

# PRILOG 3.4

## KOEFICIJENTI ZA PRORAČUN KRIVINE ELEMENATA PRAVOUGAONOG PRESEKA IZLOŽENOG SLOŽENOM SAVIJANJU

Koeficijenti za proračun krivine elemenata pravougaonog preseka izloženog složenom savijanju prikazani na dijagramima (Prilog 3.4.1 do 3.4.80) uvode uticaj armature, tečenja i skupljanja betona na deformaciju armiranobetonskih elemenata i pružaju mogućnost za brz i jednostavan proračun. Vrednost koeficijenata prikazanih na dijagramima je u funkciji koeficijenta armiranja zategnutom armaturom pomnoženog odnosom modula elastičnosti armature i betona ( $nA_{st}/bh$ ).

Proračun koeficijenata, krivina i ugiba izvršen je prema modelu datom u Priručniku, poglavlje IV 2 b, član 117.

### PRORAČUN KOEFICIJENATA

Koeficijenti  $k_a^I$  i  $k_a^{II}$  uvode uticaj armature u proračun deformacije preseka za stanje I i stanje II:

$$k_a^I = \frac{J_b}{J_i^I} \quad (3.4/1)$$

$$k_a^{II} = \frac{J_b}{J_i^{II}} \quad (3.4/2)$$

Koeficijenti  $k_\varphi^I$  i  $k_\varphi^{II}$  uvode uticaj tečenja betona u proračun deformacije preseka za stanje I i stanje II:

$$k_\varphi^I = 1 - \frac{n^*}{J_i^{*I}} [J_a + A_a (y_{a2} - y_{i2}^I) (y_{a2} - y_{i2}^{*I})] \quad (3.4/3)$$

$$k_\varphi^{II} = 1 - \frac{n^*}{J_i^{*II}} [J_a + A_a (y_{a2} - y_{i2}^{II}) (y_{a2} - y_{i2}^{*II})] \quad (3.4/4)$$

Koeficijenti  $k_s^I$  i  $k_s^{II}$  uvode uticaj skupljanja betona u proračun deformacije preseka za stanje I i stanje II:

$$k_s^I = \frac{n^*}{J_i^{*I}} A_a d (y_{a2} - y_{i2}^{*I}) \quad (3.4/5)$$

$$k_s^{II} = \frac{n^*}{J_i^{*II}} A_a d (y_{a2} - y_{i2}^{*II}) \quad (3.4/6)$$

## RELEVANTNI PARAMETRI OD KOJIH ZAVISE KOEFIČIJENTI ZA PRORAČUN KRIVINE

Parametri od kojih zavise koeficijenti za proračun krivine su  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  (određuju položaj zategnute i pritisnute armature od ivice betona), odnos površina pritisnute i zategnute armature i proizvod koeficijenta starenja i koeficijenta tečenja betona  $\chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)$ .

Koeficijent  $k_a^{II}$  ne zavisi od odnosa površina pritisnute i zategnute armature.

Koeficijenti za proračun krivine za stanje I više zavise od  $\alpha_1$  nego od  $\alpha_2$ , pa su dijagrami na kojima su prikazani ovi koeficijenti urađeni za sledeće vrednosti  $\alpha_1$ : 0.05, 0.10, 0.15 i 0.20, i  $\alpha_2 = 0.10$ . Dijagrami se mogu koristiti za sve vrednosti  $\alpha_2$  izmedju 0.05 i 0.20, pri čemu učinjenja greška ne prelazi 15%. Za koeficijent  $k_s^I$  uticaj  $\alpha_2$  je nešto veći, pa su dijagrami za ovaj koeficijent urađeni za vrednosti  $\alpha_2 = 0.075$  (koristi se za  $\alpha_2$  izmedju 0.05 i 0.10) i  $\alpha_2 = 0.175$  (koristi se za  $\alpha_2$  izmedju 0.15 i 0.20).

Koeficijenti za proračun krivine za stanje II više zavise od  $\alpha_2$  nego od  $\alpha_1$ , pa su dijagrami na kojima su prikazani ovi koeficijenti urađeni za sledeće vrednosti  $\alpha_2$ : 0.05, 0.10, 0.15 i 0.20, i  $\alpha_1 = 0.10$ . Zaključci o zavisnosti ovih koeficijenata od  $\alpha_1$  su analogni zaključcima o zavisnosti koeficijenata za proračun krivine za stanje I od  $\alpha_2$ .

Dijagrami za koeficijente  $k_\varphi$  i  $k_s$  urađeni su za tri vrednosti proizvoda koeficijenta starenja i koeficijenta tečenja betona  $\chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)$ : 1.00, 2.00 i 3.00.

## PRORAČUN KRIVINA I UGIBA

Krivina betonskog preseka za  $t=0$  usled momenta savijanja M:

$$\kappa_b = \frac{M}{E_b(t_0) J_b} \quad (3.4/7)$$

Krivine usled momenta savijanja M i normalne sile N u vremenu  $t=0$ :

$$\kappa_M^I(t_0) = k_a^I \kappa_b \quad (3.4/8)$$

$$\kappa_N^{II}(t_0) = k_a^{II} \kappa_b \quad (3.4/9)$$

$$\kappa_N^{II}(t_0) = -(k_a^{II} - k_a^I) \frac{M_0}{E_b(t_0) J_b} \quad (3.4/10)$$

Krivine usled momenta savijanja M i normalne sile N u vremenu  $t=\infty$ :

$$\kappa_M^I(t) = k_a^I [1 + k_\varphi^I(\varphi(t, t_0))] \kappa_b + k_s^I \frac{\epsilon_s(t, t_0)}{d} \quad (3.4/11)$$

$$\kappa_M^{II}(t) = k_a^{II} [1 + k_\varphi^{II}(\varphi(t, t_0))] \kappa_b + k_s^{II} \frac{e_s(t, t_0)}{d} \quad (3.4/12)$$

$$\kappa_N^{II}(t) = - [k_a^{II} [1 + k_\varphi^{II}(\varphi(t, t_0))] - k_a^I [1 + k_\varphi^I(\varphi(t, t_0))] ] \frac{M_0}{E_b(t_0) J_b} \quad (3.4/13)$$

gde je moment  $M_0$ :

$$M_0 = \frac{N(y_{i2}^I - y_{i2}^{II})}{1 - k_a^I / k_a^{II}} \quad (3.4/14)$$

Ako se vrši proračun ugiba po Bilinearnoj metodi, onda je ugib u vremenu t:

$$v_M^I(t) = k_a^I [1 + k_\varphi^I(\varphi(t, t_0))] v_b + k_s^I \delta_s \frac{1^2}{8d} e_s(t, t_0) \quad (3.4/15)$$

$$v_M^{II}(t) = k_a^{II} [1 + k_\varphi^{II}(\varphi(t, t_0))] v_b + k_s^{II} \delta_s \frac{1^2}{8d} e_s(t, t_0) \quad (3.4/16)$$

gde je  $v_b$  ugib betonskog preseka u vremenu  $t=0$ , a  $\delta_s$  koeficijent koji zavisi od statičkog sistema (Prilog 3.6).

Za ovako izračunate krivine ili ugibe za stanja I i II mogu se izračunati i srednja krivina ili ugib.

## UTICAJ SKUPLJANJA BETONA NA UGIB

Skupljanje betona može značajno da utiče na veličinu deformacije armiranobetonskih elemenata. U primerima 1 do 8 prikazane su razlike ugiba armiranobetonske proste grede raspona 6.0m za dva slučaja armiranja: (dvostruko, primeri 1 do 5) i jednostruko (primeri 6 do 8), za različite nivoe opterećenja.

Eb= 31.5MPa	Ea=200.0MPa	HI=0.8	FI=2.5
Aa1=11.36cm <sup>2</sup>	Aa2= 5.68cm <sup>2</sup>	a1=5.00cm	a2=5.00cm
-> primer 1			
b= 30.0cm	d= 50.0cm	l= 6.00m	g=20.00kN/m
STANJE II			
vo= 7.66mm		vt= 13.28mm	
epss= 0.340		vts= 15.69mm	
		del= 18.2%	

-> primer 2

b= 30.0cm      d= 50.0cm      l= 6.00m      g=15.00kN/m

STANJE II

vo= 4.92mm

vt= 9.64mm

epss= 0.340

vts= 11.89mm

del= 23.4%

-> primer 3

b= 30.0cm      d= 50.0cm      l= 6.00m      g=10.00kN/m

STANJE II

vo= 2.17mm

vt= 6.00mm

epss= 0.340

vts= 7.94mm

del= 32.4%

-> primer 4

b= 15.0cm      d= 50.0cm      l= 6.00m      g= 6.00kN/m

STANJE II

vo= 2.30mm

vt= 5.90mm

epss= 0.340

vts= 9.27mm

del= 57.2%

-> primer 5

b= 15.0cm      d= 50.0cm      l= 6.00m      g= 4.00kN/m

STANJE I

vo= 1.17mm

vt= 3.30mm

epss= 0.340

vts= 5.60mm

del= 69.6%

Eb= 31.5MPa

Ea=200.0MPa

HI=0.8

FI=2.5

Aa1=11.36cm<sup>2</sup>

Aa2= 0.00cm<sup>2</sup>

a1=5.00cm

a2=5.00cm

-> primer 6

b= 15.0cm      d= 70.0cm      l= 6.00m      g=30.00kN/m

STANJE II

vo= 7.12mm

vt= 12.68mm

epss= 0.340

vts= 15.21mm

del= 20.0%

-> primer 7

b= 15.0cm      d= 70.0cm      l= 6.00m      g=20.00kN/m

STANJE II

vo= 4.24mm

vt= 8.27mm

epss= 0.340

vts= 10.71mm

del= 29.5%

-> primer 8

b= 15.0cm

d= 70.0cm

l= 6.00m

g=10.00kN/m

STANJE II

vo= 1.36mm

vt= 3.86mm

epss= 0.340

vts= 6.02mm

del= 55.8%

U primerima je sa epss označena vrednost skupljanja u promilima, a sa del je označeno povećanje ugiba armiranobetonske grede usled uticaja skupljanja betona.

