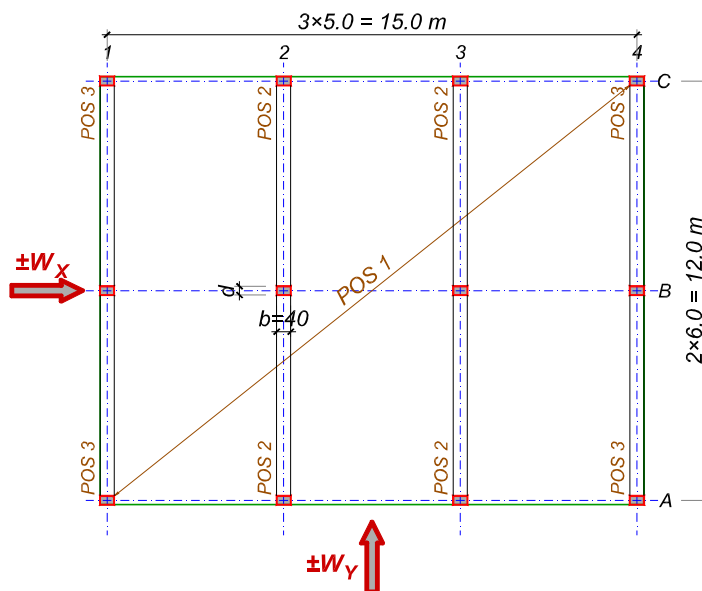


Na skici je prikazana osnova jednospratne armiranobetonske konstrukcije. Ukupna visina konstrukcije od kote uklještenja iznosi  $H = 4.0$  m.

Ploča **POS 1** ( $d_p = 14$  cm) je oslonjena na grede **POS 2**, **POS 3** a ove na 12 stubova. Svi stubovi su istog, pravougaonog poprečnog preseka, širine 40 cm i nepoznate dimenzije  $d$ . Sve grede su istog poprečnog preseka (40/50 cm). Zadata jednako raspodeljena opterećenja  $\Delta g$  (težina poda i plafona) i  $p$  (povremeno korisno opterećenje) deluju po čitavoj površini ploče POS 1. Potrebno je:



1. Dimenzionisati **POS 1** u karakterističnim presecima. Usvojeni raspored armature prikazati u osnovi (posebno gornja i donja zona) i detalju poprečnog preseka.
2. Dimenzionisati **POS 2** i **POS 3** u karakterističnim presecima za uticaje od vertikalnog opterećenja. Usvojeni raspored armature prikazati u približnoj razmeri u podužnom i karakterističnim poprečnim presecima (nije potrebno određivati tačnu dužinu šipki kao za specifikaciju armature). Maksimalni dopušteni prečnik uzengija  $\varnothing 10$ , minimalno rastojanje 10 cm, u slučaju korišćenja višesečnih uzengija obavezno sračunati dužinu na kojoj su ove uzengije neophodne, odnosno dužinu na kojoj su dovoljne dvosečne uzengije.
3. Dimenzionisati stubove prema merodavnim uticajima prema srpskim propisima (VIII zona MCS skale, objekat II kategorije, tlo I kategorije). Seizmičku silu odrediti za ukupno (G+P) opterećenje. Aksijalne sile u stubovima usled vetra i seizmike zanemariti. Ukoliko je potrebno, u proračun uzeti izvijanje. Usvojenu armaturu prikazati u poprečnom preseku. Sve stubove armirati istom armaturom.

$$\Delta g = 1.5 \text{ kN/m}^2 \text{ (težina poda)}$$

$$p = 10 \text{ kN/m}^2$$

MB 30

$$W_x = \pm 120 \text{ kN}$$

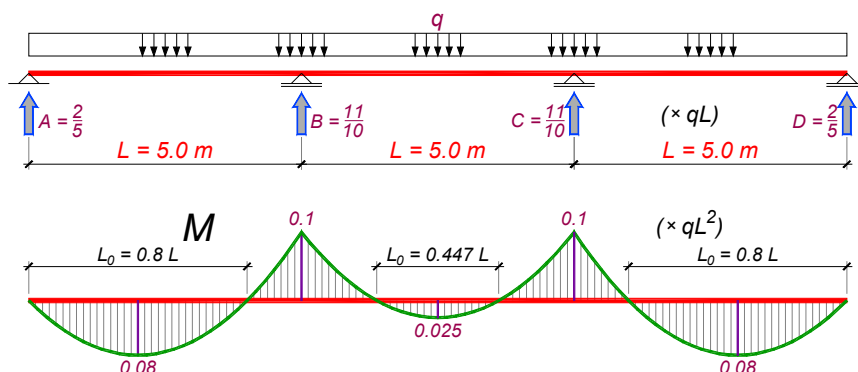
$$W_y = \pm 150 \text{ kN}$$

RA 400/500

## 1 PRORAČUN PLOČE POS 1

### 1.1 STATIČKI SISTEM

Ploča je sistema kontinualnog nosača preko tri jednaka raspona  $L = 5$  m, opterećena jednako raspodeljenim opterećenjem po svim poljima istovremeno. Oblik dijagrama momenata savijanja je prikazan na donjoj skici.



## 1.2 ANALIZA OPTEREĆENJA

- sopstvena težina POS 1	0.14×25	= 3.5 kN/m <sup>2</sup>
- dodatno stalno opterećenje	$\Delta g$	= 1.5 kN/m <sup>2</sup>
ukupno, stalno opterećenje	<b>g</b>	= <b>5.0 kN/m<sup>2</sup></b>
povremeno opterećenje:	<b>p</b>	= <b>10.0 kN/m<sup>2</sup></b>

## 1.3 DIMENZIONISANJE

### 1.3.1 Presek nad osloncem

$$q_u = 1.6 \times 5.0 + 1.8 \times 10.0 = 26 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \Rightarrow M_u^{\text{osl}} = \frac{26 \times 5.0^2}{10} = 65 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$\text{pretp. } a_1 = 3 \text{ cm} \Rightarrow h = 14 - 3 = 11 \text{ cm} ; b = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$k = \frac{11}{\sqrt{\frac{65 \times 10^2}{100 \times 2.05}}} = 1.953 \Rightarrow \varepsilon_b/\varepsilon_a = 3.5/5.578\text{‰} ; \bar{\mu} = 31.209\%$$

$$A_a = 31.209 \times \frac{100 \times 11}{100} \times \frac{2.05}{40} = 17.59 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \Rightarrow e_a \leq \frac{100 \times 2.01}{17.59} = 11.4 \text{ cm}$$

usvojeno: **RØ16/10** (20.10 cm<sup>2</sup>/m)

$$A_{ap} = 0.2 \times 17.59 = 3.52 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{usvojeno: } \mathbf{RØ12/30}$$
 (3.77 cm<sup>2</sup>/m)

### 1.3.2 Preseci u krajnjim poljima

$$M_u^{p1} = 0.08 \times 26.0 \times 5.0^2 = 52 \text{ kNm/m}$$

$$\text{pretp. } \text{Ø}16 \Rightarrow h = d - \left(a_0 + \frac{\text{Ø}}{2}\right) = 14 - \left(2 + \frac{1.6}{2}\right) = 11.2 \text{ cm}$$

$$k = \frac{11.2}{\sqrt{\frac{52.0}{2.05}}} = 2.224 \Rightarrow \varepsilon_b/\varepsilon_a = 3.5/8.861\text{‰} ; \bar{\mu} = 22.921\%$$

$$A_a = 22.921 \times 11.2 \times \frac{2.05}{40} = 13.16 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \Rightarrow e_a \leq \frac{100 \times 2.01}{13.16} = 15.3 \text{ cm}$$

usvojeno: **RØ16/15** (13.40 cm<sup>2</sup>/m)

$$A_{ap} = 0.2 \times 13.16 = 2.62 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{usvojeno: } \mathbf{RØ10/30}$$
 (2.62 cm<sup>2</sup>/m)

