1}$



Ako na prvo čitanje nije jasno, morate se malo vratiti unazad – redom od dimenzionisanja pravougaonog preseka, preko određivanja momenata loma. U svakom slučaju, tu su i razni materijali i konsultacije. Samo nemojte odustati.

Očito je suštinsko pitanje “**šta ZAPRAVO radimo kad dimenzionišemo presek**” pošto “čitamo koeficijente iz tablica” svakako nije pravi odgovor.

Tražimo stanje dilatacija preseka ( $s$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_a$ ) zadovoljavajući uslov ravnoteže MOMENTA savijanja. Hajde najkraće moguće podsećanje:

Položaj neutralne linije ( $s$ ) i dilatacije betona i zategnute armature su vezani:

- Bernulijevom hipotezom ravnih preseka
- uslovima loma (granične dilatacije)

što znači da tražimo JEDNU a ne tri veličine. I da je najjednostavnije da odaberemo  $s$  za tu nepoznatu. Podsetite se toga – veze ove tri veličine su explicitno ispisane, npr.:

01 - SAVIJANJE - PRAVOUGAONI PRESEK.PDF, strana 18.

ili PPT sa vežbi: 05 - MOMENT LOMA.PPT

Kada se iz uslova ravnoteže momenata savijanja odredi  $s$ , iz uslova ravnoteže normalnih sila se odredi  $A_{a1}$ . Kad imate tablice, prosto je. Kad nemate – ide otprilike ovako:

- pretpostavite  $s \Rightarrow \varepsilon_b, \varepsilon_{a1}$
- sa poznatim  $\varepsilon_b$  sračunavate koeficijent punoće  $\alpha$  i silu pritiska u betonu:

$$D_{bu} = \alpha \times s \times b \times h \times f_B$$

i njen položaj u odnosu na gornju ivicu preseka  $\eta$  (takođe funkcija samo  $\varepsilon_b$ ).

- sračunavamo krak unutrašnjih sila:

$$z_b = \zeta \times h = (1 - \eta \times s) \times h$$

i moment unutrašnjih sila u odnosu na težište zategnute armature:

$$M_{au} = D_{bu} \times z_b$$

Dakle, sve poznato. Ali, ovaj moment mora uravnotežiti moment spoljašnjih sila:

$$M_{au} = M_u + N_u \times y_{a1} = M_u + N_u \times (d/2 - a_1)$$

Pošto to sa nasumično odabranom vrednošću  $s$  neće biti zadovoljeno, ponavljamo navedene korake dok ne zadovoljimo momentni uslov sa razumnom tačnošću. Posao savršen za Excel i Goal seek naredbu. Sve izraze imate. I brdo primera sa tačnim rezultatima, za proveru.

Šta je sa primerom gde treba uzeti u obzir i pritisnutu armaturu (simetrično armiranje)?

Imamo još jednu (ne)poznatu veličinu. Površinu pritisnute armature  $A_{a2}$ . Koja je ISTA kao i zategnuta  $A_{a1}$ . Koju takođe ne znamo. I računamo je iz sume normalnih sila. Ali tek kad najpre zadovoljimo sumu momenata. U kojoj sada figuriše i  $A_{a2}$  – koju ne znamo. Jer nije više  $D_{bu}$  jedina unutrašnja sila koja daje moment oko težišta zategnute armature. Pojavljuje se i  $D_{au}$ :

$$D_{au} = A_{a2} \times \sigma_{a2}$$

pri čemu se napon u pritisnutoj armaturi određuje (vidi RDČ) iz izraza:

$$\sigma_{a2} = \varepsilon_{a2} \times E_a \leq \sigma_v$$

dok se dilatacija  $\varepsilon_{a2}$  računa iz proporcije (Bernoulli), dakle, poznata je. Ako znamo položaj armature  $a_2$ . A znamo ga, jer je isti kao  $a_1$  (simetrično armiranje). A  $a_1$  smo pretpostavili u prvom redu. Može da se reši, ali malo je zapetljano. Nije za svaki dan. Zato su dobri ljudi napravili dijagrame interakcije.

*Šalu na stranu (mada zapravo mislim vrlo ozbiljno) – ukoliko nemamo dijagram interakcije (ili ne želimo (!!!) da ga koristimo) – koliku grešku pravimo?*

Dobra stvar je što ostajemo na strani sigurnosti. Odnosno usvajamo više armature. U ovom primeru ta razlika je mala:

$$\Delta = \frac{15.07 - 14.33}{14.33} \times 100\% = 5.1\%$$

Nije ni malo, mada bi verovatno usvojena armatura bila ista u oba slučaja. Ali nije ovo jedini primer, da bi doneli nekakav opšti zaključak.

Razlika se povećava sa povećanjem pritisnute armature u preseku. A ona se povećava sa povećanjem zategnute armature (koja je ista tolika). A zategnuta se povećava sa povećanjem momenta savijanja. Pa zaključite.

Ako je moment savijanja isti – uticaj pritisnute armature se povećava sa povećanjem sile pritiska. Jer sila pritiska spušta neutralnu liniju u preseku (što povećava dilataciju  $\varepsilon_{a2}$  i napon  $\sigma_{a2}$ ) – nije teško, ali ne može sve odjednom u glavu. I gledajte PRORAČUNSKI model – dijagrame dilatacija, napona, unutrašnje sile i njihove položaje dok ovo čitate.