Udeo skupljanja betona na ukupnu deformaciju armirano betonskog elementa obrnuto je srazmeran nivou opterećenja. Za slabo opterećene elemente skupljanje betona povećava ugib armirano betonske grede i preko 50% (primer 5, 69,6%). Povećanje ugiba od skupljanja je značajnije za jednostruko armirane preseke (primeri 1 i 7) za iste nivoe opterećenja. Za uobičajeno napregnut presek (primer 2 i 7) povećanje ugiba se kreće između 20 i 30%.

Na osnovu prethodnog razmatranja može se zaključiti da se u slučajevima kada je potreban tačniji proračun ugiba elemenata konstrukcije uticaj skupljanja betona ne može zanemariti. Ovakav zaključak dobija na značaju ako se radi o konstrukcijama čiji se elementi betoniraju na licu mesta i opterećuju pri malim starostima betona.

## PRIMER PRORAČUNA UGIBA

Primer predstavlja nastavak primera 117/1 iz Priručnika uvodjenjem uticaja skupljanja betona.

Ugibi za stanje I i II (bez uticaja skupljanja betona):

$$v_i^I(t=\infty) = 6.28 \text{ mm}$$

$$v_i^{II}(t=\infty) = 10.91 \text{ mm}$$

Koeficijenti  $k_s$  za stanje I i II:

$$k_s^I = \frac{19.05}{439830} 17.04 \times 50 (31.67 - 26.19) = 0.202$$

(Ako se vrednost očitava sa dijagrama dobija se  $k_s^I = 0.195$ )

$$k_s^{II} = \frac{19.05}{232144} 17.04 \times 50 (31.67 - 18.18) = 0.943$$

(Ako se vrednost očitava sa dijagrama dobija se  $k_s^{II} = 0.94$ )

Usvaja se konačna vrednost skupljanja betona (Pravilnik, tabela 57/1,  $v_l = 70\%$ ,  $d_m = 20\text{cm}$ )  $\epsilon_s = 0.34$  promila.

Za prostu gredu koeficijent  $\delta_s = 1$ , pa su ugibi za stanje I i II:

$$v_i^I(t=\infty) = 6.28 \times 10^{-3} + .202 \times \frac{6.0^2}{8 \times 0.50} 0.34 \times 10^{-3} = 6.90 \times 10^{-3} \text{m} = 6.9 \text{mm}$$

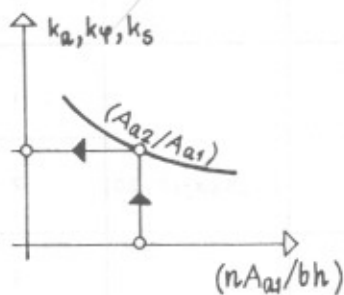
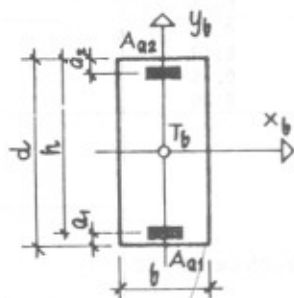
$$v_i^{II}(t=\infty) = 10.91 \times 10^{-3} + .943 \times \frac{6.0^2}{8 \times 0.50} 0.34 \times 10^{-3} = 0.0138 \text{m} = 13.8 \text{mm}$$

Srednji ugib za vreme  $t=\infty$ :

$$v(t=\infty) = (1 - 0.722) 6.9 + 0.722 \times 13.8 = 11.9 \text{mm}$$

PRIOLOG	KOEFICIJENT	$\alpha_1$	$\alpha_2$	X $\varphi$
3.4.1	$k_a^I$	0,05	$\leq 0,2$	-
3.4.2		0,10		
3.4.3		0,15		
3.4.4		0,20		
3.4.5	$k_a^II$	0,05	$\leq 0,2$	-
3.4.6		0,10		
3.4.7		0,15		
3.4.8		0,20		
3.4.9	$k_\varphi^I$	0,05	$\leq 0,2$	1
3.4.10		0,10		
3.4.11		0,15		
3.4.12		0,20		
3.4.13		0,05		2
3.4.14		0,10		
3.4.15		0,15		
3.4.16		0,20		
3.4.17		0,05		3
3.4.18		0,10		
3.4.19		0,15		
3.4.20		0,20		
3.4.21	$k_\varphi^II$	$\leq 0,2$	0,05	1
3.4.22			0,10	
3.4.23			0,15	
3.4.24			0,20	
3.4.25			0,05	2
3.4.26			0,10	
3.4.27			0,15	
3.4.28			0,20	
3.4.29			0,05	3
3.4.30			0,10	
3.4.31			0,15	
3.4.32			0,20	
3.4.33	$k_s^I$	0,05	$0,05 \leq \alpha_2 \leq 0,10$	1
3.4.34		0,10		
3.4.35		0,15		
3.4.36		0,20		
3.4.37		0,05		2
3.4.38		0,10		
3.4.39		0,15		
3.4.40		0,20		
3.4.41		0,05		3
3.4.42		0,10		
3.4.43		0,15		
3.4.44		0,20		
3.4.45	$k_s^II$	0,05	$0,15 \leq \alpha_2 \leq 0,20$	1
3.4.46		0,10		
3.4.47		0,15		
3.4.48		0,20		
3.4.49		0,05		2
3.4.50		0,10		
3.4.51		0,15		
3.4.52		0,20		
3.4.53		0,05		3
3.4.54		0,10		
3.4.55		0,15		
3.4.56		0,20		

PRILOG	KOEFICIJENT	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$X \ \varphi$	
3.4.57	$k_S^{\text{II}}$	$0.05 \leq \alpha_1 \leq 0.10$	0,05	1	
3.4.58			0,10		
3.4.59			0,15		
3.4.60			0,20		
3.4.61			0,05		
3.4.62			0,10		
3.4.63		0,15	2		
3.4.64		0,20			
3.4.65		0,05			
3.4.66		0,10	3		
3.4.67		0,15			
3.4.68		0,20			
3.4.69		$0.15 \leq \alpha_1 \leq 0.20$	0,05	0,05	1
3.4.70				0,10	
3.4.71				0,15	
3.4.72				0,20	
3.4.73	0,05		2		
3.4.74	0,10				
3.4.75	0,15				
3.4.76	0,20		3		
3.4.77	0,05				
3.4.78	0,10				
3.4.79	0,15				
3.4.80	0,20				



