

BETONSKE KONSTRUKCIJE

Vežba br.4

Jelena Dragaš dipl. građ. inž.
Miodrag Stojanović

Kabinet br. 3
Kabinet br. 3

Konsultacije:

Kabinet br. 3 – Pon. 14-16h, Uto. 14-16h, Čet. 15-16h
jelenad@imk.grf.bg.ac.rs

Semestar: V

ESPB: 6

- 1. T i Γ preseki – Proračunski model**
- 2. Čisto savijanje – Vezano dimenzionisanje**
- 3. Složeno savijanje – Vezano dimenzionisanje**
- 4. Moment loma**

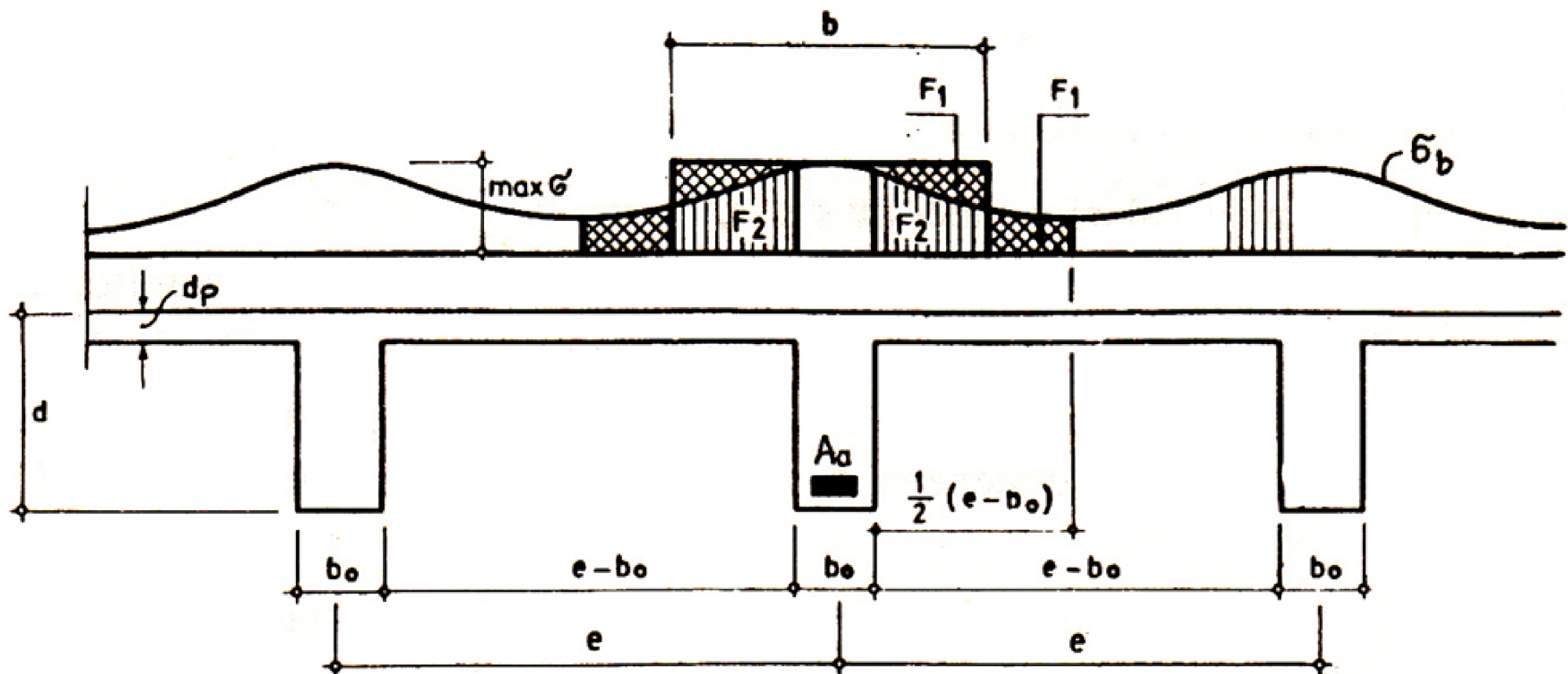
"T" | "Г" PRESECI

- Nosač *T* preseka čini armiranobetonska greda (rebro) koja je u svom pritisnutom delu **MONOLITNO vezana** sa pločom.
- U pritisnutoj zoni preseka se koncentriše velika masa betona → optimalnim iskorišćenjem betona kao materijala



"T" | "Γ" PRESECI

- Normalne napone pritiska prihvataju rebro i sadejstvujući deo ploče na širini koja se naziva **računska aktivna širine ploče b**



"T" | "Γ" PRESECI

- **Aktivna širina ploče prema PBAB 87 (član 183):**

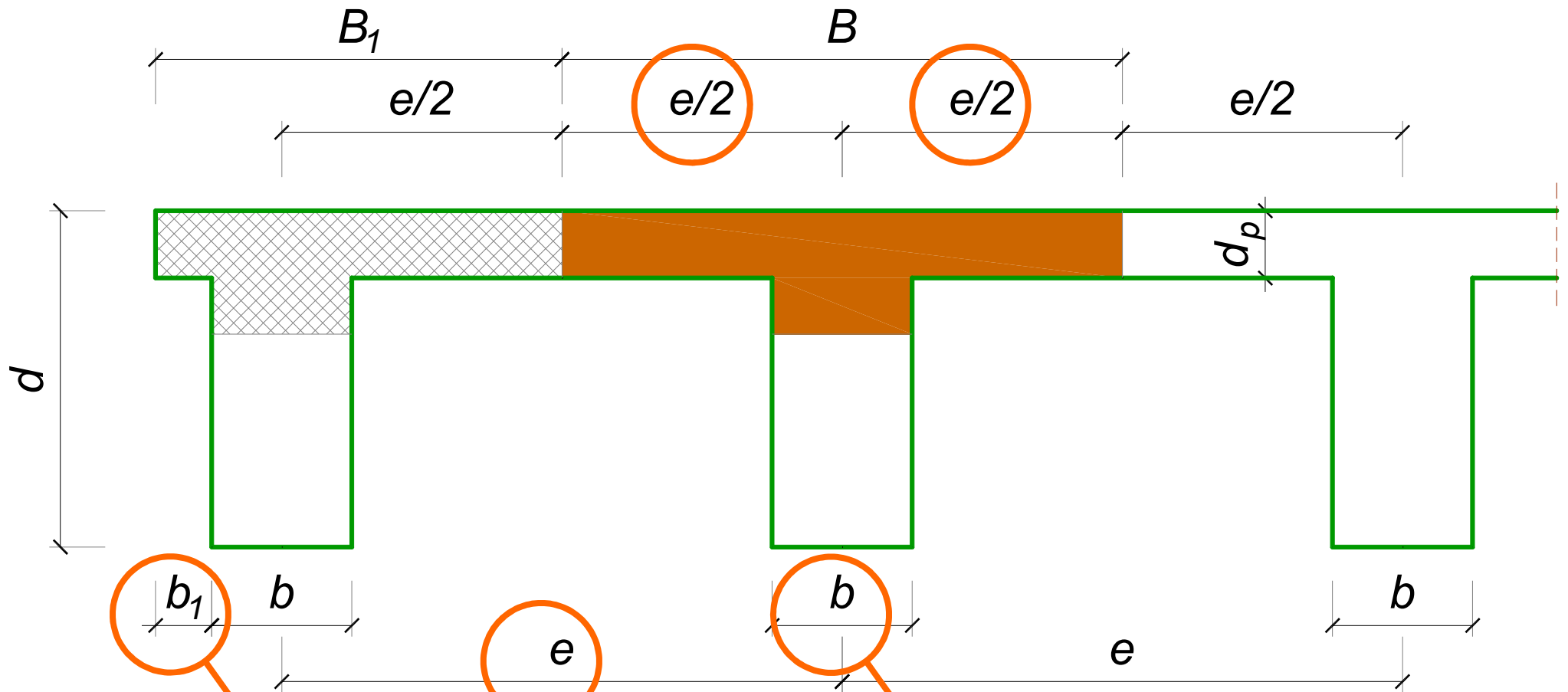
$$B = \min. \left\{ \begin{array}{l} b + 0.25 \times l_0 \\ b + 20 \times d_p \\ e \end{array} \right.$$

tj.

