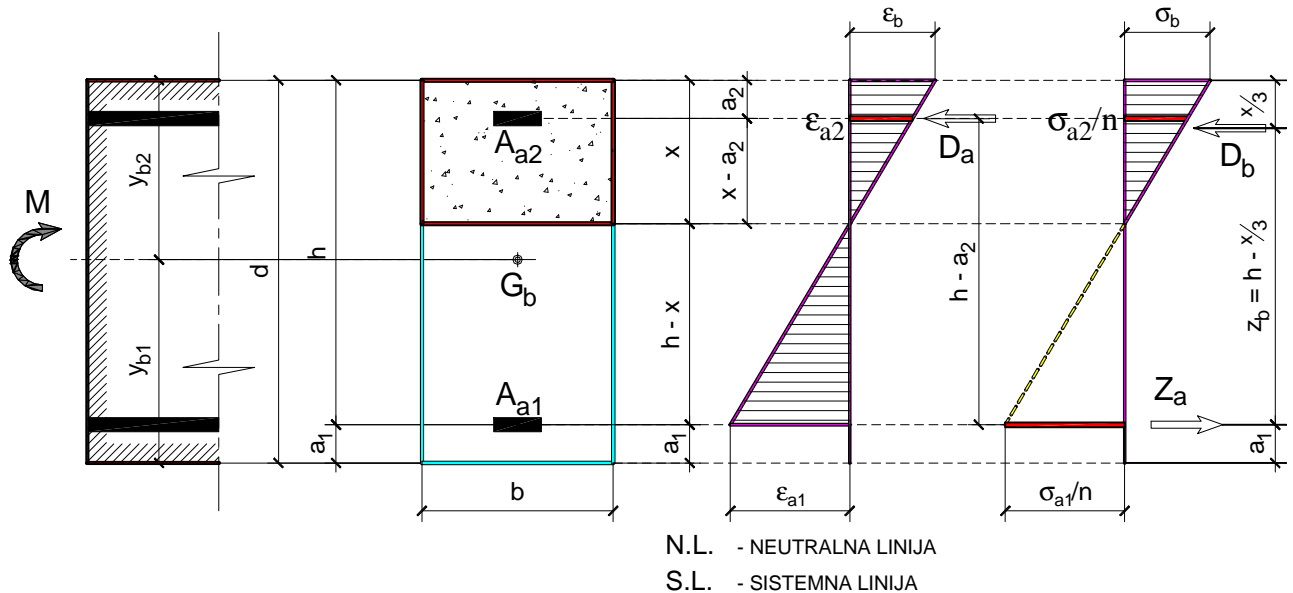


ODREĐIVANJE NAPONA U PRESEKU SA PRSLINOM

Postupak određivanja napona u betonu i armaturi biće prikazan na primeru pravougaonog dvostruko armiranog preseka opterećenog na čisto savijanje. Na donjoj skici su prikazane potrebne geometrijske veličine, dijagrami napona i dilatacija i presečne sile.



Poznate su geometrijske i mehaničke karakteristike (dimenzije preseka, količina i raspored armature, kvalitet materijala), a nepoznati naponi i odgovarajuće dilatacije. Pri tome važe sledeće hipoteze:

- raspored dilatacija po visini preseka je **linearan** - važi Bernoulli-jeva hipoteza ravnih preseka;
- kompletnu silu zatezanja u preseku sa prslinom prihvata armatura (na delu ispod neutralne linije $s_b \neq 0$)
- veza napon-dilatacija za oba materijala data je Hooke-ovim zakonom:

$$s_b = E_b \times \epsilon_b$$

$$s_a = E_a \times \epsilon_a = n \times E_b \times \epsilon_a$$

odakle proizilazi da je i dijagram napona pritiska u betonu **linearan**.