$$\alpha_1 = a_1/d$$

$$\alpha_2 = a_2/d$$

$$[X(t, t_0) \ \varphi(t, t_0)], \text{ za } k_\varphi \text{ i } k_S$$

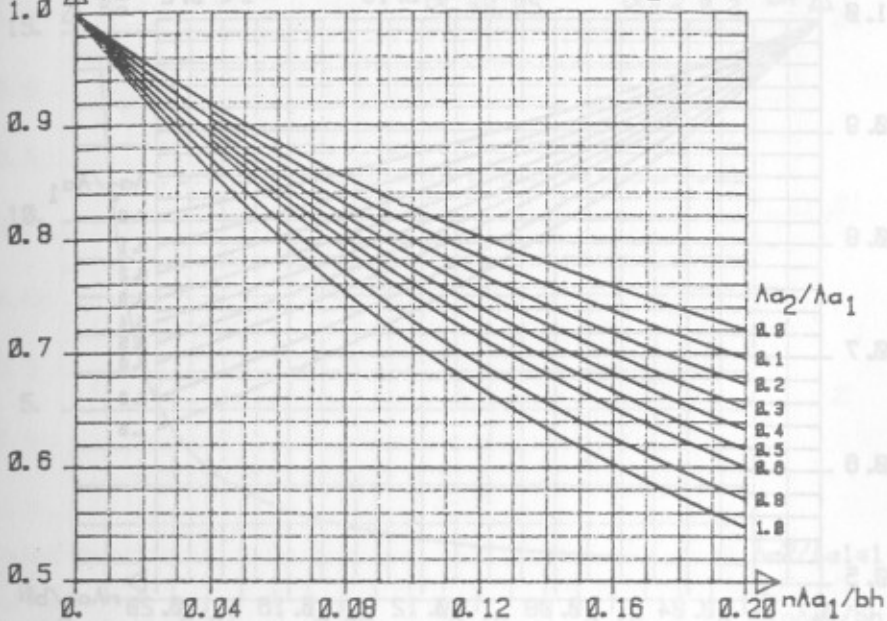


3.4.1

$\Delta k_a^I$

$\alpha_1 = 0.05$

$\alpha_2 \leq 0.2$

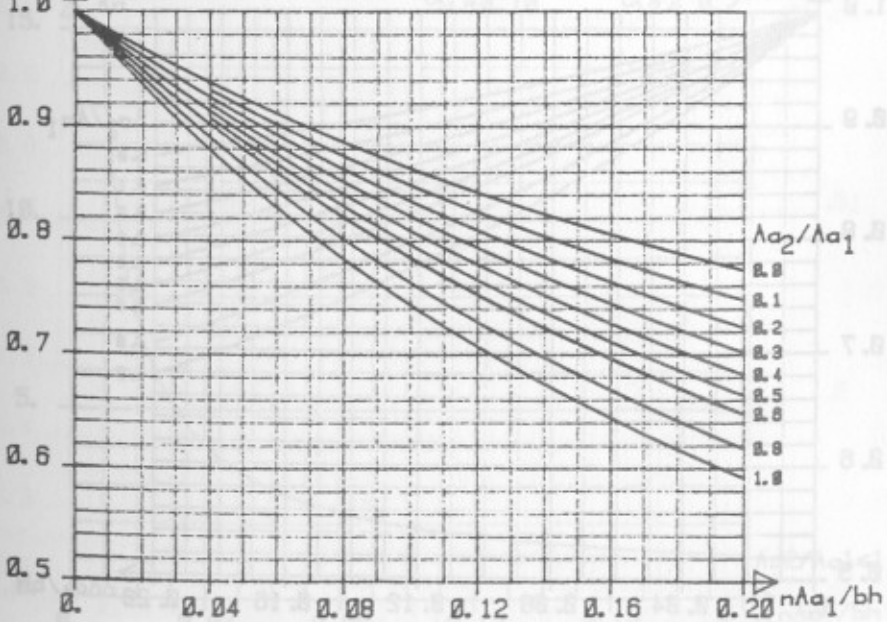


3.4.2

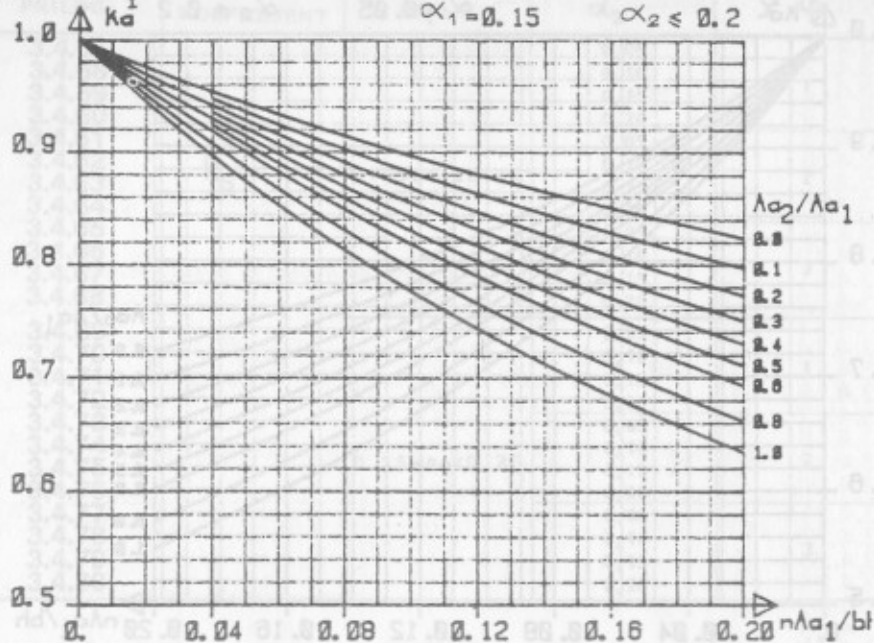
$\Delta k_a^I$

$\alpha_1 = 0.10$

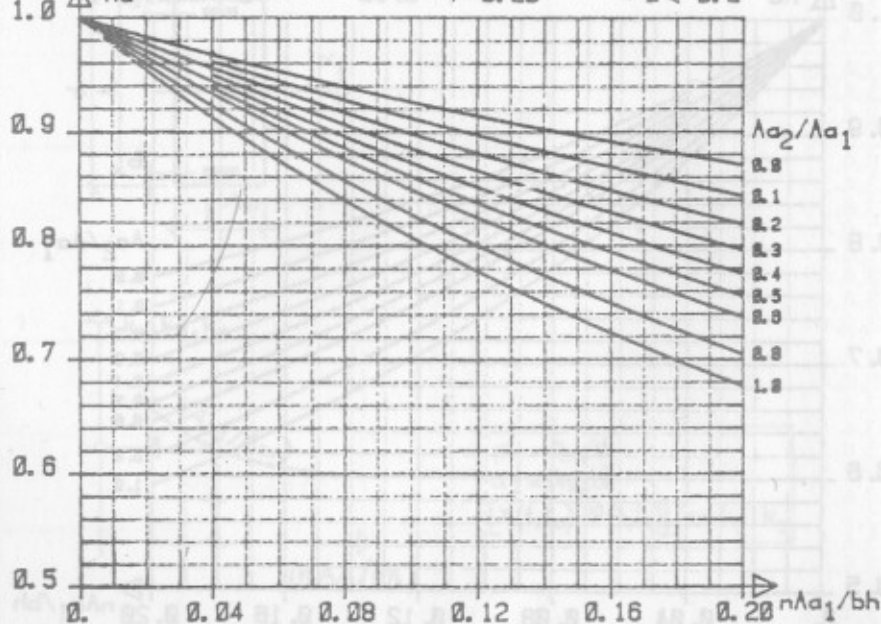
$\alpha_2 \leq 0.2$



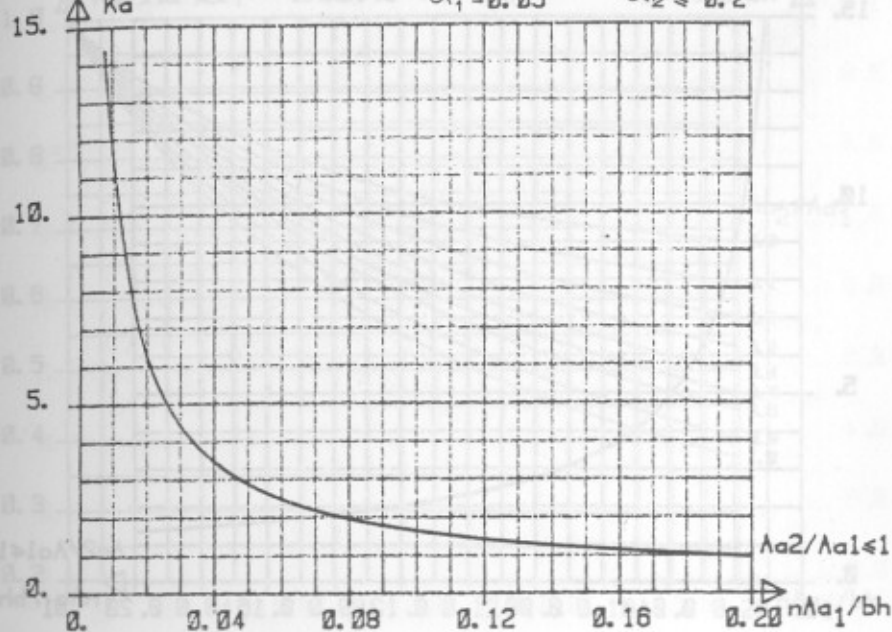
## 3.4.3

 $\Delta k_a^I$  $\alpha_1 = 0.15$  $\alpha_2 \leq 0.2$ 

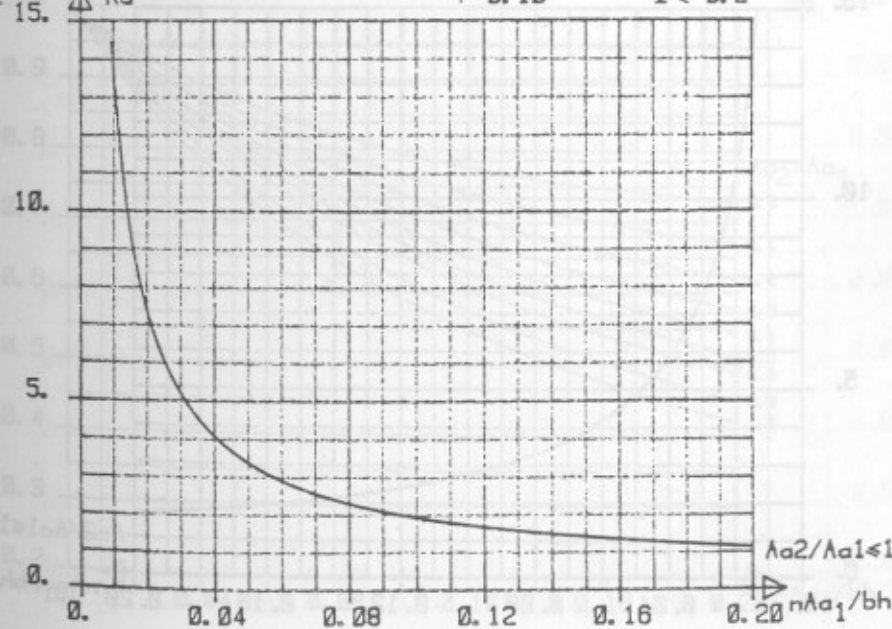
## 3.4.4

 $\Delta k_a^I$  $\alpha_1 = 0.20$  $\alpha_2 \leq 0.2$ 

3.4.5

 $\Delta k_a^{\text{II}}$  $\alpha_1 = 0.05$  $\alpha_2 \leq 0.2$ 

3.4.6

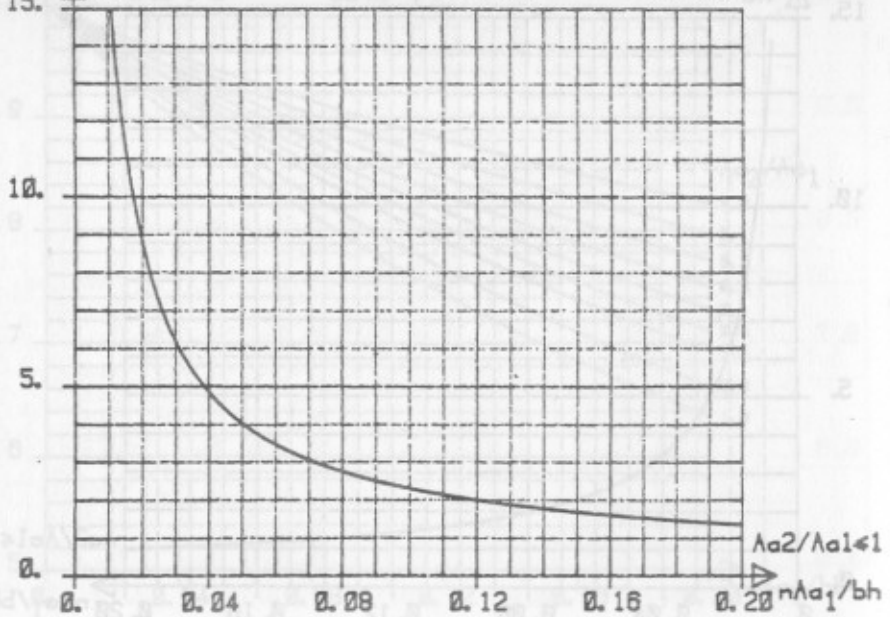
 $\Delta k_a^{\text{II}}$  $\alpha_1 = 0.10$  $\alpha_2 \leq 0.2$ 

