

TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA

DIMENZIONISANJE PRESEKA PREMA TEORIJI GRANIČNIH STANJA - Granična stanja nosivosti -

Prof. dr Snežana Marinković

Doc.dr Ivan Ignjatović

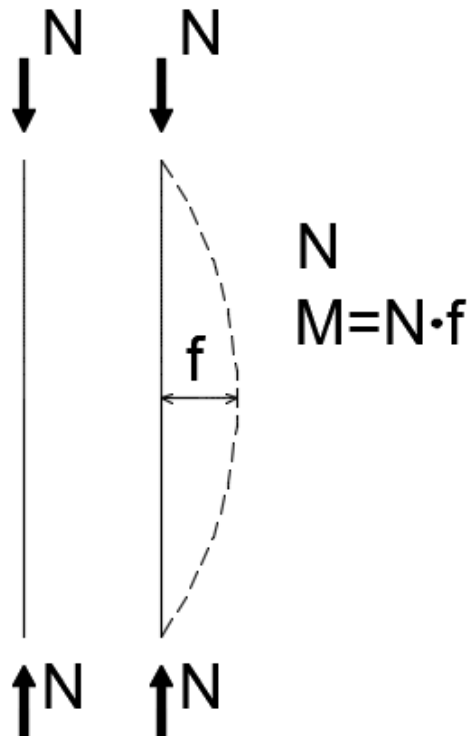
Semestar: V

ESPB: 6

- 1. Centrično pritisnuti elementi**
- 2. Centrično zategnuti elementi**
- 3. Mali ekscentricitet - Ekscentrično zategnuti elementi**
- 4. Elementi opterećeni momentima savijanja**
- 5. Ekscentrično opterećeni elementi – veliki ekscentricitet**
- 6. “T” preseci**
- 7. Mali ekscentricitet – Ekscentrično pritisnuti elementi. Dijagrami interakcije**
- 8. Elementi opterećeni transverzalnim silama**
- 9. Elementi opterećeni momentima torzije**

1. Centrično pritisnuti elementi

- *Elementi kod kojih sila deluje u težištu poprečnog preseka ili sa ekscentričnošću $e \leq l/300$*
- *Prilikom delovanja sile pritiska => bočna deformacija*
- *Povećanje krivine => dalje povećanje momenta*



- *Nastupa jedan od dva slučaja:*

- 1) *Ostvaruje se ravnoteža spoljašnjih i unutrašnjih sila*
- 2) *Ne ostvaruje se ravnoteža spoljašnjih i unutrašnjih sila; dalje povećanje krivine i momenta => lom elementa*

1. Centrično pritisnuti elementi



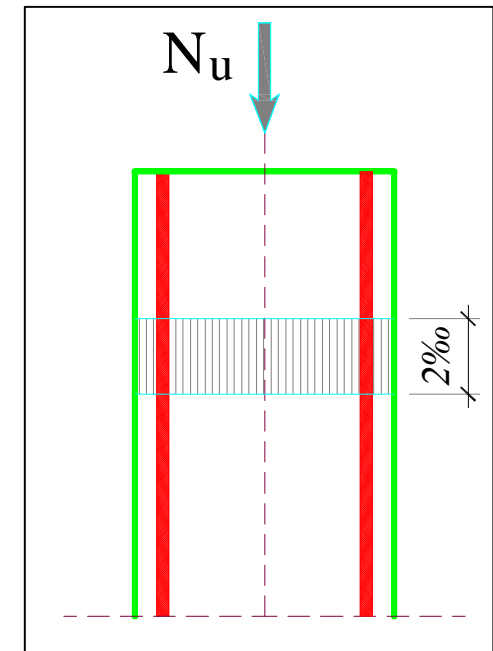
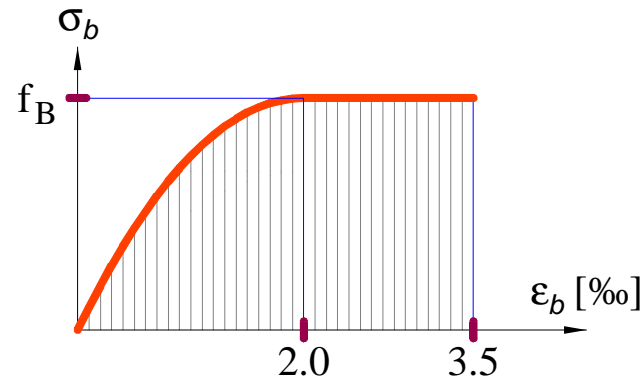
1. Centrično pritisnuti elementi $\lambda \leq 25$

- Granično stanje nosivosti se dostiže pri $\varepsilon_b = \varepsilon_a = 2\%$
- Uslov ravnoteže spoljašnje granične sile N_u i unutrašnjih sila pritiska u betonu i armaturi:

$$N_u = A_b f_b + A_a \sigma_v$$

$$N_u = A_b f_b \left(1 + \frac{A_a \sigma_v}{A_b f_b} \right)$$

$$N_u = A_b f_b (1 + \overline{\mu}_0)$$



- $\overline{\mu}_0$ - mehanički koeficijent armiranja ukupnom armaturom u preseku

$$\overline{\mu}_0 = \frac{A_a \sigma_v}{A_b f_b} = \mu_0 \frac{\sigma_v}{f_b}$$

- μ_0 - geometrijski koeficijent armiranja

1. Centrično pritisnuti elementi $\lambda \leq 25$

- Ako je poznata granična sila loma, N_u :

$$N_u = \sum \gamma_{ui} N_i; \text{ npr. ako deluje } S_g \text{ i } S_p:$$

$$N_u = 1.9N_g + 2.1N_p$$

- Dimenzije preseka se određuju usvajajući:

$$MB (f_b), \check{C}(\sigma_v), \mu_{min}=0.6\%$$

$$A_b = \frac{N_u}{f_b(1 + \bar{\mu}_0)} \Rightarrow b, d, A_a$$

- $\mu_{min}=0.6\%$ važi za iskorišćenu nosivost betonskog preseka ($\sigma_b = f_b$);
ako je $\sigma_b < f_b$ može se usvojiti $\mu_{min}=0.3\%$

1. Centrično pritisnuti elementi $\lambda \leq 25$

- Prečnik uzengija $f_u \approx f/3$ (6-10 mm), f - prečnik podužne armature
- Razmak uzengija mora biti u sledećim granicama:

$$e_{u,\max} = \min. \begin{cases} b & b < d \\ 15 \varnothing \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

- U područjima gde se uvodi sila, na dužini $1.5b$ i na mestima preklapanja podužne armature, razmak zatvorenih uzengija iznosi:

$$e_{u,\max} = \min. \begin{cases} 7.5 \varnothing \\ 15 \text{ cm} \end{cases}$$

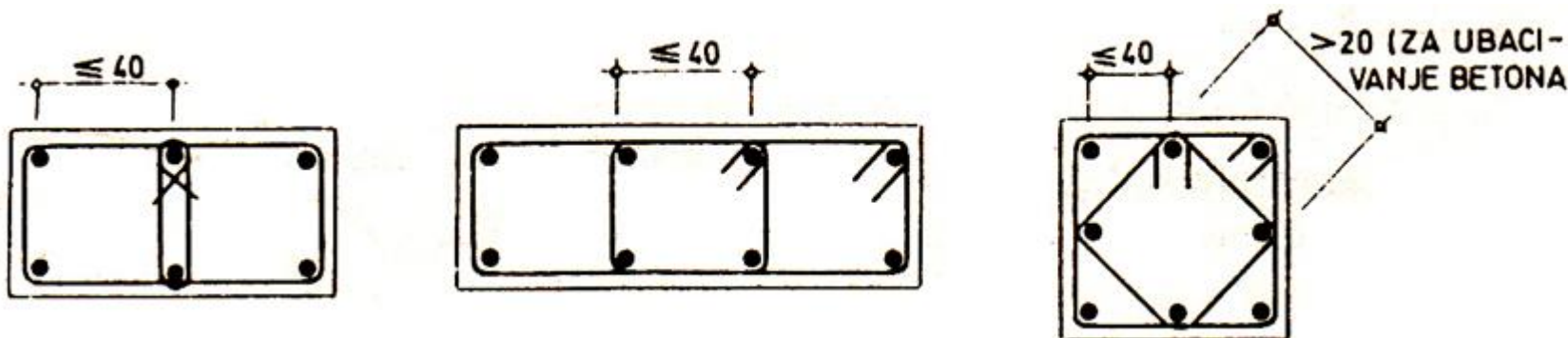
- U seizmički aktivnim zonama sa svake strane čvora na dužini 1m, razmak zatvorenih uzengija je maksimalno:

$$e_{u,\max} = \min. \begin{cases} 7.5 \varnothing \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

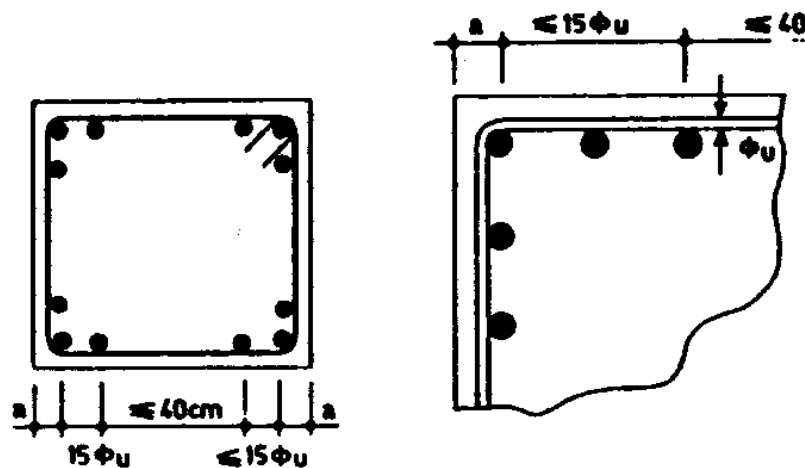
- Na ostalim delovima stuba moguće je usvojiti $e_u = 15f \leq 20\text{cm}$

1. Centrično pritisnuti elementi $\lambda \leq 25$

- U stubovima sa više od četiri podužne šipke, dodaju se posebne uzengije



- Ako je procenat armiranja visok armatura se može grupisati u uglovima stuba sa najviše do 5 šipki

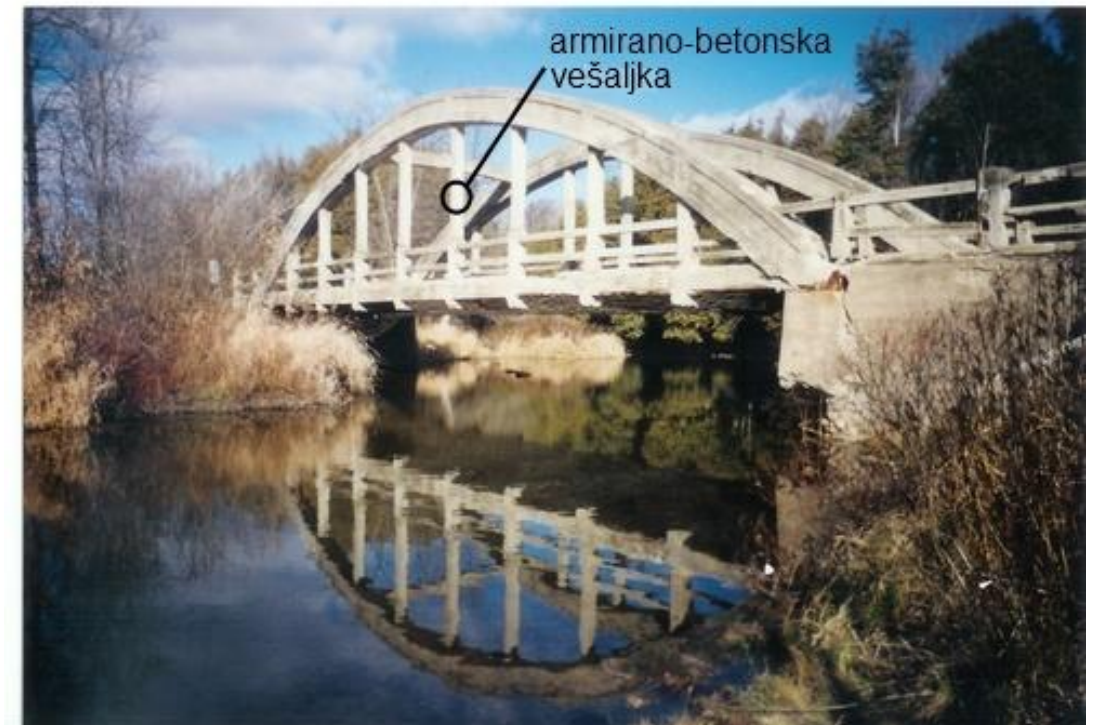
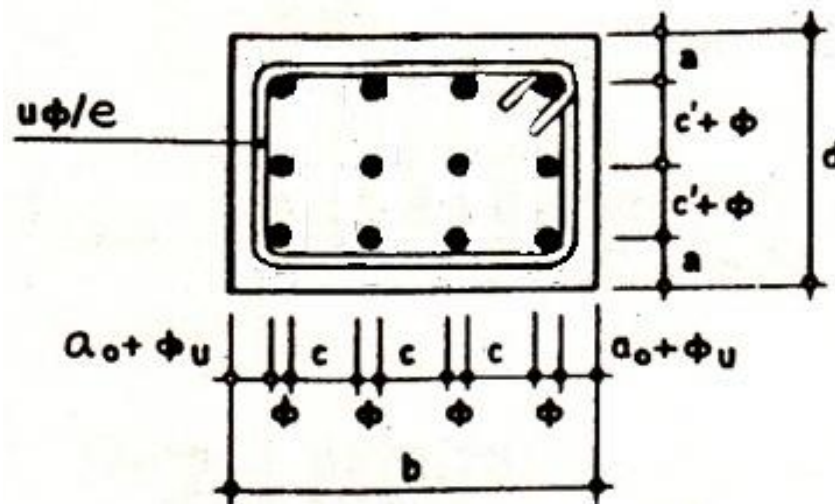




2. Centrično zategnuti elementi

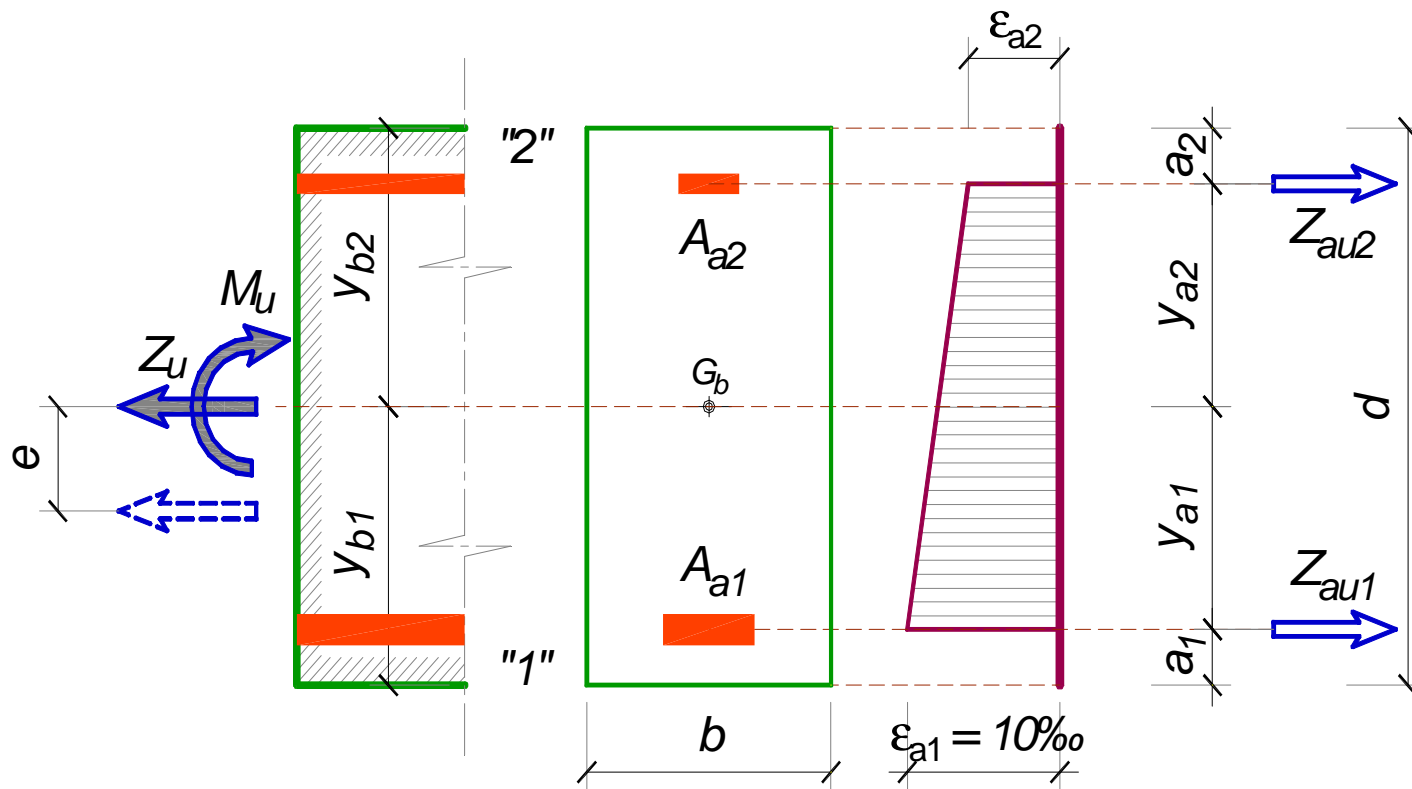
- Celokupnu silu zatezanja prihvata armatura
- Beton ima svrhu zaštite armature od korozije i požara
- Dimenzije ovakvih elemenata se određuju samo iz uslova da se pravilno smesti armatura
- Armatura se raspoređuje simetrično unutar preseka, sa minimalnim horizontalnim razmakom od 5cm