### 1.3.3 Presek u srednjem polju

$$M_u^{p2} = 0.025 \times 26.0 \times 5.0^2 = 16.3 \text{ kNm/m}$$

$$k = \frac{11.2}{\sqrt{\frac{16.3}{2.05}}} = 3.978 \Rightarrow \varepsilon_b/\varepsilon_a = 1.403/10\text{‰} ; \bar{\mu} = 6.611\%$$

$$A_a = 6.611 \times 11.2 \times \frac{2.05}{40} = 3.79 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \Rightarrow e_a \leq \frac{100 \times 0.785}{3.79} = 20.7 \text{ cm}$$

usvojeno: **RØ10/20** (3.93 cm<sup>2</sup>/m)

$$A_{ap} = 0.2 \times 3.79 = 0.76 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{ap,\min.} = 0.085 \times 14 = 1.19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

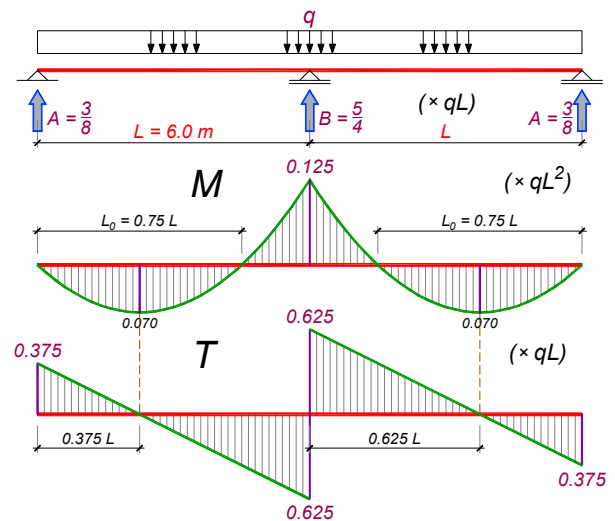
$$\text{usv. } \emptyset 8 (a_a^{(1)} = 0.503 \text{ cm}^2): \quad e_{ap} \leq \frac{100 \times 0.503}{1.39} = 36.2 \text{ cm}$$

usvojeno: **RØ8/30** (1.67 cm<sup>2</sup>/m)

## 2 PRORAČUN GREDE POS 2

### 2.1 STATIČKI SISTEM

Greda je sistema kontinualnog nosača preko dva jednaka raspona  $L = 6 \text{ m}$ . Opterećena je jednako raspodeljenim opterećenjem po oba polja istovremeno (sopstvena težina grede i srednje reakcije ploče POS 1). Oblici dijagrama momenata savijanja i transverzalnih sila su prikazani na skici desno.



### 2.2 ANALIZA OPTEREĆENJA

- sopstvena težina POS 2  $0.4 \times 0.5 \times 25 = 5.0 \text{ kN/m}$
- stalno opterećenje od POS 1  $1.1 \times 5.0 \times 5.0 = B_g = 27.5 \text{ kN/m}$
- ukupno, stalno opterećenje  $g = 32.5 \text{ kN/m}$
- povremeno opt. od POS 1:  $1.1 \times 10.0 \times 5.0 = B_p = p = 55.0 \text{ kN/m}$

### 2.3 DIMENZIONISANJE POS 2

#### 2.3.1 Dimenzionisanje prema momentima savijanja

##### 2.3.1.1 Presek nad srednjim osloncem

$$q_u = 1.6 \times 32.5 + 1.8 \times 55.0 = 151 \text{ kN/m}$$

$$M_{u,\text{osl}} = 151 \times 6.0^2 / 8 = 679.5 \text{ kNm}$$

$$\text{pretp. } a_1 = 7 \text{ cm} \Rightarrow b/d/h = 40/50/43 \text{ cm}$$

$$k = \frac{43}{\sqrt{\frac{679.5 \times 10^2}{40 \times 2.05}}} = 1.494 \Rightarrow \varepsilon_a < 3\text{‰} \Rightarrow A_{a2} > 0$$

Kako uslovom zadatka nije dopušteno povećanje dimenzija preseka, promena kvaliteta betona ili promena statičkog sistema, presek je neophodno obostrano armirati. Usvojeno:

$$\varepsilon_{a1}^* = 3.5\text{‰} \Rightarrow k^* = 1.766 ; \bar{\mu}^* = 40.476\%$$

$$M_{bu} = \left( \frac{43}{1.766} \right)^2 \times 40 \times 2.05 \times 10^{-2} = 486.1 \text{ kNm} \Rightarrow \Delta M_u = 679.5 - 486.1 = 193.4 \text{ kNm}$$

$$\text{pp. } a_2 = 5 \text{ cm} \Rightarrow A_{a2} = \frac{193.4 \times 10^2}{(43 - 5) \times 40} = 12.73 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{usv.: } \mathbf{3RØ25} (14.73 \text{ cm}^2)$$

$$A_{a1} = 40.476 \times \frac{40 \times 43}{100} \times \frac{2.05}{40} + 12.73 = 48.41 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{usv.: } \mathbf{10RØ25} (49.09 \text{ cm}^2)$$

### 2.3.1.2 Preseci u krajnjim poljima

$$M_{u,p} = 0.07 \times 151 \times 6.0^2 = 382.2 \text{ kNm}$$

$$L_0 = 0.75 \times 600 = 450 \text{ cm}$$

$$B = \min \left\{ \begin{array}{l} 40 + 20 \times 14 = 320 \\ 40 + 0.25 \times 450 = 152.5 \end{array} \right\} = 152.5 \text{ cm}$$

Pretpostavlja se da će se neutralna linija naći u ploči:

$$\text{pretp. } a_1 = 5 \text{ cm} \Rightarrow B/b/d/h/d_p = 160/40/50/45/14 \text{ cm}$$

$$k = \frac{45}{\sqrt{\frac{382.2 \times 10^2}{152.5 \times 2.05}}} = 4.070 \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_b / \varepsilon_a = 1.362 / 10\text{‰} \\ s = 0.12 \Rightarrow x = 0.12 \times 45 = 5.4 \text{ cm} < d_p = 14 \text{ cm} \\ \bar{\mu} = 6.308\% \end{cases}$$

Pretpostavka o položaju neutralne linije je tačna, pa se potrebna površina armature određuje za pravougaoni presek širine  $B = 152.5 \text{ cm}$ :

$$A_a = 6.308 \times \frac{152.5 \times 45}{100} \times \frac{2.05}{40} = 22.19 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{usv.: } 5R\text{Ø}25 \text{ (24.54 cm}^2\text{)}$$

### 2.3.2 Kontrola glavnih napona zatezanja

#### 2.3.2.1 Preseci kod srednjeg oslonca

$$T_u^B = 0.625 \times 151 \times 6.0 = 566.3 \text{ kN}$$

$$\tau_n^B = \frac{566.3}{40 \times 0.9 \times 43} = 0.366 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \begin{cases} > 3\tau_r \\ < 5\tau_r \end{cases}$$

$$\lambda = 0.625 \times 600 \times \left(1 - \frac{0.11}{0.366}\right) = 262.2 \text{ cm}$$