$$B = \min. \left\{ \begin{array}{l} b_1 + b + \frac{0.25}{3} \times l_0 \\ b_1 + b + 8 \times d_p \\ e / 2 \end{array} \right.$$

- ***b* - širina rebra**
- ***d_p* - debljina ploče**
- ***e* - osovinsko rastojanje rebara**
- ***l₀* - razmak nultih tačaka dijagrama *M* na delu na kome je ploča PRITISNUTA**

"T" | "Γ" PRESECI

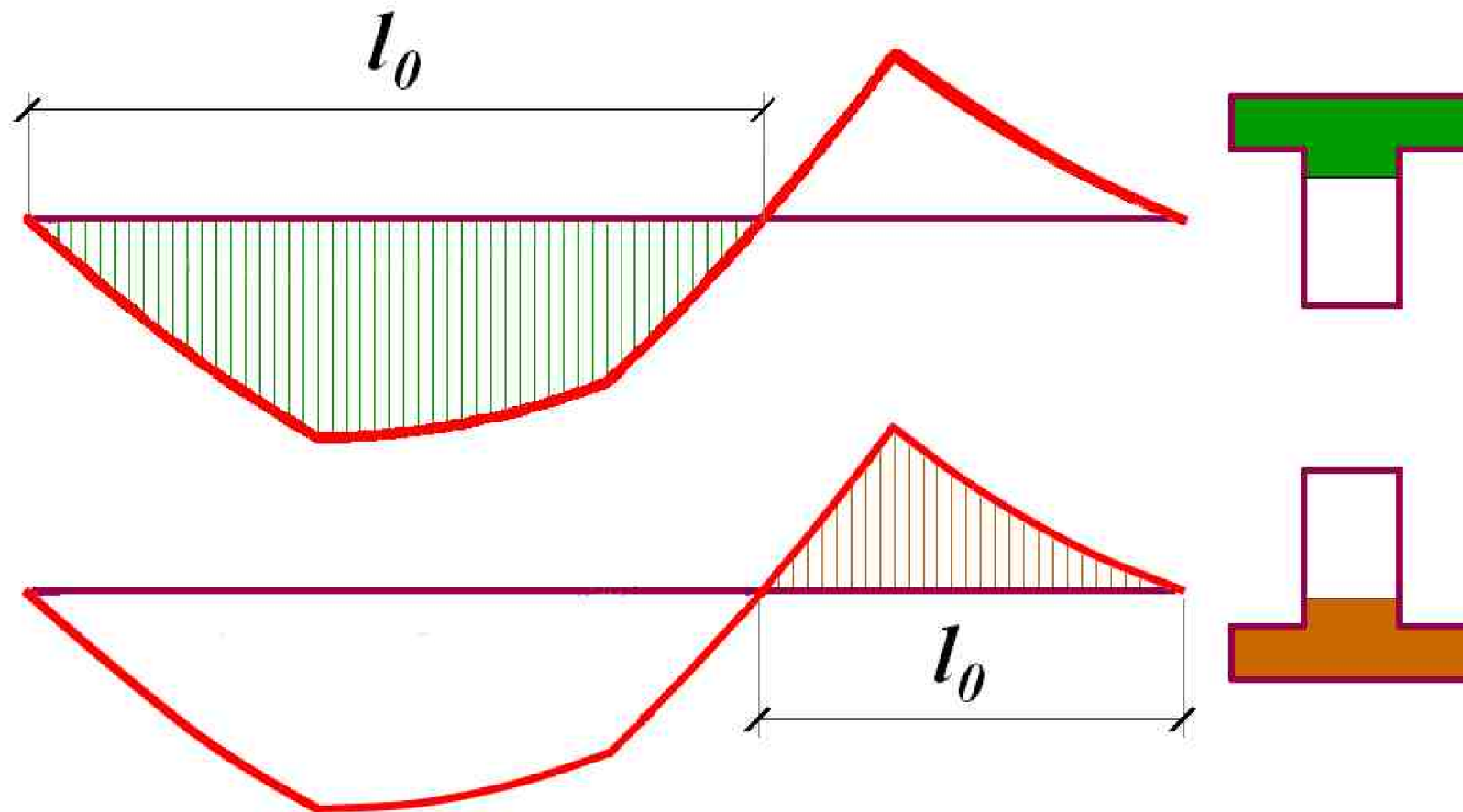


$$B_1 = \min. \left\{ \begin{array}{l} b_1 + b + l_0/12 \\ b_1 + b + 8 \times d_p \\ e/2 \end{array} \right.$$

$$B = \min. \left\{ \begin{array}{l} b + 0.25 \times l_0 \\ b + 20 \times d_p \\ e \end{array} \right.$$