3.4.7

$\Delta k_{\alpha}^{\text{II}}$

$\alpha_1 = 0.15$

$\alpha_2 \leq 0.2$

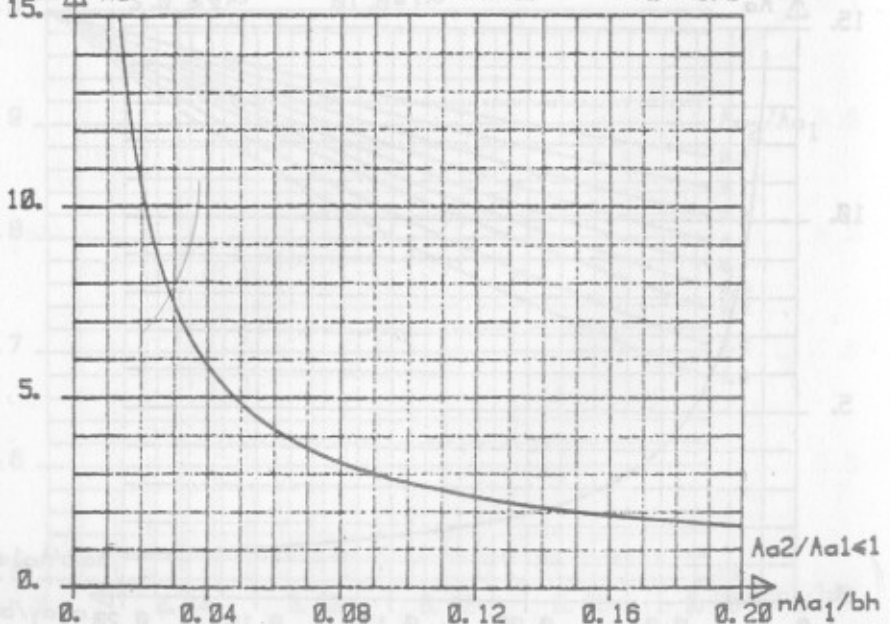


3.4.8

$\Delta k_{\alpha}^{\text{II}}$

$\alpha_1 = 0.20$

$\alpha_2 \leq 0.2$



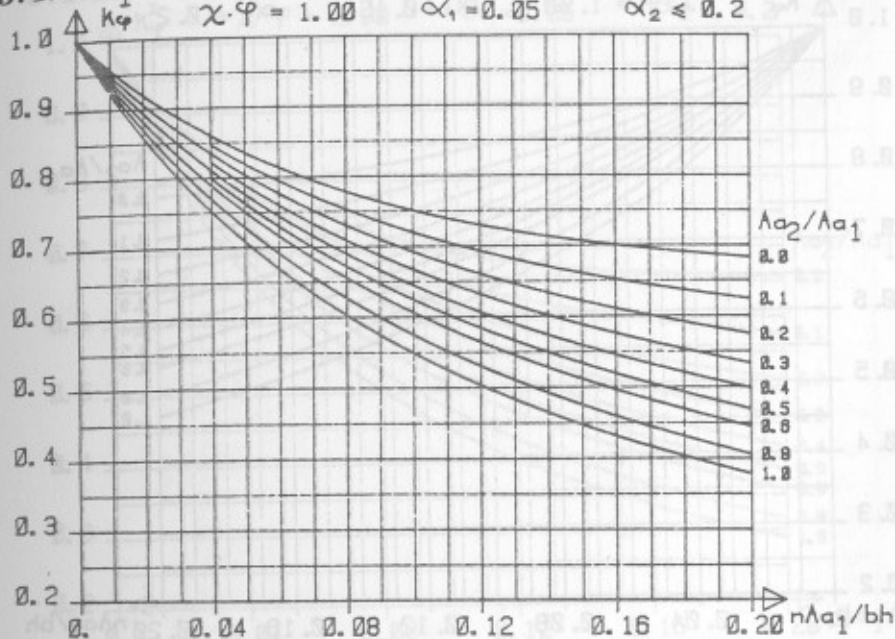
## 3.4.9

 $\Delta k_{\varphi}^I$ 

$\chi \cdot \varphi = 1.00$

$\alpha_1 = 0.05$

$\alpha_2 \leq 0.2$



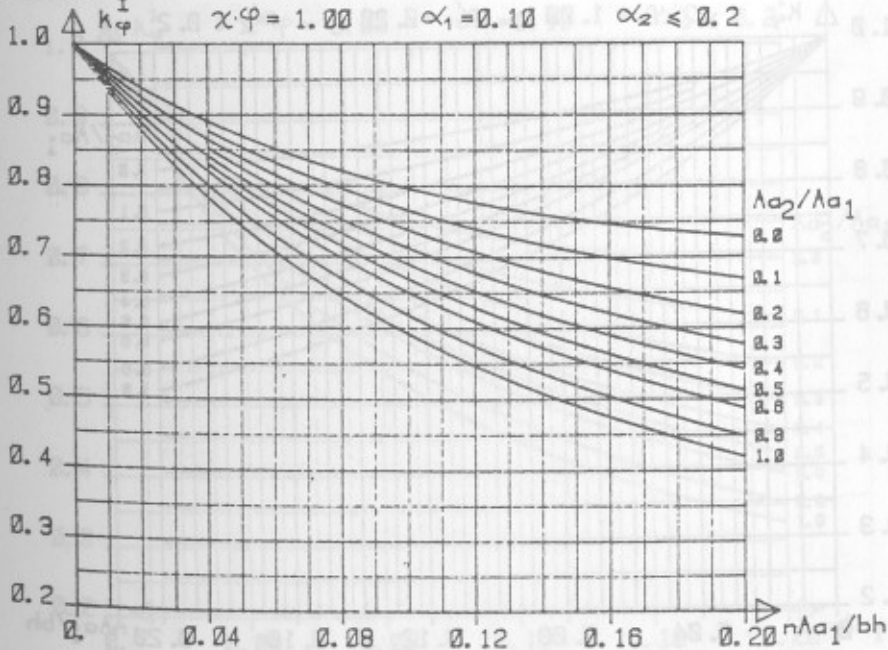