Na delu  $\lambda_1$  na kome je prekoračen napon  $3\tau_r$  ne vrši se redukcija napona smicanja ( $\tau_{Ru} = \tau_n$ ):

$$\lambda_1 = 375 \times \left(1 - \frac{3 \times 0.11}{0.366}\right) = 36.7 \text{ cm}$$

Ukoliko bi pokušali da maksimalni napon smicanja prihvatimo vertikalnim uzengijama, sledi:

$$\text{usvojeno: } m = 2; \alpha = 90^\circ; \theta = 45^\circ:$$

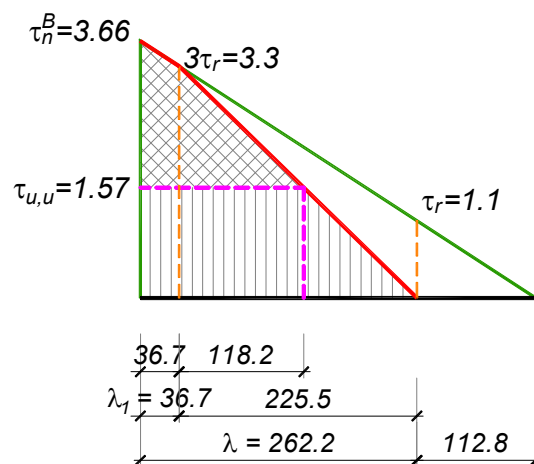
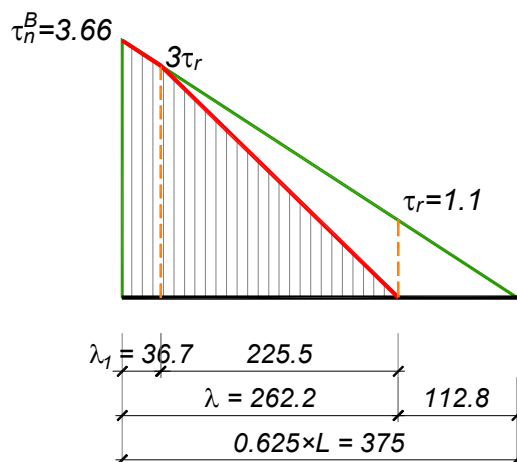
$$e_u = \frac{2 \times 0.785}{40 \times 0.366} \times 40 \times (0 + 1 \times 1) = 4.29 \text{ cm}$$

Povećanjem sečnosti ( $m=4$ ) sledi:

$$e_u = \frac{4 \times 0.785}{40 \times 0.366} \times 40 = 2 \times 4.29 = 8.58 \text{ cm}$$

što je manje od vrednosti dopuštene uslovom zadatka. Stoga se usvajaju dvosečne uzengije URØ10/10 i koso povijeni profili. Ovako usvojene uzengije mogu prihvatiti napon:

$$\tau_{u,u} = \frac{2 \times 0.785}{40 \times 10} \times 40 = 0.157 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$



Dužina osiguranja kosim profilima iznosi:

$$\lambda_k = \lambda_1 + (\lambda - \lambda_1) \times \left(1 - \frac{\tau_{u,u}}{3\tau_r}\right) = 36.7 + 225.5 \times \left(1 - \frac{0.157}{3 \times 0.11}\right) = 36.7 + 118.2 = 154.9 \text{ cm}$$

Horizontalna sila veze koju prihvataju koso povijeni profili:

$$H_{vu,k} = 40 \times \left[ \left( \frac{0.366 + 0.33}{2} - 0.157 \right) \times 36.7 + \frac{0.33 - 0.157}{2} \times 118.2 \right] = 688.8 \text{ kN}$$

Potrebna površina profila povijenih pod uglom  $\alpha_k = 45^\circ$  je:

$$A_{ak} = \frac{H_{vu,k}}{\sigma_v \times (\cos \alpha_k + \cot \theta \times \sin \alpha_k)} = \frac{H_{vu,k}}{\sigma_v \times (\cos 45^\circ + \cot 45^\circ \times \sin 45^\circ)}$$

$$A_{ak} = \frac{688.8}{40 \times \sqrt{2}} = 12.18 \text{ cm}^2 \quad \Rightarrow \text{usvojeno: } 3R\text{Ø}25 \text{ (14.73 cm}^2\text{)}$$

Tačan položaj povijanja profila biće određen konstrukcijom integralne krive prilikom izrade plana armature grede POS 2.

Kako se radi o »špicu« momenta, dodatna zategnuta armatura nije potrebna.

### 2.3.2.2 Preseci kod krajnjih oslonaca

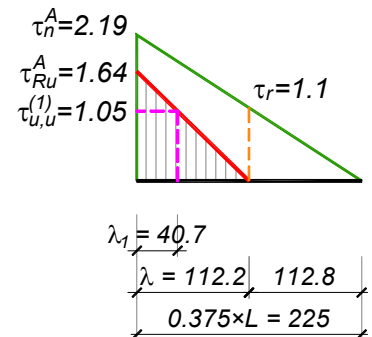
$$T_u^A = 0.375 \times 151 \times 6.0 = 339.8 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \tau_n^A = \frac{339.8}{40 \times 0.9 \times 43} = 0.219 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \begin{cases} > \tau_r \\ < 3\tau_r \end{cases}$$

$$\lambda = 0.375 \times 600 \times \left(1 - \frac{0.11}{0.219}\right) = 112.2 \text{ cm}$$

$$\tau_{Ru}^A = \frac{3}{2} \times (0.219 - 0.11) = 0.164 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

usvojeno:  $m = 2$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $\theta = 45^\circ$ :

$$e_u = \frac{2 \times 0.785}{40 \times 0.164} \times 40 \times (0 + 1 \times 1) = 9.6 \text{ cm}$$



Kako je rastojanje uzengija nešto manje od uslovom zadatka propisanog ( $e_{u,\min} = 10 \text{ cm}$ ), na potrebnom delu dužine osiguranja će uzengije biti progušćene.

$$\mu_{uz} = \frac{m \times a_u^{(1)}}{b \times e_u} \Rightarrow e_u \leq \frac{2 \times 0.785}{40 \times 0.2 \times 10^{-2}} = 19.6 \text{ cm} \Rightarrow \text{usv. } e_u = 15 \text{ cm}$$

Na čitavoj dužini osiguranja usvajaju se uzengije URØ10/15. Nosivost ovih uzengija i dužina na kojoj je njihova nosivost dovoljna su:

$$\tau_{u,u}^{(1)} = \frac{2 \times 0.785}{40 \times 15} \times 40 = 0.105 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \lambda_1 = 112.2 \times \left(1 - \frac{0.105}{0.164}\right) = 40.7 \text{ cm}$$

Preostali deo napona smicanja je moguće prihvatiti koso povijenim profilima ili postavljanjem dodatnih uzengija. Za dodatne uzengije će takođe biti usvojeno rastojanje 15 cm. Potrebna površina preseka dodatnih uzengija je:

$$\Delta \tau_{u,u}^{(1)} = \tau_{Ru}^A - \tau_{u,u}^{(1)} \leq \frac{m \times a_{u,2}}{b \times e_u} \times \sigma_v \Rightarrow a_{u,2} \geq \frac{40 \times (0.164 - 0.105)}{2 \times 40} \times 15 = 0.45 \text{ cm}^2$$

