

# ***BETONSKE KONSTRUKCIJE***

## ***DIMENZIONISANJE PRESEKA PREMA TEORIJI GRANIČNIH STANJA - Granična stanja upotrebljivosti -***

***Prof. dr Snežana Marinković***

***Doc. dr Ivan Ignjatović***

***Semestar: V***

***ESPB:***

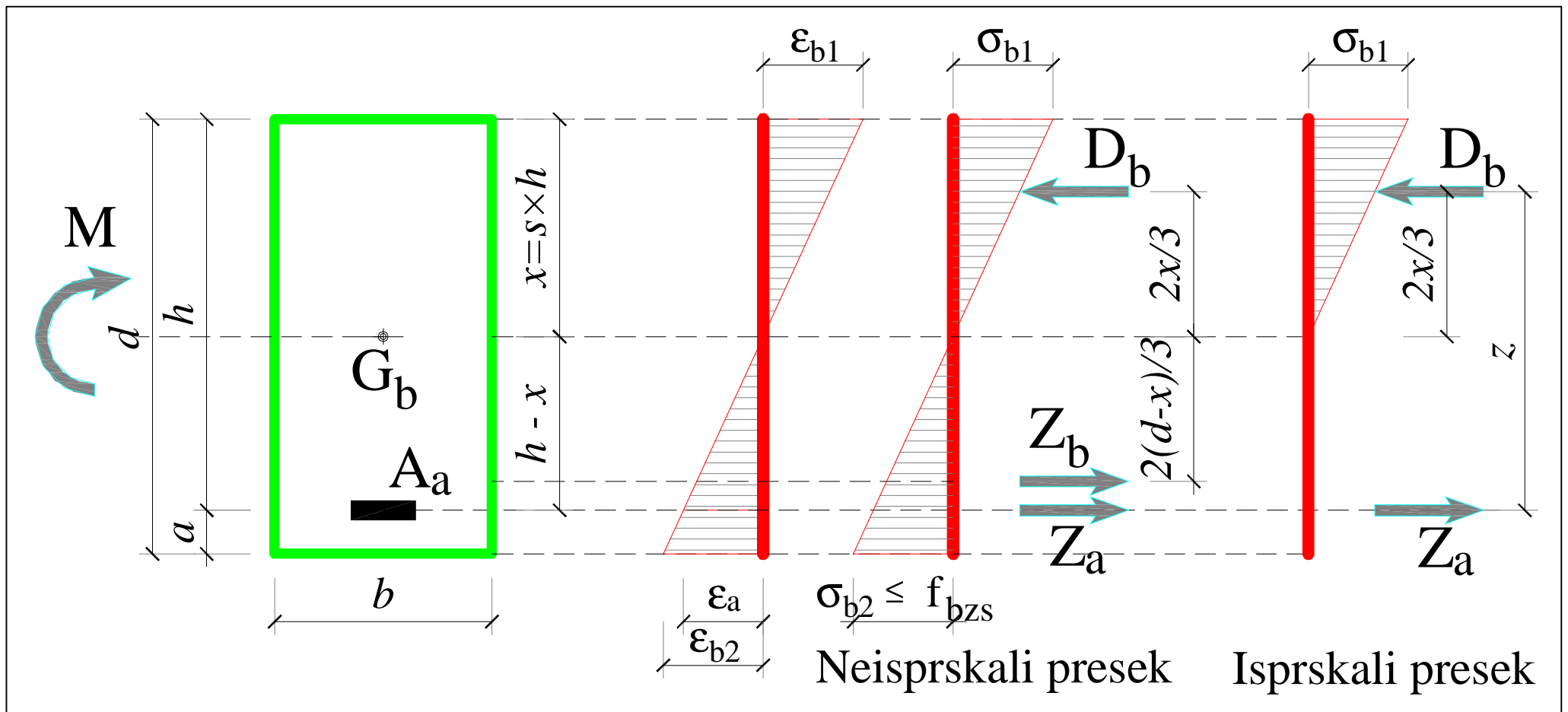
- 1. *GSU - Uvod***
- 2. *Uticaj vremenskih deformacija betona***
- 3. *Proračun prslina***
- 4. *Proračun deformacija***

# 1. GSU - uvod

- *Dimenzionisanjem prema GSN gubi se uvid u ponašanje konstrukcije u eksploataciji!*
- *Osim nosivosti, tokom upotrebnog veka konstrukciju neophodno je zadovoljiti i druge zahteve:*
  - *Stanje prslina*
  - *Stanje deformacija*
- *Proračun se sprovodi sa eksploatacionim vrednostima opterećenja! ( $\gamma_{ui}=1$ )*
- *Zadovoljenje određenih graničnih vrednosti:*
  - *Širina prslina: 0.1 mm jako agresivne sredine*
    - 0.2 mm umereno agresivne sredine*
    - 0.4 mm slabo agresivne sredine*
  - *Ugibi: L/300 proste i kontinualne grede*
    - L/150 konzole*
    - L/750 kranske staze*

# 1. GSU - uvod

- Proračun po teoriji elastičnosti

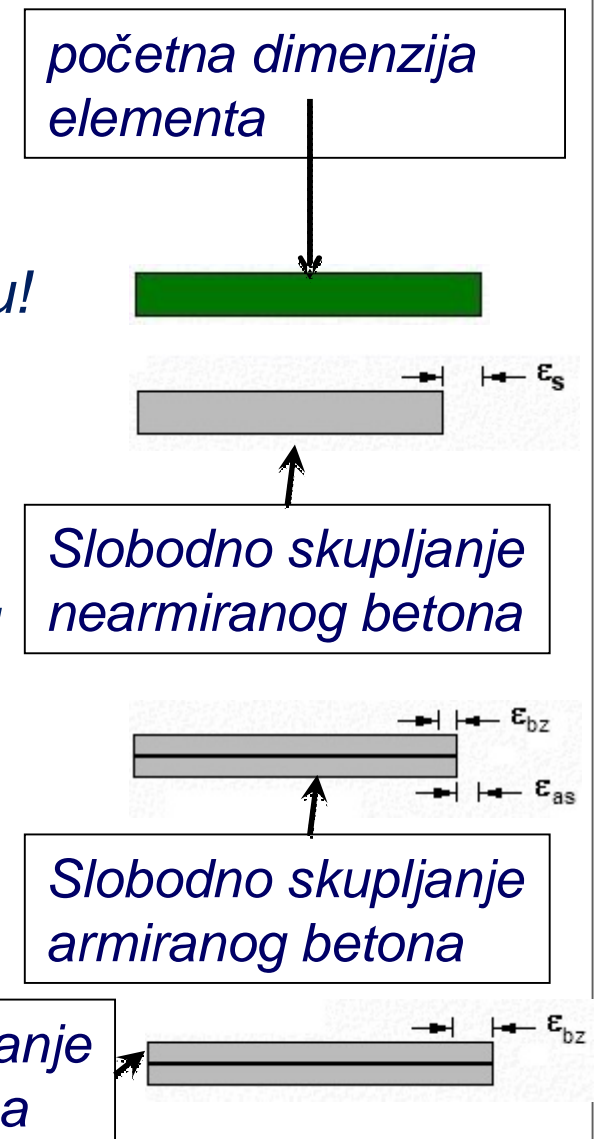


## **2. Uticaj vremenskih deformacija betona**

- *Dva bitna efekta koj utiču na stanje prslina i ugiba AB elemenata:*
  - *Skupljanje; efekat smanjenja zapremine koji nastaje usled isparavanja vode tokom procesa vezivanja cementa*
  - *Tečenje; efekat porasta deformacija pri konstantnom opterećenju*
- *Oba efekta su dugotrajna (smatra se da su procesi završeni tek nakon oko 30 godina odn. 10 000 dana)*