Uspostavljanjem navedenih relacija, broj nepoznatih veličina je moguće svesti na dve (po pravilu, to su koeficijent položaja neutralne linije s i napon u betonu s_b), koliko ima i uslova ravnoteže iz kojih se ove nepoznate veličine sračunavaju:

$$\sum N = 0 : D_b + D_a - Z_a = N \equiv 0$$

$$\sum M_a = 0 : D_b \times \left(h - \frac{x}{3} \right) + D_a \times (h - a_2) = M_a \equiv M$$

Položaj neutralne linije i dilatacije zategnute i pritisnute armature u funkciji dilatacije betona:

$$s = \frac{x}{h} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_{a1}} \Rightarrow \varepsilon_{a1} = \frac{1-s}{s} \times \varepsilon_b \quad ; \quad \varepsilon_{a2} = \frac{x-a_2}{x} \times \varepsilon_b = \frac{s-\alpha_2}{s} \times \varepsilon_b$$

Unutrašnje sile u betonu (D_b) i armaturi (Z_{au} , D_{au}) moguće je napisati u obliku:

$$D_b = \sigma_b \times b \times \frac{x}{2} = E_b \times \varepsilon_b \times \frac{s}{2} \times b \times h$$

$$D_a = \sigma_{a2} \times A_{a2} = E_a \times \varepsilon_{a2} \times \mu_2 \times b \times h = n \times E_b \times \frac{s-\alpha_2}{s} \times \varepsilon_b \times \mu_2 \times b \times h$$

$$Z_a = \sigma_{a1} \times A_{a1} = E_a \times \varepsilon_{a1} \times \mu_1 \times b \times h = n \times E_b \times \frac{1-s}{s} \times \varepsilon_b \times \mu_1 \times b \times h$$

Zamenom u uslovu ravnoteže normalnih sila, sledi:

$$\frac{s}{2} + n \times \mu_2 \times \frac{s-\alpha_2}{s} - n \times \mu_1 \times \frac{1-s}{s} = \frac{N}{b \times h \times E_b \times \varepsilon_b} \equiv 0$$

odnosno konačno, nakon sređivanja:

$$\boxed{s^2 + 2 \times n \times (\mu_1 + \mu_2) \times s - 2 \times n \times (\mu_1 + \mu_2 \times \alpha_2) = 0} \quad (1)$$

U gornjim izrazima veličina $n = E_a/E_b$ predstavlja **broj ekvivalencije**, tj. odnos modula deformacije čelika i betona.

Dakle, i ovde se položaj neutralne linije u preseku (veličina s) određuje iz uslova ravnoteže normalnih sila. Treba međutim uočiti da položaj neutralne linije **ne zavisi od intenziteta spoljašnjeg opterećenja**, već samo od količine i rasporeda armature u preseku. Povećanjem uticaja, povećavaju se naponi u betonu i armaturi, ali položaj neutralne linije ostaje nepromenjen.

Napon u betonu određuje se iz uslova ravnoteže momenata savijanja. Uvrštavanjem izraza za unutrašnje sile u uslov ravnoteže, sledi:

$$\sigma_b \times b \times \frac{x}{2} \times \left(h - \frac{x}{3}\right) + n \times \sigma_b \times \frac{x-a_2}{x} \times \mu_2 \times b \times h \times (h-a_2) = M_a \equiv M$$

$$\sigma_b \times \frac{s}{2} \times \left(1 - \frac{s}{3}\right) + n \times \sigma_b \times \frac{s-\alpha_2}{s} \times \mu_2 \times (1-\alpha_2) = \frac{M}{b \times h^2}$$

odakle, nakon sređivanja, sledi:

$$\sigma_b = \frac{M}{b \times h^2} \times \frac{s}{\frac{s^2}{2} \times \left(1 - \frac{s}{3}\right) + n \times \mu_2 \times (s-\alpha_2) \times (1-\alpha_2)}$$