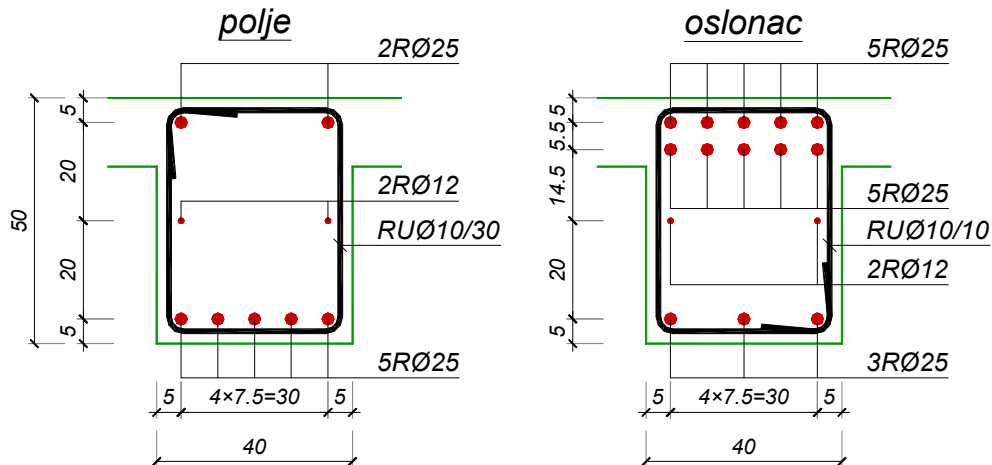
Dakle, na dužini  $\lambda_1 = 40.7 \text{ cm}$  usvojene su dodatne uzengije URØ8/15.

$$\Delta A_a = \frac{339.8}{2 \times 40} \times (\cot 45^\circ - \cot 90^\circ) = 4.25 \text{ cm}^2$$

Po članu 168 PBAB, ova armatura ne sme biti manja od trećine armature iz polja (videti tačku 2.3.1.2):

usvojeno: **2RØ25** (9.82 cm<sup>2</sup>)

Podrazumeva se da je dopušteno kod crtanja planova armature izmeniti preliminarno usvojen raspored armature, odnosno prečnik i raspored profila prilagoditi svim delovima proračuna (savijanje, smicanje, prsline i slično), čemu ovde neće biti posvećena veća pažnja.



### 3 PRORAČUN GREDE POS 3

#### 3.1 STATIČKI SISTEM

Greda je sistema kontinualnog nosača preko dva jednaka raspona  $L = 6$  m. Oblici dijagrama momenta savijanja i transverzalnih sila su isti kao za gredu POS 2.

#### 3.2 ANALIZA OPTEREĆENJA

- sopstvena težina POS 3  $0.4 \times 0.5 \times 25 = 5.0$  kN/m
- stalno opterećenje od POS 1  $0.4 \times 5.0 \times 5.0 = B_g = 10.0$  kN/m
- ukupno, stalno opterećenje  $g = 15.0$  kN/m
- povremeno opt. od POS 1:  $0.4 \times 10.0 \times 5.0 = B_p = p = 20.0$  kN/m

#### 3.3 DIMENZIONISANJE POS 3

##### 3.3.1 Dimenzionisanje prema momentima savijanja

###### 3.3.1.1 Presek nad srednjim osloncem

$$q_u = 1.6 \times 15.0 + 1.8 \times 20.0 = 60 \text{ kN/m} \Rightarrow M_{u,osl} = 60 \times 6.0^2 / 8 = 270.0 \text{ kNm}$$

$$\text{pretp. } a_1 = 6 \text{ cm} \Rightarrow b/d/h = 40/50/44 \text{ cm}$$

$$k = \frac{44}{\sqrt{\frac{270 \times 10^2}{40 \times 2.05}}} = 2.425 \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_b / \varepsilon_a = 3.144 / 10\text{‰} \\ \mu = 18.848\% \end{cases}$$

$$A_{a1} = 18.848 \times \frac{40 \times 44}{100} \times \frac{2.05}{40} = 17.00 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{usvojeno: } \mathbf{6RØ19} \text{ (17.01 cm}^2\text{)}$$

### 3.3.1.2 Preseci u krajnjim poljima

$$M_{u,p} = 0.07 \times 60 \times 6.0^2 = 151.9 \text{ kNm}$$

$$L_0 = 0.75 \times 600 = 450 \text{ cm} \Rightarrow B = \min \left\{ \begin{array}{l} 40 + 8 \times 14 = 152 \\ 40 + 450/12 = 77.5 \end{array} \right\} = 77.5 \text{ cm}$$

$$k = \frac{45}{\sqrt{\frac{151.9 \times 10^2}{77.5 \times 2.05}}} = 4.603 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_b / \varepsilon_a = 1.166 / 10\text{‰} \\ s = 0.104 \Rightarrow x = 0.104 \times 45 = 4.7 \text{ cm} < d_p = 14 \text{ cm} \\ \bar{\mu} = 4.902\% \end{array} \right.$$

$$A_a = 4.902 \times \frac{77.5 \times 45}{100} \times \frac{2.05}{40} = 8.76 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{usvojeno: } \mathbf{4R\text{\O}19} \text{ (11.34 cm}^2\text{)}$$

### 3.3.2 Kontrola glavnih napona zatezanja

#### 3.3.2.1 Preseci kod srednjeg oslonca

$$T_u^B = 0.625 \times 60 \times 6.0 = 225 \text{ kN} \Rightarrow$$

$$\tau_n^B = \frac{225}{40 \times 0.9 \times 44} = 0.142 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \left\{ \begin{array}{l} > \tau_r \\ < 3\tau_r \end{array} \right.$$

$$\lambda = 0.625 \times 600 \times \left( 1 - \frac{0.11}{0.142} \right) = 84.6 \text{ cm}$$

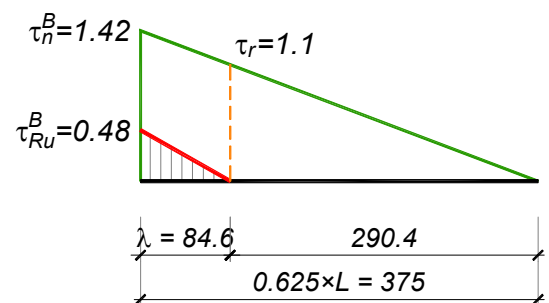
$$\tau_{Ru}^B = \frac{3}{2} \times (0.142 - 0.11) = 0.048 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

usvojeno:  $m = 2$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $\theta = 45^\circ$ :

$$e_u = \frac{2 \times 0.785}{40 \times 0.048} \times 40 \times (0 + 1 \times 1) = 32.7 \text{ cm}$$

$$e_u \leq \frac{2 \times 0.785}{40 \times 0.2 \times 10^{-2}} = 19.6 \text{ cm} \Rightarrow$$

usvojeno: **UR\O10/15** ( $m=2$ )

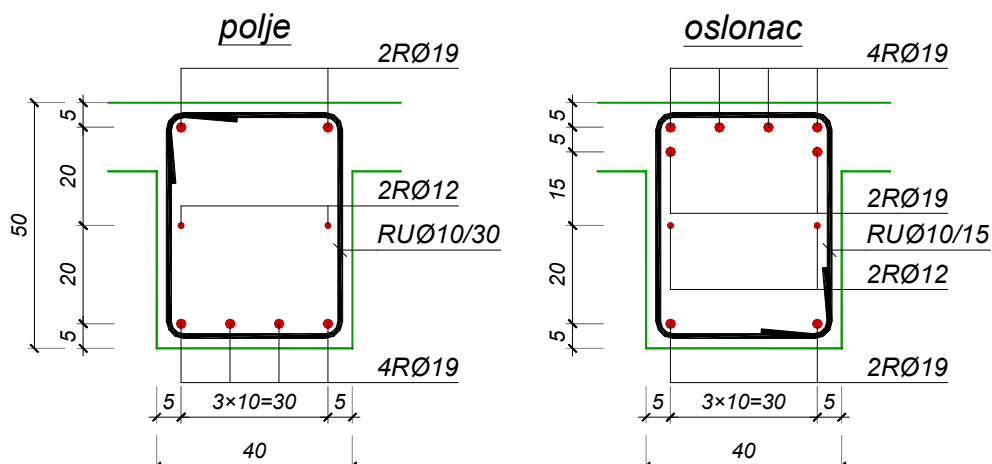


Kako se radi o »špicu« momenta, dodatna zategnuta armatura nije potrebna.