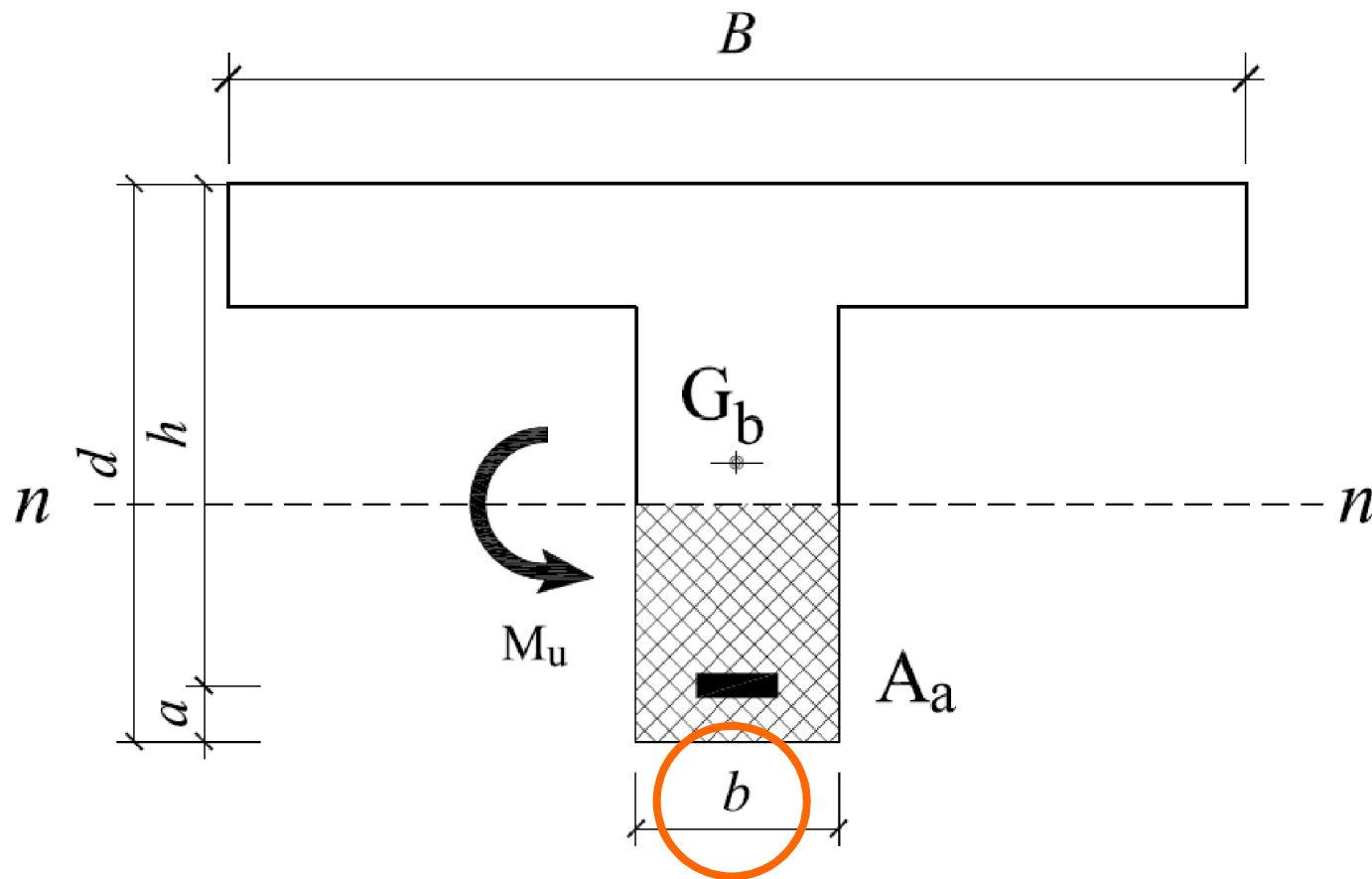
"T" | "Γ" PRESECI

Određivanje razmaka nultih tačaka dijagrama momenata



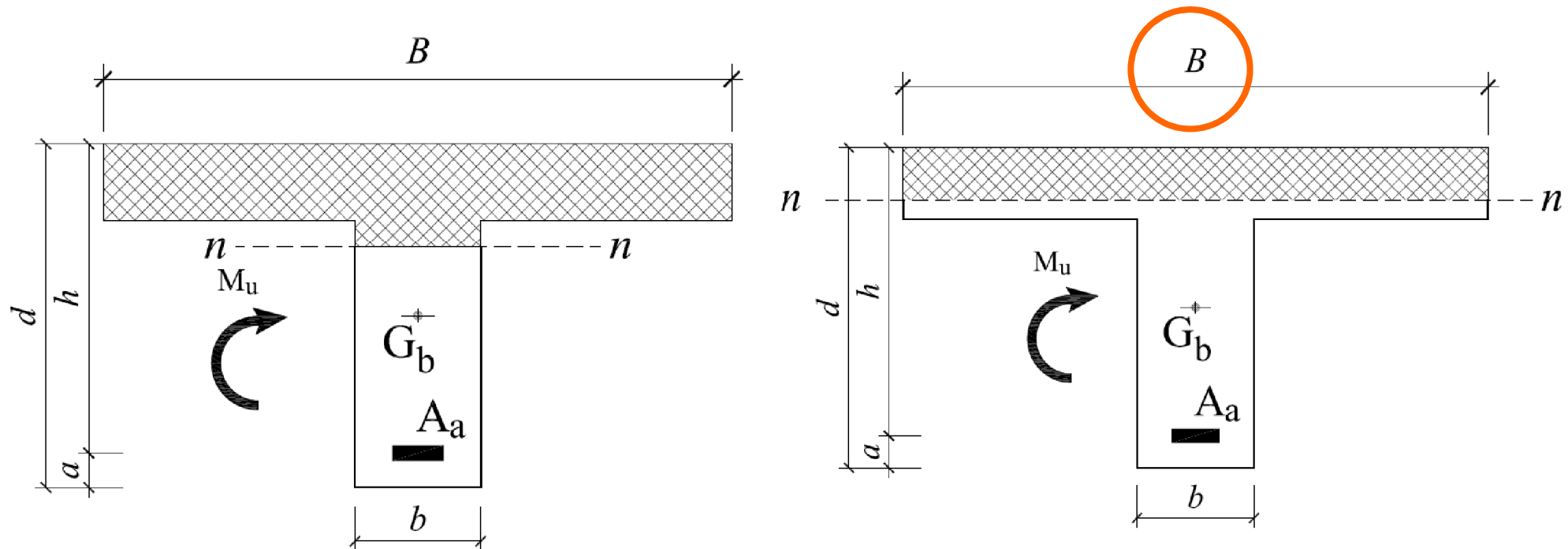
"T" | "Γ" PRESECI

- T* preseci kod kojih je zategnuta ploča računaju se kao pravougaoni preseci širine b



"T" | "Γ" PRESECI

- *Proračunski T presek* se javlja samo u slučaju kada je neutralna linija *u rebru nosača!*
- Ako je neutralna linija u *ploči* (ili gornjoj nožici) pritisnuta zona je *pravougaonog oblika* i dimenzionisanje se vrši kao u slučaju *pravougaonih preseka širine B!*



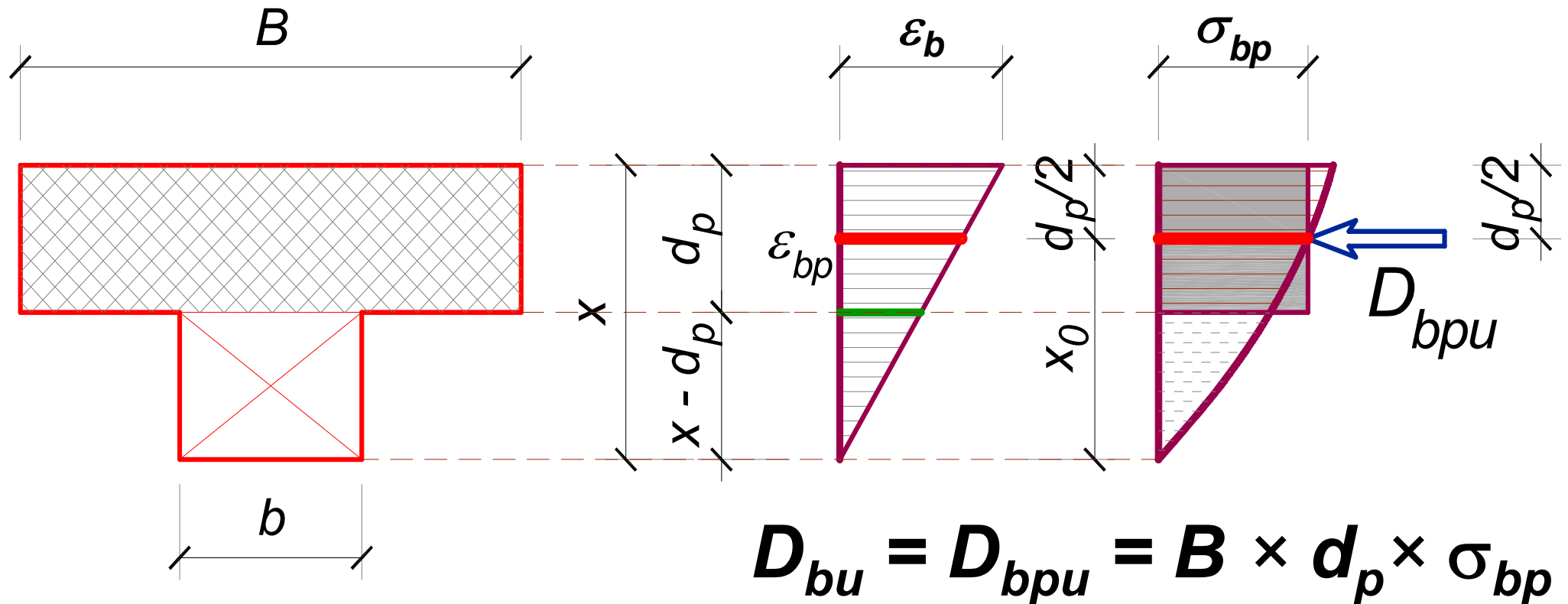
"T" | "Γ" PRESECI

Presek se računa kao T (Γ) presek ako je:

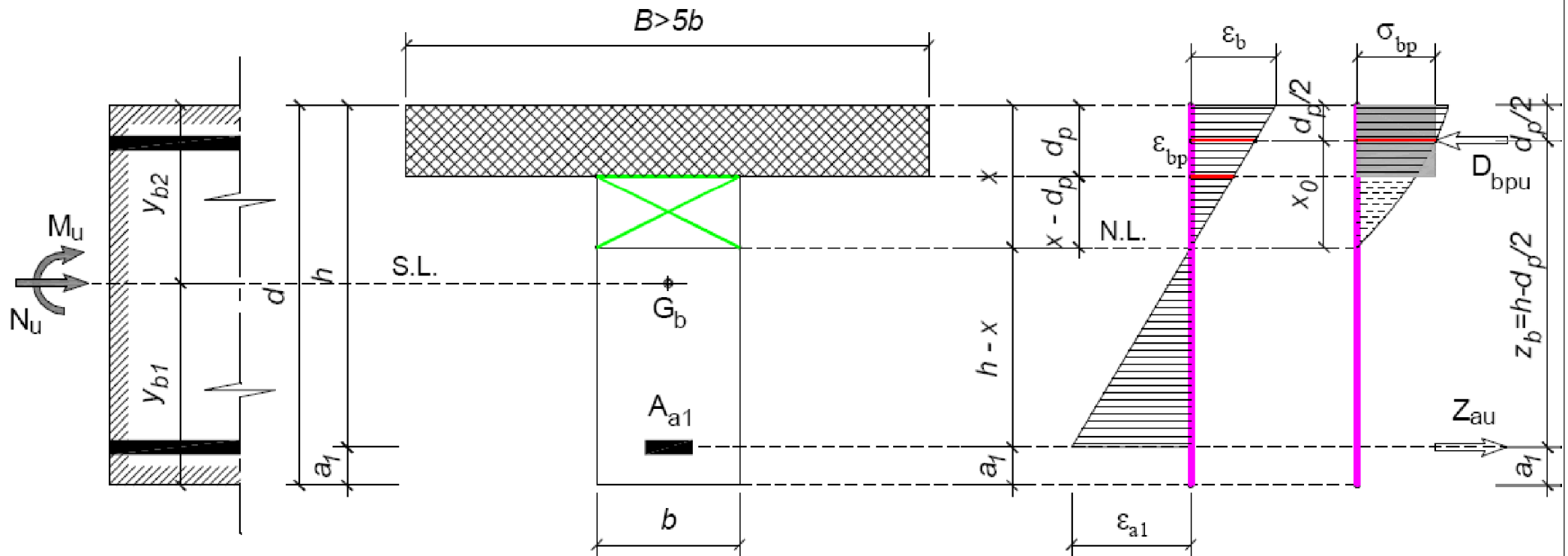
- pritisnuta ploča*
 - neutralna linija se nalazi u rebru nosača*
- 1. **B/b > 5** - sprovodi se uprošćeni postupak kojim se zanemaruje nosivost rebra*
 - 2. **B/b ≤ 5** - sprovodi se tačniji proračun, koji obuhvata i nosivost pritisnutog dela rebra. Ovaj slučaj može nastati kod istovremenog delovanja momenata savijanja i relativno velikih sila pritiska*

"T" preseci - slučaj $B > 5b$

Uprosečava se napon pritiska - usvaja se da je napon pritiska po čitavoj visini ploče konstantan i jednak naponu u njenoj srednjoj ravni; unutrašnja sila pritiska deluje u srednjoj ravni ploče, pa je krak unutrašnjih sila $z_b = h - d_p/2$



"T" preseci - slučaj $B > 5b$



$$D_{bu} = D_{bpu} = B \times d_p \times \sigma_{bp} \quad z_b = h - d_p/2$$

$$\sum M_{a1} = 0 : D_{bpu} \times z_b = M_{au} = M_u + N_u \times \left(\frac{d}{2} - a_1 \right)$$

$$B \times d_p \times \sigma_{bp} \times \left(h - \frac{d_p}{2} \right) = M_{au}$$

"T" preseci: ČISTO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji

$$M_u = \sum_i \gamma_{u,i} \times M_i \quad (i = g, p, \Delta)$$

2. Pretpostavlja se a_1 i sračunava h :

$$h = d - a_1$$

3. Sračunava se koeficijent k :

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_u}{B \times f_B}}} \xrightarrow{\text{TABLICE}} s$$

"T" preseci: ČISTO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

4. Kontroliše se položaj neutralne linije:

$$x = s \cdot h \quad x \leq d_p$$

Ako je neutralna linija u ploči sprovodi se postupak dimenzionisanja **pravougaonog preseka širine B!**

4a. Iz tablica se očitava koeficijent $\bar{\mu}$ (ζ) i određuje površina armature

$$A_a = \bar{\mu} \times \boxed{B} \times h \times \frac{f_B}{\sigma_v} \quad A_a = \frac{M_u}{z \times \sigma_v} = \frac{M_u}{\zeta \times h \times \sigma_v}$$

"T" preseci ($B > 5b$): ČISTO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

4b. Ako je $x > d_p$ neutralna linija je u rebru i imamo **proračunski T presek!**

Ako je $B > 5b$ iz uslova ravnoteže momenata savijanja sračunava se napon u betonu u nivou srednje ravni ploče

$$\sigma_{bp} = \frac{M_u}{B \times d_p \times \left(h - \frac{d_p}{2} \right)}$$

U slučaju da se dobije $\sigma_{bp} > f_B$, postupak se prekida i **sprovodi tačan proračun** (uvodi se i nosivost rebra)

"T" preseci ($B > 5b$): ČISTO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

5. Ukoliko je $\sigma_{bp} < f_B$ određuje se površina armature iz uslova ravnoteže normalnih sila:

$$A_a = \frac{M_u}{\left(h - \frac{d_p}{2}\right) \times \sigma_v}$$

6. Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (a_0 , čisto rastojanje između šipki)
7. Sračunava se položaj težišta a_1 usvojene armature i stvarna statička visina h , koja se upoređuje sa računskom. Po potrebi se koriguje pretpostavljeno a_1 i proračun u potpunosti ponavlja
8. Konačno se **konstruiše poprečni presek** i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

Primer 1: "T" preseki ($B > 5b$) čisto savijanje

17

Odrediti *potrebnu površinu armature* za presek poznatih dimenzija, T preseka, opterećen graničnim momentom savijanja M_u . Podaci za proračun:

$$\begin{array}{llll} M_u = 600 \text{ kNm} & b = 40 \text{ cm} & B = 120 \text{ cm} & \text{MB 30} \\ & d = 60 \text{ cm} & d_p = 12 \text{ cm} & \text{RA 400/500} \end{array}$$

$$\text{MB 30} \quad \Rightarrow \quad f_B = 20.5 \text{ MPa} = 2.05 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{RA 400/500} \quad \Rightarrow \quad \sigma_V = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

Primer 1: "T" preseci ($B > 5b$) čisto savijanje

$$\text{pretp. } a_1 = 6 \text{ cm} \Rightarrow h = 60 - 6 = 54 \text{ cm}$$

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_u}{B \times f_B}}} = \frac{54}{\sqrt{\frac{600 \times 10^2}{120 \times 2.05}}} = 3.458 \xrightarrow{\text{TABL.}} \varepsilon_b / \varepsilon_a = 1.7 / 10\text{‰}$$

$$s = 0.145 \rightarrow x = s \cdot h = 0.145 \cdot 54 = 7.83 \text{ cm}$$

$$x = 7.83 \text{ cm} < 12 \text{ cm} = d_p$$

Kako se neutralna linija nalazi u ploči, presek se dimenzioniše kao **pravougaoni**, širine **$B=120 \text{ cm}$** .