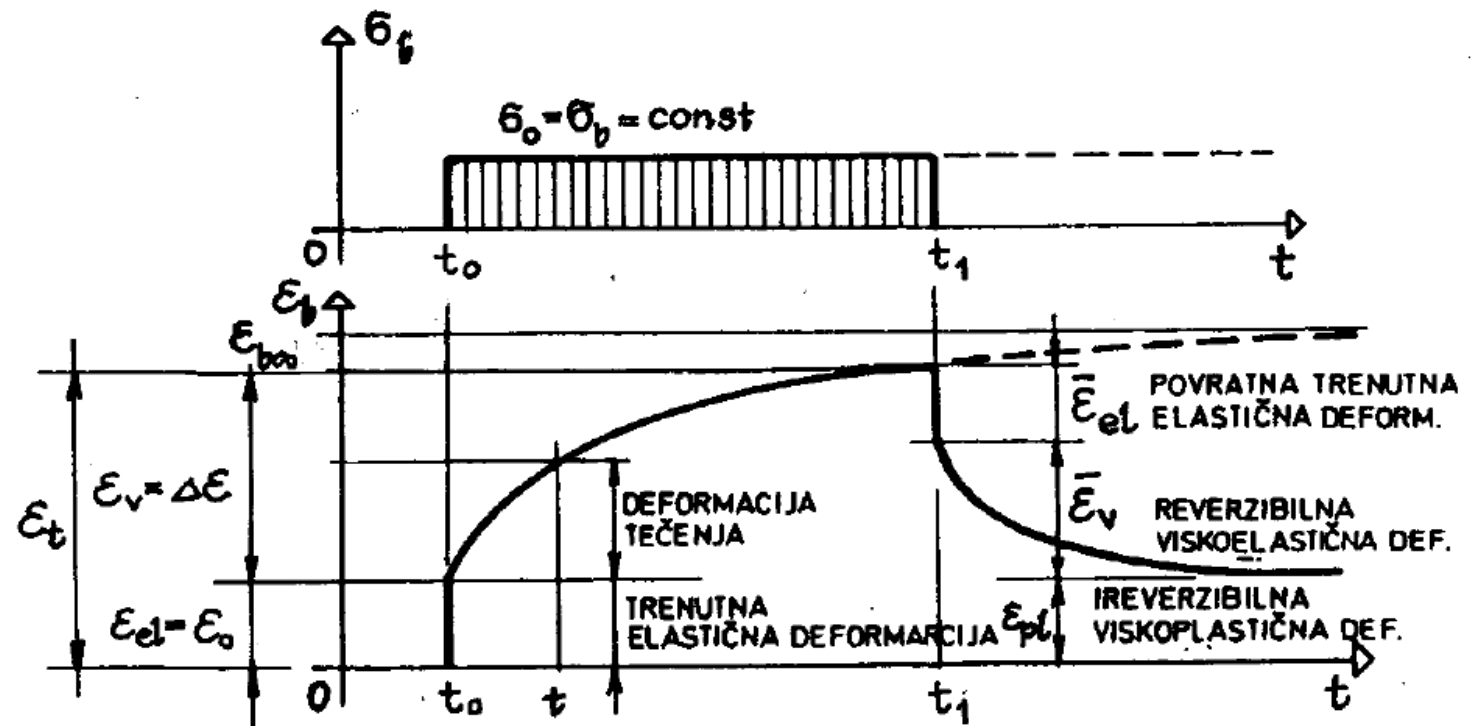
## 2. Uticaj vremenskih deformacija betona

- Skupljanje u najvećoj meri zavisi od:
  - relativne vlažnosti
  - dimenzija elementa
  - sastava i kvaliteta betona
- Slobodno skupljanje ne izaziva napone u elementu!
- U slučaju slobodnog skupljanja armiranog betona javlja se dilatacija skupljanja u armaturi  $\varepsilon_{as}$  i dilatacija zatezanja u betonu  $\varepsilon_{bz}$   
=> sila pritiska u armaturi, sila zatezanja u betonu!
- U slučaju sprečenog skupljanja armiranog betona dilatacija  $\varepsilon_{as}=0$  odn. dilatacija zatezanja u betonu će biti  $\varepsilon_{bz} = \varepsilon_s$
- Sila zatezanja u betonu će verovatni biti dovoljno velika da izazove prsline!



## 2. Uticaj vremenskih deformacija betona

- *Tečenje u najvećoj meri zavisi od:*
  - *starosti i čvrstoće betona u trenutku nanošenja opterećenja*
  - *odnosa napona u betonu i čvrstoće pri pritisku*
  - *dužine trajanja opterećenja*
  - *relativne vlažnosti*
  - *dimenzija poprečnog preseka elementa*