Poslednji izraz se češće piše u obliku koji važi za proizvoljan oblik poprečnog preseka sa jednom osom simetrije i proizvoljno (čisto ili složeno) jednoosno savijanje:

$$\boxed{\sigma_b = \frac{M_a}{b \times h^2} \times \frac{s}{J_{Ib} + n \times \mu_2 \times (s-\alpha_2) \times (1-\alpha_2)} \Rightarrow \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}} \quad (2)$$

pri čemu M_a predstavlja moment savijanja spoljašnjih sila u odnosu na težište zategnute armature, dok je J_{Ib} integralna funkcija, zavisna od oblika pritisnute zone poprečnog preseka. Za pravougaoni presek zavisi samo od položaja neutralne linije:

$$J_{Ib} = \frac{s^2}{2} \times \left(1 - \frac{s}{3}\right) = J_{Ib} \times \zeta_b$$

J_{Ib} - pomnožen sa $b \times h \times s_b$, predstavlja statički moment površine pritisnutog dela betonskog preseka u odnosu na težište idealizovanog preseka (**neutralnu liniju**)

J_{Ib}/s - pomnožen sa $b \times h^2 \times s_b$, predstavlja statički moment sile pritiska u betonu u odnosu na težište zategnute armature

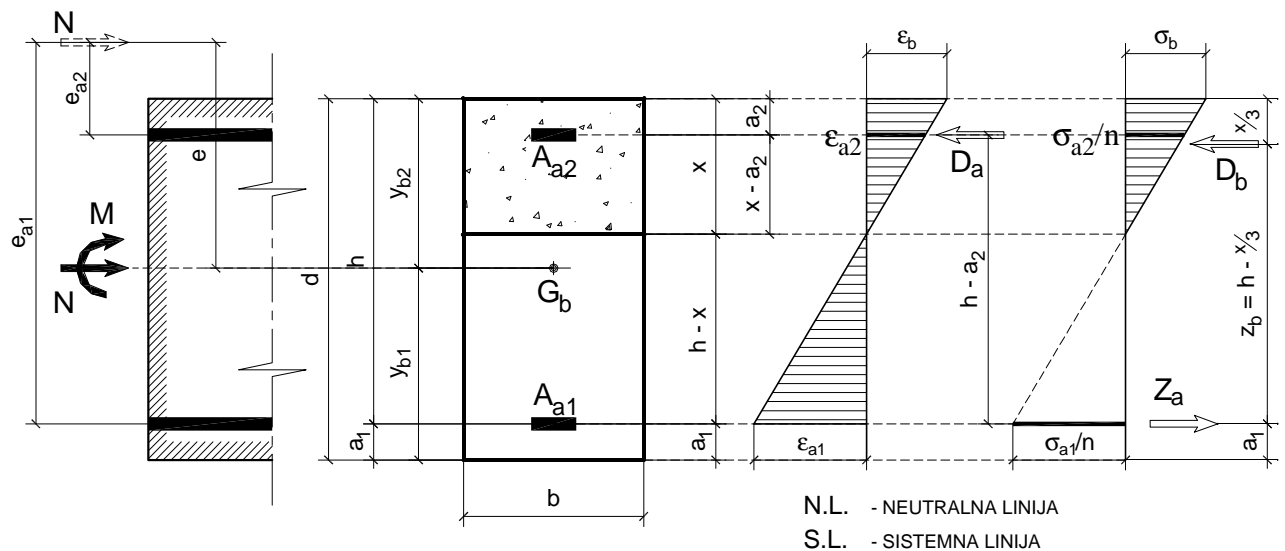
z_b - koeficijent kraka unutrašnjih sila

$$\zeta_b = \frac{J_{Ib}}{J_{Ib}} \approx 0.90$$

Konačno, napon u zategnutoj, odnosno pritisnutoj armaturi, možemo sračunati iz izraza:

$$\begin{aligned} \sigma_{a1} &= n \times \sigma_b \times \frac{1-s}{s} \Rightarrow \varepsilon_{a1} = \frac{\sigma_{a1}}{E_a} \\ \sigma_{a2} &= n \times \sigma_b \times \frac{s-\alpha_2}{s} \Rightarrow \varepsilon_{a2} = \frac{\sigma_{a2}}{E_a} \end{aligned} \quad (3)$$