#### 3.3.2.2 Preseci kod krajnjih oslonaca

$$T_u^A = 0.375 \times 60 \times 6.0 = 135.0 \text{ kN} \Rightarrow \tau_n^A = \frac{135}{40 \times 0.9 \times 44} = 0.085 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \tau_r$$

usvojeno: **UR\O10/30** (15)



## 4 PRORAČUN STUBOVA

### 4.1 PRORAČUN SILA U STUBOVIMA OD VERTIKALNOG OPTEREĆENJA

Stubovi u osama 2 i 3 prihvataju reakcije središnjih greda POS 2, a stubovi u osama 1 i 4 reakcije ivičnih greda POS 3.

$$\begin{aligned} A_{g1} &= 0.375 \times 15 \times 6.0 = 33.8 \text{ kN} & ; & & A_{p1} &= 0.375 \times 20 \times 6.0 = 45.0 \text{ kN} \\ B_{g1} &= 1.25 \times 15 \times 6.0 = 112.5 \text{ kN} & ; & & B_{p1} &= 1.25 \times 20 \times 6.0 = 150.0 \text{ kN} \\ A_{g2} &= 0.375 \times 32.5 \times 6.0 = 73.1 \text{ kN} & ; & & A_{p2} &= 0.375 \times 55 \times 6.0 = 123.8 \text{ kN} \\ B_{g2} &= 1.25 \times 32.5 \times 6.0 = 243.8 \text{ kN} & ; & & B_{p2} &= 1.25 \times 55 \times 6.0 = 412.5 \text{ kN} \end{aligned}$$

Napominje se da je bilo dovoljno sračunati samo sile u najopterećenijem (B2) i najmanje opterećenom stubu (A1).

### 4.2 PRORAČUN SEIZMIČKE SILE

Ukupna horizontalna seizmička sila  $S$  se određuje, prema članu 21. Pravilnika o tehničkim normativima za izgradnju objekata visokogradnje u seizmičkim područjima, kao:

$$S = K \times Q = k_o \times k_s \times k_p \times k_d \times Q$$

gde je:  $K$  - ukupan seizmički koeficijent za horizontalni pravac

$k_o$  - koeficijent kategorije objekta ( $k_o=1.0$ , objekat II kategorije, član 4. Pravilnika, ovde zadato zadatkom);

$k_s$  - koeficijent seizmičkog intenziteta ( $k_s=0.05$ , VIII zona MCS skale, povratni period 500 godina, član 24. i član 6. Pravilnika, ovde zadato zadatkom);

$k_p$  - koeficijent duktiliteta i prigušenja ( $k_p=1$ , savremena konstrukcija od armiranog betona, član 27. Pravilnika);

$k_d$  - koeficijent dinamičnosti, prema članu 25. Pravilnika određen relacijom:

$$0.33 \leq k_d = \frac{0.5}{T} \leq 1$$

za tlo I kategorije (u skladu sa članom 9. Pravilnika, ovde zadato zadatkom). Ukoliko se ne vrši proračun perioda slobodnih oscilacija  $T$ , može se usvojiti maksimalna vrednost koeficijenta  $k_d$  (član 26. Pravilnika).

$Q$  - ukupna težina objekta, određena u skladu sa članom 19. Pravilnika, kao suma ukupnog stalnog i verovatnog povremenog opterećenja. Ovde je zadatkom zahtevano da se seizmička sila sračuna sa UKUPNIM povremenim opterećenjem ( $G+P$ ).

$$\Sigma G = 4 \times (33.8 + 73.1) + 2 \times (112.5 + 243.8) = 1140 \text{ kN}^1$$

$$\Sigma P = 4 \times (45 + 123.8) + 2 \times (150 + 412.5) = 1800 \text{ kN}$$

$$S_x = S_y = 1.0 \times 0.05 \times 1.0 \times 1.0 \times (1140 + 1800) = 147 \text{ kN}$$

Stubovi su spojeni krutom tavanicom – pločom, koja obezbeđuje jednaka pomeranja njihovih vrhova. Stubovi prihvataju sile proporcionalno svojoj visini (svi stubovi su jednake visine), krutosti na savijanje i konturnim uslovima (konzola ili ram).

<sup>1</sup> Sopstvena težina stubova nije uračunata u ukupnu težinu objekta, što je opravdano s obzirom na njihovu malu (a zasad i nepoznatu) dimenziju.



U poprečnom pravcu horizontalne sile prihvataju četiri rama jednake krutosti, koje formiraju stubovi povezani gredama. U podužnom pravcu greda nema, pa horizontalne sile prihvata 12 konzolnih stubova jednake krutosti. Kako je krutost u podužnom pravcu, usled odsustva greda, očito manja, najpre se proverava ovaj pravac.

### 4.3 ODREĐIVANJE DIMENZIJE STUBOVA

#### 4.3.1 Kontrola pomeranja

Pomeranje u podužnom pravcu usled veće od horizontalnih sila je:

$$dx = \frac{S_x \times H^3}{3EJ_x} = \frac{147 \times 4.0^3}{3 \times 31.5 \times 10^6 \times J_x} \leq dx_{dop.} = \frac{H}{600} = \frac{4.0}{600} = 6.67 \times 10^{-3} \text{ m} = 6.67 \text{ mm}$$

$$J_x = \frac{147 \times 4.0^3}{3 \times 31.5 \times 10^6 \times 6.67 \times 10^{-3}} = 0.015 \text{ m}^4 = 12 \times \frac{0.4^3 \times d}{12} \Rightarrow d \geq 0.23 \text{ m}$$

Pomeranje u poprečnom pravcu usled veće od horizontalnih sila je:

$$dy = \frac{W_y \times H^3}{12EJ_y} = \frac{150 \times 4.0^3}{12 \times 31.5 \times 10^6 \times J_y} \leq dy_{dop.} = \frac{H}{600} = \frac{4.0}{600} = 6.67 \times 10^{-3} \text{ m} = 6.67 \text{ mm}$$

$$J_y = \frac{150 \times 4.0^3}{12 \times 31.5 \times 10^6 \times 6.67 \times 10^{-3}} = 0.004 \text{ m}^4 = 12 \times \frac{0.4 \times d^3}{12} \Rightarrow d \geq 0.21 \text{ m}$$

#### 4.3.2 Kontrola vitkosti

Nezavisno od veličine horizontalnog pomeranja, potrebno je da vitkost stuba bude maksimalno  $\lambda_{max} = 75$ . U podužnom pravcu stubovi su konzole, pa sledi:

$$i_x = \frac{40}{\sqrt{12}} = 11.55 \text{ cm} \Rightarrow \lambda_x = \frac{L_{i,x}}{i_x} = \frac{2 \times 400}{11.55} = 69.3 < 75^2$$