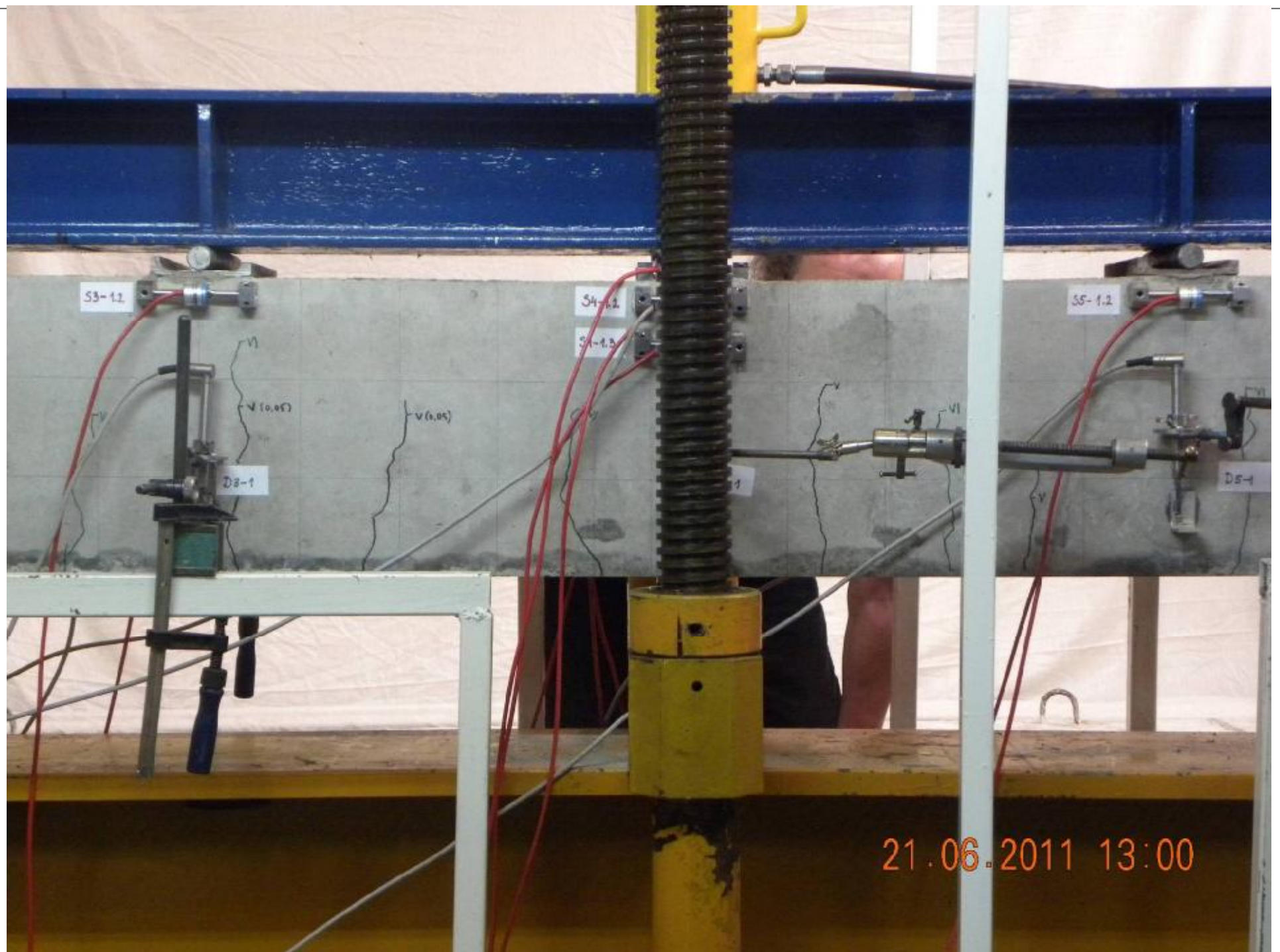
### 3. Proračun prslina

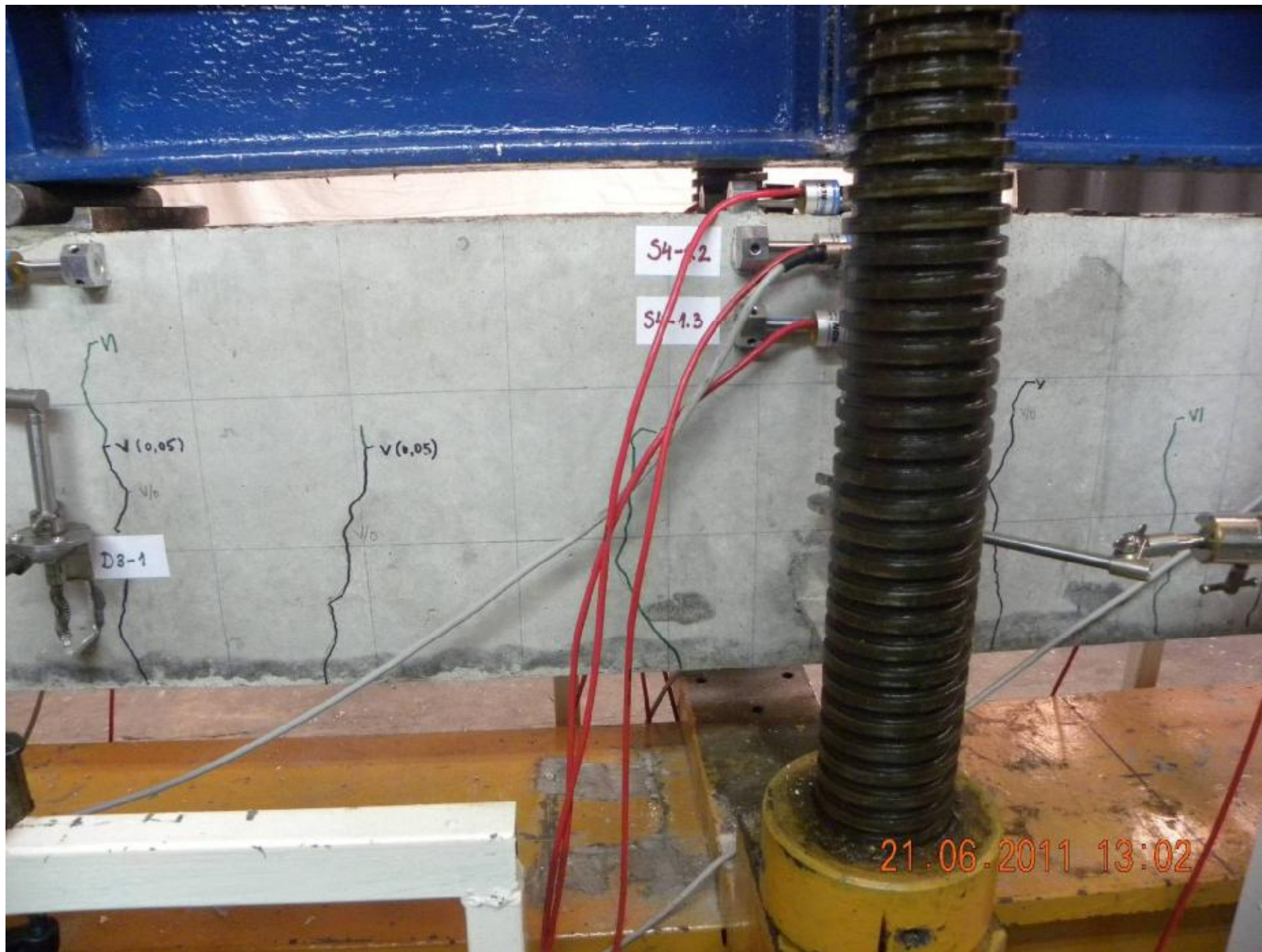
- *Niska čvrstoća betona na zatezanja => neizbežna pojava prslina*
- *Proračun prslina se vrši zbog kontrole njihove širine*
- *Osnovni razlozi za ograničavanje širine prslina:*
  - *Korozija armature*
  - *Ulazak tečnosti i gasova kroz prsline*
  - *Neprihvatljiv estetski izgled isprskalih elemenata*