## 3.4.10

 $\Delta k_{\varphi}^I$ 

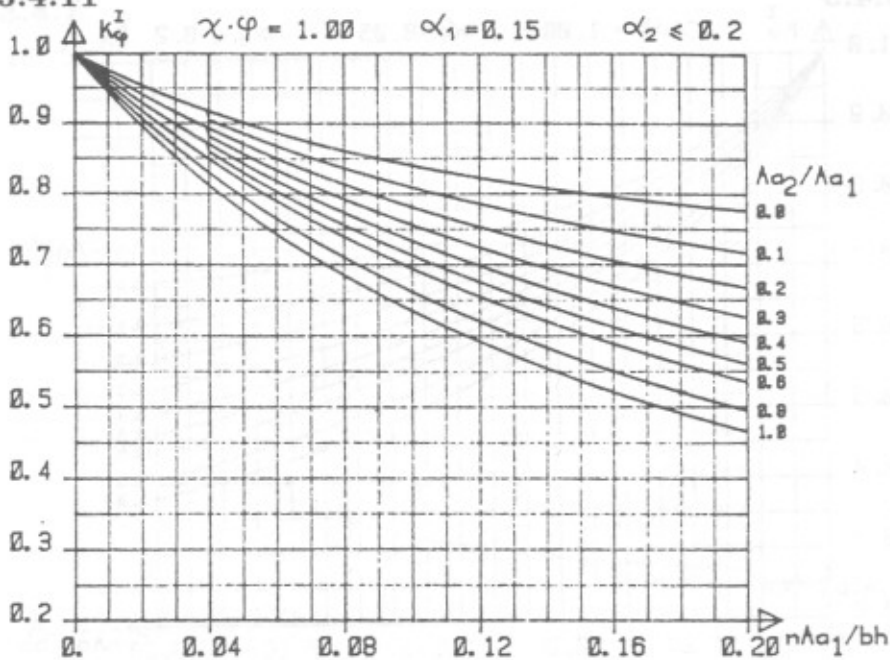
$\chi \cdot \varphi = 1.00$

$\alpha_1 = 0.10$

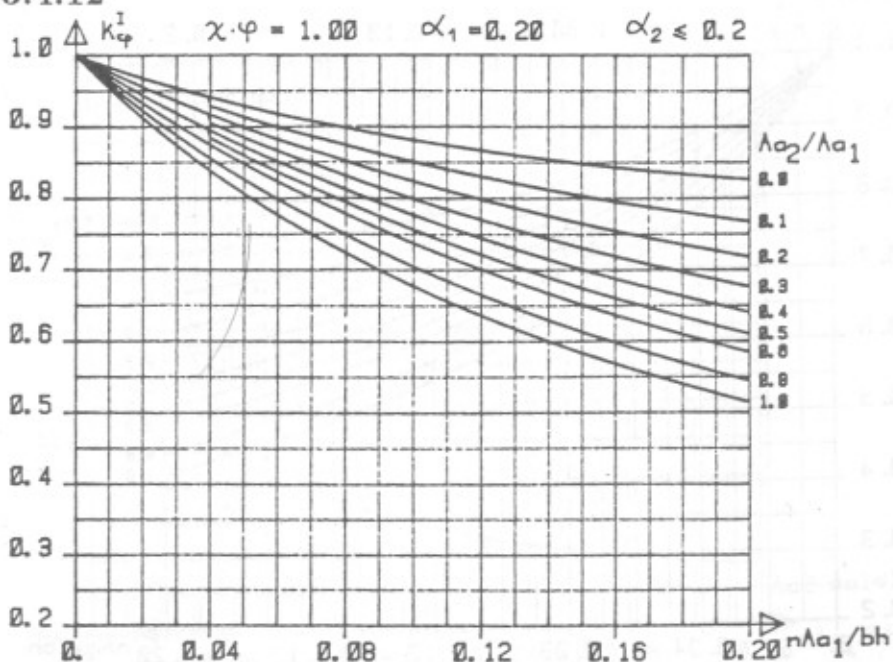
$\alpha_2 \leq 0.2$



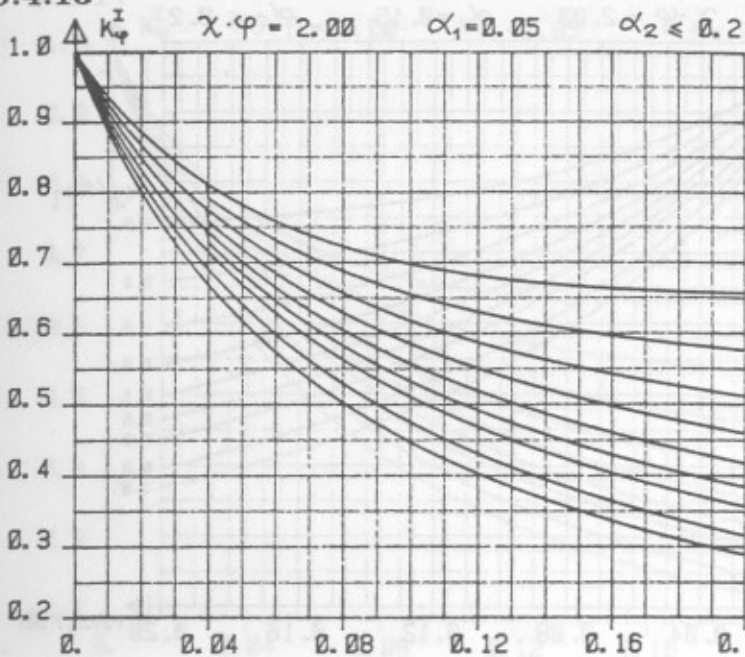
3.4.11



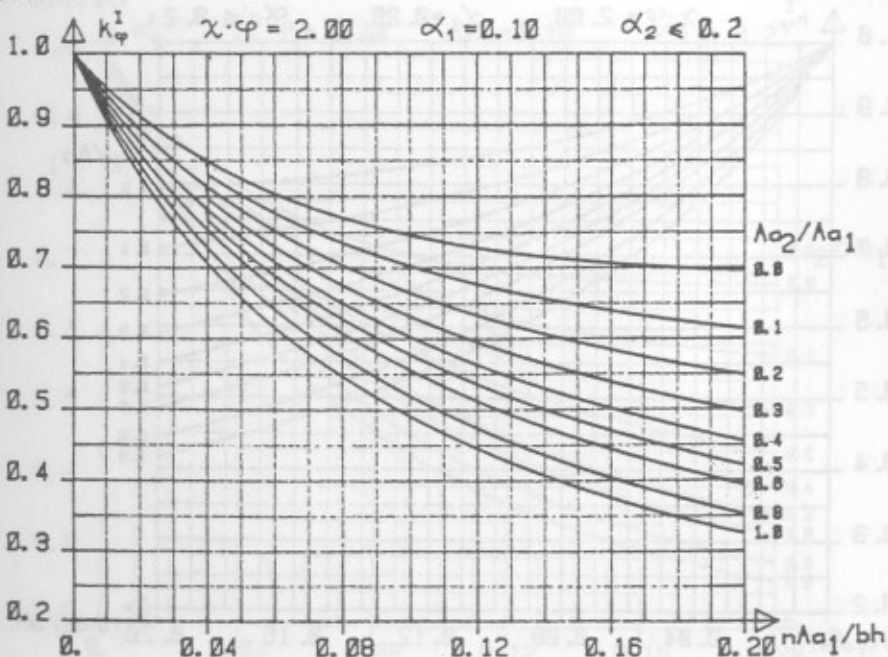
3.4.12



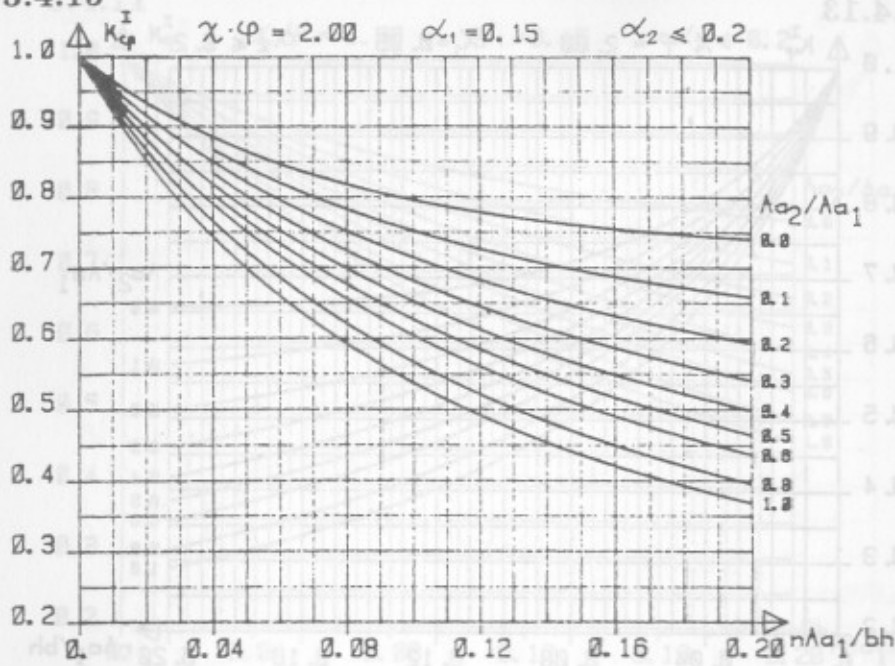
## 3.4.13



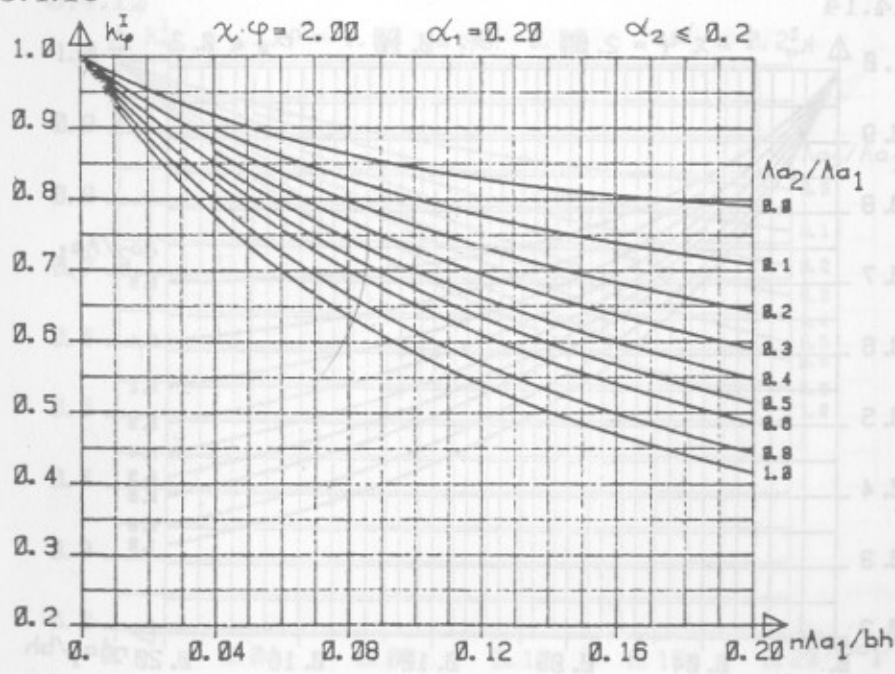