U poprečnom pravcu dužina izvijanja je približno jednaka spratnoj visini, pa sledi:

$$\lambda_y = \frac{L_{i,y}}{i_y} \leq 75 \Rightarrow i_y = \frac{d}{\sqrt{12}} \geq \frac{L_{i,y}}{75} \Rightarrow d \geq \frac{L_{i,y} \sqrt{12}}{75} = \frac{400 \sqrt{12}}{75} = 18.5 \text{ cm}$$

#### 4.3.3 Kontrola duktilnosti

U skladu sa odredbama člana 61 Pravilnika o tehničkim normativima za izgradnju objekata visokogradnje u seizmičkim područjima se sprovodi kontrola duktilnosti stubova:

$$\sigma_0 = \frac{G+P}{A_b} \leq 0.35 \times f_B = 0.35 \times 0.7 \times f_{bk} = 0.35 \times 0.7 \times 30 = 7.35 \text{ MPa} = 0.735 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Kontrola se sprovodi za najopterećeniji stub (B2):

$$A_b = b \times d \geq \frac{G+P}{\sigma_0} = \frac{243.8 + 412.5}{0.735} = 892.9 \text{ cm}^2 \Rightarrow d \geq \frac{892.9}{40} = 22.3 \text{ cm}$$

Dakle, tražena dimenzija stubova koja zadovoljava sve zahtevane uslove je  $d = 25 \text{ cm}$ .

<sup>2</sup> Kako je dimenzija stuba  $d=40 \text{ cm}$  zadata i nije dopušteno da se menja, ovde je samo moglo da bude konstatovano da je vitkost veća od 75. Maksimalna dopuštena vitkost je 140, ali se elementi velike vitkosti ( $\lambda > 75$ ) ne obrađuju u okviru ovog kursa.

#### 4.4 DIMENZIONISANJE STUBOVA

Pri određivanju merodavnih kombinacija za dimenzionisanje, treba voditi računa o sledećem:

- uticaj stalnog opterećenja MORA biti uzet u obzir u svakoj kombinaciji;
- vertikalno povremeno opterećenje  $p$  i vetar predstavljaju dva nezavisna povremena opterećenja, koji mogu, a ne moraju delovati na konstrukciju;
- opterećenje vetrom i seizmičko opterećenje su alternativnog znaka. Ne uzimaju se istovremeno i ne kombinuju sa istim uticajem u dva ortogonalna pravca (ne kombinuju se uticaji  $W_x$  i  $W_y$ , odnosno  $S_x$  i  $S_y$ );
- u kombinacijama uticaja koje sadrže seizmičko dejstvo razmatraju se sva ona opterećenja (u odgovarajućem intenzitetu) koja su korišćena pri proračunu masa (u konkretnom slučaju, stalno i ukupno povremeno opterećenje). Pri dimenzionisanju se koristi jedinstven koeficijent sigurnosti  $\gamma_u = 1.3$  (član 15 Pravilnika) nezavisno od dilatacije zategnute armature i ne uzima se u obzir povoljno dejstvo stalnog opterećenja.

Kako su uticaji alternativnog znaka, preseći će biti armirani simetrično a dimenzionisanje biti sprovedeno pomoću odgovarajućih dijagrama interakcije.

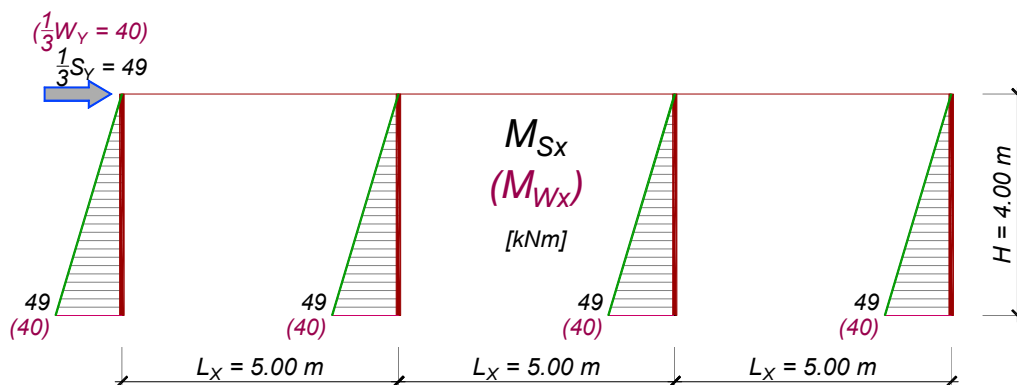
##### 4.4.1 Podužni pravac

Svaki stub prihvata isti deo horizontalne sile, pa su momenti savijanja u stubovima usled seizmičke sile, odnosno vetra:

$$S_{1x} = \frac{S_x}{12} = \frac{147}{12} = 12.25 \text{ kN} \Rightarrow M_{Sx} = S_{1x} \times H = 12.25 \times 4.0 = 49 \text{ kNm}$$

$$W_{1x} = \frac{W_x}{12} = \frac{120}{12} = 10.0 \text{ kN} \Rightarrow M_{Wx} = W_{1x} \times H = 10.0 \times 4.0 = 40 \text{ kNm}$$

Dijagrami momenata savijanja u jednom podužnom »ramu« prikazani su na skici.



Kako su svi momenti savijanja jednaki a stubove treba armirati jednakom armaturom, potrebno je proveriti kombinaciju sa minimalnom (stub A1), odnosno maksimalnom silom (stub B2) za svaki od različitih momenata savijanja (vetar, seizmika).

##### 4.4.1.1 Kombinacije sa seizmičkim momentom

$$M_{xu} = 1.3 \times 49 = 63.7 \text{ kNm} \Rightarrow m_u = \frac{63.7 \times 10^2}{25 \times 40^2 \times 2.05} = 0.078$$

$$N_{u,\min} = 1.3 \times (33.8 + 45.0) = 102.4 \text{ kN} \Rightarrow n_{u,\min} = \frac{102.4}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.050$$

$$\frac{a}{d} = \frac{4}{40} = 0.1 \Rightarrow \bar{\mu}_1 = 0.067 \Rightarrow A_{a1} = A_{a2} = 0.067 \times 25 \times 40 \times \frac{2.05}{40} = 3.42 \text{ cm}^2$$

$$N_{u,\max} = 1.3 \times (243.8 + 412.5) = 853.1 \text{ kN} \Rightarrow n_{u,\max} = \frac{853.1}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.416$$

$$\bar{\mu}_1 = 0 \Rightarrow A_{a1,\min} = A_{a2,\min} = 0.2\% \times b \times d = 0.2 \times 10^{-2} \times 25 \times 40 = 2.0 \text{ cm}^2$$

#### 4.4.1.2 Kombinacije sa momentom od vetra

Izvijanje se ne mora uzeti u obzir ukoliko je zadovoljen makar jedan od uslova:

$$(1) \quad \lambda < 25$$

$$(2) \quad \frac{e_1}{d} \geq 3.5 \quad (\lambda \leq 75) \quad \text{ili} \quad \frac{e_1}{d} \geq 3.5 \times \frac{\lambda}{75} \quad (\lambda > 75)$$

$$(3) \quad \lambda \leq 50 - 25 \frac{M_1}{M_2}, \quad |M_2| > |M_1|^3$$

Vitkost je sračunata u tački 4.3.2 ( $\lambda_x = 69.3$ ) pa očito prvi i treći uslov nisu zadovoljeni.