21.06.2011 10:16





S4-1.2

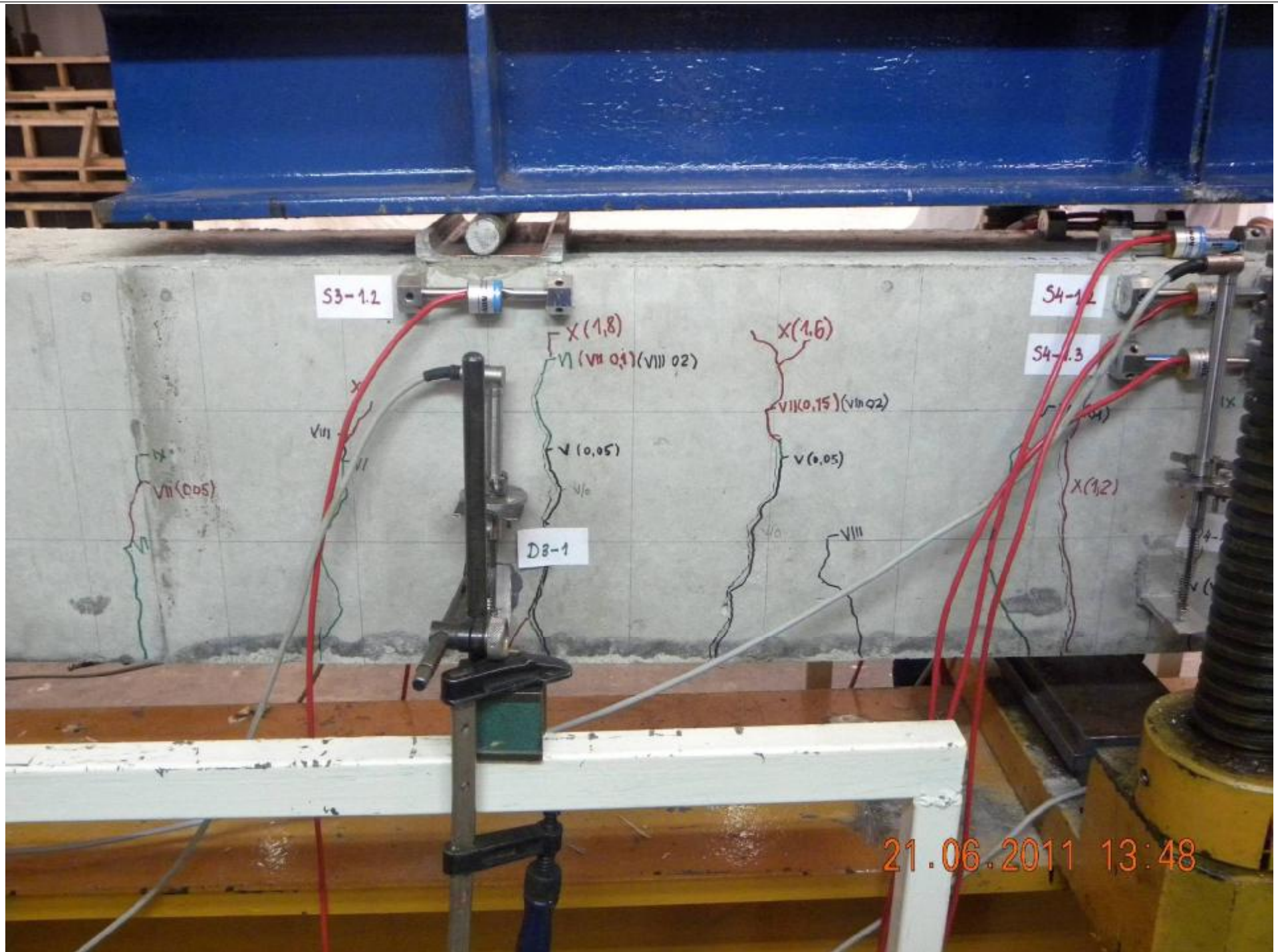
S4-1.3

D3-1

V(0,05)

V(0,05)

21.06.2011 13:02



NAC-2

S4-1.2

S4-2.3

S5-1.2

-I (00s)

70 - II

40 - I (00s)

20 - I

3-1

D4-1

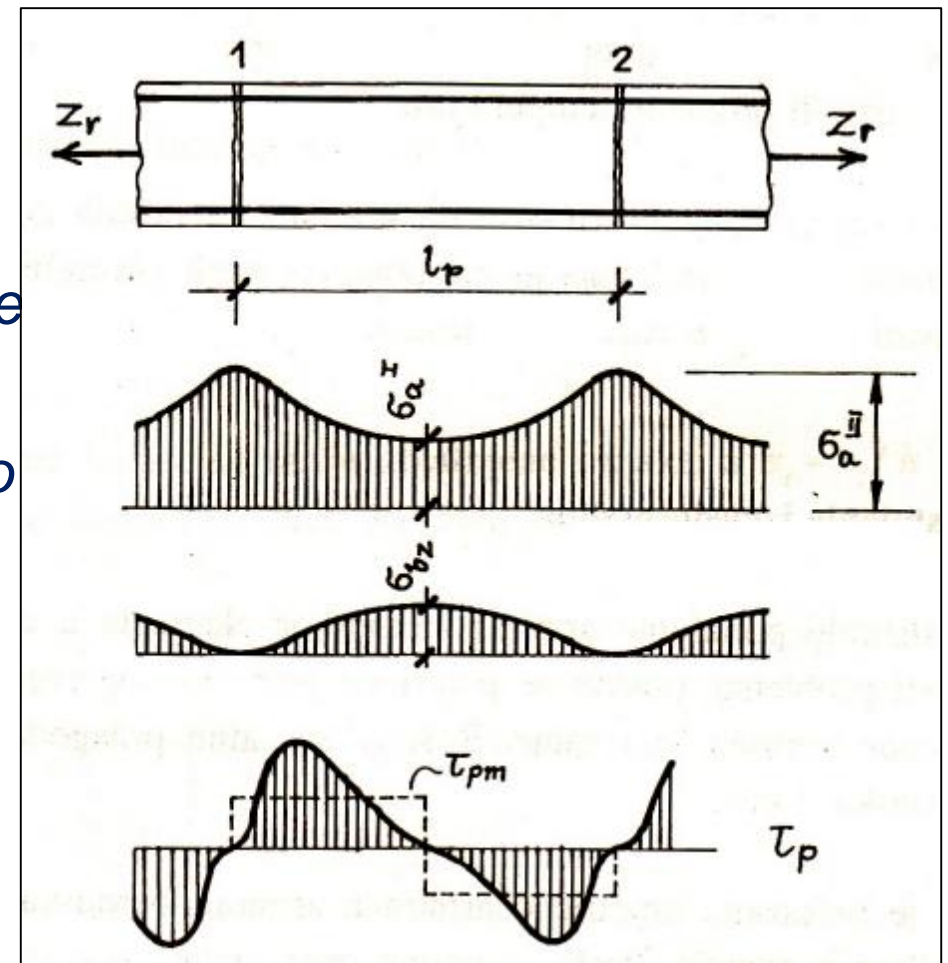
D5-1

23.06.2011 14:19



### 3. Proračun prslina

- Rastojanje između prslina:
- Zatega opterećena centričnom silom zatezanja
- Dostizanje čvrstoće betona na zatezanja => otvaranje prve prsline
- U tom preseku silu  $Z_r$  prihvata samo armatura!
- Udaljavanjem od prsline preko napona prijanjanja sila se iz armature prenosi na okolni beton
- Na rastojanju  $l_p$  je ponovo homogeno naponsko stanje odn. postoje uslovi za otvaranje nove prsline!