I samo izuzetno (nije vredno detaljnog obrazlaganja, da ne kažem spada u »pakovane« primere) se može desiti da sa dijagrama interakcije pročitate (minimalno) veću vrednost od one dobijene pri proračunu jednostruko armiranog preseka.

Dakle, možemo očekivati da je za primer 2 (maksimalna sila pritiska) veća razlika između rezultata proračuna pomoću dijagrama interakcije i »pešačkog«, jednostruko armiranog – pomoću tablica. Da se uverimo:

### **2b. kombinacija sa MAKSIMALNOM normalnom silom**

$$M_u = 1.8 \times 200 = 360 \text{ kNm}$$

$$N_u = 1.6 \times 200 + 1.8 \times 1200 = 2480 \text{ kN}$$

$$\text{pretp. } a_1 = 6.5 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad h = 65 - 6.5 = 58.5 \text{ cm}$$

$$M_{au} = 360 + 2480 \times \left( \frac{0.65}{2} - 0.065 \right) = 1004.8 \text{ kNm}$$

$$k = \frac{58.5}{\sqrt{\frac{1004.8 \times 10^2}{25 \times 2.3}}} = 1.399 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_a < 3\text{‰} \Rightarrow \text{dvostruko armiranje}$$

$$\text{usvojeno: } \varepsilon_{a1}^* = 3\text{‰} \Rightarrow k^* = 1.719, \quad \bar{\mu}^* = 43.590\%$$

$$M_{abu} = \left( \frac{58.5}{1.719} \right)^2 \times 25 \times 2.3 = 66560 \text{ kNcm} = 665.6 \text{ kNm}$$

$$\Delta M_{au} = 1004.8 - 665.6 = 339.2 \text{ kNm}$$



$$\text{pretp. } a_2 = 6.5 \text{ cm}^5 \quad \Rightarrow \quad A_{a_2} = \frac{339.2 \times 10^2}{(58 - 6.5) \times 40} = 16.31 \text{ cm}^2$$

$$A_{a_1} = 43.590 \times \frac{25 \times 58.5}{100} \times \frac{2.3}{40} - \frac{2480}{40} + 16.31 = -9.04 \text{ cm}^2 < 0$$

Šta je sad ovo? Negativna površina zategnute armature?

Prosto, NIJE MOGUĆE zadovoljiti uslove ravnoteže tako da zadovoljimo postavljeni uslov  $\varepsilon_{a_1} \geq 3\text{‰}$ . Što znači da treba pokušati nešto drugo (zapravo, smanjiti napon u zategnutoj armaturi) – odnosno uzeti dijagrame interakcije u ruke.

Ako ih i dalje nemate – može i iterativni postupak skiciran od sredine strane 7. Ako ne ide, obratite se za pomoć nekome ko zna da reši problem. Dok ste u klupi, a da pritom niste na ispitu. A na ispit se OBAVEZNO nose. I zna se sa njima...

### **Konačno – rešenja:**

U donjem desnom uglu Lista 2 godišnjeg zadatka imate rešenja za zadatke 4 i 5. Zato što je jako važno da ovo naučite da radite. I ne lažite i sebe i nas štelujući rešenja (ionako većina ne bi spoznala šta je koji broj) jer kad-tad izlazite na ispit a tu se sve pokaže.

Zadatak 4 - potrebna armatura sa leve, odnosno desne strane stuba. Razdvojene sa “//”. Armatura desno (manja) može biti ili pritisnuta armatura iz slučaja G+W, ili zategnuta iz slučaja G-W – data je samo MERODAVNA (veća) vrednost. Naravno da se vaše vrednosti mogu razlikovati od priloženih rešenja, ali ta razlika se meri procentima – da ne kažem delovima procenta. Jedino što se može razlikovati je pretpostavljena vrednost  $a_1$ .

Zadatak 5 - Potrebna površina armature sa JEDNE strane preseka ( $A_{a_1}$ ) za kombinaciju sa minimalnom, odnosno maksimalnom silom respektivno (razdvojene oznakom “//”), poslednja cifra predstavlja koeficijent sigurnosti za STALNO opterećenje za kombinaciju sa maksimalnom silom pritiska. Svima (skoro svima, sem možda par izuzetaka gde je poslednji broj 1.9) je sila od povremenog opterećenja  $P$  određena tako da se nađu u zoni promenljivih koeficijenata sigurnosti.

Nemojte prespavati vežbe sa konstukcijom i primenom dijagrama interakcije. Imate i materijal na IMKSUS i razne primere. Ali i pitanje za USMENI deo ispita, koje se neće detaljnije razglabati nego u pomenutim primerima.

Uzged, naučite da na dijagramima interakcije **pokažete**:

- centrični pritisak
- centrično zatezanje
- čisto savijanje
- mali ekscentricitet (i pritisak i zatezanje)
- zonu promenljivih koeficijenata sigurnosti

Kakva divna pitanjca za kolokvijum...pored onih od prošlih sezona...

Srećan rad. Vratite se ovome s vremena na vreme – valjda je jasno da ovde piše puno više od golog primera za zadatak 5.

---

<sup>5</sup> SIMETRIČNO armiranje  $\Rightarrow a_1 = a_2$