## 3.4.14



3.4.15

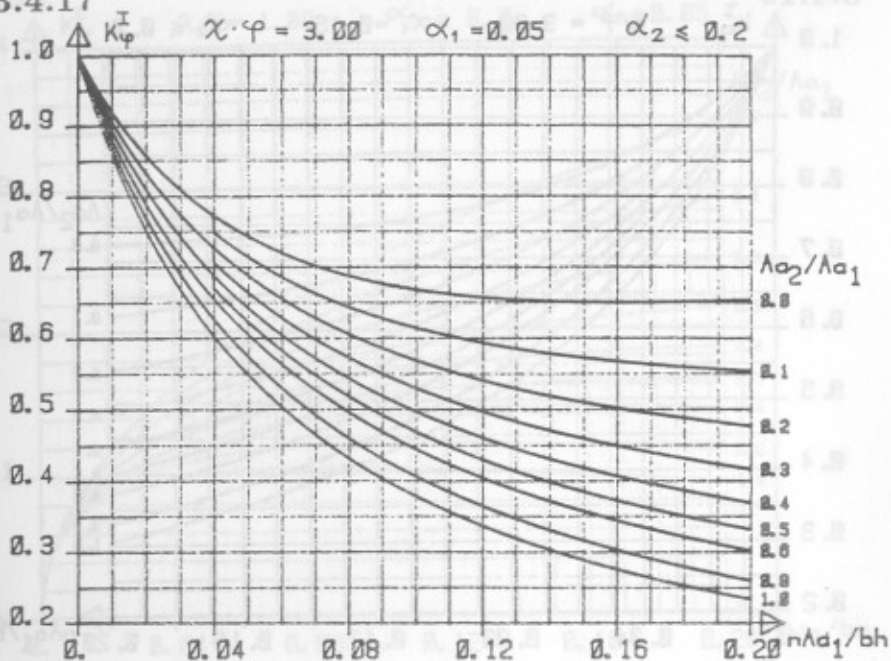


3.4.16

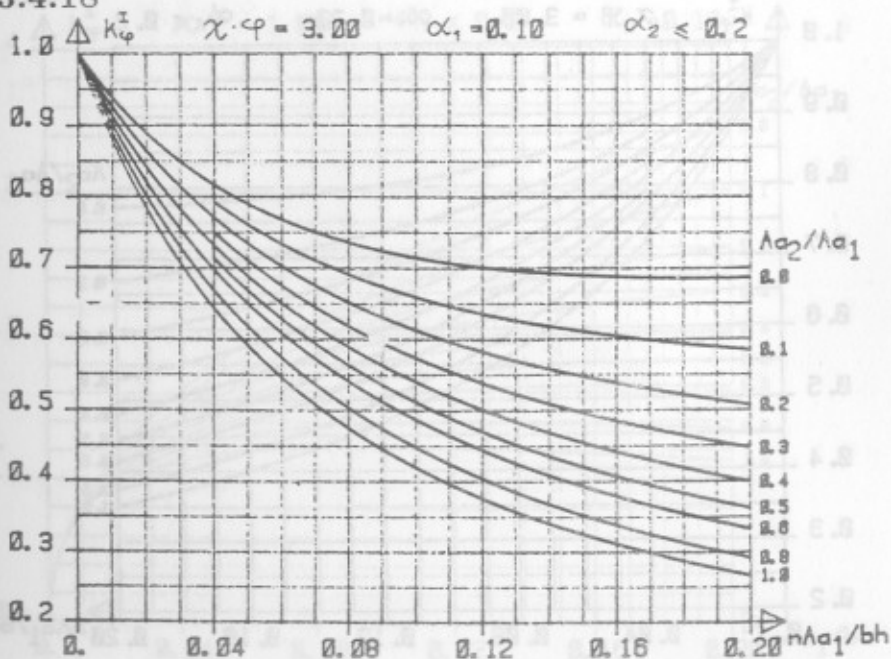




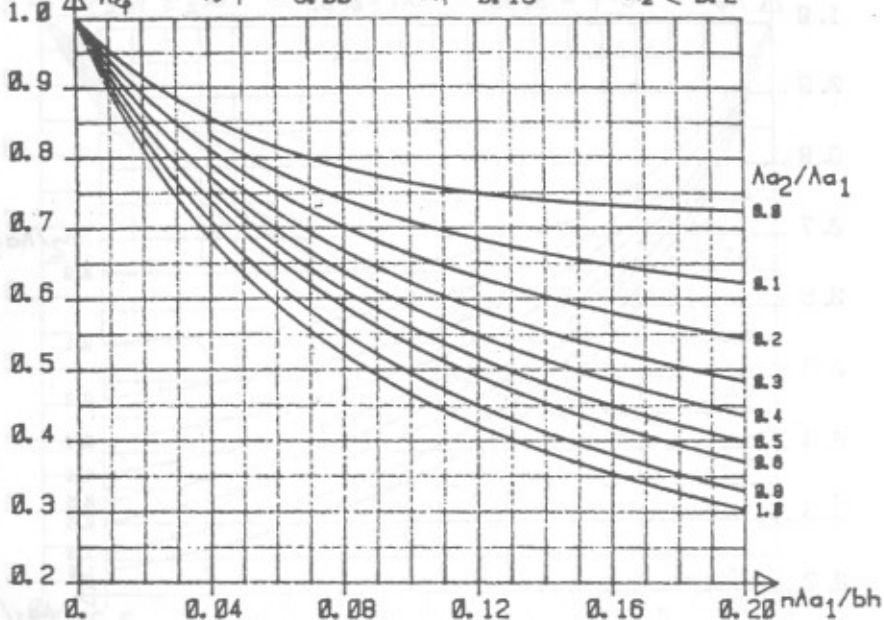
## 3.4.17



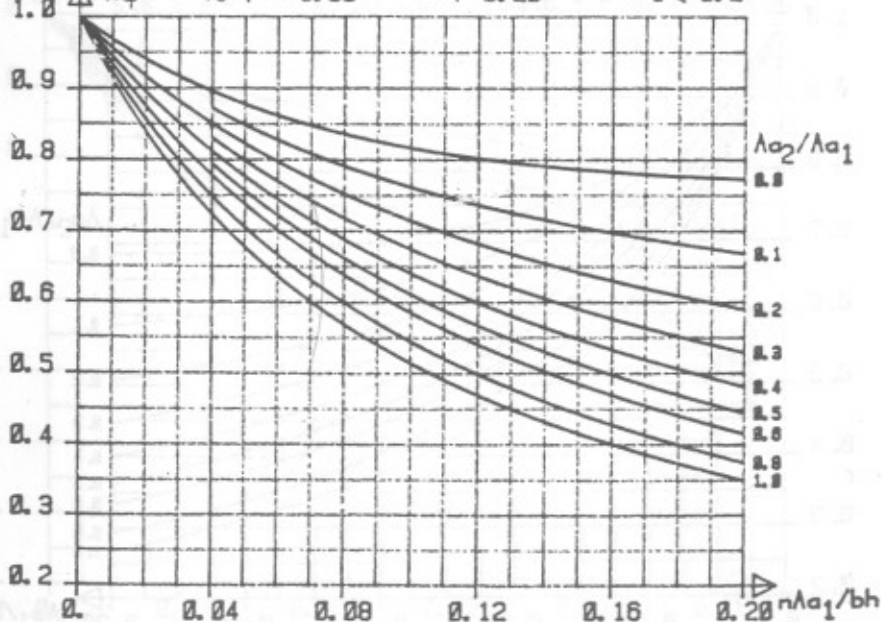
## 3.4.18



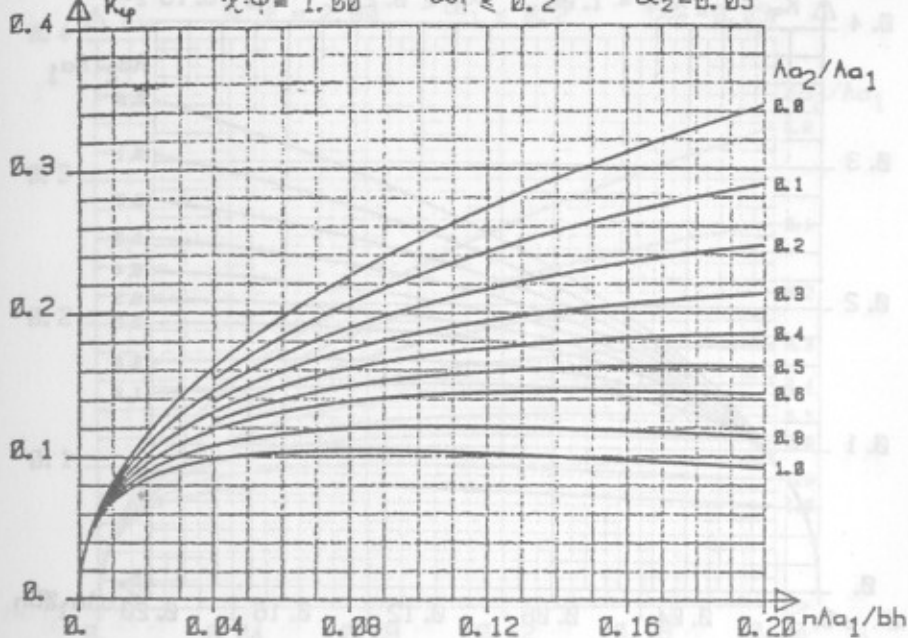
3.4.19

 $\Delta k_{\varphi}^I$  $\chi \cdot \varphi = 3.00$  $\alpha_1 = 0.15$  $\alpha_2 \leq 0.2$ 