##### 4.4.1.2.1 Kombinacija sa minimalnom normalnom silom (stub A1)

$$M_{xu} = 1.8 \times 40 = 72 \text{ kNm} \Rightarrow m_u = \frac{72 \times 10^2}{25 \times 40^2 \times 2.05} = 0.088$$

$$N_{u,\min} = 1.0 \times 33.8 = 33.8 \text{ kN} \Rightarrow n_{u,\min} = \frac{33.8}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.016$$

$$e_1 = \frac{M_u}{N_u} = \frac{72}{33.8} = 2.13 \text{ m} = 213 \text{ cm} \Rightarrow \frac{e_1}{d} = \frac{213}{40} = 5.3 > 3.5$$

Kako je treći uslov zadovoljen, nije potrebno izvijanje izeti u obzir. Sledi:

$$\frac{a}{d} = \frac{4}{40} = 0.1 \Rightarrow \bar{\mu}_1 = 0.096 \Rightarrow A_{a1} = A_{a2} = 0.096 \times 25 \times 40 \times \frac{2.05}{40} = 4.93 \text{ cm}^2$$

##### 4.4.1.2.2 Kombinacija sa maksimalnom normalnom silom (stub B2)

Pretpostavljajući minimalne vrednosti koeficijenata sigurnosti ( $\varepsilon_{a1} \geq 3\%$ ), sledi:

$$N_{u,\max} = 1.6 \times 243.8 + 1.8 \times 412.5 = 1132.5 \text{ kN}$$

$$e_1 = \frac{72}{1132.5} = 0.063 \text{ m} \Rightarrow \frac{e_1}{d} = \frac{0.063}{0.4} = 0.159 < 3.5$$

Kako nijedan od tri uslova navedenih u tački 4.4.1.2 nije zadovoljen, potrebno je izvijanje uzeti u obzir. Kako je vitkost  $\lambda = 69.3 < 75$  (oblast umerene vitkosti), moguće je primeniti neki od približnih postupaka. Postupak koji je izložen je metod dopunske ekscentričnosti (detaljnije: Priručnik za primenu PBAB 87, II tom, str. 211-216).

Ekscentricitet usled imperfekcije (netačnog izvođenja) se određuje kao:

$$e_0 = \frac{l_i}{300} \begin{cases} \geq 2 \text{ cm} \\ \leq 10 \text{ cm} \end{cases} ; \quad l_i = 2H = 8.0 \text{ m} \Rightarrow e_0 = \frac{800}{300} = 2.67 \text{ cm}$$

<sup>3</sup> U konkretnom slučaju,  $M_2 = 40 \text{ kNm}$ ,  $M_1 = 0$  pa je proračun sa uzimanjem izvijanja u obzir potreban jer je:

$$\lambda_{\text{stv.}} = 69.3 > 50 - 25 \frac{M_1}{M_2} = 50 - 25 \times \frac{0}{40} = 50$$

Za pomerljive sisteme ekscentricitet usled netačnog izvođenja se određuje kao odstupanje od vertikale za ugao  $\alpha$  definisan kao:

$\tan \alpha = 1/150$  - za jednospratne okvire opterećene pretežno vertikalnim opterećenjem

$\tan \alpha = 1/200$  - za sve ostale slučajeve

$$e_0 = H \times \tan \alpha = \frac{400}{150} = 2.67 \text{ cm} \Rightarrow \text{usvojeno } e_0 = 2.67 \text{ cm}$$

### Ekscentricitet usled efekata tečenja betona

Ne mora se uzeti u obzir ukoliko je zadovoljen bar jedan od sledećih uslova:

$$\frac{N_g}{N_q} \leq 0.2 \quad ; \quad \lambda \leq 50 \quad ; \quad \frac{e_1}{d} \geq 2$$

Kako je  $\lambda = 69.3$ , drugi uslov nije zadovoljen. Ni treći uslov nije zadovoljen ( $e_1/d = 0,159$ ).

$$\frac{N_g}{N_q} = \frac{243.8}{243.8 + 412.5} = 0.37 > 0.2$$

Kako ni prvi uslov nije zadovoljen, potrebno je u proračun uvesti efekte tečenja betona. Najpre se sračunava Ojlerova kritična sila izvijanja stuba  $N_E$ :

$$N_E = E_b \times J_i \times \frac{\pi^2}{L_i^2} \approx E_b \times J_b \times \frac{\pi^2}{L_i^2} \quad 4$$

$$J_b = \frac{25 \times 40^3}{12} = 133333 \text{ cm}^4 \quad ; \quad E_b = 31.5 \text{ GPa} = 31.5 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$N_E = 31.5 \times 10^6 \times 133333 \times 10^{-8} \times \frac{\pi^2}{8.0^2} = 6477 \text{ kN}$$

$$\alpha_E = \frac{N_g}{N_E} = \frac{243.8}{6477} = 0.038 \quad ; \quad e_g = \frac{M_g}{N} = 0$$

Za element srednje debljine  $d_m$ :

$$b/d = 25/40 \text{ cm} \Rightarrow d_m = \frac{2 \times A}{O} = \frac{2 \times 25 \times 40}{2 \times (25 + 40)} = 15.4 \approx 20 \text{ cm}$$

pretpostavljenu starost betona u trenutku nanošenja opterećenja  $t_0=28$  dana, za element "napolju" (rel. vlažnost sredine 70%), sledi konačna vrednost koeficijenta tečenja  $\varphi_\infty = 2.6$  (čl. 59. Pravilnika BAB 87). Ekscentricitet usled tečenja betona  $e_\varphi$  se sračunava iz izraza:

$$e_\varphi = (e_0 + e_g) \times \left( e^{\frac{\alpha_E}{1-\alpha_E} \times \varphi_\infty} - 1 \right) = (2.67 + 0) \times \left( e^{\frac{0.038}{1-0.038} \times 2.6} - 1 \right) = 0.27 \text{ cm}$$

### Dopunski ekscentricitet

Kako je  $\lambda \leq 75$  (oblast umerene vitkosti), moguće je koristiti metod dopunske ekscentricnosti za uvođenje u proračun efekata teorije II reda. Zavisno od odnosa  $e_1/d$ , dopunski ekscentricitet  $e_d$  se određuje iz jednog od sledećih izraza:

<sup>4</sup> S obzirom da je površina armature nepoznata, a da se ne očekuje da ona bitno utiče na vrednost momenta inercije preseka (cca. 5%), dopušteno je i preporučivo Ojlerovu kritičnu silu izvijanja sračunati sa karakteristikama bruto betonskog preseka.

$$(1) \quad 0 \leq \frac{e_1}{d} < 0.3 : \quad e_d = d \times \frac{\lambda - 25}{100} \times \sqrt{0.1 + \frac{e_1}{d}}$$

$$(2) \quad 0.3 \leq \frac{e_1}{d} < 2.5 : \quad e_d = d \times \frac{\lambda - 25}{160}$$

$$(3) \quad 2.5 \leq \frac{e_1}{d} < 3.5 : \quad e_d = d \times \frac{\lambda - 25}{160} \times \left( 3.5 - \frac{e_1}{d} \right)$$

$$\frac{e_1}{d} = 0.159 \Rightarrow e_d = 40 \times \frac{69.3 - 25}{100} \times \sqrt{0.1 + 0.159} = 9.01 \text{ cm}$$