$$A_a = \frac{Z_u}{\sigma_v} = \frac{\sum \gamma_{ui} Z_i}{\sigma_v}$$



3. Ekscentrično zategnuti elementi

- Kada ekscentrična sila Z deluje između armatura u preseku, presek se računa po malom ekscentricitetu



$$A_a = A_{a1} + A_{a2} = \frac{Z_u}{\sigma_v}$$

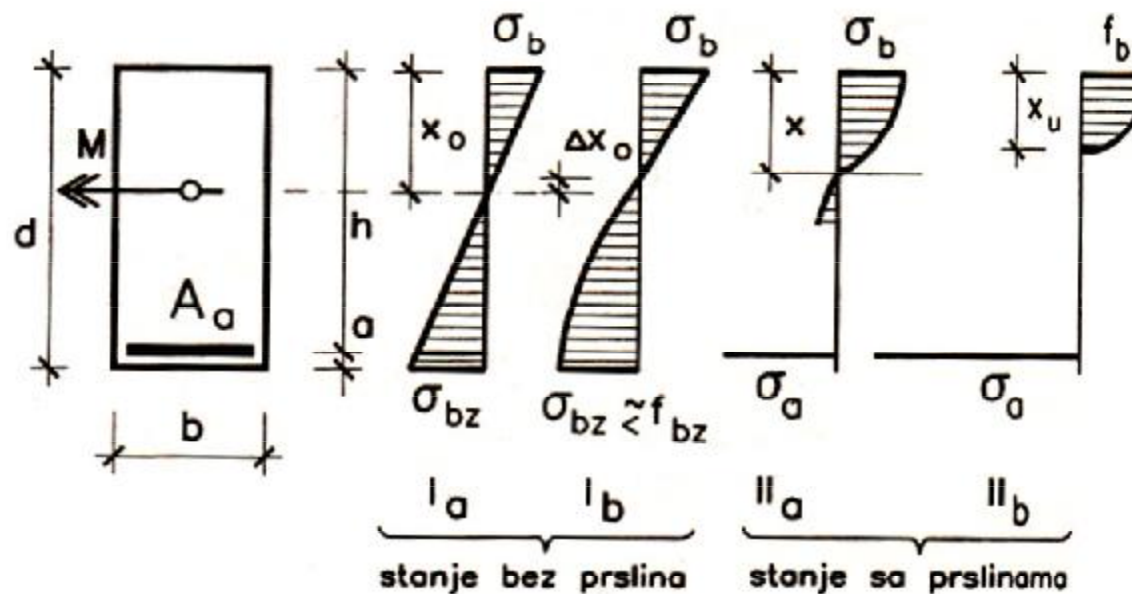
$$A_{a1} = \frac{Z_u}{\sigma_v} \times \frac{y_{a2} + e}{y_{a1} + y_{a2}}$$

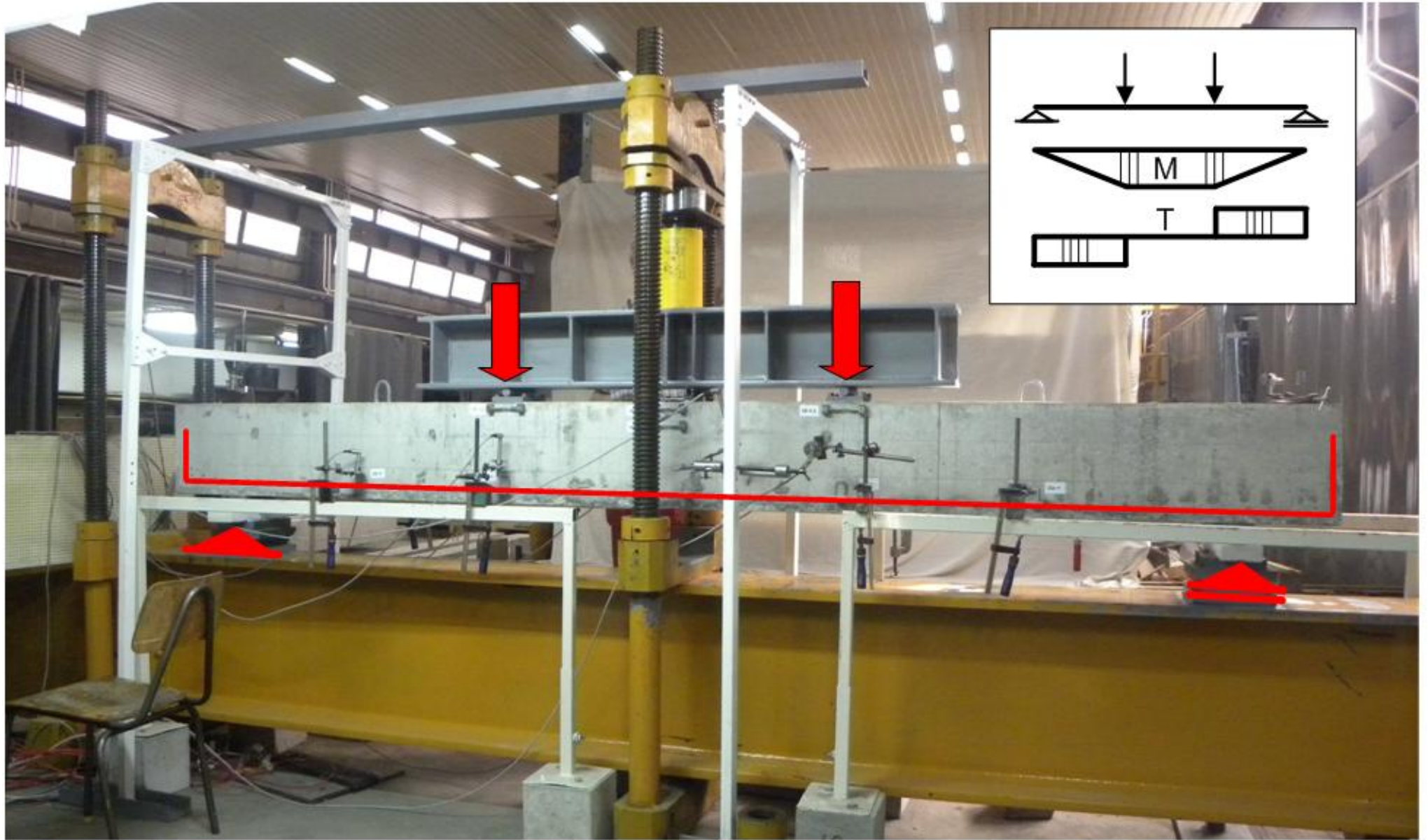
$$A_{a2} = \frac{Z_u}{\sigma_v} \times \frac{y_{a1} - e}{y_{a1} + y_{a2}}$$

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

Podsetnik:

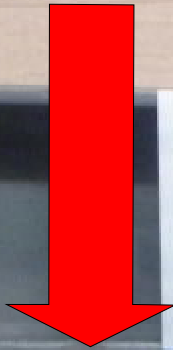
- Naponska stanja Ia i Ib karakteriše odsustvo prslina u betonu pa je ceo betonski presek aktivan
- Faza IIa - Prekoračenjem čvrstoće pri zatezanju betona dolazi do pojave prslina, a napon pritiska u betonu odstupa neznatno od pravolinijske raspodele.
- Faza IIb - Povećanjem opterećenja prsline dolaze do neutralne linije, a dijagram pritiska u betonu se znatno krivi