### 3. Proračun prslina

- Postavljanje uslova ravnoteže na dužini  $l_p$  između 2 susedne prslina:

$$A_{b,ef} f_{bz} = \int_0^{l_p} \tau_p (n\pi\phi) dx$$

- Usvajanje osrednjene vrednosti napona prijanjanja  
=> srednje rastojanje između prslina

$$l_{pm} = \frac{f_{bz}}{\tau_{pm}} \frac{A_{b,ef}}{n\pi \frac{\phi^2}{4}} = k_1 k_2 \frac{\phi}{\mu_z}$$

$A_{b,ef}$  - ef. površ. betona oko zat. Armature

$\mu_z$  - koef. arm. u odnosu na  $A_{b,ef}$   $\mu_z = \frac{A_a}{A_{b,ef}}$

$\phi$  - prečnik šipke [cm]

$k_1$  - koef. koji zavisi od kvaliteta athezije  $k_1 = \begin{cases} 0.8 & \text{za GA 240/360} \\ 0.4 & \text{za RA 400/500} \end{cases}$

$k_2$  - koef. koji zavisi od vrste naprezanja  $k_2 = \begin{cases} 0.125 & \text{za čisto savijanje} \\ 0.25 & \text{za čisto zatezanje} \end{cases}$

### 3. Proračun prslina

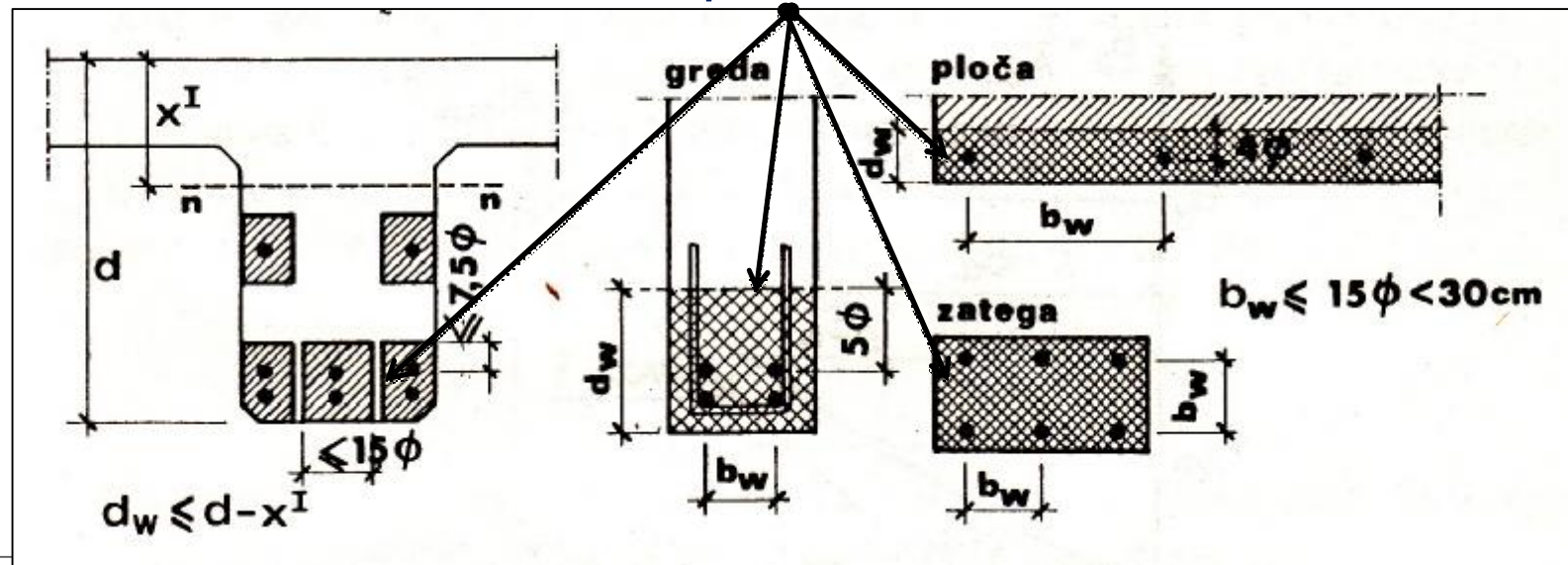
- Potrebno je obuhvatiti i uticaj:
  - zaštitnog sloja betona
  - međusobnog razmaka šipki armature

$$l_{pm} = 2 \left( a_0 + \frac{e_\phi}{10} \right) + k_1 k_2 \frac{\phi}{\mu_z}$$

$a_0$  - debljina zaštitnog sloja (uključujući debljinu uzengije)

