

3. STVARNI EFEKTI PRETHODNOG NAPREZANJA

U prethodnom poglavlju, dejstvo kabla na proizvoljno telo - konstrukciju modelirano je ekvivalentnim unutrašnjim uravnoteženim sistemom sila - **ekvivalentnim opterećenjem** usled prethodnog naprezanja, uz pretpostavku da je sila u kablu N_k **konstantna**. U stvarnosti nije moguće realizovati pretpostavljene, željene '**idealne**' efekte, jer je praktično nemoguće ostvariti konstantnu, i u **toku vremena** nepromenljivu silu prethodnog naprezanja N_k duž kabla. S jedne strane razlog tome su tehnološka ograničenja samog postupka utezanja kablova - pojavljuju se '**gubici sile u toku prethodnog naprezanja**', a sa druge strane, zbog specifične reakcije betonskih konstrukcija na prinudne sile/deformacije izazvane prethodnim naprezanjem - pojavljuju se '**promene sile usled vremenskih defomacija betona**'. Rezultat je **promenljiva sila** prethodnog naprezanja duž trase kabla, manja od **sile utezanja na presi**, tako da su i '**stvarni efekti**' prethodnog naprezanja manji od 'idealnih'. Na žalost, i 'elegancija' postupka analize umanjjenih, a i u toku vremena promenljivih efekata prethodnog naprezanja se narušava, što je sve zajedno predmet razmatranja koja slede.

3.1 GUBICI SILE U TOKU PRETHODNOG NAPREZANJA

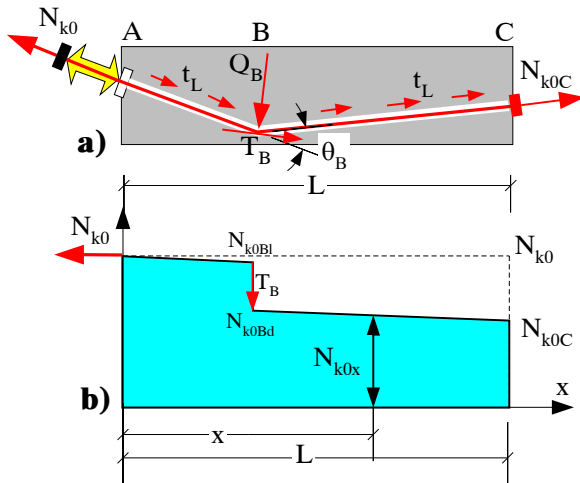
Utezanje kabla presom praćeno je izduženjem - kretanjem kabla ka presi uz pojavu trenja, dok je postupak ukotvljenja, 'zaklinjavanja' kraja kabla obično praćen malim vraćanjem kraja kabla - povratnim 'klizanjem ili uvlačenjem klina'. Oba efekta za posledicu imaju sniženje stvarne sile prethodnog naprezanja, čiji iznos zavisi od specifičnih tehnoloških rešenja primenjenog sistema za prethodno naprezanje.