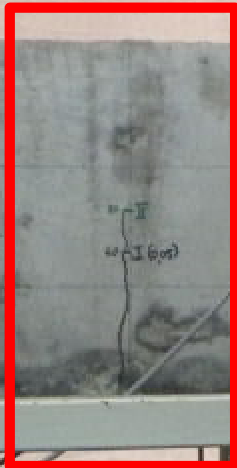




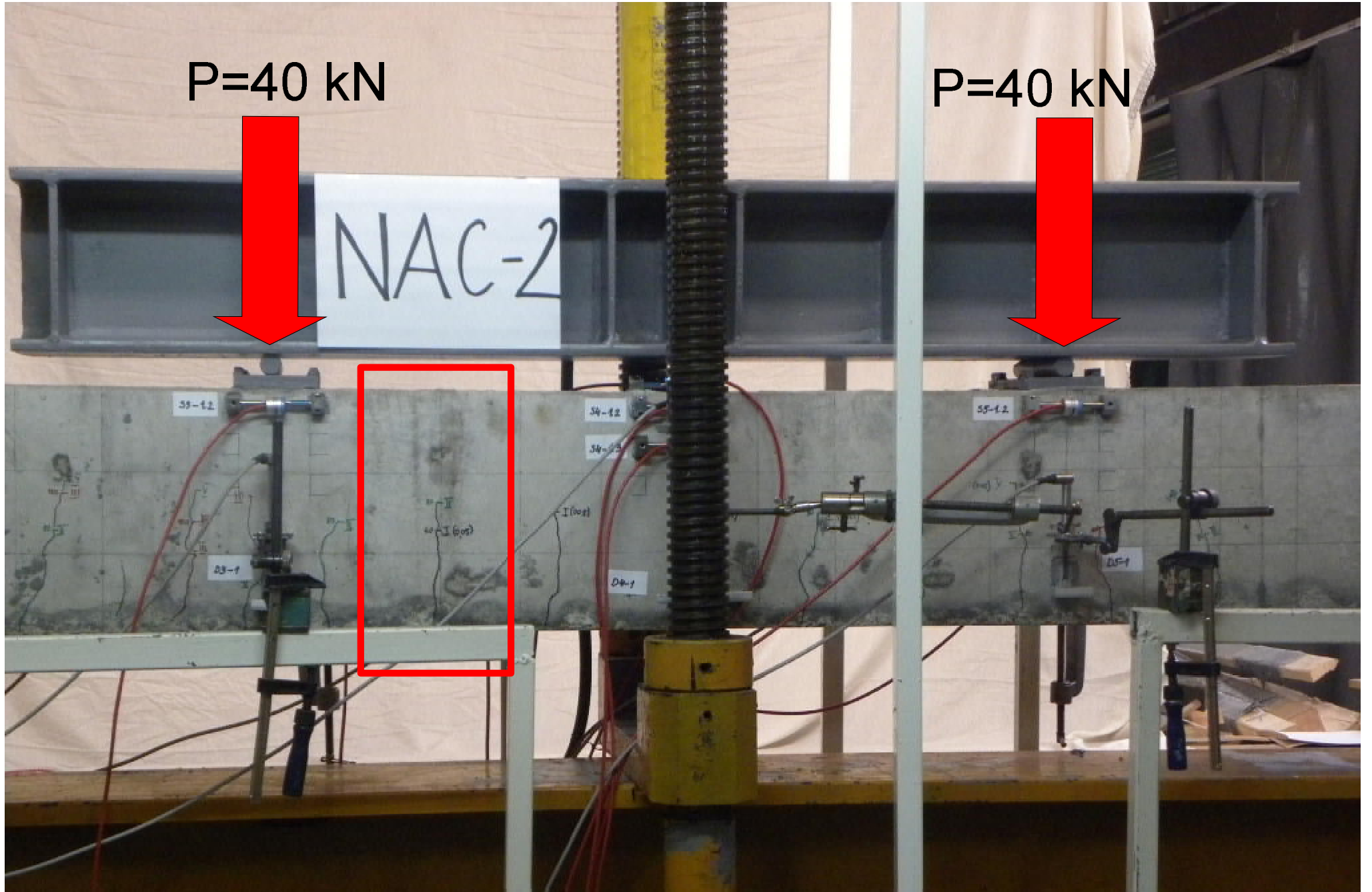
$P=40 \text{ kN}$

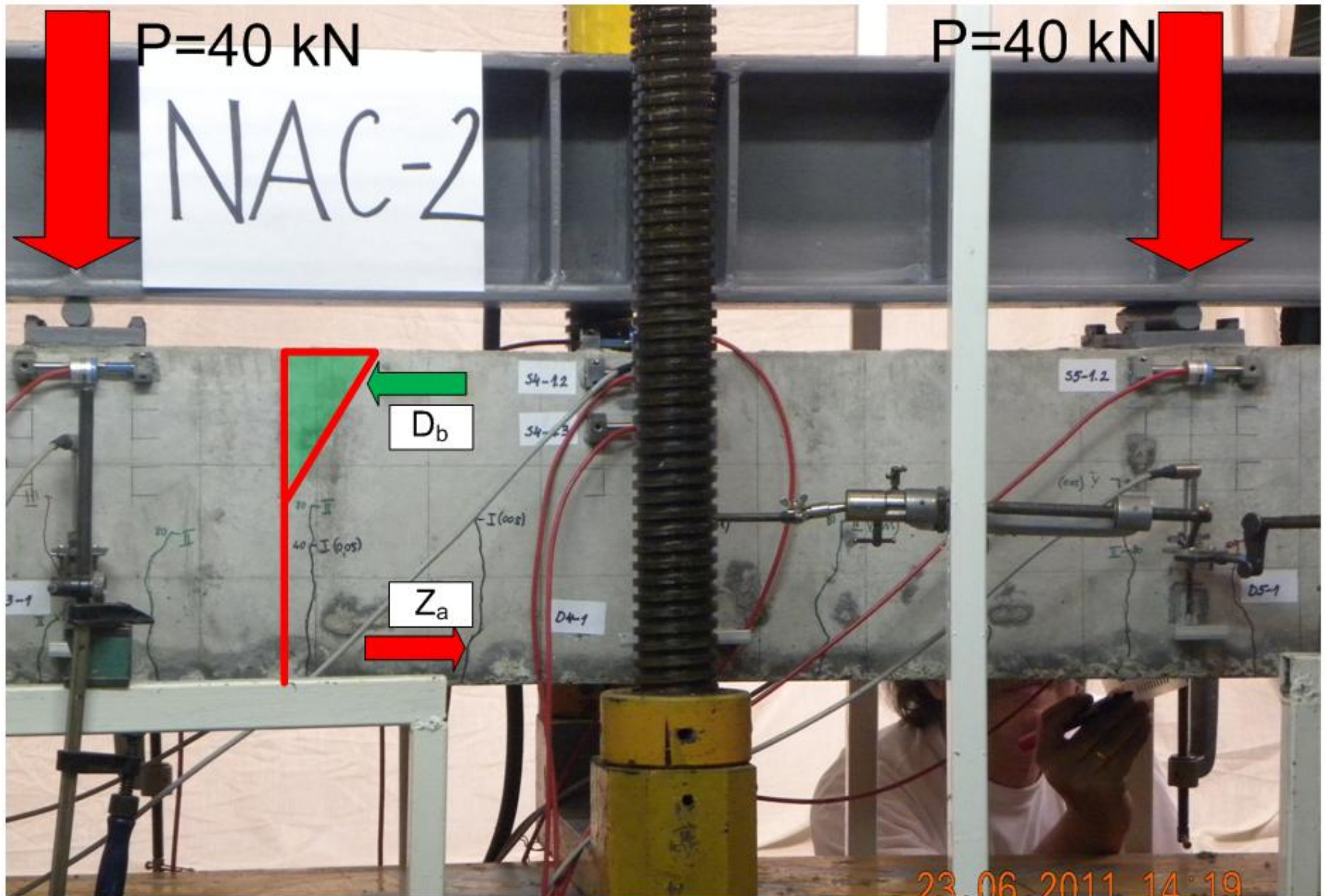


NAC-2



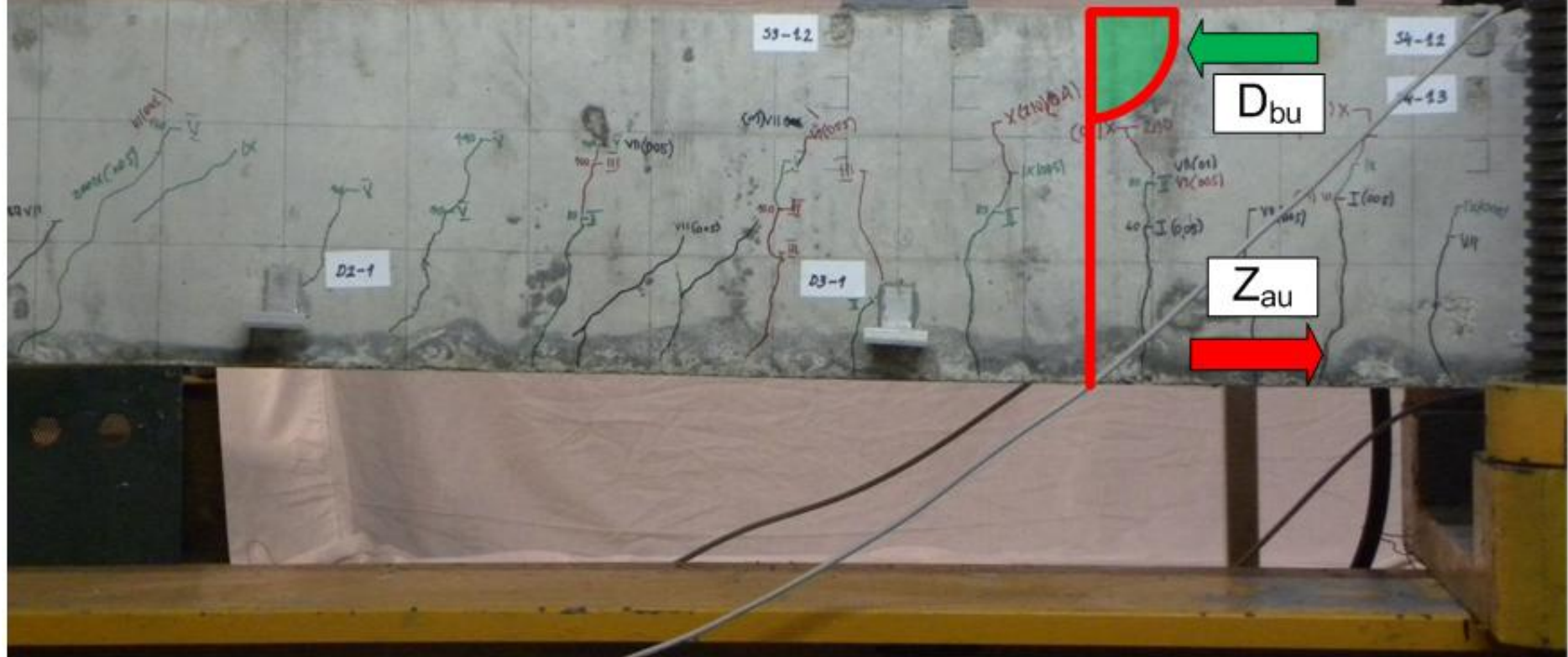
$P=40 \text{ kN}$





$P=105 \text{ kN}$

NAC-2



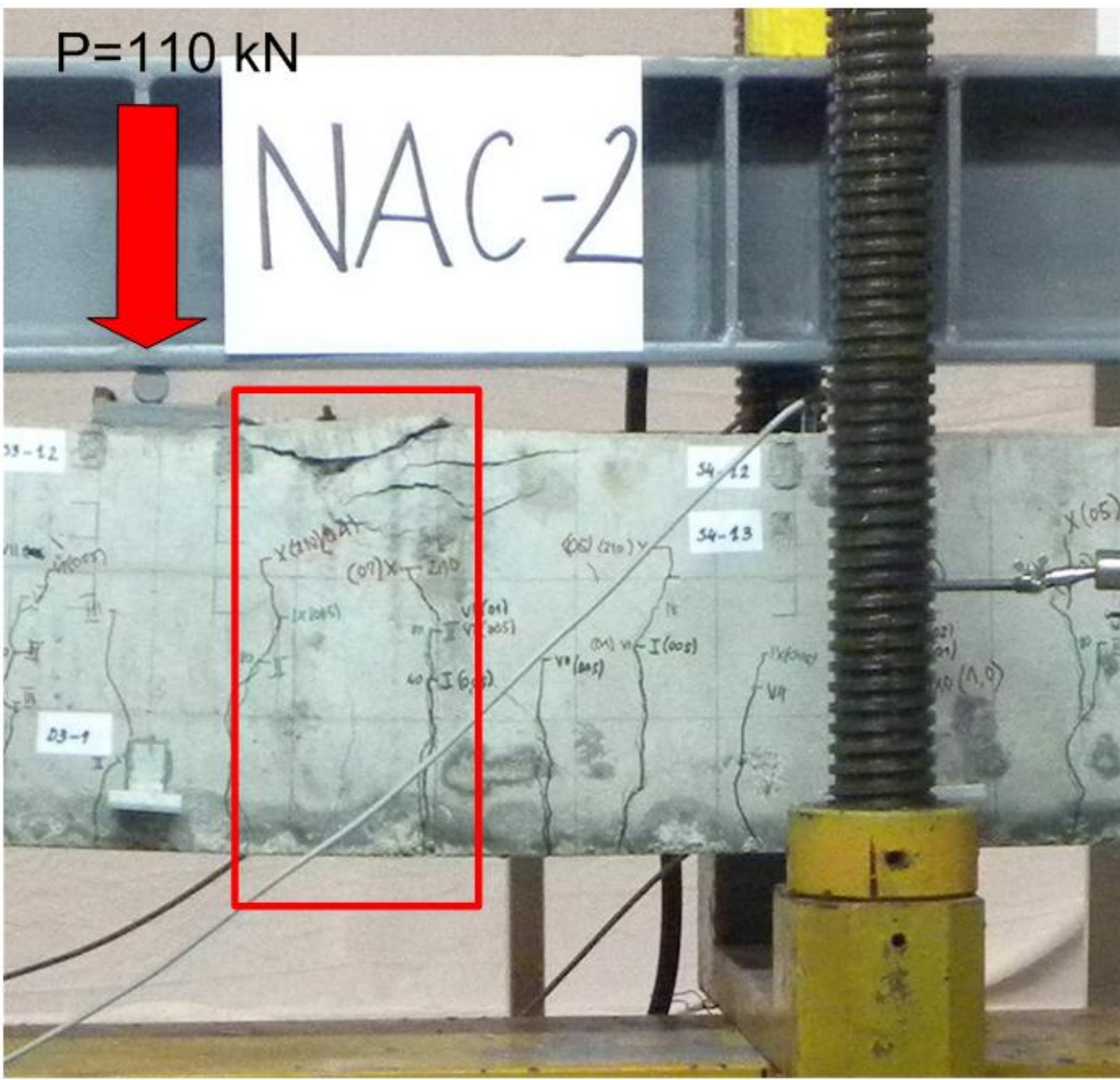
D_{bu}

Z_{au}

$P=110 \text{ kN}$



NAC-2

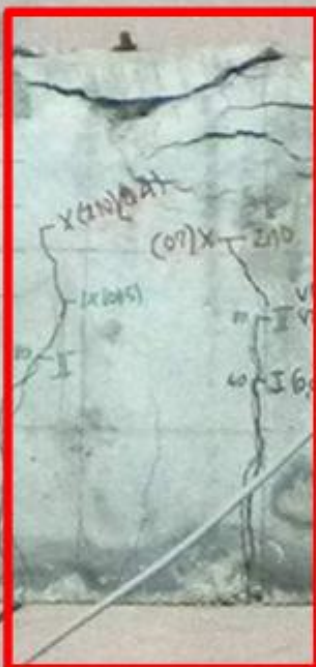


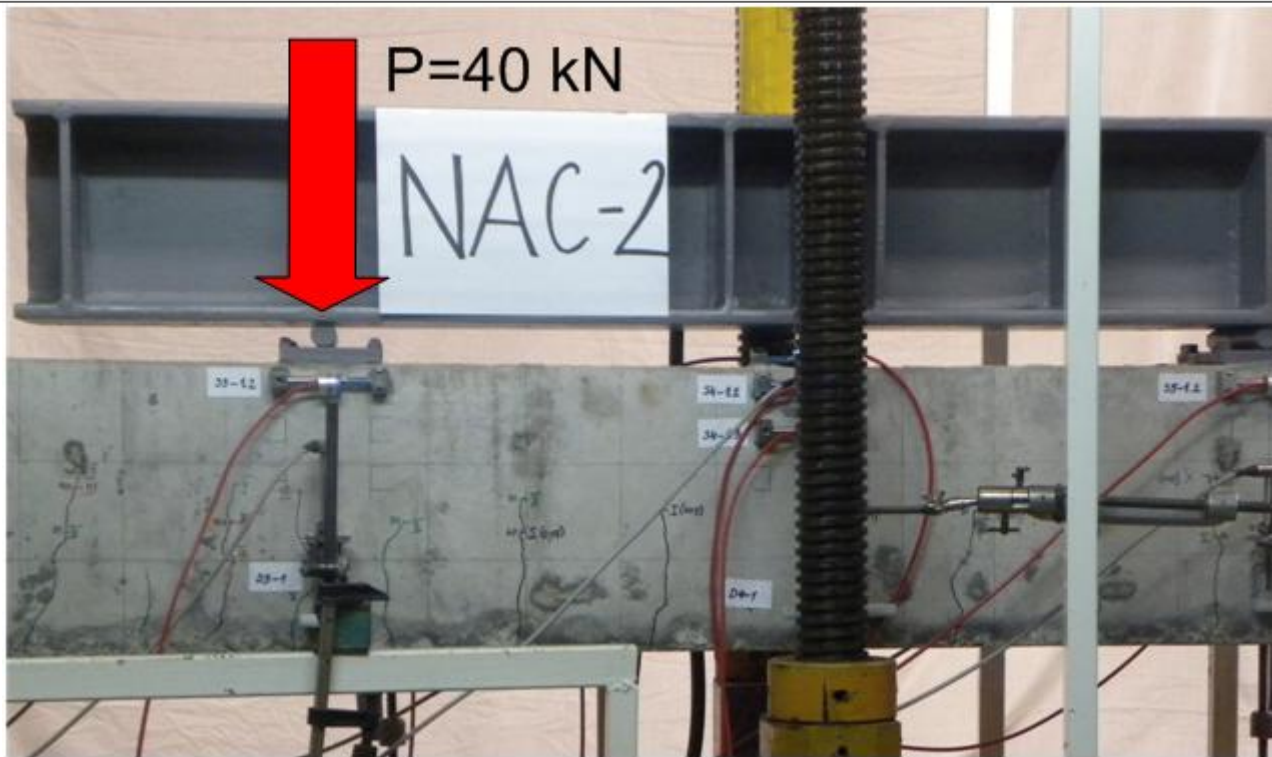
33-12

54-12

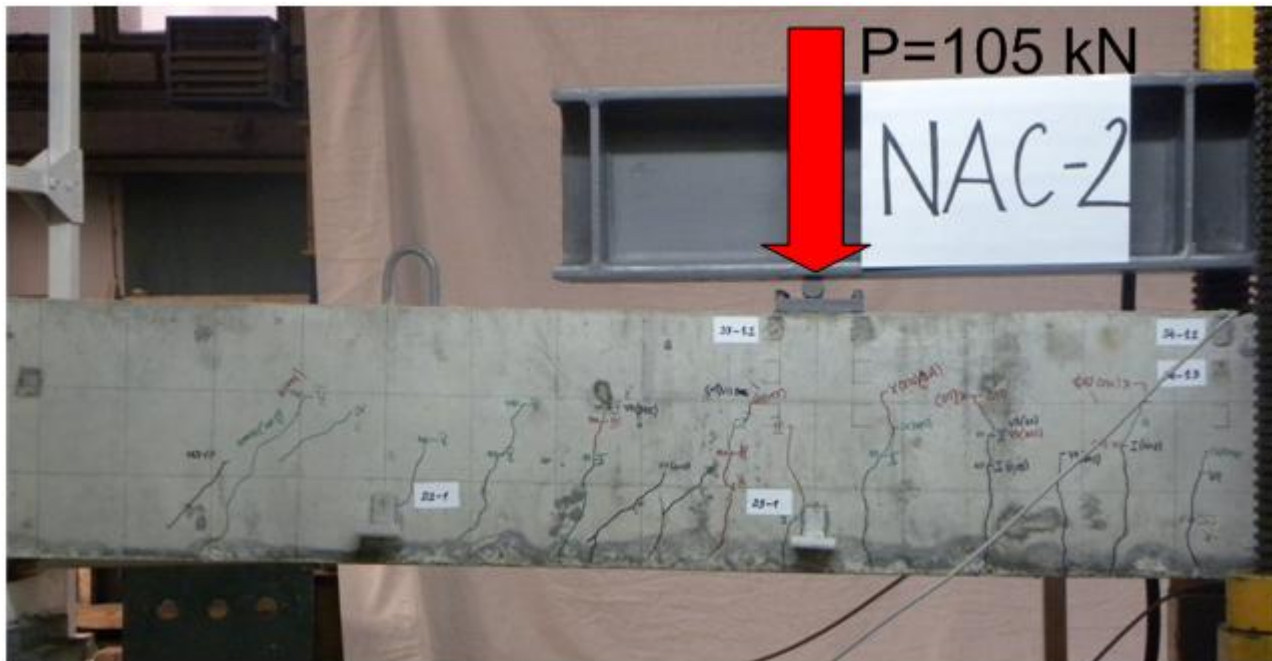
54-13

23-1





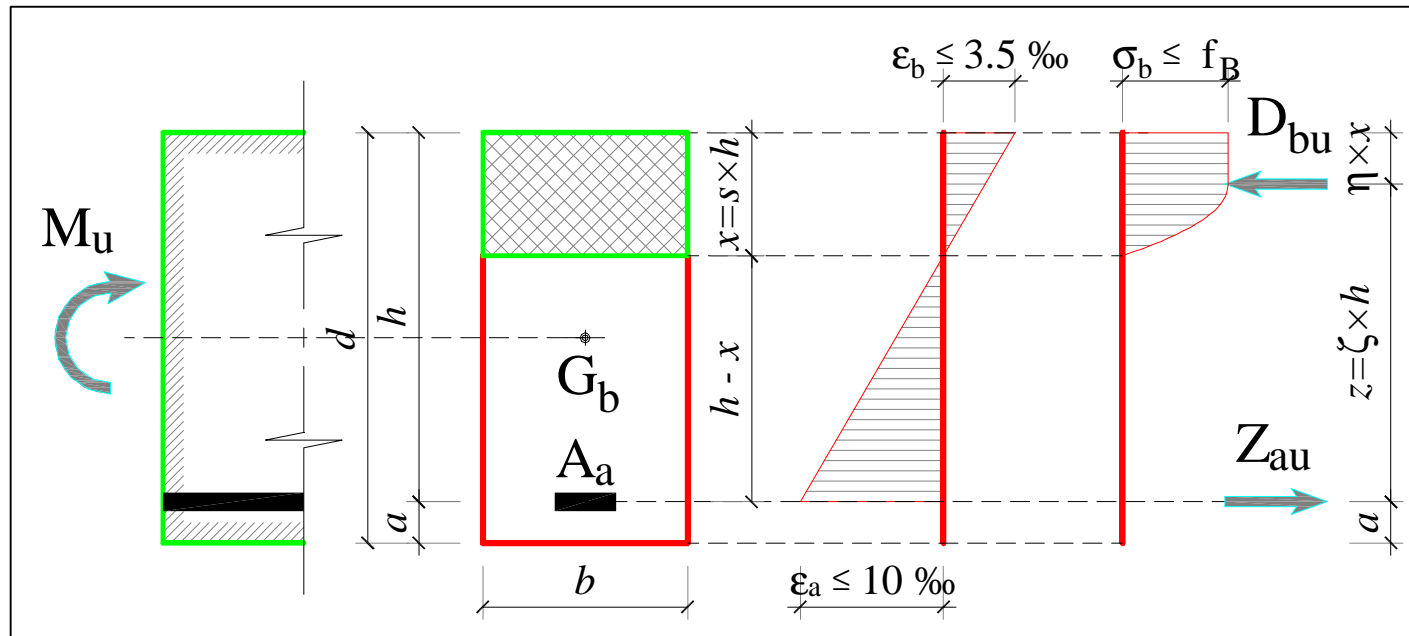
eksploatacija



*neposredno
pred lom*

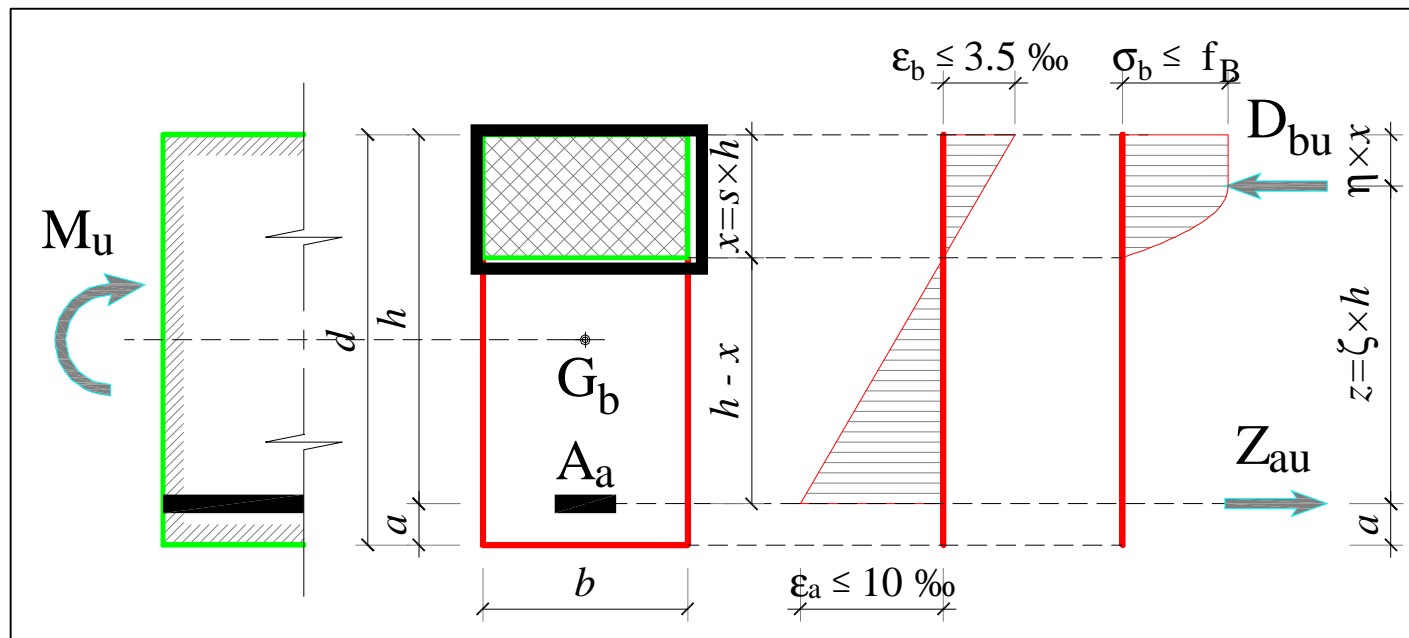
4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Proračun se zasniva na fazi IIb