$e_\phi$  - osovinsko rastojanje šipki

*Efektivna površina betona*



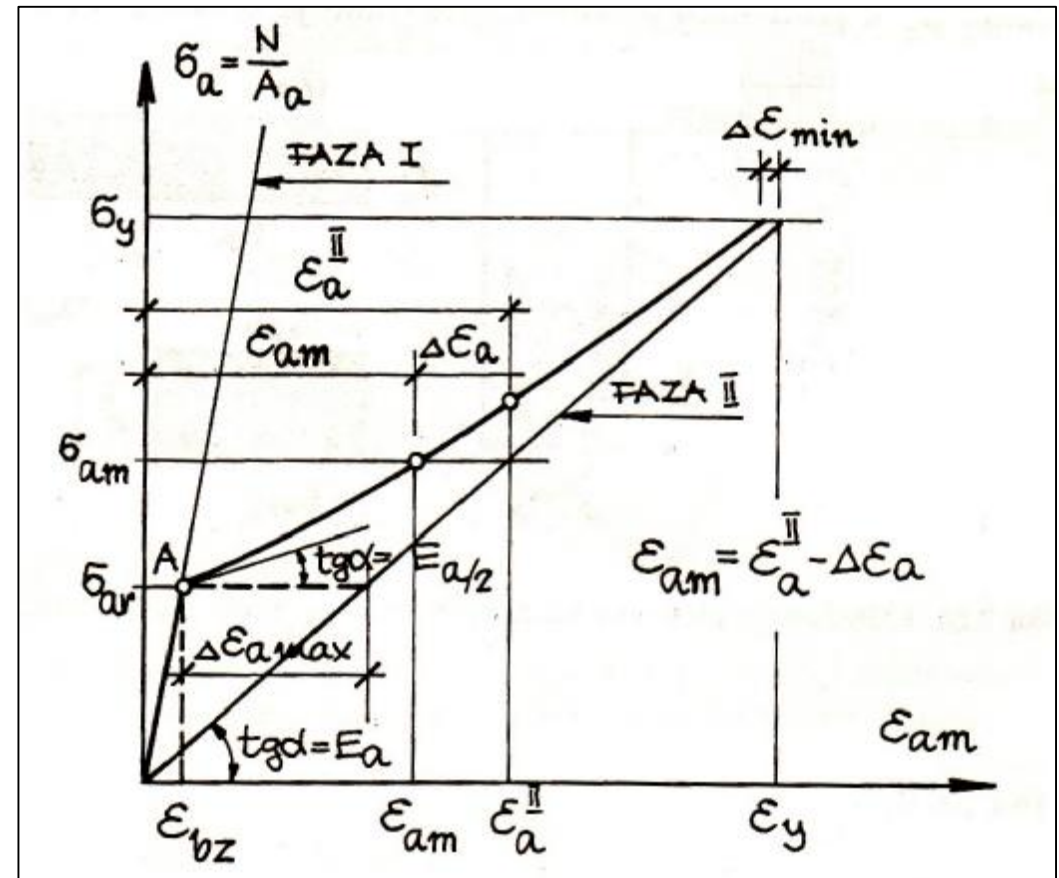






### 3. Proračun prslina

- Širina prslina:
- Da nema veze beton-armatura širina prslina bi bila jednaka izduženju armature između 2 prsline  $a_{pm} = \varepsilon_a^{II} l_{pm}$
- Beton između prslina prihvata deo zatezanja pa je:  $\varepsilon_{am} = \varepsilon_a^{II} - \Delta\varepsilon_a$



### 3. Proračun prslina

- Širina prslina:
- Koeficijent raspodele  $\zeta$

$$\varepsilon_{am} = (1 - \zeta)\varepsilon_a^I + \zeta\varepsilon_a^{II}$$

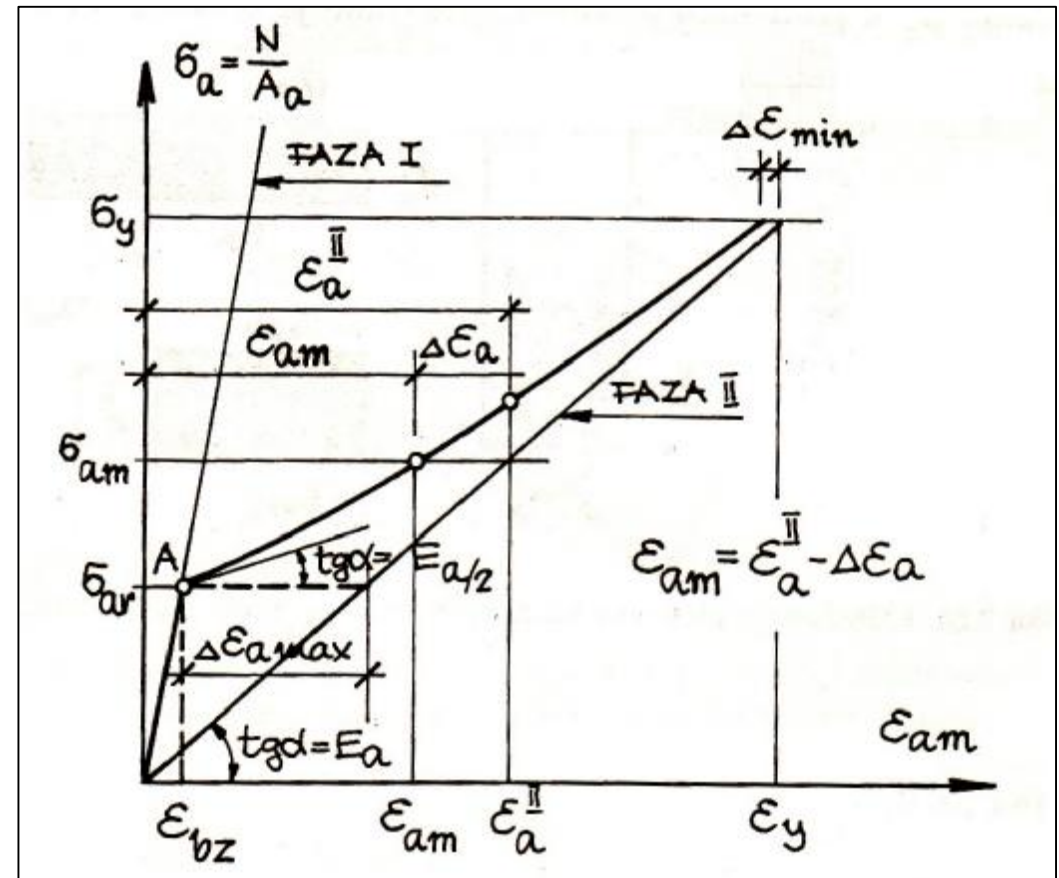
$$\zeta = 1 - \beta_1\beta_2 \left( \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_a^{II}} \right)^2 \quad \text{za } Z > Z_r \quad (M > M_r)$$

$$\zeta = 0 \quad \text{za } Z \leq Z_r \quad (M \leq M_r)$$

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.5 & \text{za GA 240/360} \\ 1.0 & \text{za RA 400/500} \end{cases}$$

$$\beta_2 = \begin{cases} 1.0 & \text{za kratkotrajna dejstva} \\ 0.5 & \text{za dugotrajna dejstva} \end{cases}$$

$\sigma_{ar}$  - napon neposredno po otvaranju prsline



### 3. Proračun prslina

- Širina prslina:

$$\varepsilon_{am}^r = \varepsilon_{am} - \varepsilon_b^I \quad \varepsilon_b^I = (1 - \zeta)\varepsilon_a^I$$

- Srednja širina prslina:

$$a_{pm} = \varepsilon_{am}^r l_{pm} = \zeta \varepsilon_a^{II} l_{pm}$$

- *Maksimalne vrednosti znatno odstupaju od srednjih*  
=> karakteristične vrednosti

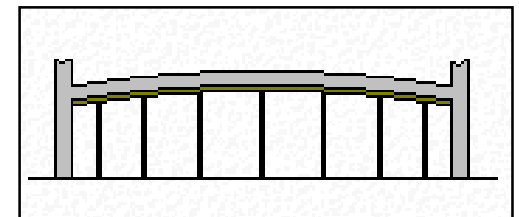
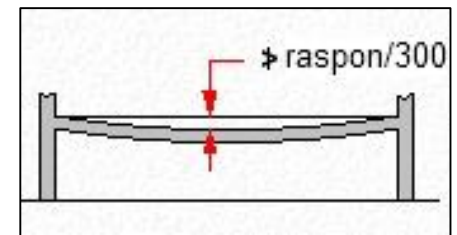
$$a_{pk} = 1.7 a_{pm}$$

- *Ovako sračunata širina prsline mora biti manja od granične vrednosti!*

$$a_{pk} \leq a_{pu}$$

## 4. Proračun deformacija

- Deformacije odn. ugibi elemenata su bitni za izgled i funkcionisanje konstrukcije
- Bitan je i uticaj deformacija na nekonstruktivne elemente – pregradne zidove, ispune, fasadne obloge i dr.
- Zbog toga su uvedene dopuštene vrednosti ugiba:
  - $L/300$  za proste i kontinualne grede
  - $L/150$  za konzole
  - $L/750$  za kranske staze
- Moguće rešenje je izvođenje nosača sa nadvišenjem u oplati