Primer 1: "T" preseki ($B > 5b$) čisto savijanje

| ε_a | ε_b | s | α_b | η | ζ | $\mu_{1M} \%$ | k |
|-----------------|-----------------|-------|------------|--------|---------|---------------|-------|
| 10 | 1.7 | 0.145 | 0.609 | 0.366 | 0.947 | 8.851 | 3.454 |

$$A_a = 8.851 \times \frac{120 \times 54}{100} \times \frac{2.05}{40} = 29.39 \text{ cm}^2$$

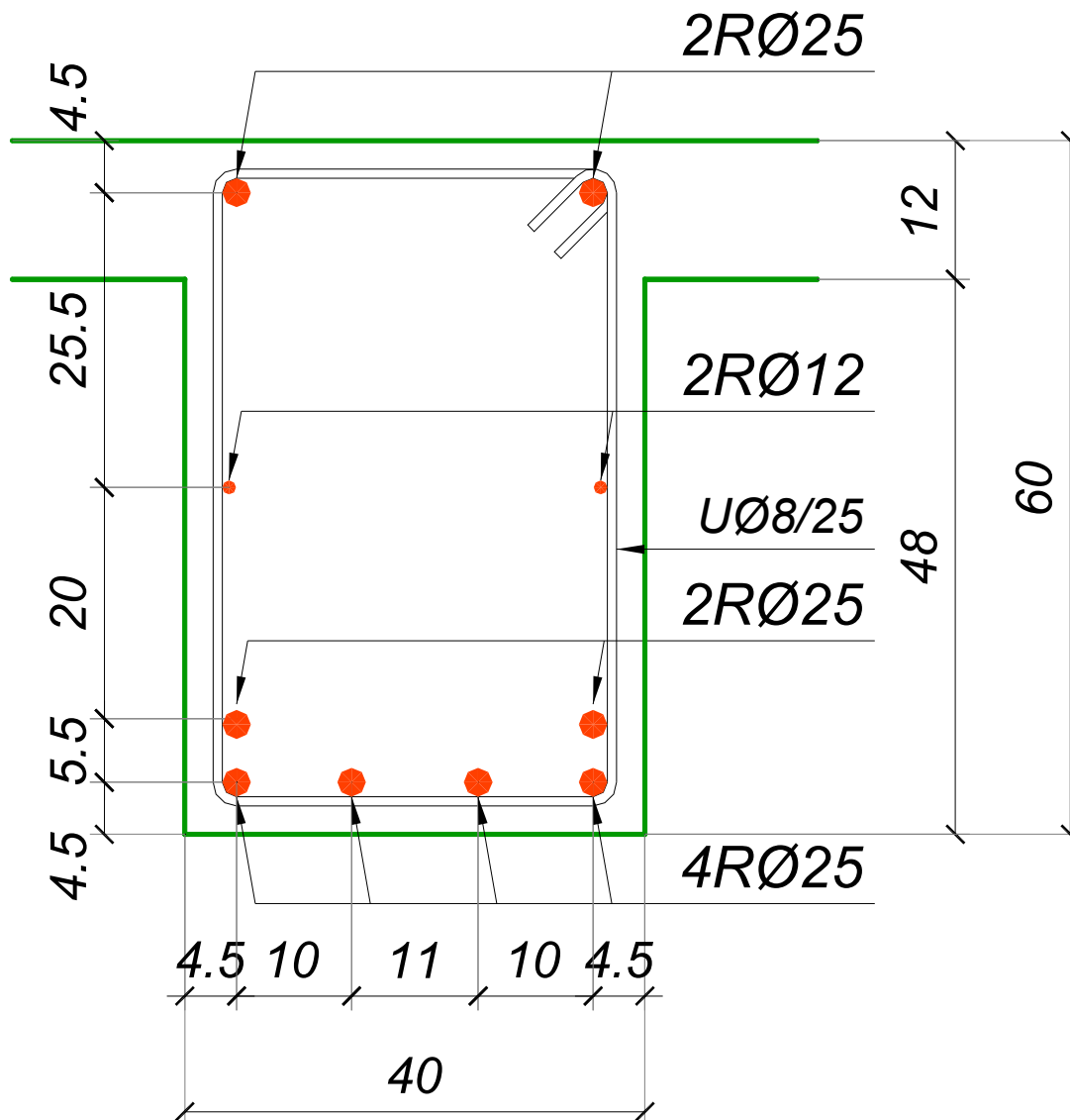
ili:

$$A_a = \frac{600 \times 10^2}{0.947 \times 54 \times 40} = 29.33 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **6RØ25** (29.45 cm²)

* Uporediti sa Primerom 2 sa vežbi (pravougaoni presek širine 40 cm, ostali podaci isti: $A_{a,potr.} = 33.64 \text{ cm}^2$)

Primer 1: "T" preseci ($B > 5b$) čisto savijanje



$$a' = 2.5 + 0.8 + 2.5/2 = 4.55 \text{ cm}$$

usv. $a' = 4.5 \text{ cm}$

$$a'' = 4.5 + 3.0 + 2 \times 2.5/2$$

usv. $a'' = 10 \text{ cm}$

$$a_1 = (4 \times 4.5 + 2 \times 10) / 6$$

$a_1 = 6.33 \text{ cm}$

$$h = 60 - 6.33 = 53.67 \text{ cm}$$

$h \approx 54 \text{ cm} = h_{\text{rač.}}$

3. "T" preseci ($B > 5b$): SLOŽENO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

$$1. \quad M_u = \sum_i \gamma_{u,i} \times M_i \quad (i = g, p, \Delta)$$

$$N_u = \sum_i \gamma_{u,i} \times N_i$$

2. Pretpostavlja se a_1 i sračunava h i M_{au} :

$$h = d - a_1 \quad ; \quad M_{au} = M_u + N_u \times \left(\frac{d}{2} - a_1 \right)$$

3. Sračunava se koeficijent k :

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_{au}}{B \times f_B}}} \xrightarrow{\text{TABLICE}} s$$

3. "T" preseci: SLOŽENO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

4. Kontroliše se položaj neutralne linije:

$$x = s \cdot h \qquad x \leq d_p$$

Ako je neutralna linija u ploči sprovodi se postupak dimenzionisanja **pravougaonog preseka širine B!**

4a. Iz tablica se očitava koeficijent $\bar{\mu}$ (ζ) i određuje površina armature

$$A_a = \bar{\mu} \times \frac{B \times h}{100} \times \frac{f_B}{\sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v} \qquad A_a = \frac{M_{au}}{z \times \sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v} = \frac{M_{au}}{\zeta \times h \times \sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v}$$

3. "T" preseci: SLOŽENO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

4b. Ako je $x > d_p$ neutralna linija je u rebru i imamo **proračunski T presek!**

Ako je **$B > 5b$** iz uslova ravnoteže momenata savijanja sračunava se napon u betonu u nivou srednje ravni ploče

σ_{bp} :

$$\sigma_{bp} = \frac{M_{au}}{B \times d_p \times \left(h - \frac{d_p}{2} \right)}$$

U slučaju da se dobije **$\sigma_{bp} > f_B$** , postupak se prekida i **sprovodi tačan proračun** (uvodi se i nosivost rebra)

3. "T" preseci ($B > 5b$): SLOŽENO SAVIJANJE - VEZANO dimenzionisanje

5. Ukoliko je $\sigma_{bp} < f_B$ određuje se površina armature iz uslova ravnoteže normalnih sila:

$$A_a = \frac{M_{au}}{\left(h - \frac{d_p}{2}\right) \times \sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v}$$

6. Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (a_0 , čisto rastojanje između šipki)
7. Sračunava se položaj težišta a_1 usvojene armature i stvarna statička visina h , koja se upoređuje sa računskom. Po potrebi se koriguje pretpostavljeno a_1 i proračun u potpunosti ponavlja
8. Konačno se **konstruiše poprečni presek** i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

Primer 2: "T" preseki ($B > 5b$) složeno savijanje

Dimenzionisati T presek zadatih karakteristika, opterećen uticajima usled stalnog (M_g , N_g) i povremenog (M_p , N_p) opterećenja. Podaci za proračun:

$$M_g = 300 \text{ kNm} \quad N_g = 500 \text{ kN} \quad B = 180 \text{ cm} \quad d_p = 10 \text{ cm}$$

$$M_p = 250 \text{ kNm} \quad N_p = 400 \text{ kN} \quad b = 30 \text{ cm} \quad d = 60 \text{ cm}$$

MB 25

RA 400/500

$$\text{MB 25} \quad \Rightarrow \quad f_B = 17.25 \text{ MPa} = 1.725 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{RA 400/500} \quad \Rightarrow \quad \sigma_V = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_u = 1.6 \times 300 + 1.8 \times 250 = 930 \text{ kNm}$$

$$N_u = 1.6 \times 500 + 1.8 \times 400 = 1520 \text{ kN}$$

Primer 2: "T" preseci ($B > 5b$) složeno savijanje

26

$$\text{pretp. } a_1 = 7 \text{ cm} \Rightarrow h = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

$$M_{au} = 930 + 1520 \times \left(\frac{60}{2} - 7 \right) \times 10^{-2} = 1279.6 \text{ kNm}$$

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_{au}}{B \times f_B}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{1279.6 \times 10^2}{180 \times 1.725}}} = 2.611 \xrightarrow{\text{TABL.}} \varepsilon_b / \varepsilon_a = 2.7 / 10\text{‰}$$

$$s = 0.213 \rightarrow x = s \cdot h = 0.213 \cdot 53 = 11.29 \text{ cm}$$

$$x = 11.29 \text{ cm} > 10 \text{ cm} = d_p$$

Kako se neutralna linija nalazi u rebru, presek se dimenzioniše kao **T presek!**

Primer 2: "T" preseci ($B > 5b$) složeno savijanje

Kako je

$$B/b = 180/30 = 6 > 5$$

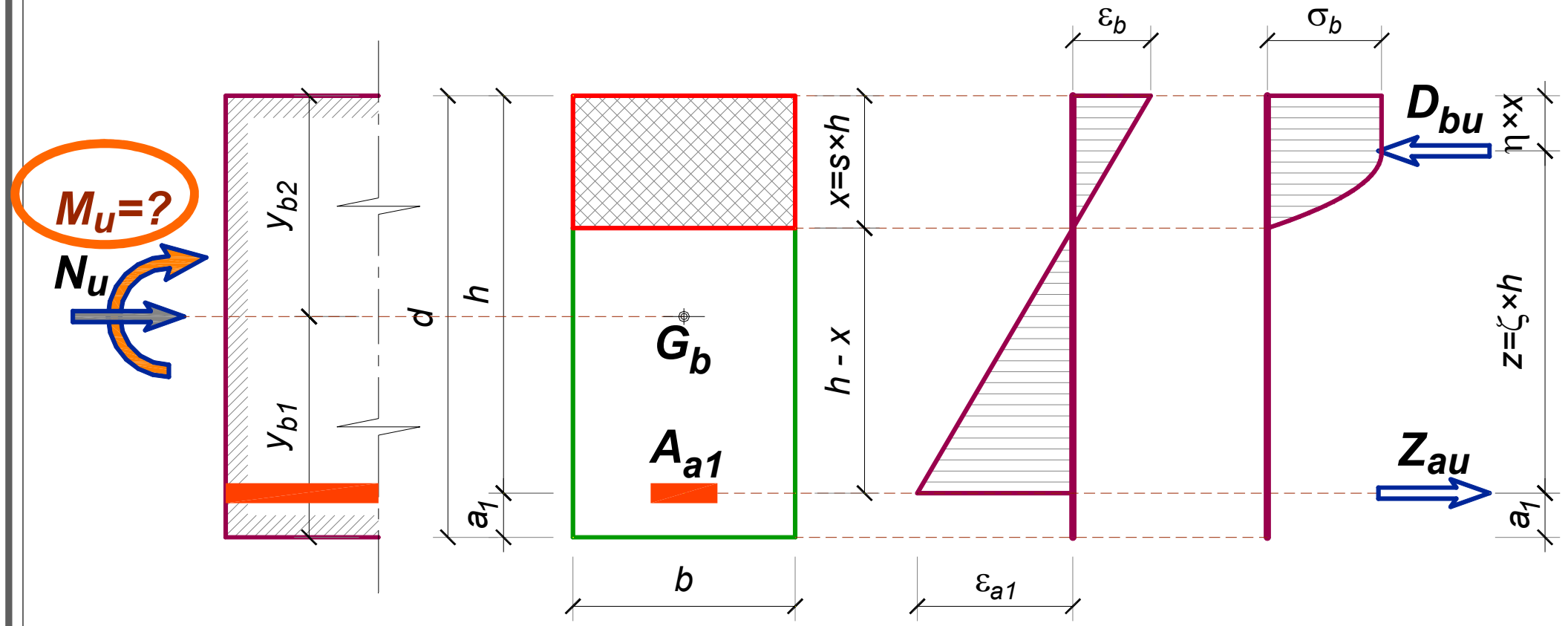
može se primeniti uprošćen postupak (zanemarenje nosivosti rebra). Sledi:

$$\sigma_{bp} = \frac{1279.6 \times 10^2}{180 \times 10 \times \left(53 - \frac{10}{2}\right)} = 1.67 \frac{kN}{cm^2} < 1.725 \frac{kN}{cm^2} = f_B$$

$$A_a = \frac{1279.6 \times 10^2}{\left(53 - \frac{10}{2}\right) \times 40} - \frac{1520}{40} = 28.65 \text{ cm}^2$$

Usvojeno: **6RØ25** (29.45 cm²)