- Uslov ravnoteže momenata:
- Spoljašnje sile: granični moment $M_u = \sum \gamma_{ui} M_i$
- Spreg unutrašnjih sila: sila pritiska u betonu, D_{bu} , sila zatezanja u armaturi, Z_{au}
- Uslov ravnoteže normalnih sila:
- Sila pritiska u betonu, D_{bu} , sila zatezanja u armaturi, Z_{au}

4. Elementi opterećeni momentima savijanja



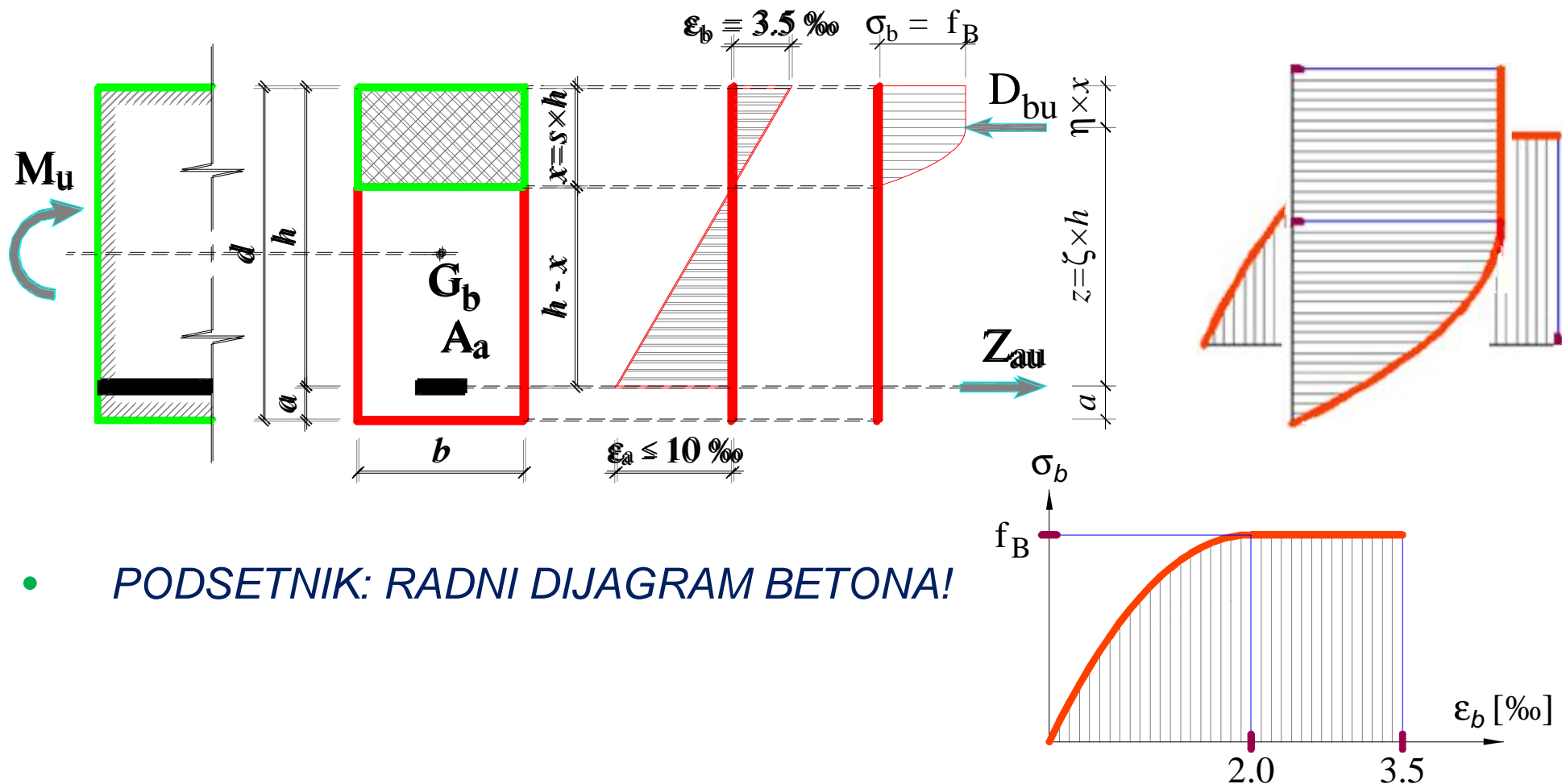
- Ako je pritisnuta površina betona oblika pravougaonika onda imamo slučaj čistog savijanja pravougaonog preseka!

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Zavisno od dilatacija u betonu i armaturi, postoje tri vrste loma:

1. Lom po betonu, kada je $\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$; $0 \leq \varepsilon_a < 10\text{‰}$

Napon u betonu $\sigma_b = f_B$



- PODSETNIK: RADNI DIJAGRAM BETONA!**

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Zavisno od dilatacija u betonu i armaturi, postoje tri vrste loma:

2. Lom po armaturi, kada je $0 \leq \varepsilon_b < 3.5\text{‰}$; $\varepsilon_a = 10\text{‰}$

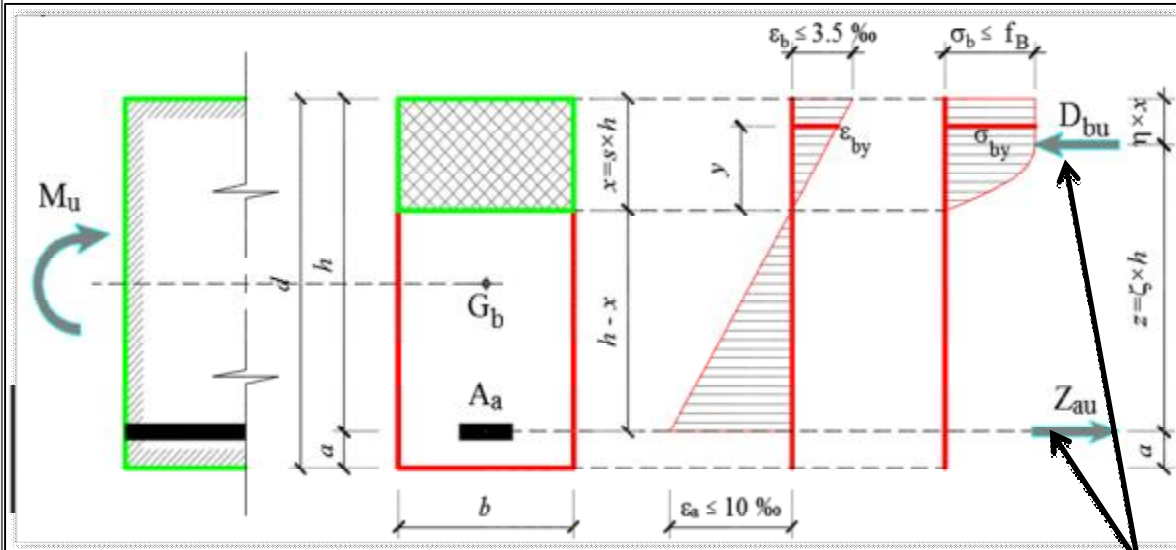
Napon u betonu:

$$\sigma_b = \frac{f_b}{4} (4 - \varepsilon_b) \varepsilon_b \quad 0\text{‰} \leq \varepsilon_b \leq 2\text{‰}$$

$$\sigma_b = f_b \quad 2\text{‰} \leq \varepsilon_b \leq 3.5\text{‰}$$

3. Simultani lom, kada je $\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$; $\varepsilon_a = 10\text{‰}$

4. Elementi opterećeni momentima savijanja



- Uslov ravnoteže normalnih sila:

$$\sum N_u = 0: \Rightarrow \int_{y=0}^{y=x} \sigma_{by} b dy - A_a \sigma_v = 0$$

- Uslov ravnoteže momenata oko težišta zategnute armature:

$$\sum M_{au} = 0: \Rightarrow \int_{y=0}^{y=x} \sigma_{by} b (h - x + y) dy = M_u$$

- Kompatibilnost dilatacija $\Rightarrow \epsilon_{by} = \epsilon_b \frac{y}{x}$
- Statička visina? Količina zategnute armature? $\epsilon_a = \epsilon_b \frac{h - x}{x}$

$$x = h \frac{\epsilon_b}{\epsilon_b + \epsilon_a} \Rightarrow s = \frac{x}{h} = \frac{\epsilon_b}{\epsilon_b + \epsilon_a}$$

$$\int_0^x \frac{f_B}{4} (4 - \epsilon_{by}) \epsilon_{by} b dy - A_a \sigma_v = 0$$

$$b f_B \int_0^x \left(\epsilon_b \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2} \frac{\epsilon_b^2}{4} \right) dy - A_a \sigma_v = 0 \Rightarrow f_B b x \alpha_b - A_a \sigma_v = 0$$

$$\sigma_b = \frac{f_b}{4} (4 - \epsilon_b) \epsilon_b$$

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

$$f_B b x \alpha_b - A_a \sigma_v = 0$$

- α_b – koeficijent punoće naponskog dijagrama:

$$\alpha_b = \frac{\varepsilon_b}{12} (6 - \varepsilon_b) \quad 0\text{‰} \leq \varepsilon_b \leq 2\text{‰}$$

$$\alpha_b = \frac{3\varepsilon_b - 2}{3\varepsilon_b} \quad 2\text{‰} \leq \varepsilon_b \leq 3.5\text{‰}$$

$$\alpha_b = 0.667 \quad \varepsilon_b = 2\text{‰}$$

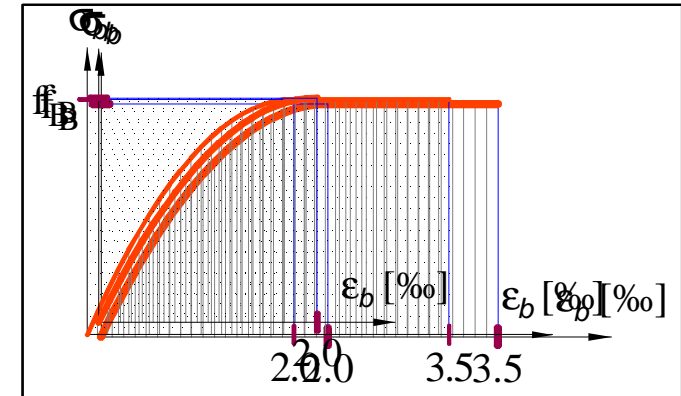
$$\alpha_b = 0.8095 \quad \varepsilon_b = 3.5\text{‰}$$

$$f_B b x \alpha_b - A_a \sigma_v = 0 / b h f_B \Rightarrow \alpha_b s - \frac{A_a \sigma_v}{b h f_B} = 0$$

- Koeficijent armiranja: $\mu = \frac{A_a}{b h}$

- Mehanički koeficijent armiranja: $\bar{\mu} = \frac{A_a \sigma_v}{b h f_B} = \mu \frac{\sigma_v}{f_B}$

$$\mu = \bar{\mu} \frac{f_B}{\sigma_v} = \alpha_b s \frac{f_B}{\sigma_v}$$



4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Uslov ravnoteže momenata oko težišta zategnute armature:

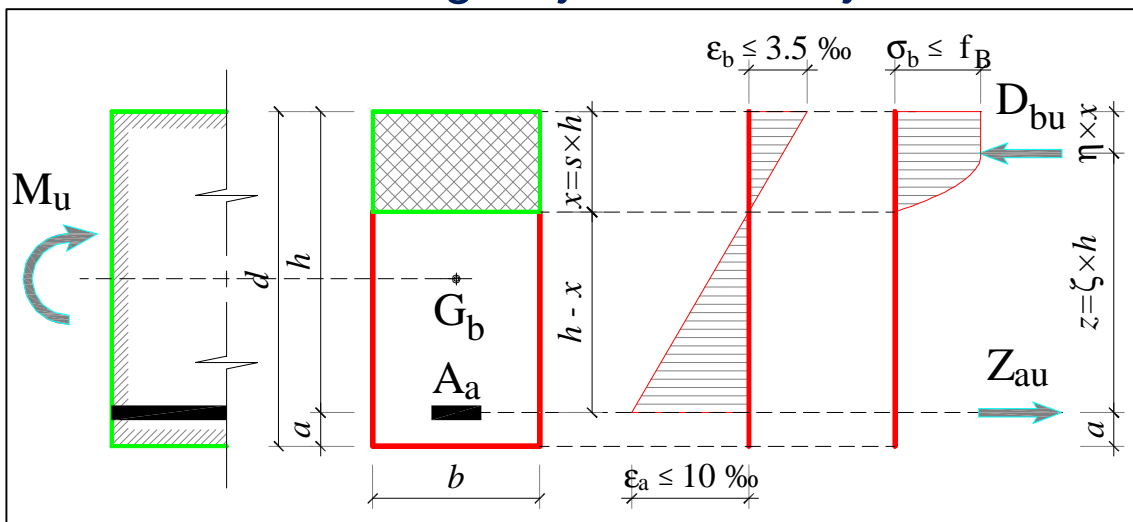
$$\sum M_{\text{arm.}} = 0: \Rightarrow \int_{y=0}^{y=x} \sigma_{by} b(h-x+y) dy = M_u$$

$$\sigma_b = \frac{f_b}{4} (4 - \varepsilon_b) \varepsilon_b \quad \varepsilon_{by} = \varepsilon_b \frac{y}{x}$$

$$\int_0^x \frac{f_B}{4} (4\varepsilon_{by} - \varepsilon_{by}^2) b(h-x+y) dy = M_u$$

$$bf_B \int_0^x \left(\varepsilon_b \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2} \frac{\varepsilon_b^2}{4} \right) (h-x+y) dy = M_u$$

- Nakon integracije i sređivanja izraza: $\alpha_b s(1 - \eta s) = \frac{M_u}{bh^2 f_B}$



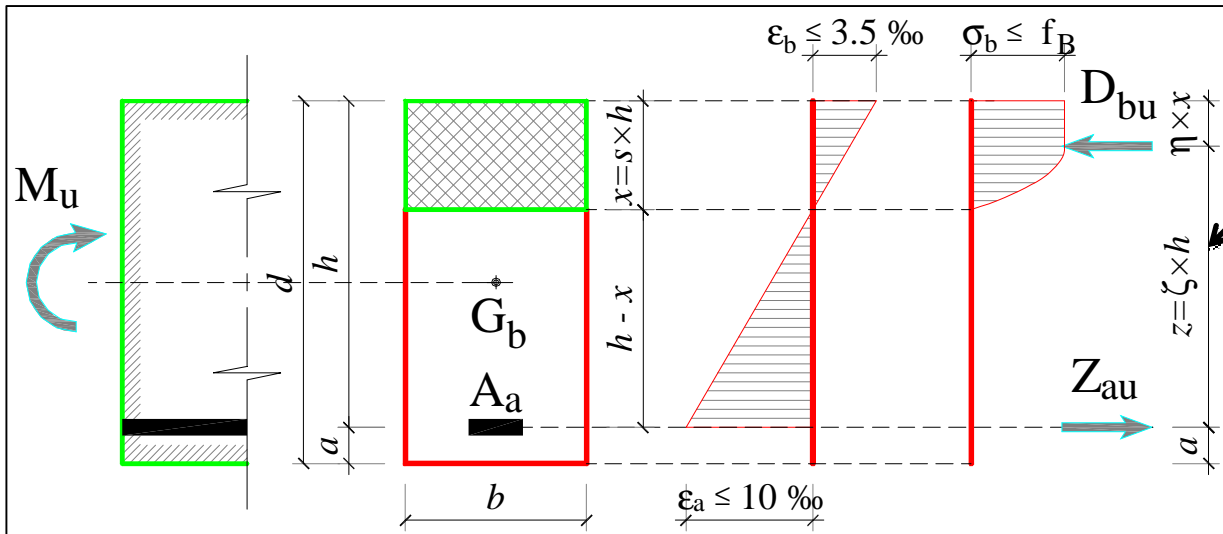
$$\eta = \frac{8 - \varepsilon_b}{4(6 - \varepsilon_b)}$$

$$0\text{‰} \leq \varepsilon_b \leq 2\text{‰}$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_b(3\varepsilon_b - 4) + 2}{2\varepsilon_b(3\varepsilon_b - 2)}$$

$$2\text{‰} \leq \varepsilon_b \leq 3.5\text{‰}$$

4. Elementi opterećeni momentima savijanja



- *Krak unutrašnjih sila:*
 $z = h - \eta x = h - \eta s h = h(1 - \eta s)$
- *Bezdimenzionalni koeficijent kraka unutrašnjih sila:*
 $\zeta = (1 - \eta s) \Rightarrow z = \zeta h$

$$\sum M_{au} = 0: \alpha_b s(1 - \eta s) = \frac{M_u}{bh^2 f_B} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{M_u}{bf_B}} \sqrt{\frac{1}{\alpha_b s(1 - \eta s)}} = \sqrt{\frac{M_u}{bf_B}} \sqrt{\frac{1}{\alpha_b s \zeta}}$$

- *Bezdimenzionalni koeficijent k:* $h = k \sqrt{\frac{M_u}{bf_B}}$

$$\sum N_u = 0: \alpha_b s - \frac{A_a \sigma_v}{bh f_B} = 0 \Rightarrow A_a = \mu b h = \bar{\mu} b h \frac{f_B}{\sigma_v}$$

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

I. Slobodno dimenzionisanje

1. M_i ($i = g, p, \Delta$) – POZNATO
2. Č (GA, RA), MB, b (25-50 cm) – USVAJA SE
3. Dilatacije u betonu i armaturi, ε_b i ε_a - USVAJAJU SE

Barem jedna od dilatacija mora dostići graničnu vrednost!