## 4. Proračun deformacija

- Glavni razlozi zbog kojih je nemoguće potpuno precizno izračunati deformacije:
  - Krutost koju pružaju oslonci je moguće samo proceniti
  - Nemoguće je predvideti tačan intenzitet i trajanje opterećenja
  - Stvarne vrednosti karakteristika materijala su nepoznate
  - Doprinos krutosti koju pružaju nekonstruktivni elementi je nemoguće tačno odrediti i uglavnom se zanemaruje
- Osnova za određivanje deformacija – teorema o deformacionom radu:

$$u = \int_0^l \frac{M_x}{EI_x} \bar{M} dx = \int_0^l \frac{1}{r(x)} \bar{M} dx$$

$\frac{1}{r(x)}$  - krivina elementa

$r(x)$  - poluprečnik krivine

- Rešavanje postupcima numeričke integracije

## 4. Proračun deformacija

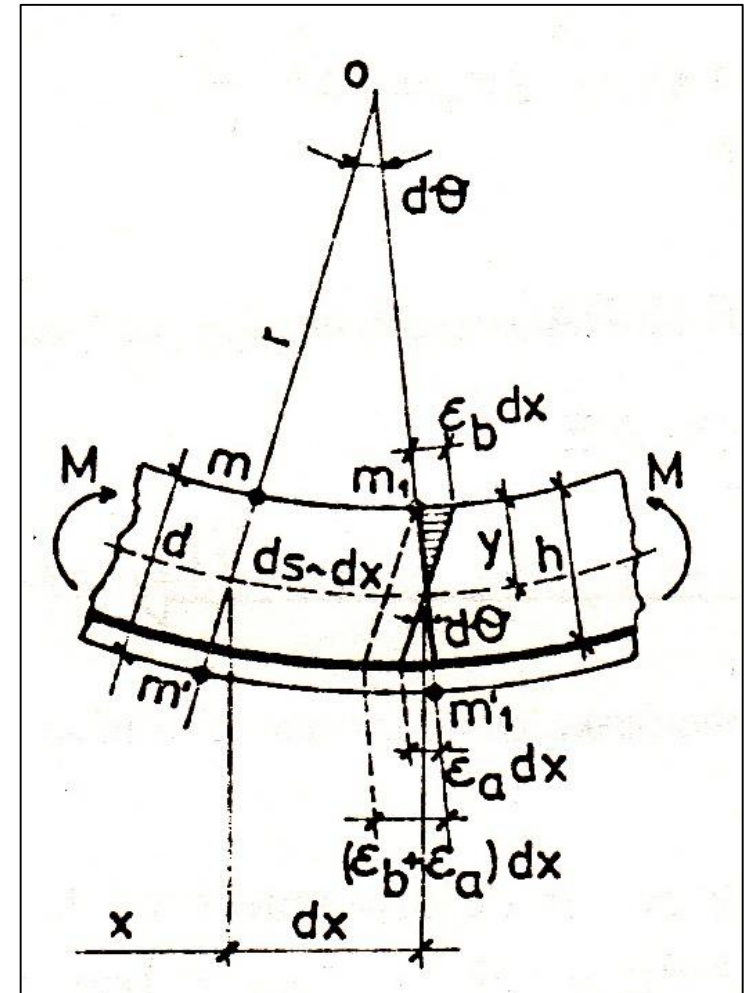
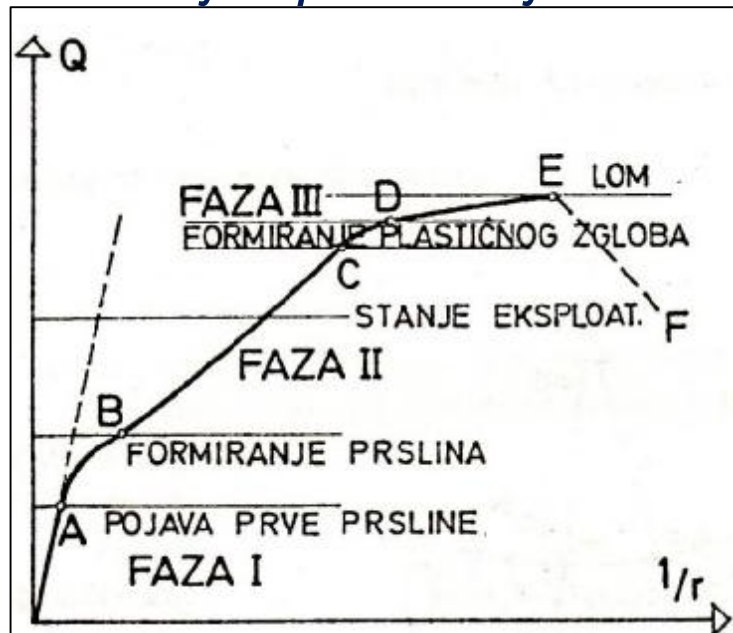
- Krivina armirano-betonskih elemenata:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dx}$$

- Bernulijeva hipoteza o ravnim presecima:

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dx} = \frac{\varepsilon_b}{y} = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_a}{h}$$

- Funkcija opterećenje-krivina:



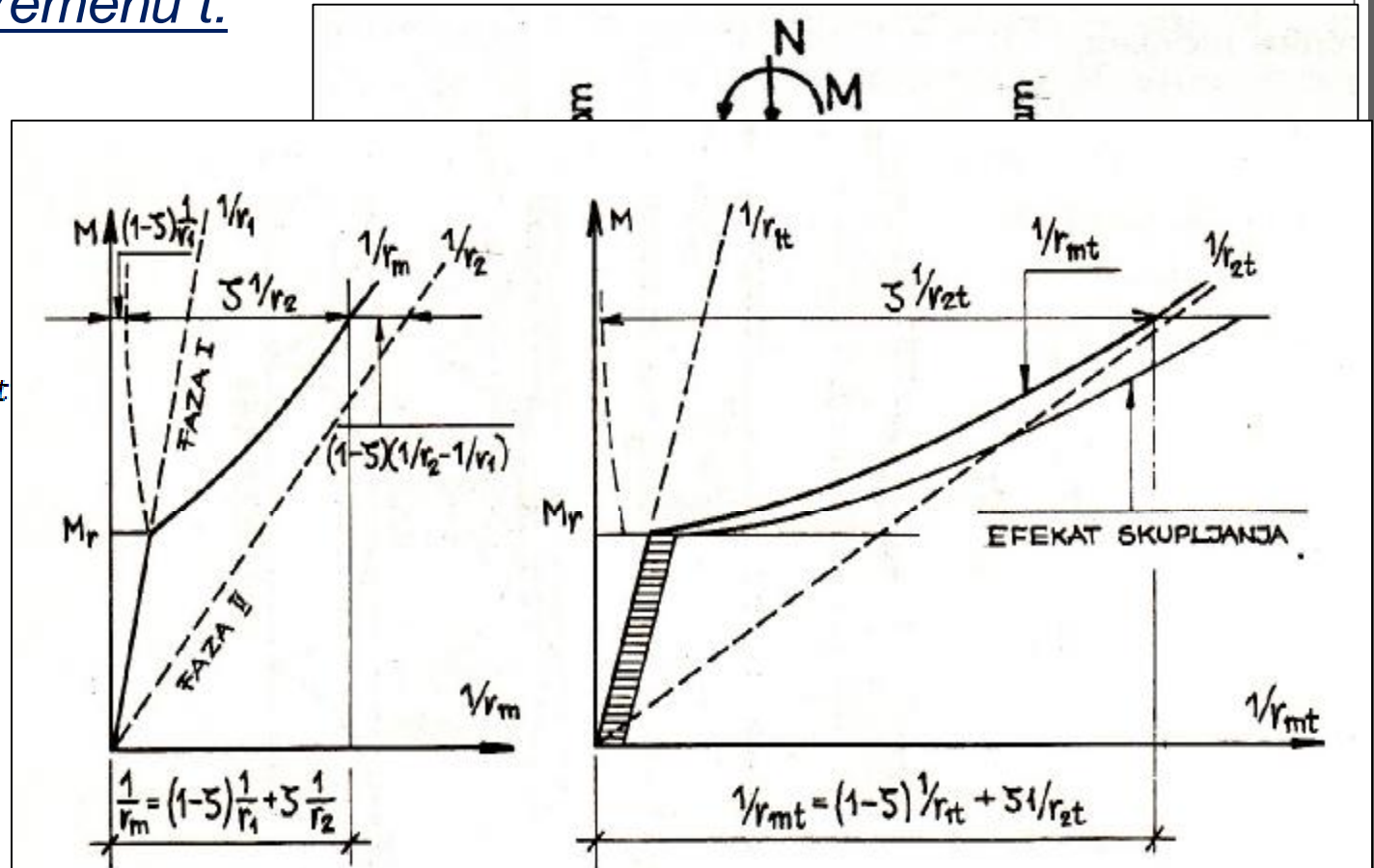
## 4. Proračun deformacija

- Isprskali nosač - raspored dilatacija u armaturi i betonu:
- Srednja krivna:  $\frac{1}{r_m} = \frac{\varepsilon_{bm} + \varepsilon_{a1m}}{h}$
- Srednja krivina u vremenu t:

$$\frac{1}{r_{mt}} = \frac{\varepsilon_{bmt} + \varepsilon_{a1mt}}{h}$$

$$\varepsilon_{bmt} = (1 - \zeta)\varepsilon_{bt}^I + \zeta\varepsilon_{bt}^{II}$$

$$\varepsilon_{a1mt} = (1 - \zeta)\varepsilon_{a1t}^I + \zeta\varepsilon_{a1t}^{II}$$





23.06.2011 15:26



23.06.2011 15:36



27.06.2011 16:18



27.06.2011 17:54

## 4. Proračun deformacija

- *Metoda Bransona (SAD)*
- *Element je od homogenog materijala sa efektivnim momentom inercije:*

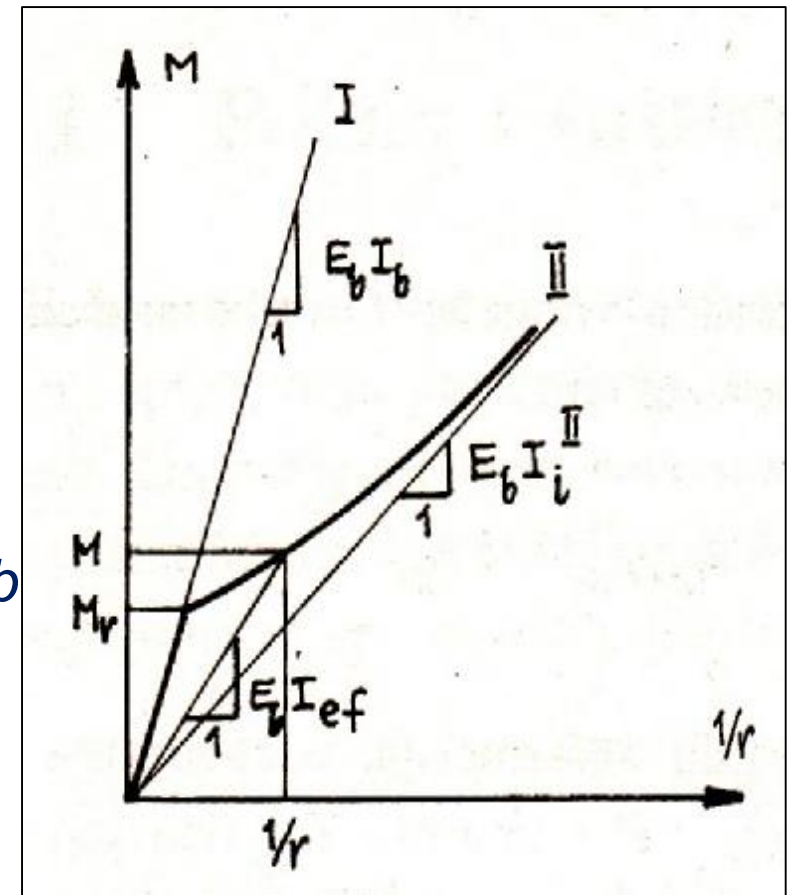
$$I_{ef} = \left(\frac{M_r}{M}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^3\right] I_i^{II}$$

$I_b$  - mom. inercije betonskog popr. preseka

$I_i^{II}$  - mom. inercije idealizovanog preseka u fazi II

$M_r$  - mom. pojave prslina,

$M$  - mom. savijanja od opt. za koje se računa ugib





## 4. Proračun deformacija

- *Metoda Bransona (SAD)*

- *Ugib u trenutku  $t = 0$ :*

$$u_g = k \frac{M_g l^2}{E_b I_{ef}} \quad k - \text{koef. koji zavisi od uslova oslanjanje elementa}$$

$$u_{g+p} = k \frac{M_{g+p} l^2}{E_b I_{ef}}$$

- *Povećanje ugiba kroz vreme (samo za stalno opterećenje!):*

$$\Delta u_g = \alpha u_g \quad \alpha = 2 - 1.2 \frac{A_{\alpha 2}}{A_{\alpha 1}} \geq 0.8$$

- *Ugib u proizvoljnom trenutku  $t$ :  $u_t = u_{g+p} + \Delta u_g$*

- *Ako je presek isprskao:  $u_{g+p} \neq u_g + u_p$*

- *Ugib od totalnog opterećenja u trenutku  $t$ :*

$$u_{(g+p)t} = u_{(g+p)t_0} + (u_{gt} - u_{gt_0}) = u_{(g+p)t_0} + \Delta u_{gt}$$