PRAVOUGAONI PRESEK - SLOŽENO SAVIJANJE



Na gornjoj skici su prikazane potrebne geometrijske veličine, dijagrami napona i dilatacija i presečne sile. Na istovetan način kao u slučaju čistog savijanja dobija se, iz uslova ravnoteže normalnih sila, izraz za određivanje položaja neutralne linije:

$$s^3 + 3 \left(\frac{e_{a1}}{h} - 1 \right) \times s^2 + 6n \left(\frac{e_{a1}}{h} \mu_1 + \frac{e_{a2}}{h} \mu_2 \right) \times s - 6n \left(\frac{e_{a1}}{h} \mu_1 + \frac{e_{a2}}{h} \mu_2 \alpha_2 \right) = 0 \quad (4)$$

Sve oznake su iste kao u slučaju čistog savijanja, a odgovarajući ekscentriciteti napadne tačke sile N u odnosu na težište zategnute, odnosno pritisnute armature dati su izrazima:

$$e_{a1} = e + y_{a1} = \frac{M}{N} + \frac{d}{2} - a_1 \quad ; \quad e_{a2} = e - y_{a2} = \frac{M}{N} - \frac{d}{2} + a_2$$

Kada se iz izraza (4) odredi položaj neutralne linije, iz izraza (2) i (3) određuju se naponi u betonu i armaturi, odnosno odgovarajuće dilatacije.

"T" PRESEK ($x > d_p$)

Koriste se sledeće oznake:

$$\mu_1 = \frac{A_{a1}}{bh} \quad ; \quad \mu_2 = \frac{A_{a2}}{bh} \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{h} \quad ; \quad \delta = \frac{d_p}{h} \quad ; \quad n = \frac{E_a}{E_b}$$

$$J_{lb} = \frac{B}{b} \times \frac{s^2}{2} - \left(\frac{B}{b} - 1 \right) \times \frac{(s - \delta)^2}{2} \quad (**)$$

$$J_{llb} = \frac{B}{b} \times \frac{s^2}{2} \times \left(1 - \frac{s}{3} \right) - \left(\frac{B}{b} - 1 \right) \times \frac{(s - \delta)^2}{2} \times \left(1 - \frac{s + 2\delta}{3} \right)$$

Određivanje položaja neutralne linije:

ČISTO SAVIJANJE

$$-n \times (\mu_1 + \mu_2) \times s - J_{lb} + n \times (\mu_1 + \mu_2 \alpha_2) = 0 \quad (5)$$

SLOŽENO SAVIJANJE

$$-n \times \left(\frac{e_{a1}}{h} \mu_1 + \frac{e_{a2}}{h} \mu_2 \right) \times s + J_{llb} - \frac{e_{a1}}{h} \times J_{lb} + n \times \left(\frac{e_{a1}}{h} \mu_1 + \frac{e_{a2}}{h} \mu_2 \alpha_2 \right) = 0 \quad (6)$$

Kada se iz izraza (5) za čisto, odnosno (6) za složeno savijanje, odredi položaj neutralne linije u preseku, iz izraza (2) i (3) se određuju traženi naponi u betonu i armaturi. Naravno, potrebno je odrediti koeficijent J_{llb} za odgovarajući presek, iz izraza (**). Sve geometrijske oznake koje nisu eksplicitno navedene, iste su kao za pravougaoni poprečni presek.

Ukoliko se neutralna linija nalazi u ploči ($s \leq d$), proračun se sprovodi za pravougaoni presek širine B , u odnosu na koju se određuju i koeficijenti armiranja m_1 i m_2 .

Napominje se da je M_a u izrazu za napon u betonu moment savijanja spoljašnjih sila u odnosu na težište zategnute armature, određen, kao i za pravougaoni presek, iz izraza:

$$M_a = M + N \times y_{a1} = M + N \times \left(\frac{d}{2} - a_1 \right)$$

Izrazi koji se odnose na složeno savijanje su izvedeni za slučaj dejstva SILE PRITISKA. Ukoliko na presek deluje sila zatezanja, treba je u date izraze uvrstiti sa negativnim znakom.