$\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$; $3\text{‰} \leq \varepsilon_a < 10\text{‰}$ lom po betonu

$0\text{‰} \leq \varepsilon_b < 3.5\text{‰}$; $\varepsilon_a = 10\text{‰}$ lom po armaturi

$\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$; $\varepsilon_a = 10\text{‰}$ simultani lom

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

1. Slobodno dimenzionisanje

3. Dilatacije u betonu i armaturi, ε_b i ε_a - USVAJAJU SE

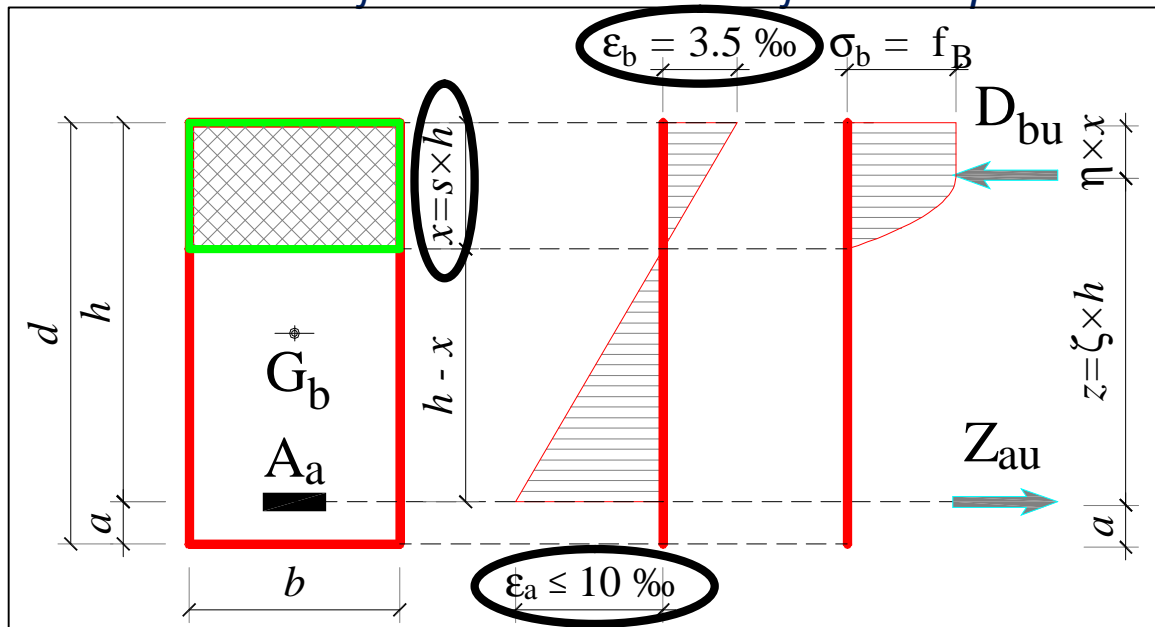
Od izbora dilatacija zavisi visina preseka d ! ...Kako?

Od odnosa dilatacija zavisi visina pritisnute zone x

Veće $x \Rightarrow$ veće $D_{bu} \Rightarrow$ veće Z_{au} (iz uslova ravnoteže normalnih sila)

\Rightarrow što su sile u spregu veće potreban je manji krak da bi spreg bio jednak M_u !

\Rightarrow manji krak sila $z \Rightarrow$ manja visina preseka d !



4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

1. Slobodno dimenzionisanje

3. Dilatacije u betonu i armaturi, ε_b i ε_a - USVAJAJU SE

Usvajanje $\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$ (lom po betonu) \Rightarrow najmanje d , ali krti lom!

Optimalno $\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$; $7\text{‰} \leq \varepsilon_a < 10\text{‰}$

4. Koeficijenti sigurnosti γ_{ui} – ODREĐUJU SE ZAVISNO OD ε_a

5. Koeficijenti k i $\bar{\mu}$ - ODREĐUJU SE IZ TABLICA

Koeficijenti za proračun pravougaonih preseka opterećenih na pravo savijanje
LOM PO BETONU ($\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$; $\alpha_b = 0.810$; $\eta = 0.416$)

| ε_a | s | ζ | $\mu_{1M}\%$ | k |
|-----------------|-------|---------|--------------|-------|
| 10 | 0.259 | 0.892 | 20.988 | 2.311 |
| 9.95 | 0.260 | 0.892 | 21.066 | 2.307 |
| 9.9 | 0.261 | 0.891 | 21.144 | 2.303 |
| 9.85 | 0.262 | 0.891 | 21.223 | 2.300 |
| 9.8 | 0.263 | 0.891 | 21.303 | 2.296 |
| 9.75 | 0.264 | 0.890 | 21.384 | 2.292 |
| 9.7 | 0.265 | 0.890 | 21.465 | 2.288 |
| 9.65 | 0.266 | 0.889 | 21.546 | 2.285 |
| 9.6 | 0.267 | 0.889 | 21.628 | 2.281 |
| 9.55 | 0.268 | 0.888 | 21.711 | 2.277 |
| 9.5 | 0.269 | 0.888 | 21.795 | 2.273 |
| 9.45 | 0.270 | 0.888 | 21.879 | 2.269 |
| 9.4 | 0.271 | 0.887 | 21.964 | 2.265 |

Koeficijenti za proračun pravougaonih preseka opterećenih na pravo savijanje
LOM PO ARMATURI ($\varepsilon_a = 10\text{‰}$)

| ε_b | s | α_b | η | ζ | $\mu_{1M}\%$ | k |
|-----------------|-------|------------|--------|---------|--------------|-------|
| 3.5 | 0.259 | 0.810 | 0.416 | 0.892 | 20.988 | 2.311 |
| 3.475 | 0.258 | 0.808 | 0.415 | 0.893 | 20.841 | 2.318 |
| 3.45 | 0.257 | 0.807 | 0.415 | 0.894 | 20.694 | 2.325 |
| 3.425 | 0.255 | 0.805 | 0.414 | 0.894 | 20.546 | 2.333 |
| 3.4 | 0.254 | 0.804 | 0.414 | 0.895 | 20.398 | 2.340 |
| 3.375 | 0.252 | 0.802 | 0.413 | 0.896 | 20.249 | 2.348 |
| 3.35 | 0.251 | 0.801 | 0.413 | 0.896 | 20.100 | 2.356 |
| 3.325 | 0.250 | 0.799 | 0.412 | 0.897 | 19.950 | 2.364 |
| 3.3 | 0.248 | 0.798 | 0.412 | 0.898 | 19.799 | 2.372 |
| 3.275 | 0.247 | 0.796 | 0.411 | 0.899 | 19.648 | 2.380 |
| 3.25 | 0.245 | 0.795 | 0.411 | 0.899 | 19.497 | 2.388 |
| 3.225 | 0.244 | 0.793 | 0.410 | 0.900 | 19.345 | 2.397 |
| 3.2 | 0.242 | 0.792 | 0.410 | 0.901 | 19.192 | 2.405 |

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

1. Slobodno dimenzionisanje

6. Statička visina h – ODREĐUJE SE IZ IZRAZA $h = k \sqrt{\frac{M_u}{bf_B}}$
7. Potrebna površina armature – ODREĐUJE SE IZ IZRAZA $A_a = \mu bh = \bar{\mu} bh \frac{f_B}{\sigma_v}$
8. Usvaja se prečnik i broj šipki armature i armatura se raspoređuje u preseku
Voditi računa o razmacima šipki i debljini zaštitnog sloja!
Proračun težišta armature (a) \Rightarrow visina preseka $d = h+a$

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

II. Vezano dimenzionisanje

1. M_i ($i = g, p, \Delta$), b , d – POZNATO

2. Č (GA, RA), MB – USVAJA SE

3. Granični momenat savijanja – ODREĐUJE SE IZ IZRAZA $M_u = \sum \gamma_{ui} M_i$
(koeficijenti sigurnosti se računaju pretpostavljajući $\varepsilon_a \geq 3\text{‰}$)

4. Težište armature, a – USVAJA SE ($a \approx 0.1d$) $\Rightarrow h = d - a$

5. Koeficijent k – ODREĐUJE SE IZ IZRAZA $k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_u}{bf_B}}} \Rightarrow \varepsilon_b, \varepsilon_a, \bar{\mu}$
(provera da li je $\varepsilon_a \geq 3\text{‰}$)

6. Potrebna površina armature – ODREĐUJE SE IZ IZRAZA $A_a = \mu bh = \bar{\mu} bh \frac{f_B}{\sigma_v}$

7. Usvaja se prečnik i broj šipki armature i armatura se raspoređuje u preseku

Voditi računa o razmacima šipki i debljini zaštitnog sloja!

Proračun težišta armature (a) \Rightarrow kontrola u odnosu na pretpostavljeno a

4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

II. Vezano dimenzionisanje

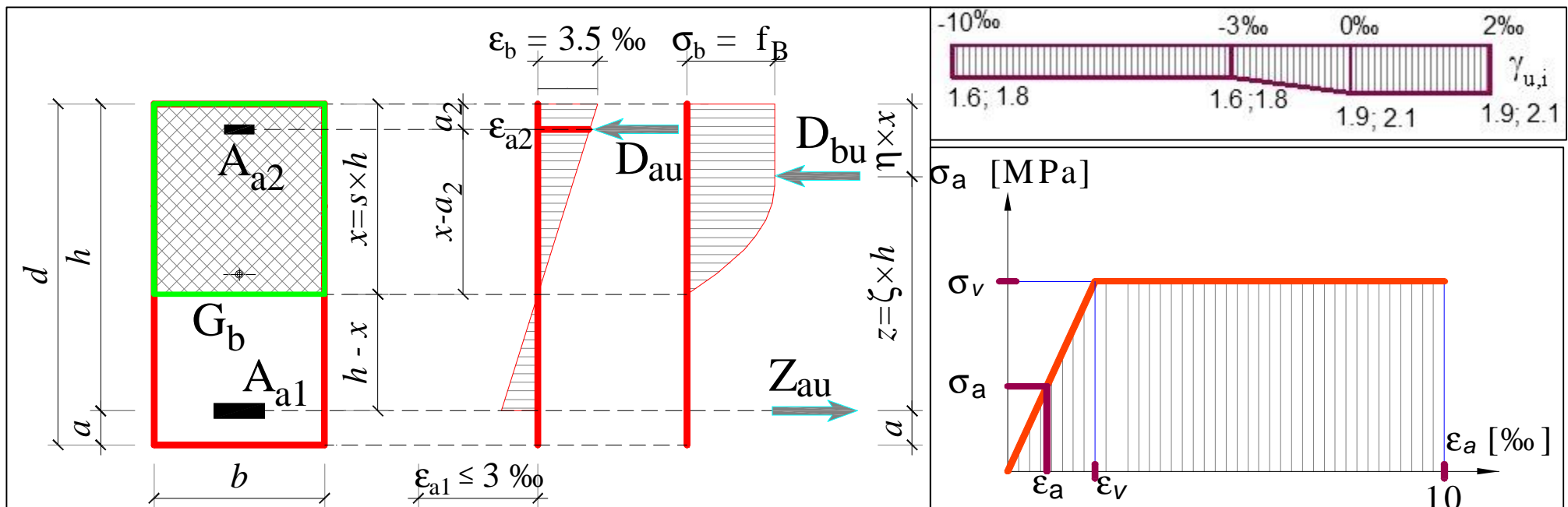
Šta ako je $\varepsilon_a < 3\text{‰}$?

Malo ε_a i veliko x ! Ako je ε_a malo iz RDCČ => σ_a malo

Veliko x => veliko D_{bu} => potrebna velika sila Z_{au}

=> zbog malog σ_a potrebna je velika površina armature A_a !

S obzirom da je $\varepsilon_a < 3\text{‰}$ potrebna je interpolacija koeficijenata sigurnosti!



4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

II. Vezano dimenzionisanje

Šta ako je $\varepsilon_a < 3\text{‰}$? => "dvostruko armiranje"

=> Računsko određivanje armature u pritisnutoj zoni

M_{bu} – moment koji može da prihvati jednostruko armiran presek uz $\varepsilon_a = 3\text{‰}$; $\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$

$$\Delta M_u = M_u - M_{bu} \quad M_{bu} = \left(\frac{h}{k^*}\right)^2 b f_B$$

k^* je vrednost pri $\varepsilon_a = 3\text{‰}$; $\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$

Razliku momenata ΔM_u prihvata spreg D_{au} i ΔZ_{au}

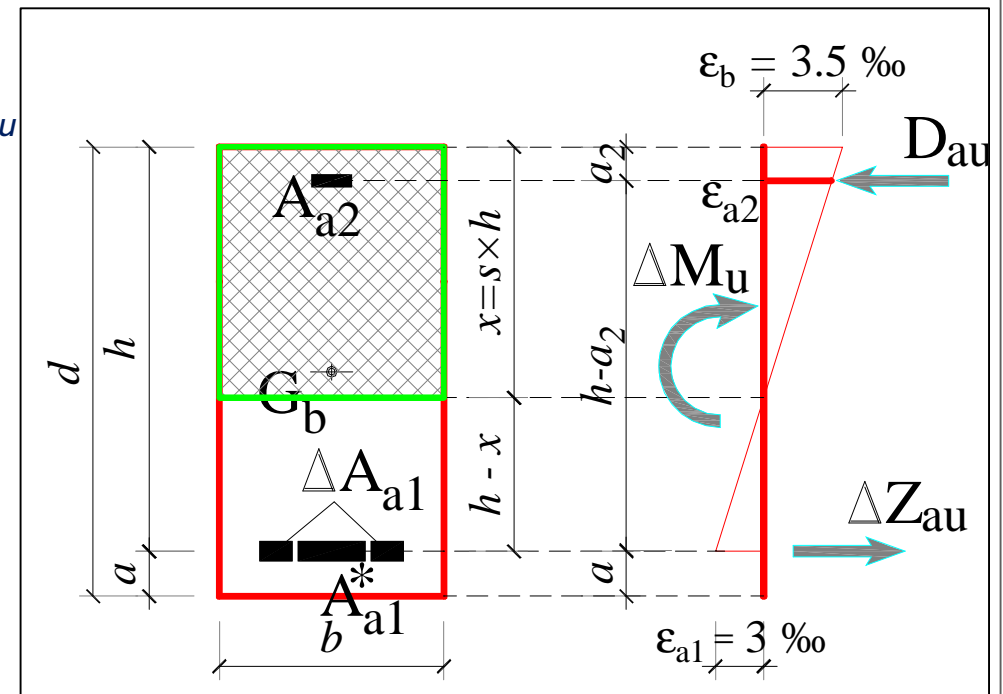
$$D_{au} = Z_{au}$$

$$\Delta M_u = D_{au} (h - a_2)$$

Pretpostavlja se:

$$\varepsilon_{a2} \geq \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a2} = \sigma_q = |\sigma_v|$$

$$\varepsilon_{a1} \geq \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a1} = \sigma_v$$



4. Elementi opterećeni momentima savijanja

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

II. Vezano dimenzionisanje

$$\Delta M_u = D_{au}(h - a_2) = A_{a2}\sigma_{a2}(h - a_2)$$

$$A_{a2} = \frac{\Delta M_u}{\sigma_{a2}(h - a_2)} = \frac{\Delta M_u}{\sigma_v(h - a_2)} \quad \Delta A_{a1} = A_{a2} = \frac{\Delta M_u}{\sigma_v(h - a_2)}$$