Moment loma - bez uzimanja u obzir nosivosti A_{a2}



$$\sum N = 0 : D_{bu} - Z_{au} = N_u \Rightarrow s$$

$$\sum M_{a1} = 0 : D_{bu} \times z = M_{au} = M_u + N_u \times (y_{b1} - a_1)$$

Moment loma - bez uzimanja u obzir nosivosti A_{a2}

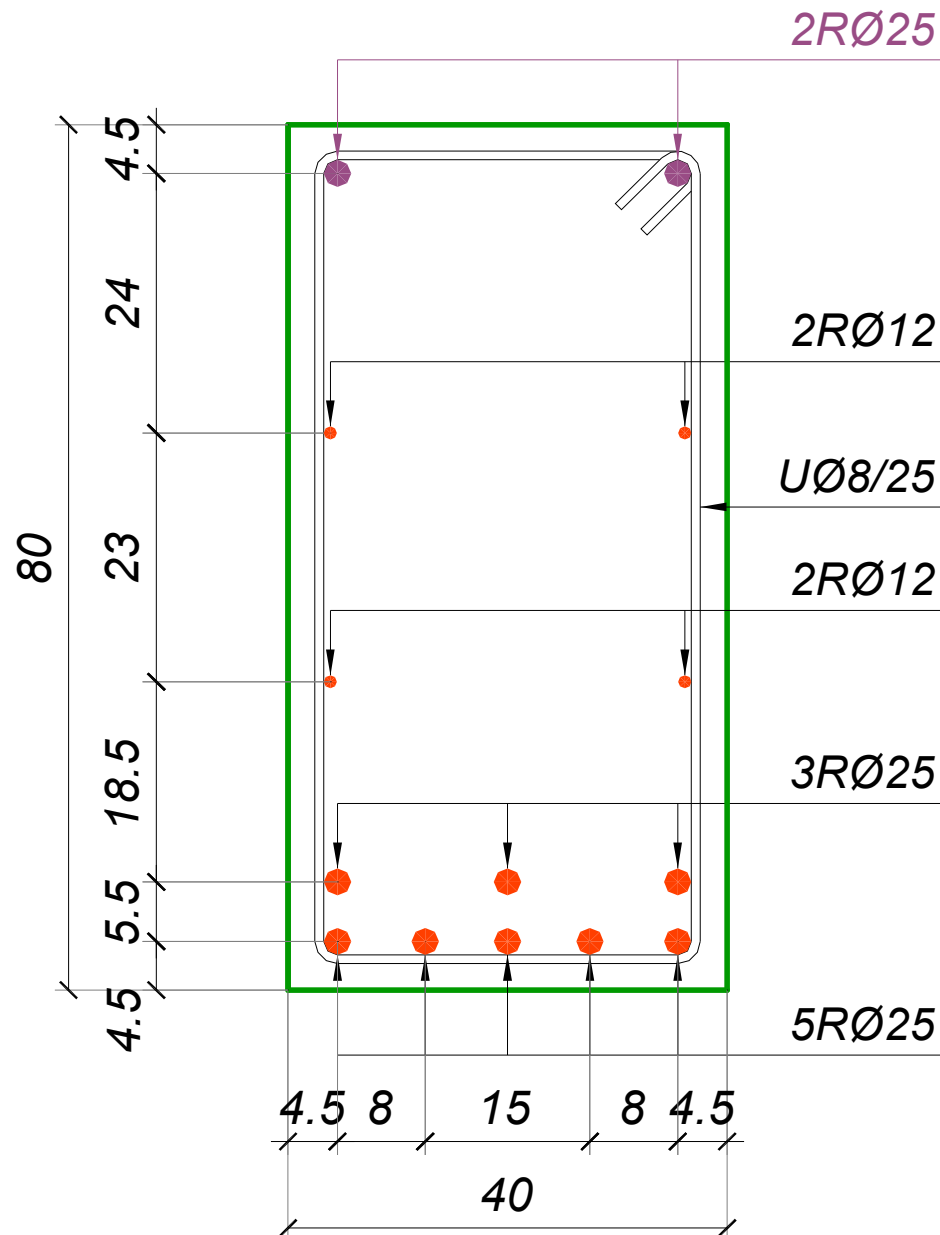
$$\sum N = 0 : \quad A_{a1} = \bar{\mu}_1 \times b \times h \times \frac{f_B}{\sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v}$$

$$\bar{\mu}_1 = \alpha_b \times s = \frac{A_{a1} \times \sigma_v + N_u}{b \times h \times f_B} \Rightarrow k$$

$$\sum M_{a1} = 0 : \quad M_{au} = \left(\frac{h}{k} \right)^2 \times b \times f_B$$

$$M_u = M_{au} - N_u \times (y_{b1} - a_1) = \left(\frac{h}{k} \right)^2 \times b \times f_B - N_u \times \left(\frac{d}{2} - a_1 \right)$$

Primer 3 - Moment loma - čisto savijanje



MB 40

RA 400/500

$$a' = 4.5 \text{ cm}$$

$$a'' = 10 \text{ cm}$$

$$a_1 = (5 \times 4.5 + 3 \times 10) / 8$$

$$a_1 = 6.56 \text{ cm}$$

$$h = 80 - 6.56 = 73.44 \text{ cm}$$

$$A_{a1} = 39.27 \text{ cm}^2 \text{ (8RØ25)}$$

Primer 3 - Moment loma - čisto savijanje

$$MB\ 40 \quad \Rightarrow \quad f_B = 25.5\ MPa = 2.55\ kN/cm^2$$

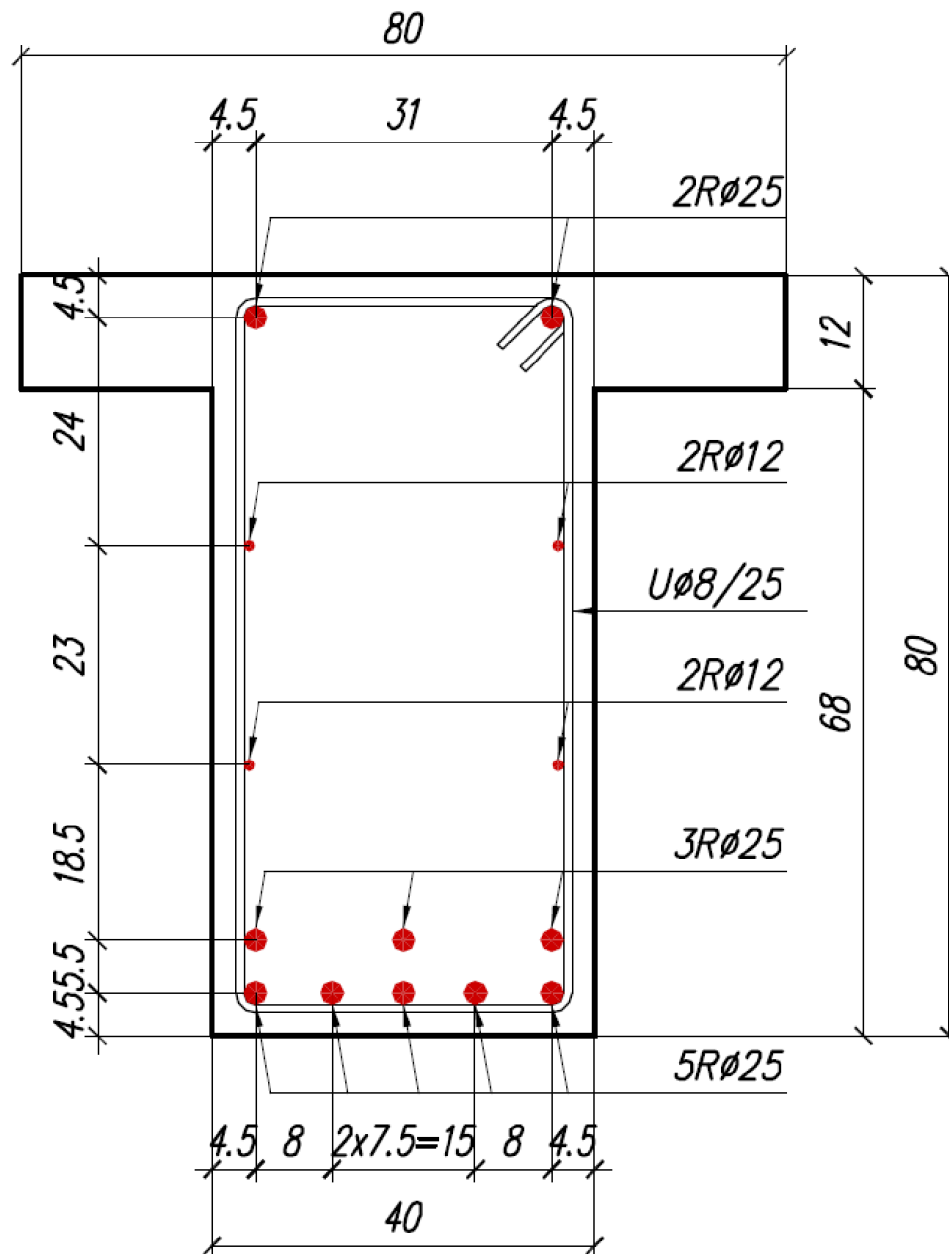
$$RA\ 400/500 \quad \Rightarrow \quad \sigma_v = 400\ MPa = 40\ kN/cm^2$$

$$\mu_1 = \frac{39.27 \times 40}{40 \times 73.44 \times 2.55} = 0.20969 = 20.969\% \Rightarrow k = 2.311$$

| ε_a | ε_b | S | α_b | η | ζ | $\mu_{1M}\ \%$ | k |
|-----------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|--------------|
| 5.45 | 3.5 | 0.259 | 0.810 | 0.416 | 0.829 | 20.988 | 2.311 |

$$M_u = \left(\frac{73.44}{2.311} \right)^2 \times 40 \times 2.55 \times 10^{-2} = 1030.1\ kNm$$