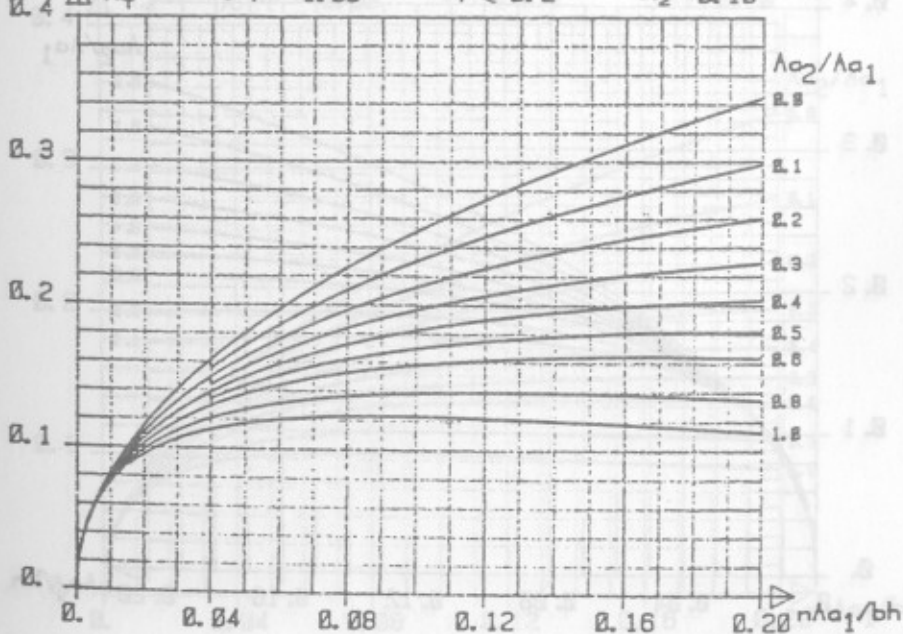
3.4.20

 $\Delta k_{\varphi}^I$  $\chi \cdot \varphi = 3.00$  $\alpha_1 = 0.20$  $\alpha_2 \leq 0.2$ 

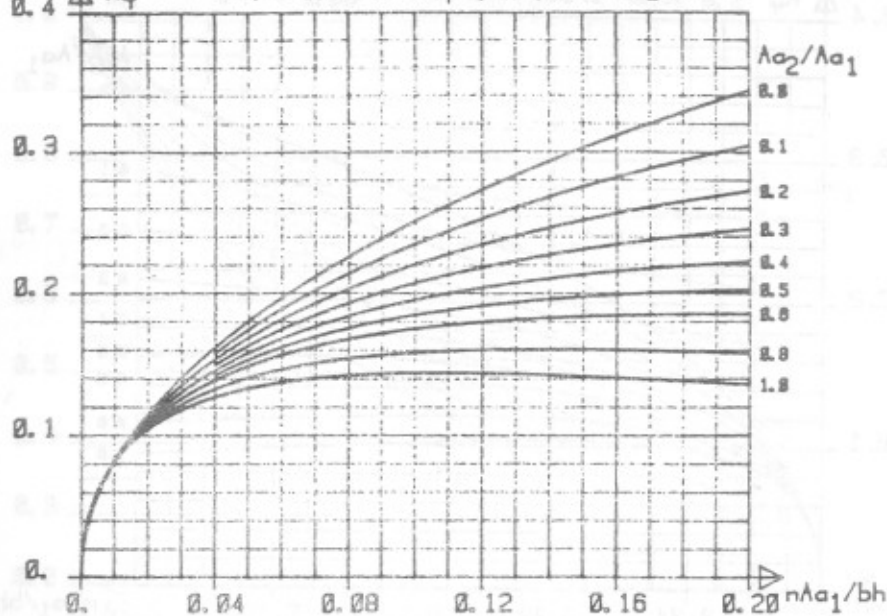
## 3.4.21

 $\Delta k_{\varphi}^I$  $\chi \cdot \varphi = 1.00$  $\alpha_1 \leq 0.2$  $\alpha_2 = 0.05$ 

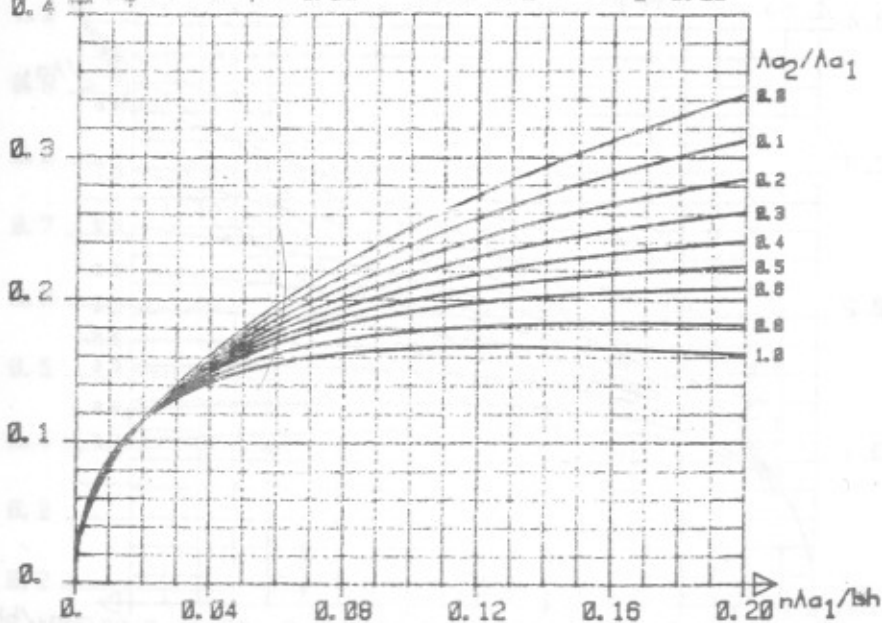
## 3.4.22

 $\Delta k_{\varphi}^I$  $\chi \cdot \varphi = 1.00$  $\alpha_1 \leq 0.2$  $\alpha_2 = 0.10$ 

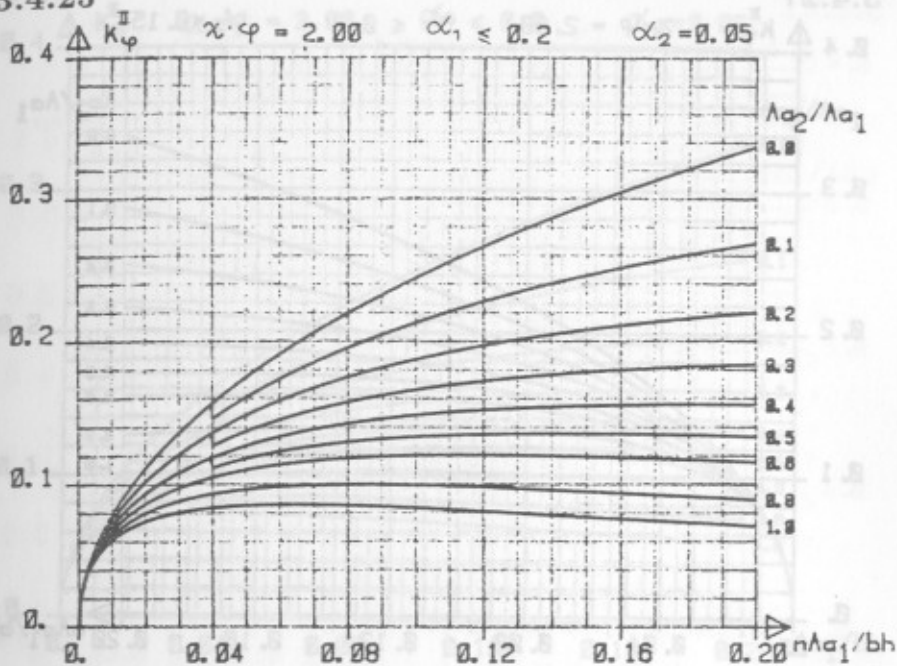
## 3.4.23

 $\Delta k_{cp}^I$      $\gamma \cdot \varphi = 1.00$      $\alpha_1 \leq 0.2$      $\alpha_2 = 0.15$ 


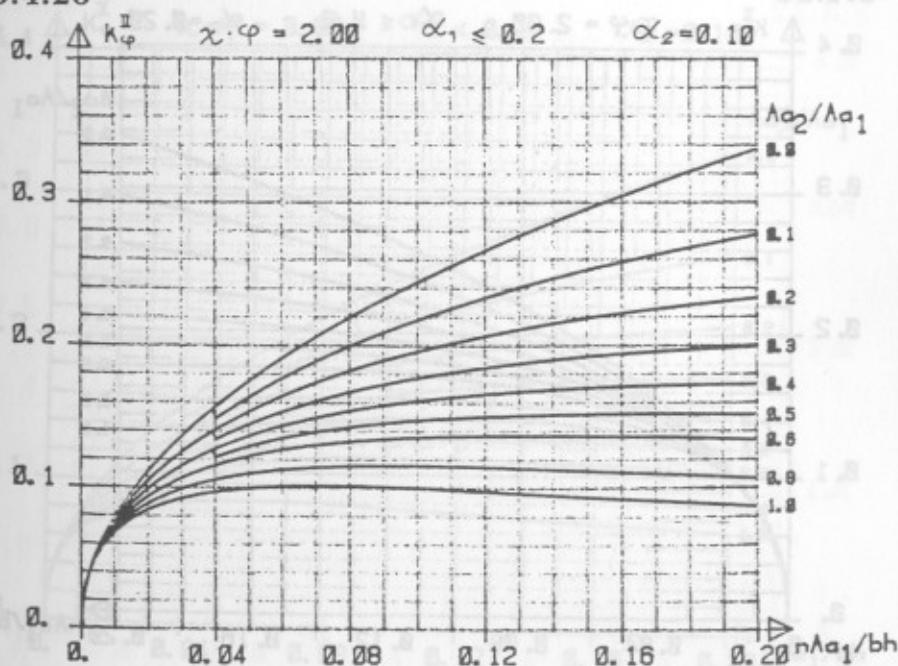
## 3.4.24

 $\Delta k_{cp}^{II}$      $\gamma \cdot \varphi = 1.00$      $\alpha_1 \leq 0.2$      $\alpha_2 = 0.20$ 