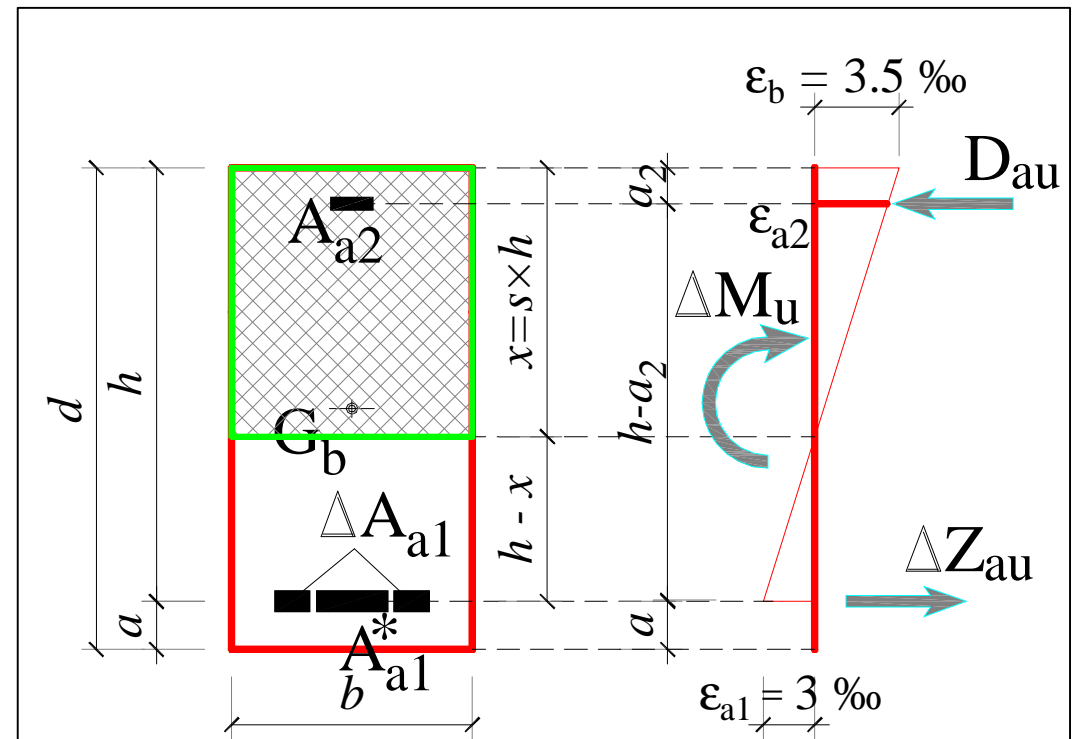
$$A_{a1} = \overline{\mu}_1^* b h \frac{f_B}{\sigma_v} + \Delta A_{a1} =$$

$$= \overline{\mu}_1^* b h \frac{f_B}{\sigma_v} + \frac{\Delta M_u}{\sigma_v(h - a_2)}$$

Preporuka:

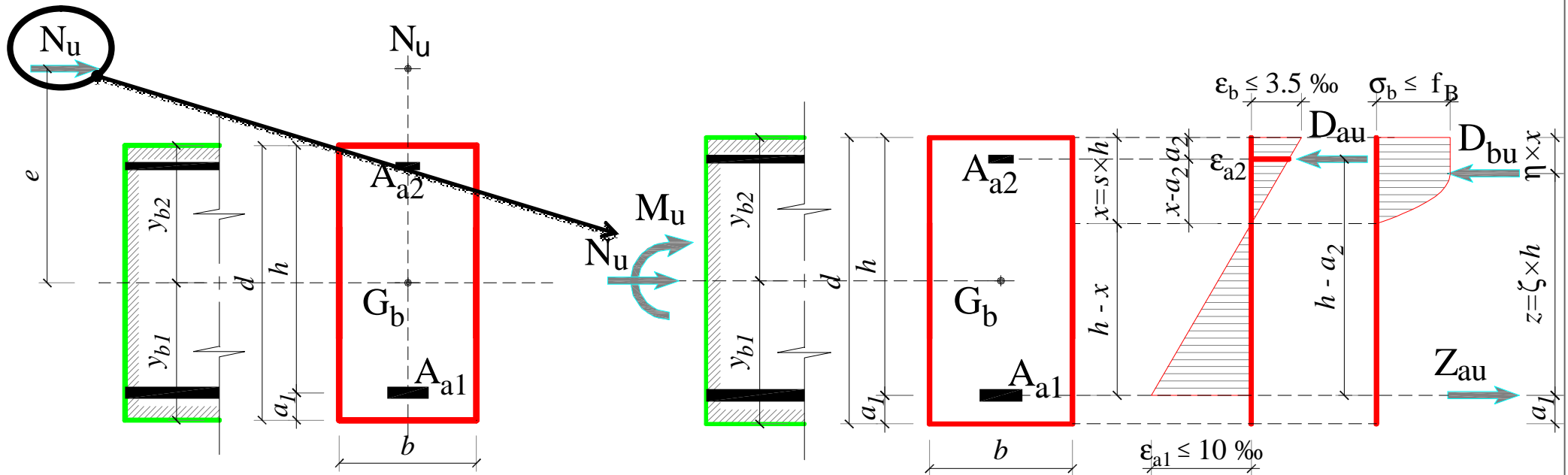
$$\mu_2 \leq 1\%$$

$$A_{a2} \leq A_{a1}/3$$



5. Ekscentrično opterećeni elementi – veliki ekscentricitet (složeno savijanje)

- Preseci opterećeni ekscentričnom normalnom silom (N ili Z)
- Napadna tačka sile je u osi simetrije preseka
- Neutralna linija se nalazi u poprečnom preseku



5. Ekscentrično opterećeni elementi – veliki ekscentricitet (složeno savijanje)

- Statički uticaja: $N_i, M_i = N_i \cdot e$
- Granični uticaji: $M_u = \sum \gamma_{ui} M_i, N_u = \sum \gamma_{ui} N_i$
- Uslovi ravnoteže normalnih sila:

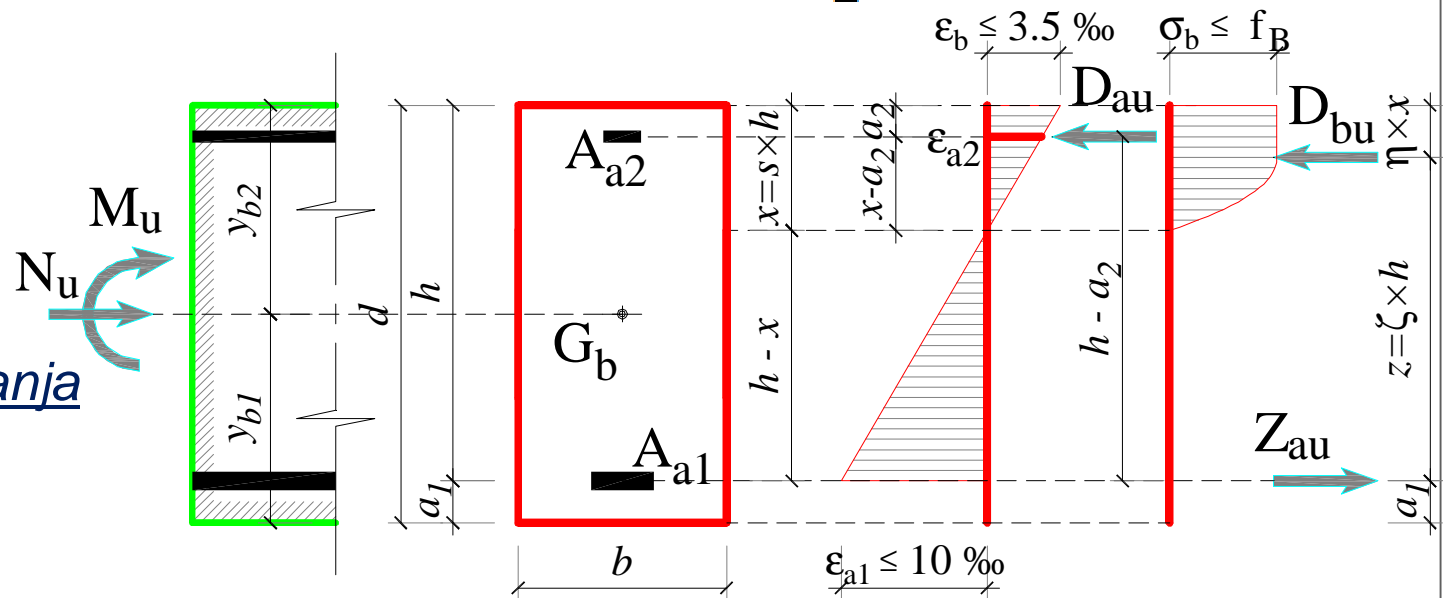
$$\sum N_u = 0: \Rightarrow D_{bu} + D_{au} - Z_{au} = N_u$$

- Uslovi ravnoteže momenata savijanja u odnosu na težište zategnute armature

$$\sum M_{au} = 0: \Rightarrow D_{bu} z + D_{au} (h - a_2) = M_{au} = M_u \oplus N_u \left(\frac{d}{2} - a_1 \right)$$

- **NAPOMENA:**

Znak uz normalnu silu je plus u slučaju norm. sile pritiska, a minus u slučaju norm. sile zatezanja



5. Ekscentrično opterećeni elementi – veliki ekscentricitet (složeno savijanje)

- Dolazi se do izraza analognih onima za presek opterećen na čisto savijanje!
- Umesto M_u u izrazima figuriše M_{au}
$$M_{au} = M_u + N_u(d/2 - a_1)$$
$$M_{au} = M_u - Z_u(d/2 - a_1)$$
- Moguće je koristiti iste tablice za dimenzionisanje!
- U izrazu za armaturu dodaje se član $(-N_u / \sigma_v)$, odnosno $(+Z_u / \sigma_v)$
- Slobodno i vezano dimenzionisanje

5. Ekscentrično opterećeni elementi – veliki ekscentricitet (složeno savijanje)

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:
- I. Slobodno dimenzionisanje

$$M_{au} = M_u + N_u \left(\frac{d}{2} - a_1 \right) \Rightarrow d \text{ nepoznato} \Rightarrow \text{iterativan postupak!}$$

U prvom koraku – pretp. $M_{au} = M_u$

$$h^I = k \sqrt{\frac{M_u}{bf_B}} \Rightarrow d^I = h^I + a_1 \quad (a_1 \approx 0.1d) \Rightarrow M_{au} = M_u + N_u \left(\frac{d^I}{2} - a_1 \right)$$

Drugi korak:

$$h^{II} = k \sqrt{\frac{M_{au}}{bf_B}} \Rightarrow d^{II} = h^{II} + a_1$$

Kada se postigne dovoljna tačnost ($d^{II} \approx d^I \pm 1\text{cm}$)

$$A_{a1} = \bar{\mu}_1 bh \frac{f_B}{\sigma_v} \ominus \frac{N_u}{\sigma_v}$$

NAPOMENA: Znak uz normalnu silu je minus u slučaju norm. sile pritiska, a plus u slučaju norm. sile zatezanja

5. Ekscentrično opterećeni elementi – veliki ekscentricitet (složeno savijanje)

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

II. Vezano dimenzionisanje

- POZNATO: $M_u, N_u, b, d, \sigma_v, f_B$
- USVAJA SE: a_1

$$M_{au} = M_u + N_u \left(\frac{d}{2} - a_1 \right)$$

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_{au}}{bf_B}}} \Rightarrow \varepsilon_b, \varepsilon_{a1}, \bar{\mu}_1 \quad A_{a1} = \bar{\mu}_1 bh \frac{f_B}{\sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v}$$

5. Ekscentrično opterećeni elementi – veliki ekscentricitet (složeno savijanje)

- Dimenzionisanje preseka za poznati granični moment savijanja:

II. Vezano dimenzionisanje

Ako je $\varepsilon_a < 3\text{‰}$ => "dvostruko armiranje"

=> Računsko određivanje armature u pritisnutoj zoni

M_{abu} – moment koji može da prihvati jednostruko armiran presek uz $\varepsilon_a = 3\text{‰}$; $\varepsilon_b = 3.5\text{‰}$

$$\Delta M_{au} = M_{au} - M_{abu} \quad M_{abu} = \left(\frac{h}{k^*}\right)^2 b f_B$$

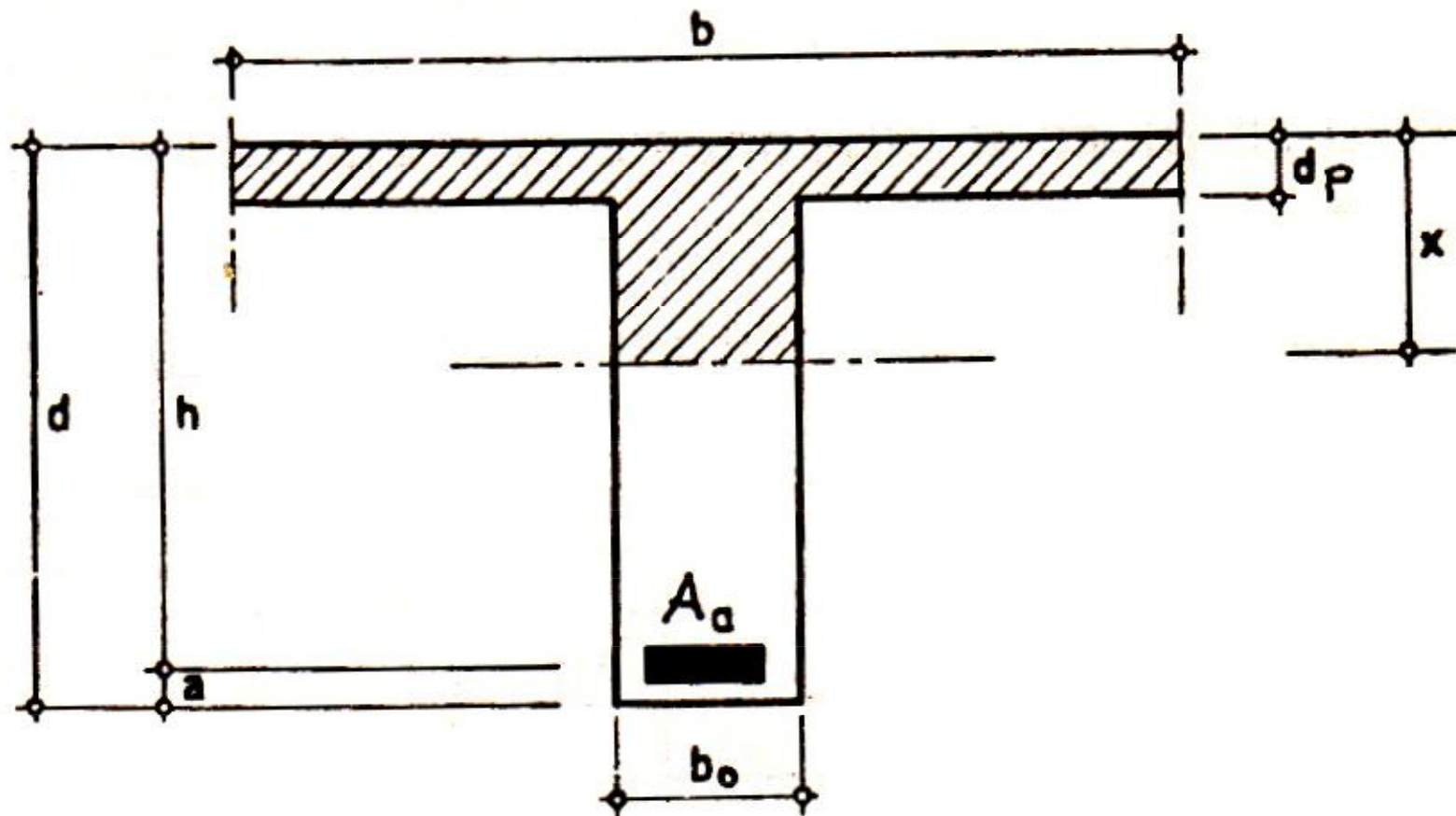
$$A_{a1} = \bar{\mu}_1^* b h \frac{f_B}{\sigma_v} + \frac{\Delta M_u}{\sigma_v (h - a_2)} - \frac{N_u}{\sigma_v}$$

$$A_{a2} = \frac{\Delta M_{au}}{\sigma_v (h - a_2)}$$

6. "T" presek

Podsetnik:

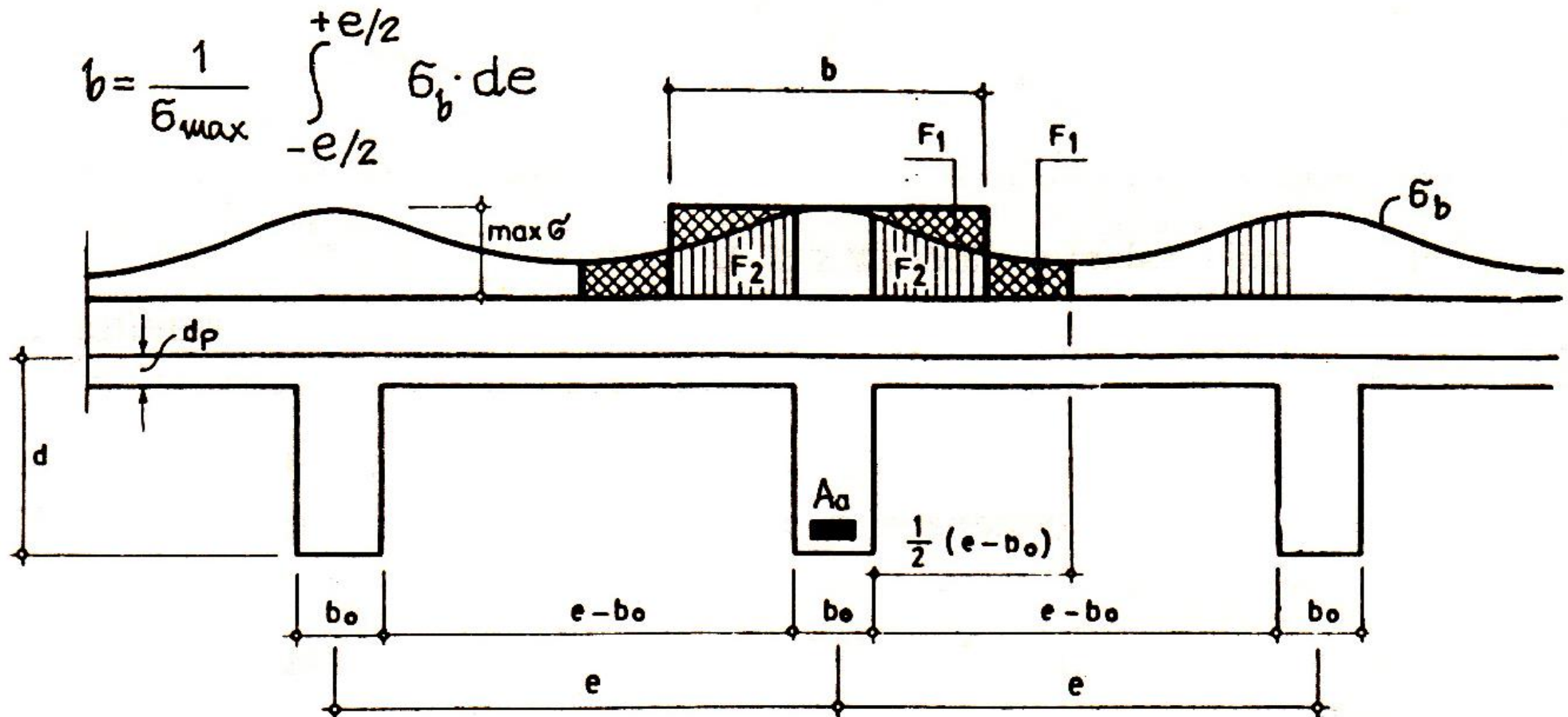
- Nosač T poprečnog preseka čini armiranobetonska greda (rebro), koja je u svom pritisnutom delu monolitno vezana sa pločom



6. "T" presek

Podsetnik:

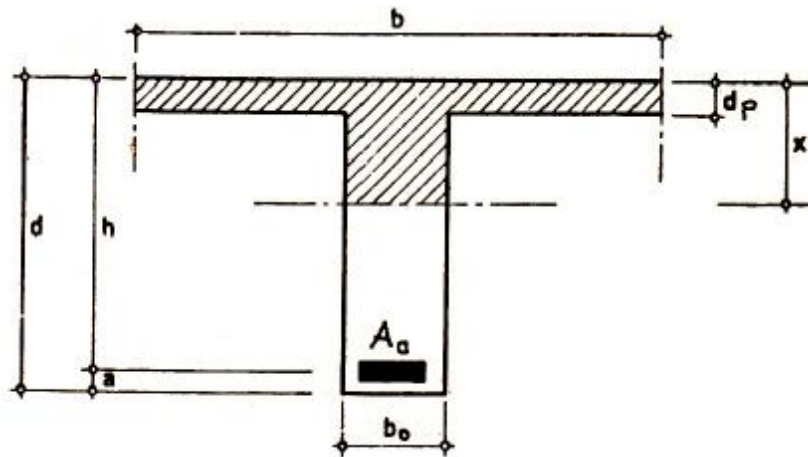
- Normalne napone pritiska prihvataju rebro i sadejstvujući deo ploče na širini koja se naziva sadejstvujuća aktivna širine ploče b



6. "T" presek

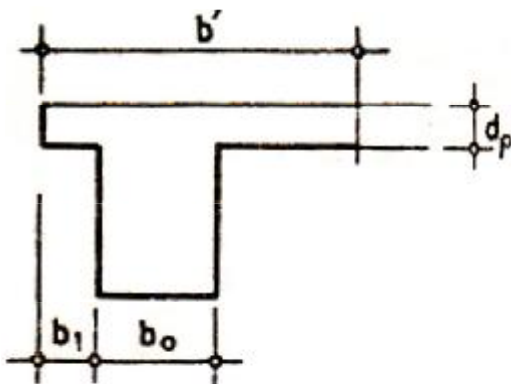
Podsetnik:

- Aktivna širina ploče na kojoj se vrši osrednjavanje napona – b je određena pravilnikom BAB 87 kao:



$$b = \min. \begin{cases} b_0 + 20 d_p & \leq e \\ b_0 + 0.25 l_0 & \leq e \end{cases}$$

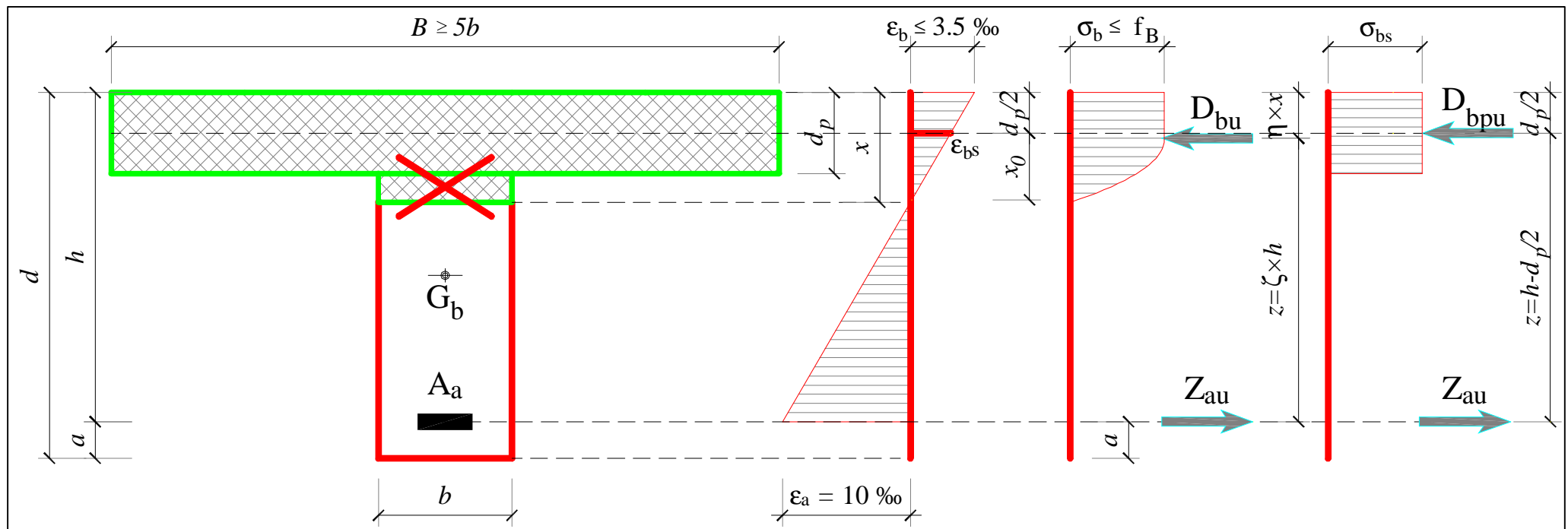
- Za slučaj nesimetričnog T preseka aktivna širina se uzima kao:



$$b' = \min. \begin{cases} b_1 + b_0 + 8 d_p & \leq 0.5 e \\ b_1 + b_0 + 0.25 \frac{l_0}{3} & \leq 0.5 e \end{cases}$$

6. "T" presek

- Ako je neutralna linija u rebru i $B \geq 5b$
 \Rightarrow zanemaruju se normalni naponi pritiska u rebru (mala greška)
 Pretpostavlja se da sila pritiska D_{bpu} deluje u srednjoj ravni ploče
 Odn. u ploči je konstantan napon pritiska σ_{bs} kome odgovara dilatacija ε_{bs}
 Velika pritisnuta površina $\Rightarrow \varepsilon_b \approx 0.5-1.5\text{‰} \Rightarrow \varepsilon_a = 10\text{‰}$ (lom po armaturi)



6. "T" presek

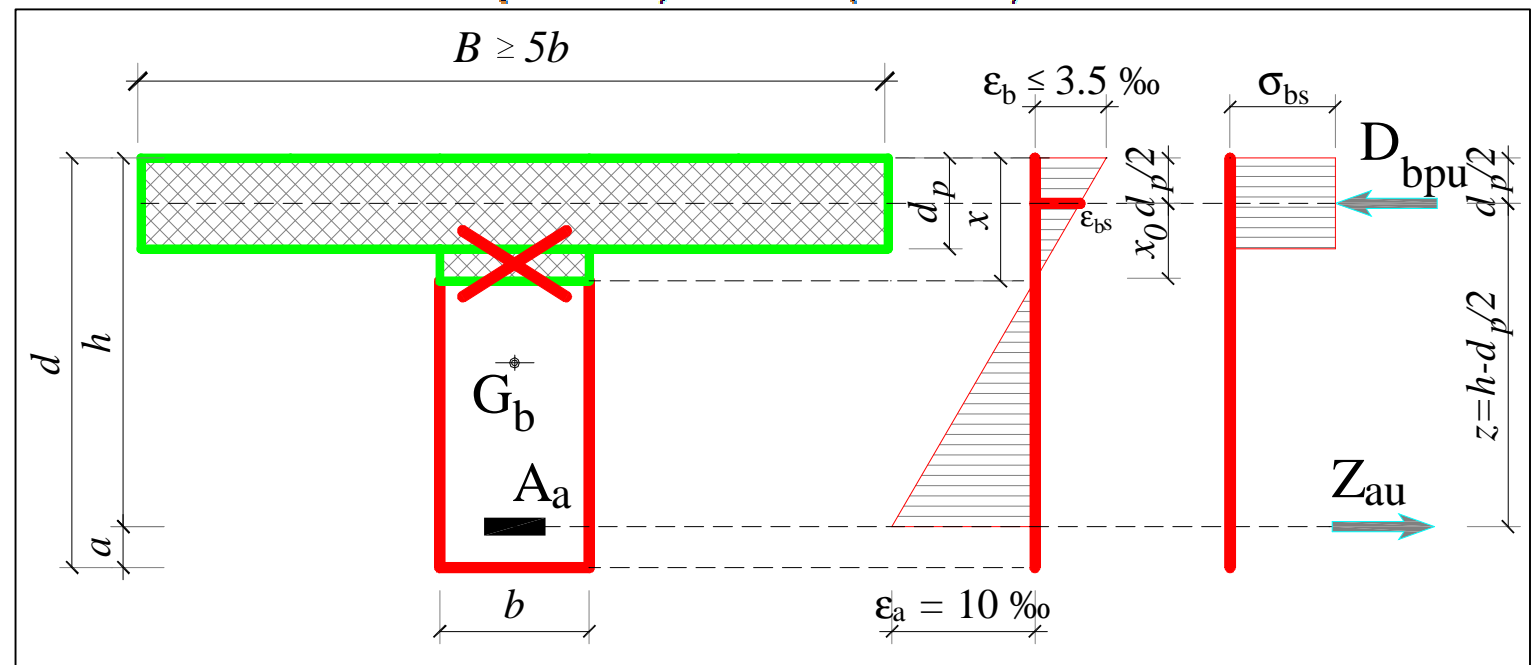
I. Slobodno dimenzionisanje:

$$\sum N_u = 0: \sigma_{bs} B d_p - A_a \sigma_v = 0 \quad \sum M_a = 0: \sigma_{bs} B d_p \left(h - \frac{d_p}{2} \right) = M_u$$

- Ako se σ_{bs} usvoji \Rightarrow
$$h = \frac{M_u}{\sigma_{bs} B d_p} + \frac{d_p}{2} \quad (0.3f_b \leq \sigma_{bs} \leq 0.75f_b)$$

$$\frac{x_0}{\varepsilon_{bs}} = \frac{h - (x_0 + \frac{d_p}{2})}{\varepsilon_a} \Rightarrow x_0 = \frac{\varepsilon_{bs}}{\varepsilon_{bs} + \varepsilon_a} \left(h - \frac{d_p}{2} \right) = s_0 \left(h - \frac{d_p}{2} \right)$$

- Provera:
 $x_0 \geq d_p/2$?
- Ako jeste
 \Rightarrow "T" presek!



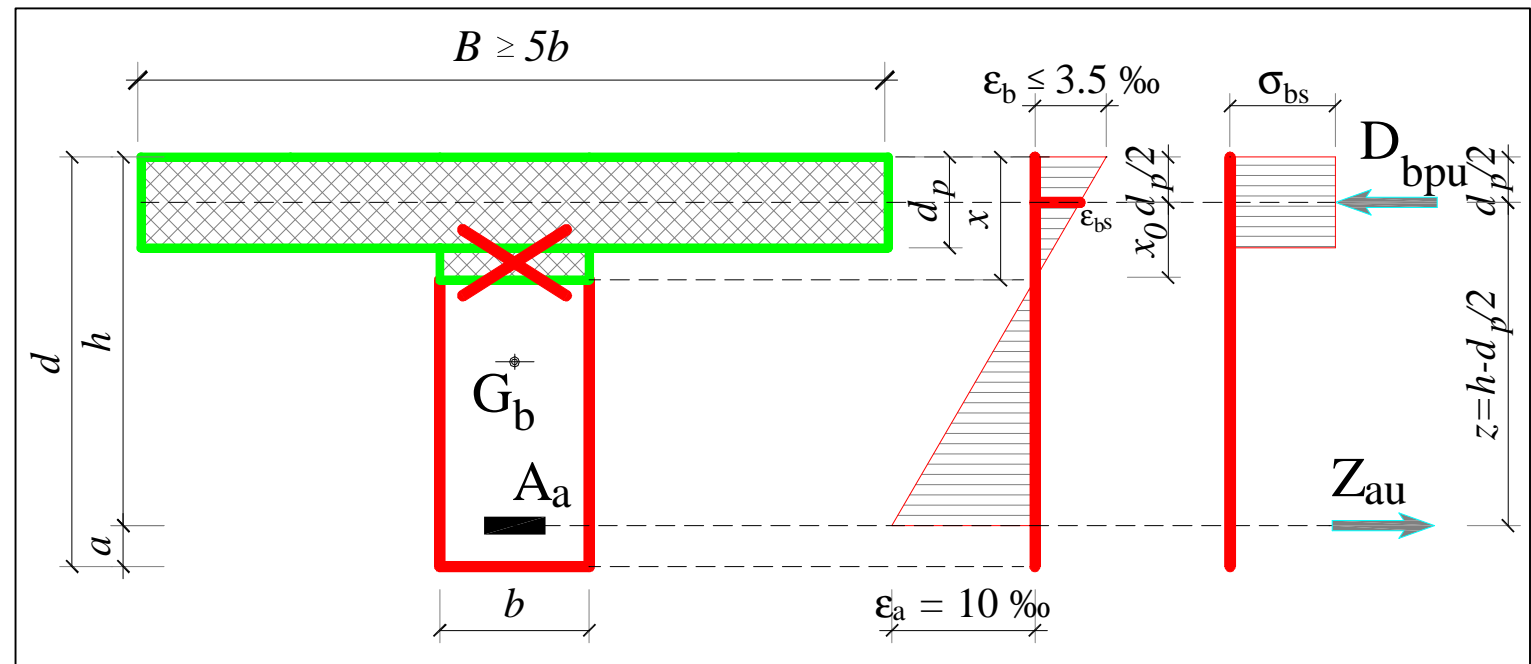
6. "T" presek

I. Slobodno dimenzionisanje:

$$A_a = \frac{\sigma_{bs} B d_p}{\sigma_v} = \frac{M_u}{\sigma_v \left(h - \frac{d_p}{2} \right)}$$

• Provera:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bs} \frac{x_0 + \frac{d_p}{2}}{x_0} \leq 3.5\text{‰}?$$



6. "T" presek

II. Vezano dimenzionisanje

- POZNATO: $M_u, b, B, d, \sigma_v, f_B$

- USVAJA SE: $\sigma_{bs} = \frac{M_u}{Bd_p \left(h - \frac{d_p}{2} \right)}$ RDB $\Rightarrow \varepsilon_{bs} = 2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{bs}}{f_B}} \right)$ [‰]

$$x_0 = \frac{\varepsilon_{bs}}{\varepsilon_{bs} + \varepsilon_a} \left(h - \frac{d_p}{2} \right) \Rightarrow \varepsilon_b = \varepsilon_{bs} \frac{x_0 + \frac{d_p}{2}}{x_0} \leq 3.5\text{‰}$$

- Ako je $x_0 \geq d_p/2$ onda je "T" presek

$$A_a = \frac{M_u}{\sigma_v \left(h - \frac{d_p}{2} \right)}$$

6. "T" presek

II. Vezano dimenzionisanje

- Praktičniji pristup: pretpostaviti neutralnu liniju u ploči!
- Dimenzioniše se pravougaoni presek Bxd