#### Ukupan računski ekcentricitet:

$$e_2 = e_1 + e_0 + e_\varphi + e_d = 6.36 + 2.67 + 0.27 + 9.01 = \mathbf{18.31 \text{ cm}}$$

Za pretpostavljeno  $\varepsilon_{a1} \geq 3\text{‰}$ , koeficijenti sigurnosti imaju minimalne vrednosti, pa sledi:

$$N_{u,\max} = 1.6 \times 243.8 + 1.8 \times 412.5 = 1132.5 \text{ kN} \Rightarrow n_{u,\max} = \frac{1132.5}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.552$$

$$M_u = N_u \times e_2 = 1132.5 \times 18.31 = 20738 \text{ kNcm} \Rightarrow m_u = \frac{20738}{25 \times 40^2 \times 2.05} = 0.253$$

$$\bar{\mu}_1 = 0.185 ; \varepsilon_{a1} = 1.48\text{‰} ; \gamma_{ug} = 1.9 - \frac{1.48}{3-0} \times (1.9 - 1.6) = 1.752, \gamma_{up} = 1.952$$

Potrebno je korigovati (povećati) pretpostavljene vrednosti koeficijenata sigurnosti, što će dovesti do povećanja sračunate površine armature. Navodi se samo rezultat poslednje iteracije:

$$\varepsilon_{a1} = 1.25\text{‰} ; \gamma_{ug} = 1.9 - \frac{1.25}{3-0} \times (1.9 - 1.6) = 1.775, \gamma_{up} = 1.975$$

$$N_{u,\max} = 1.775 \times 243.8 + 1.975 \times 412.5 = 1247.2 \text{ kN} \Rightarrow n_{u,\max} = \frac{1247.2}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.608$$

$$M_u = N_u \times e_2 = 1247.2 \times 18.31 = 22796 \text{ kNcm} \Rightarrow m_u = \frac{22796}{25 \times 40^2 \times 2.05} = 0.278$$

$$\frac{a}{d} = \frac{5}{40} = 0.125 \Rightarrow \bar{\mu}_1 = 0.253 \Rightarrow A_{a1} = A_{a2} = 0.253 \times 25 \times 40 \times \frac{2.05}{40} = 12.95 \text{ cm}^2$$

Ovako sračunata površina armature je veća od površine sračunate u kombinaciji sa minimalnom silom (tačka 4.4.1.2.1), kao i od površina sračunatih u seizmičkim kombinacijama (tačka 4.4.1.1), pa je samim tim i merodavna.

usvojeno:  $\pm 3R\text{Ø}25$  ( $\pm 14.73 \text{ cm}^2$ )

#### **4.4.2 Poprečni pravac**

Svaki stub prihvata isti deo horizontalne sile, pa su momenti savijanja u stubovima usled seizmičke sile, odnosno vetra:

$$S_{1Y} = \frac{S_Y}{12} = \frac{147}{12} = 12.25 \text{ kN} \Rightarrow M_{SY} \approx \frac{S_{1Y} \times H}{2} = \frac{12.25 \times 4.0}{2} = 24.5 \text{ kNm}$$

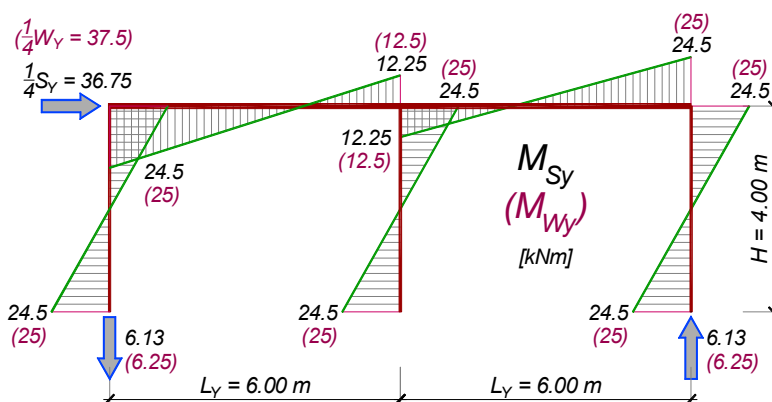
$$W_{1Y} = \frac{W_Y}{12} = \frac{150}{12} = 12.5 \text{ kN} \Rightarrow M_{WY} = \frac{W_{1Y} \times H}{2} = \frac{12.5 \times 4.0}{2} = 25 \text{ kNm}$$

Dijagrami momenata savijanja u jednom poprečnom ramu prikazani su na skici.

Mada je u postavci zadatka naglašeno da je dopušteno zanemariti aksijalne sile u stubovima usled vetra i seizmike, lako je sračunati vertikalne reakcije u ivičnim stubovima:

$$A_{SY} = C_{SY} = \frac{24.5 + 12.25}{6.0} = 6.13 \text{ kN}$$

$$A_{WY} = C_{WY} = \frac{25 + 12.5}{6.0} = 6.25 \text{ kN}$$



Kako su momenti od seizmike manji od momenata od vetra i pri tome se množe manjim koeficijentima sigurnosti, vetar je merodavno opterećenje.

U poprečnom pravcu dužina izvijanja je približno jednaka spratnoj visini, pa sledi:

$$\lambda_Y = \frac{L_{i,Y}}{i_Y} \approx \frac{H}{d} = \frac{400}{25} = \frac{400}{7.21} = 55.4 < 50 - 25 \times \frac{M_1}{M_2} = 50 - 25 \times \frac{-25}{25} = 75$$

Kako je uslov zadovoljen, uticaj izvijanja je moguće zanemariti.

#### 4.4.2.1 Kombinacija sa minimalnom normalnom silom (stub A1)

$$M_{Yu} = 1.8 \times 25 = 45 \text{ kNm} \Rightarrow m_u = \frac{45 \times 10^2}{40 \times 25^2 \times 2.05} = 0.088$$

$$N_{u,\min} = 1.0 \times 33.8 + 1.8 \times (-6.25) = 22.5 \text{ kN} \Rightarrow n_{u,\min} = \frac{22.5}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.011$$

$$\frac{a}{d} = \frac{5}{25} = 0.2 \Rightarrow \bar{\mu}_1 = 0.111 \Rightarrow A_{a1} = A_{a2} = 0.111 \times 25 \times 40 \times \frac{2.05}{40} = 5.70 \text{ cm}^2$$

#### 4.4.2.2 Kombinacija sa maksimalnom normalnom silom (stub B2)

$$M_{Yu} = 1.8 \times 25 = 45 \text{ kNm} \Rightarrow m_u = \frac{45 \times 10^2}{40 \times 25^2 \times 2.05} = 0.088$$

$$N_{u,\max} = 1.6 \times 243.8 + 1.8 \times 412.5 = 1132.5 \text{ kN} \Rightarrow n_{u,\max} = \frac{1132.5}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.552$$

$$n_{u,\max} = \frac{1132.5}{25 \times 40 \times 2.05} = 0.552$$

$$\frac{a}{d} = \frac{5}{25} = 0.2 \Rightarrow \bar{\mu}_1 = 0 \Rightarrow A_{a1} = A_{a2} = 0$$

$$A_{a1} = A_{a2} = 0 < 5.70 \text{ cm}^2$$

Merodavna je kombinacija sa minimalnom normalnom silom.

usvojeno:  $\pm 2R\emptyset 25$  ( $\pm 9.82 \text{ cm}^2$ )

**U $\emptyset$ 8/7.5** na  $\lambda = 1\text{m}$  od čvorova

**U $\emptyset$ 8/15** na ostalom delu stuba