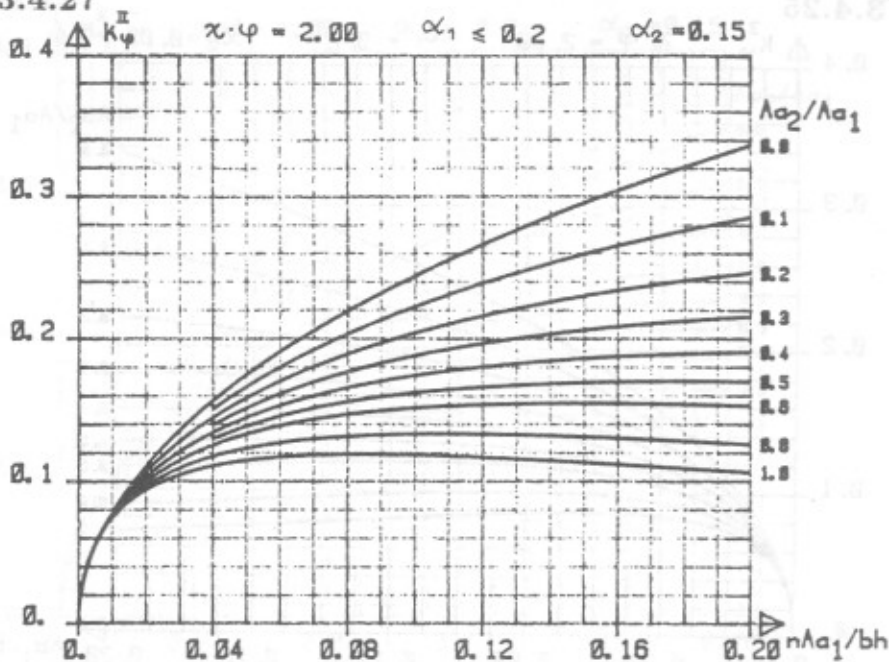
## 3.4.25



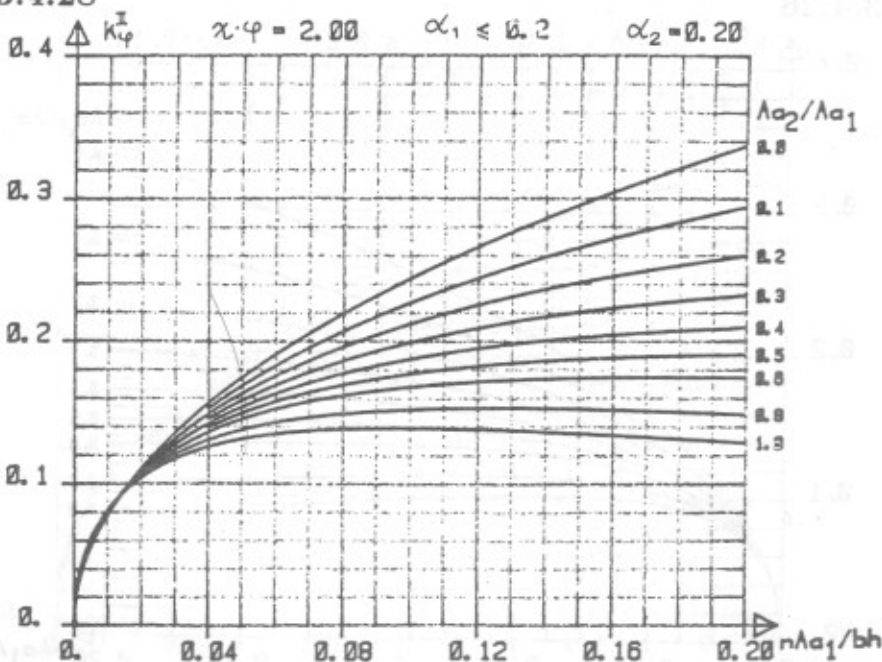
## 3.4.26



3.4.27

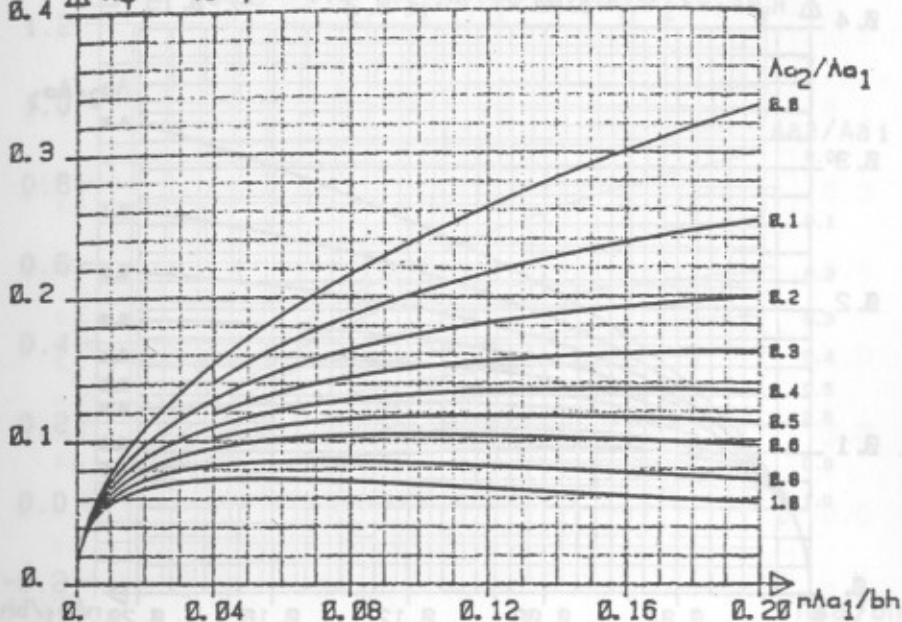


3.4.28



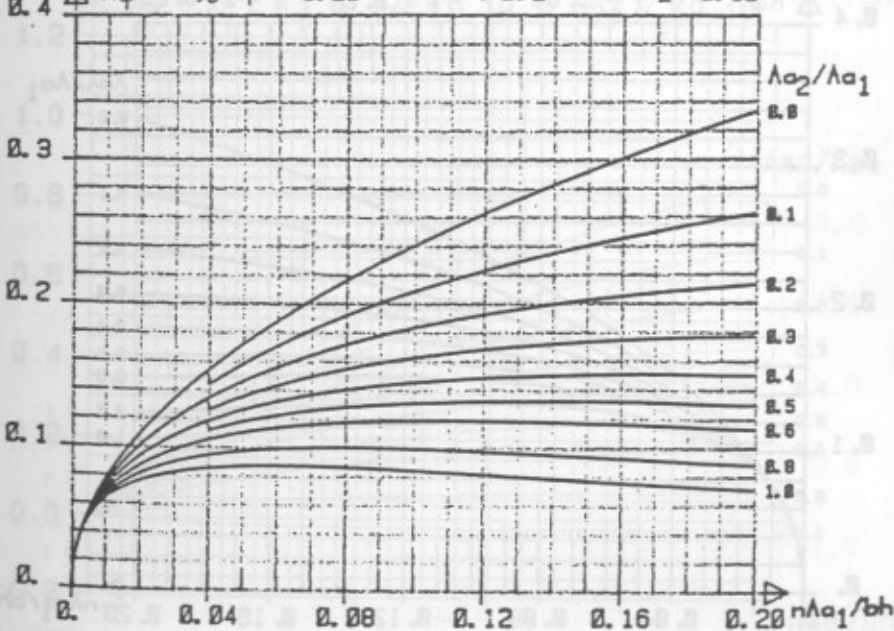
3.4.29

$\Delta K_{\varphi}^I$   $\alpha \cdot \varphi = 3.00$   $\alpha_1 \leq 0.2$   $\alpha_2 = 0.05$

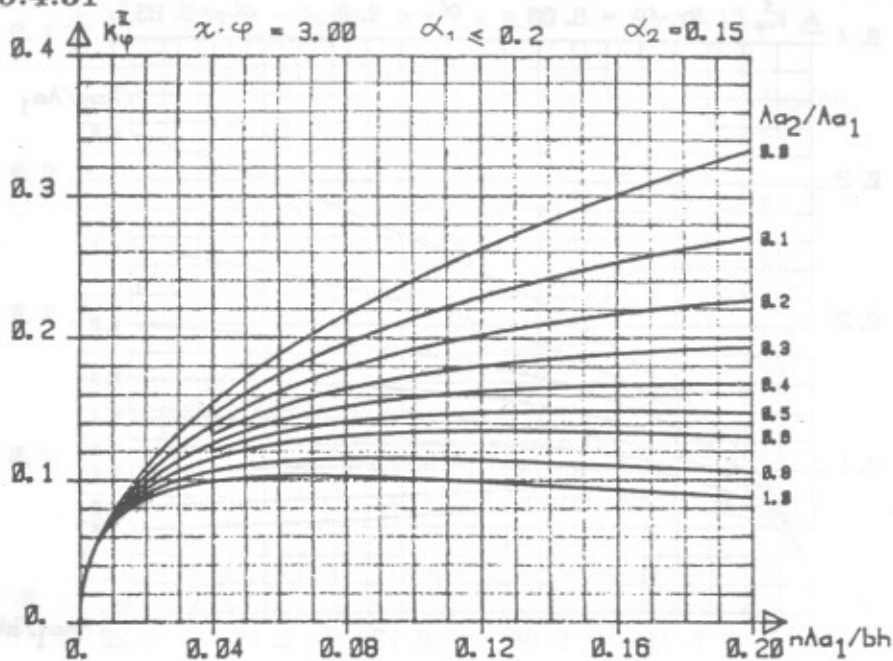


3.4.30

$\Delta K_{\varphi}^I$   $\alpha \cdot \varphi = 3.00$   $\alpha_1 \leq 0.2$   $\alpha_2 = 0.10$



## 3.4.31



## 3.4.32