Primer 4 - Moment loma - čisto savijanje



MB 40

RA 400/500

$$a' = 4.5 \text{ cm}$$

$$a'' = 10 \text{ cm}$$

$$a_1 = (5 \times 4.5 + 3 \times 10) / 8$$

$$a_1 = 6.56 \text{ cm}$$

$$h = 80 - 6.56 = 73.44 \text{ cm}$$

$$A_{a1} = 39.27 \text{ cm}^2 \text{ (8RØ25)}$$

Primer 4 - Moment loma - čisto savijanje

$$MB\ 40 \quad \Rightarrow \quad f_B = 25.5\ MPa = 2.55\ kN/cm^2$$

$$RA\ 400/500 \quad \Rightarrow \quad \sigma_V = 400\ MPa = 40\ kN/cm^2$$

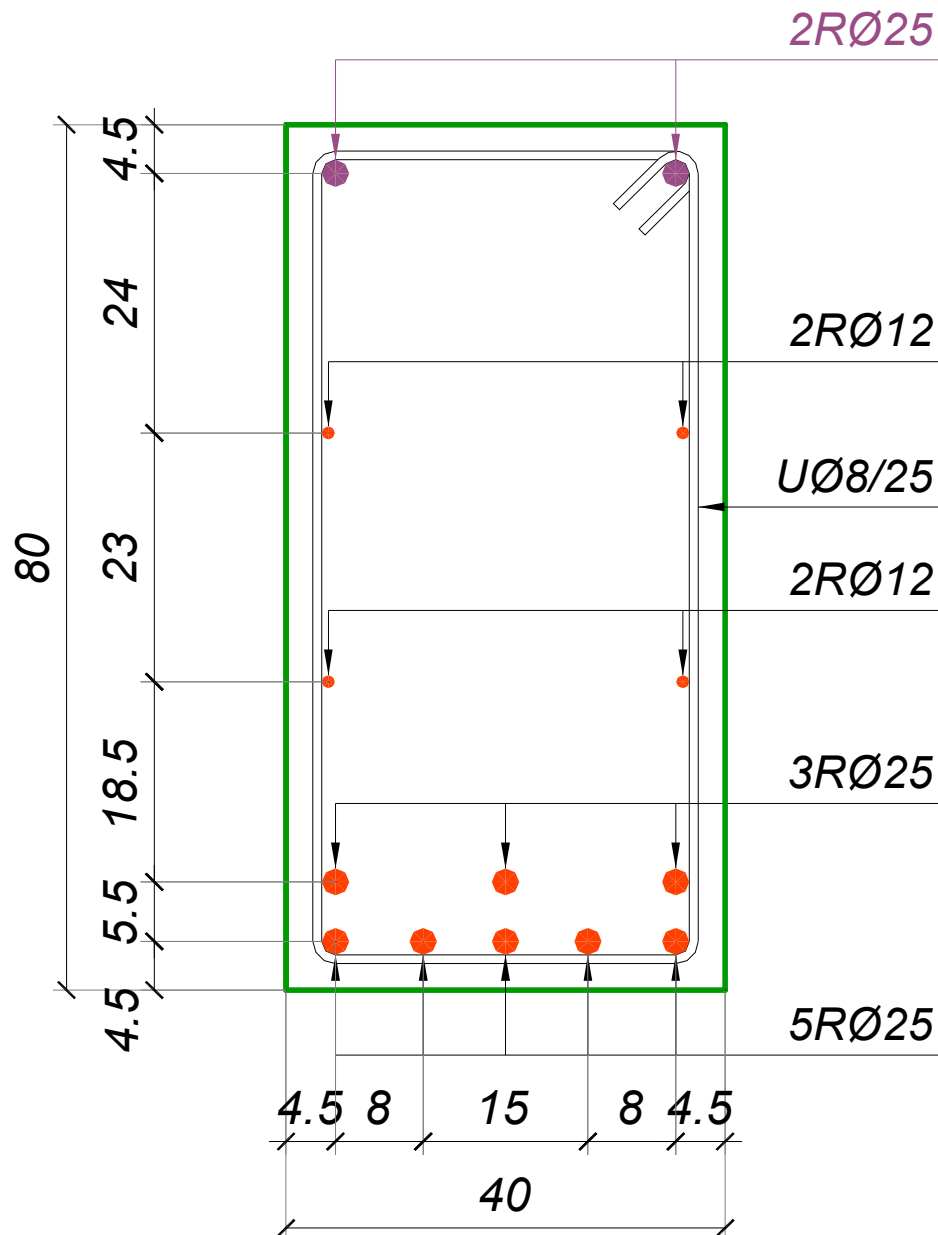
$$\mu_1 = \frac{39.27 \times 40}{80 \times 73.44 \times 2.55} = 0.10485 = 10.485\% \Rightarrow k = 3.175$$

| ε_a | ε_b | S | α_b | η | ζ | $\mu_{1M}\ \%$ | k |
|-----------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|--------------|
| 10 | 1.9 | 0.160 | 0.649 | 0.372 | 0.941 | 10.365 | 3.203 |

$$x = 0.160 \times 73.44 = 11.75\ cm < d_p = 12\ cm$$

$$M_u = \left(\frac{73.44}{3.203} \right)^2 \times 80 \times 2.55 \times 10^{-2} = 1072.46\ kNm$$

Primer 5 - Moment loma - složeno savijanje



MB 40

RA 400/500

$N_u = 800 \text{ kN}$

$a' = 4.5 \text{ cm}$

$a'' = 10 \text{ cm}$

$a_1 = (5 \times 4.5 + 3 \times 10) / 8$

$a_1 = 6.56 \text{ cm}$

$h = 80 - 6.56 = 73.44 \text{ cm}$

$A_{a1} = 39.27 \text{ cm}^2 (8RØ25)$

Primer 5 - Moment loma - složeno savijanje

$$MB\ 40 \quad \Rightarrow \quad f_B = 25.5\ MPa = 2.55\ kN/cm^2$$

$$RA\ 400/500 \quad \Rightarrow \quad \sigma_V = 400\ MPa = 40\ kN/cm^2$$

$$\mu_1 = \frac{39.27 \times 40 + 800}{40 \times 73.44 \times 2.55} = 0.3165 = 31.65\% \Rightarrow k = 1.942$$

| ε_a | ε_b | S | α_b | η | ζ | $\mu_{1M}\ \%$ | k |
|-----------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|--------------|
| 5.45 | 3.5 | 0.391 | 0.810 | 0.416 | 0.837 | 31.657 | 1.942 |

$$M_{au} = \left(\frac{73.44}{1.942} \right)^2 \times 40 \times 2.55 \times 10^{-2} = 1458.3\ kNm$$

$$M_u = 1458.3 - 800 \times \left(\frac{80}{2} - 6.56 \right) \times 10^{-2} = 1190.7\ kNm$$