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_u}{Bf_B}}} \Rightarrow \varepsilon_b, \varepsilon_a, \bar{\mu}_1, s$$

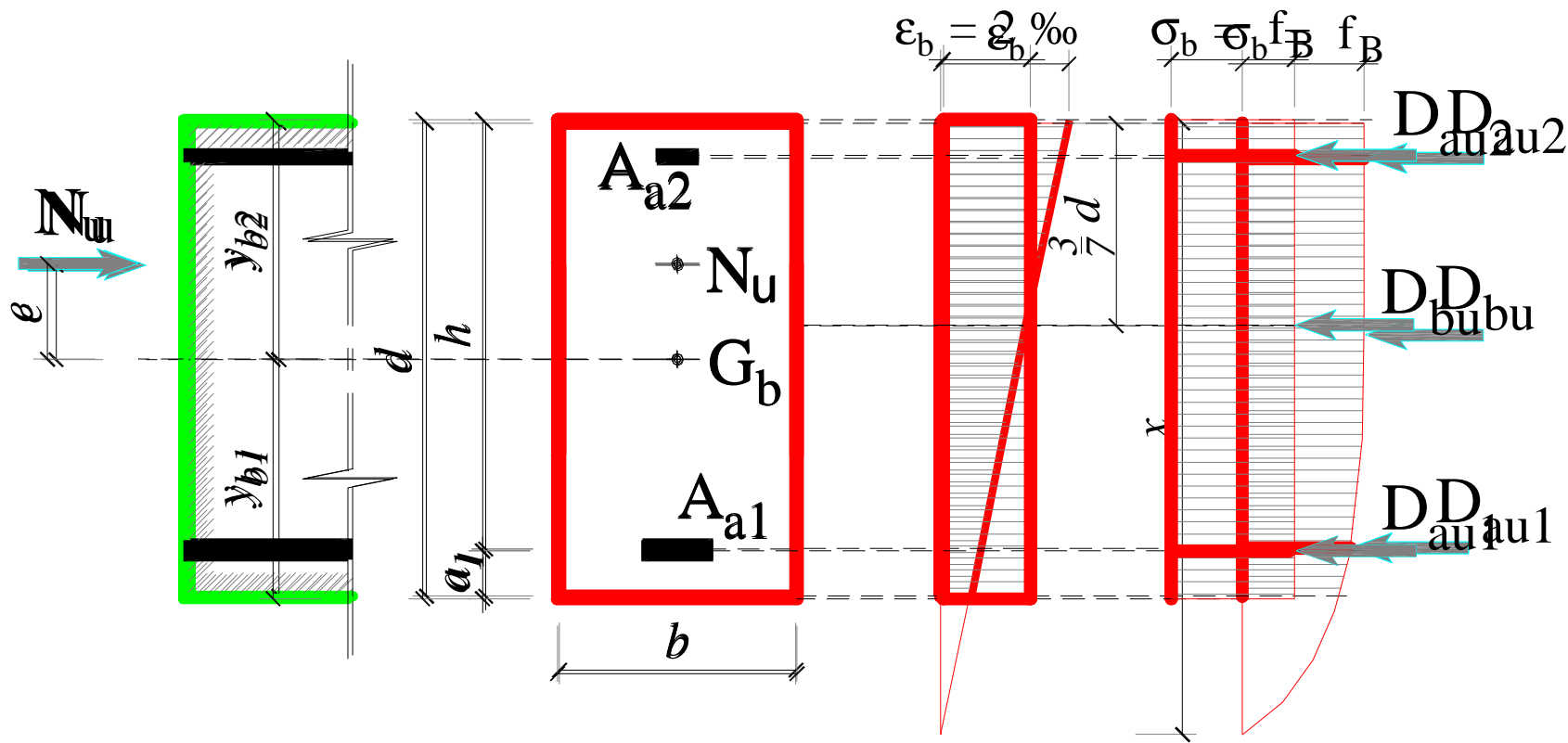
- Preko koeficijenta s se određuje položaj neutralne linije: $x=sh \leq d_p$?
- Ako jeste, presek je pravougaoni Bxd
- U svakom slučaju mora se obezbediti minimalna količina armature!

$$A_{a,min} = \mu_{min} \frac{bd}{100} \quad (\text{u odnosu na širinu rebra } b!)$$

- Za GA $\mu_{min}=0.25\%$; RA $\mu_{min}=0.20\%$

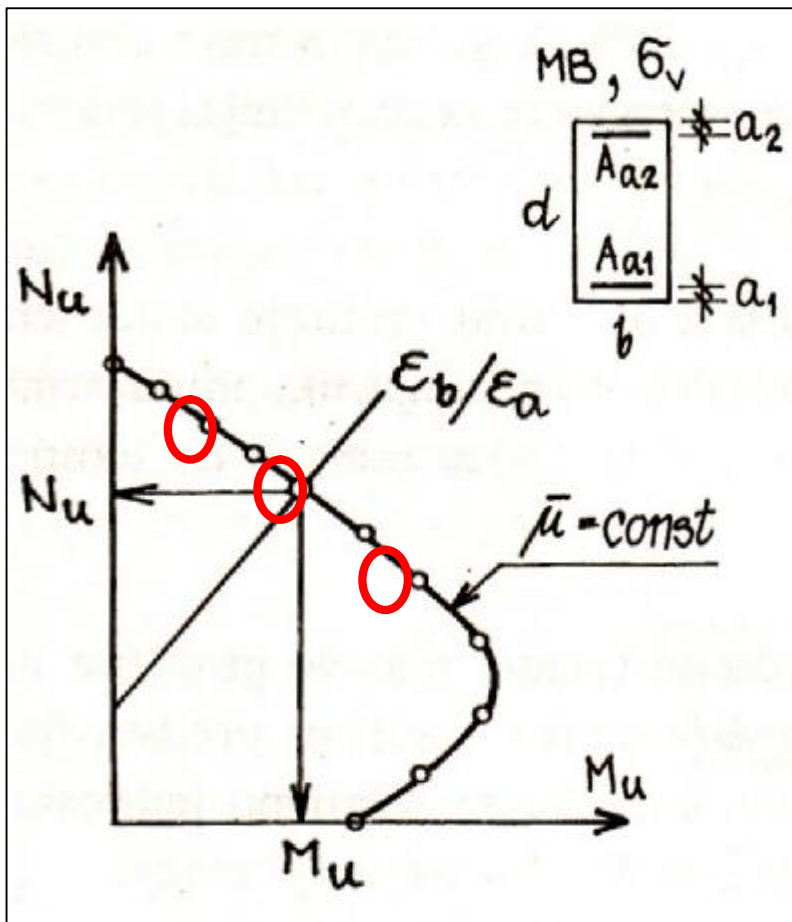
7. Mali ekscentricitet – Ekscentrično pritisnuti elementi. Dijagrami interakcije.

- Slučaj naprezanja karakterističan za stubove
- Ekscentricitet normalne sile je mali, ceo presek je pritisnut; simetrično armiranje!
- Granične dilatacije se kreću od $\varepsilon_{b1}=0\text{‰}$ i $\varepsilon_{b2}=3.5\text{‰}$ do $\varepsilon_{b1}=\varepsilon_{b2}=2\text{‰}$



7. Mali ekscentricitet – Ekscentrično pritisnuti elementi. Dijagrami interakcije.

- Konstruisanje: usvojen oblik i dimenzije preseka, raspored i količina armature, mehaničke karakteristike betona i čelika, stanje graničnih dilatacija u preseku
- Ispisivanje uslova ravnoteže $\Rightarrow M_u, N_u$



- Najčešće u bezdimenzionalnom obliku:

$$m_u = \frac{M_u}{bd^2 f_B}$$

$$n_u = \frac{N_u}{bd f_B}$$

$$A_a = \bar{\mu} b d \frac{f_B}{\sigma_v}$$

- Posebni dijagrami za različite odnose a/d i različite mehaničke karakteristike betona i čelika

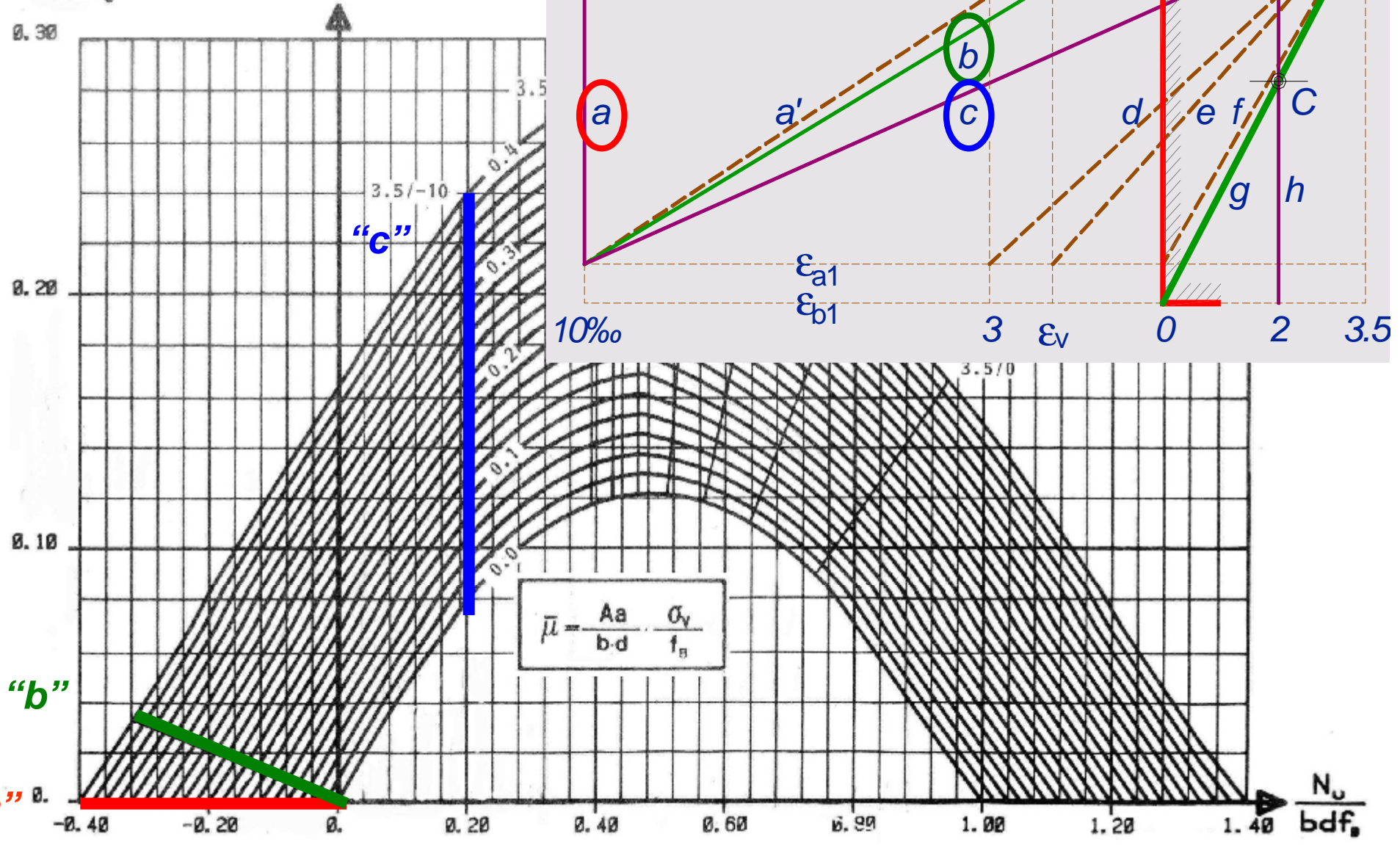
115. Di jagram za dimenzionisanje M_{xu}, N_u

$\delta_v =$
 $\bar{\mu}_{max} =$

$\frac{M_{xu}}{bd^2 f_b}$

GF - IMK

ZATEZANJE PRITISAK



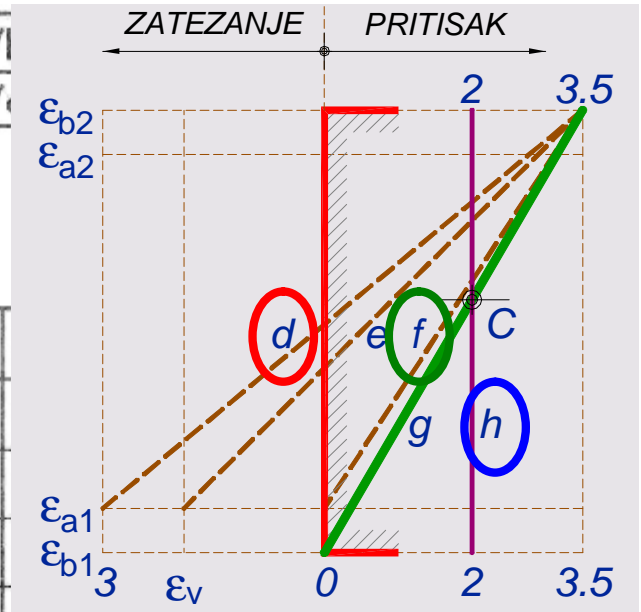
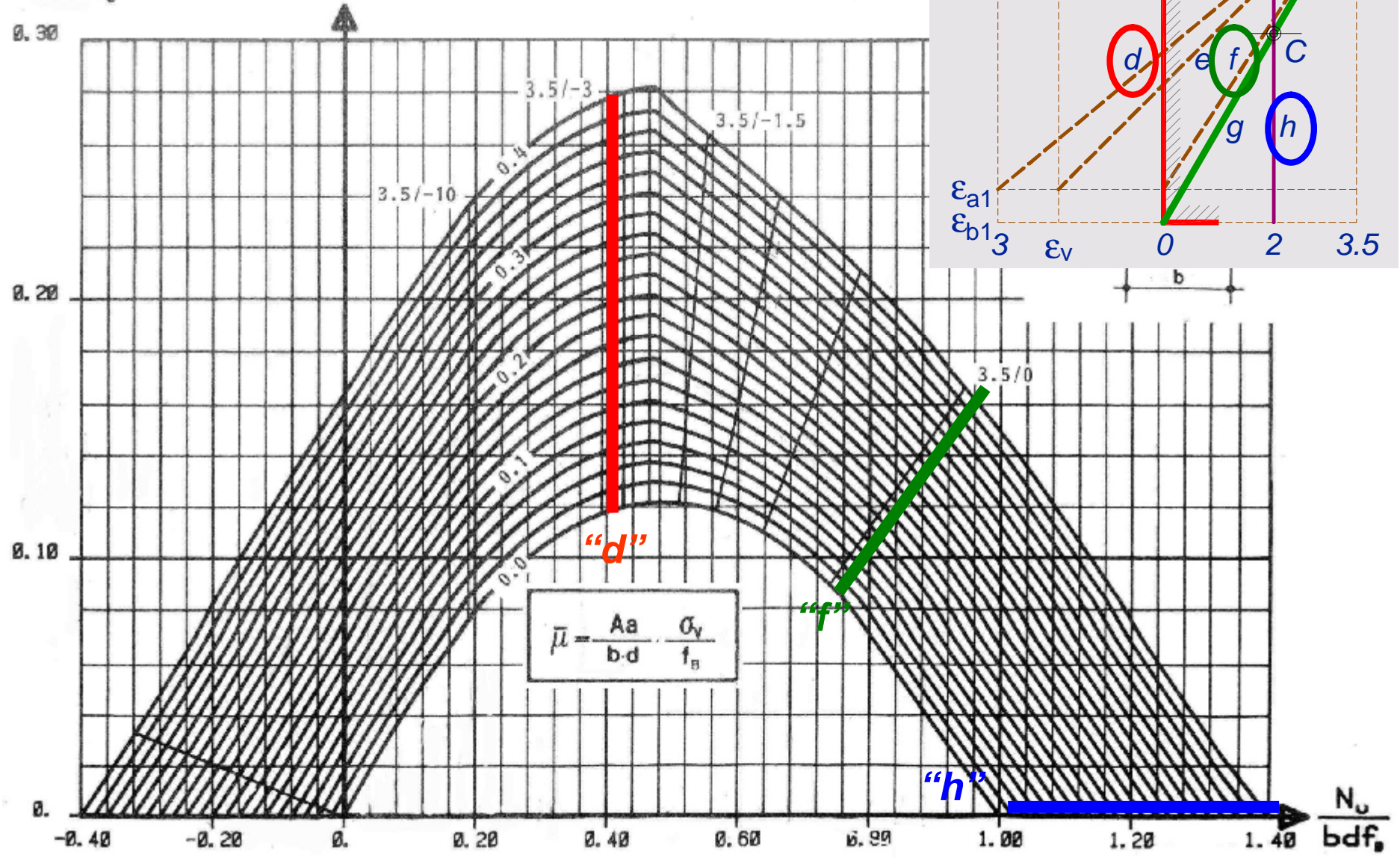
115. Di jagram za dimenzionisanje M_{xu}, N_u

$\sigma_v = 40.0 \text{ KN/cm}^2$
 $\bar{\mu}_{\text{max}} = 0.4$

$\frac{m_y = M_y / I}{m_x = M_x / I}$

$\frac{M_{xu}}{bd^2 f_b}$

GF - IMK



7. Mali ekscentricitet – Ekscentrično pritisnuti elementi. Dijagrami interakcije.