3.1.1 Gubici sile usled trenja

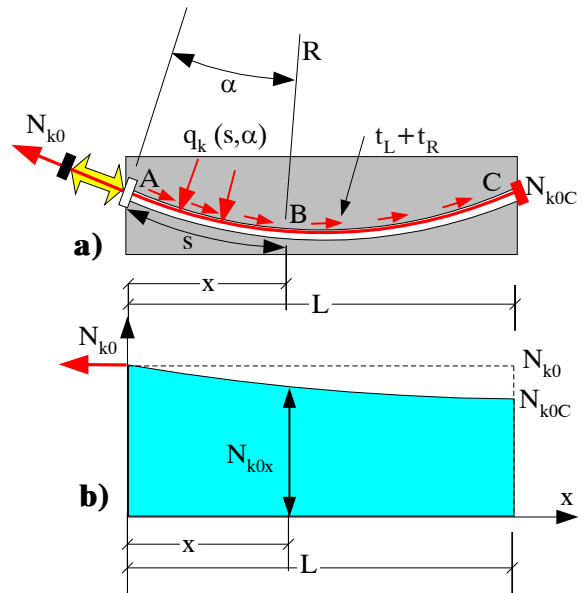
Pri **unutrašnjem naknadnom prethodnom naprezanju** kabl se vodi kroz zaštitnu cev, pa je kretanje kabla pri utezanju praćeno pojavom kontinualnog **trenja** kabla o zidove cevi, čime se gubi deo sile u kablu. U slučaju prethodnog naprezanja **sa spojem**, zaštitna cev je obično od orebrenog čeličnog lima, tako da i efekti trenja mogu da budu značajni. Ukoliko je u pitanju prethodno naprezanje **bez spoja**, zaštitna mast značajno smanjuje efekte trenja, koji se u tom slučaju često zanemaruju. Pri **spoljašnjem prethodnom naprezanju**, obično se koriste užad bez spoja, a trenja se javljaju samo na skretanjima kablova preko devijatora, slika 2.15, na primer. U slučaju **adhezionog prethodnog naprezanja** - '**na stazi**', užad se zatežu pre betoniranja elementa, tako da nema efekata trenja.

Za analizu pojave trenja, karakterističan je slučaj naknadnog unutrašnjeg prethodnog naprezanja **sa spojem**, uz primenu zaštitnih cevi. Efekti trenja zavise od **geometrije trase kabla**, koja se menja zajedno sa deformacijama tela u toku utezanja kablova. Uticaj promene geometrije kablova na trenje je zanemarljiv, osim možda kod sistema sa velikim pomeranjima, kao što su prethodno napregnute mreže. Dva karakteristična slučaja geometrije trase kabla proizvoljnog betonskog tela, nedefinisanog 'statičkog sistema' prikazana su na slikama 3.1 i 3.2. S obzirom da se razmatra stanje sila kabla, na slikama su prikazane **sile koje deluju na kabl**. Isti sistem sila, sa promenjenim znakom deluje na betonsko telo - tzv.

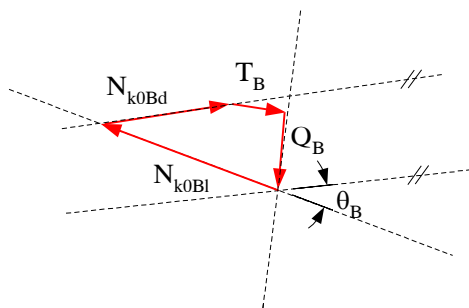
ekvivalentno opterećenje. S obzirom da se razlikuju, sila u kablju u trenutku prethodnog napreznjanja N_{k0} ima indeks '0' - '**početna sila prethodnog napreznjanja**', u vremenu $t=0$, dok vrednost '**trajne sile prethodnog napreznjanja**' N_{kt} ima indeks 't' - konačna vrednost u vremenu 't', nakon promena usled vremenskih deformacija betona (o tome kasnije).



Slika 3.1 Trenje poligonalne trase labla



Slika 3.2 Trenje krivolinijske trase kabla



Slika 3.3 Poligon sila u tački B

Utezanje poligonalnog kabla vrši se sa levog kraja, **silom na presi** N_{k0} . Dok se kabl pomera kroz cev, trenje se javlja i na 'pravom delu' kabla, između tačaka A i B - sila '**trenja na pravcu**' t_L , slika 3.1a. Naime, fleksibilna cev, oslonjena s mesta na mesto na držače, sigurno nije idealno prava, pogotovo ne nakon sipanja betona. U preseku B, na mestu skretanja kabla za iznos '**skretnog ugla**' θ_B , zbog pritiska kabla na cev javiće se '**koncentrisana sila trenja**' T_B , jednaka pro-

izvodu skretne sile pritiska Q_B , i **koefijenta trenja** μ čelika kabla o čelik cevi. **Stvarna sila u kablju** $N_{k0}(x)$, u preseku na koordinati x u odnosu na položaj prese, preostala nakon **gubitaka usled trenja**, slika 3.1b, može da se prikaže u obliku

$$N_{k0}(x) = N_{k0} e^{-(\mu\theta + ks)} \quad (3.1)$$

gde su:

- e - osnova prirodnog logaritma (2,718)
- μ - koeficijent trenja kabla i cevi (1/Rad)
- θ - suma skretnih uglova od prese do tačke kabla na koordinati x (Rad).
- k - slučajno ugaono odstupanje kabla u odnosu na teorijsku trasu (Rad/m)
- s - dužina kabla, mereno po stvarnoj trasi (m). Za plitke trase kablova, sa malim skretnim uglovima, $s \cong x$.

Promena - **pad sile u kablju** na delu trase od prese do koordinate x , iznosi

$$\Delta N_{k0}(x) = N_{k0} [1 - e^{-(\mu\theta + ks)}] \quad (3.2)$$

Ako znamo vrednost sile u nekom preseku, sila u narednim presecima može da se odredi i polazeći od tog preseka na dalje. Pad sile u kablju na mestu naglog preloma trase kabla za skretni ugao θ - **koncentrisana sila trenja na mestu preloma**, može da se odredi iz poznate vrednosti sile pre skretanja, i vrednosti skretnog ugla:

$$N_{k0d} = N_{k0l} e^{-\mu\theta} \quad (3.3)$$

gde su: N_{k0l} - sila pre skretanja, sa 'leve strane' čvora; N_{k0d} - smanjena sila posle skretanja za ugao θ , 'sa desne strane' čvora.

U primeru sa slike 3.1:

- sila sa leve strane čvora B :

$$N_{k0Bl} = N_{k0} e^{-kx_B}$$

- sila sa desne strane čvora B , polazeći od položaja prese:

$$N_{k0Bd} = N_{k0} e^{-(\mu\theta_B + kx_B)}$$

- sila sa desne strane čvora B , polazeći od vrednosti sile pre skretanja:

$$N_{k0Bd} = N_{k0Bl} e^{-\mu\theta_B}$$

- 'koncentrisana' sila trenja T_B , na mestu preloma trase u tački B za ugao θ_B :

$$T_B = N_{k0Bl} - N_{k0Bd} = N_{k0Bl} [1 - e^{-\mu\theta_B}]$$

- sila na kraju nosača, čvor C , polazeći od položaja prese:

$$N_{k0C} = N_{k0} e^{-(\mu\theta_B + kL)}$$

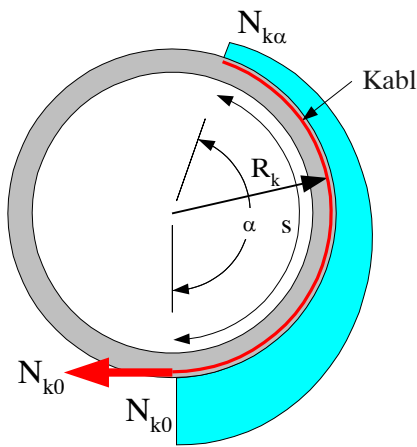
Treba uočiti da, uvodeći i trenje, sistem sila koji čini kompletno, unutrašnje uravnoteženo **ekvivalentno opterećenje** betonske konstrukcije usled prethodnog napreznjanja, u principu obuhvata i **sile trenja**. Grafički prikaz ravnoteže sila na mestu preloma poligonalne trase sa slike 3.1 u čvoru B prikazano je na slici 3.3. Na osnovu ovoga poligona sila, vrednost **skretne sile** Q_B približno iznosi

$$Q_B = (N_{k0Bl} + N_{k0Bd}) \sin \theta_B / 2 \quad (3.4)$$

i može da se usvoji da i dalje deluje u pravcu **simetralne ugla** θ_B , kao kada nema trenja.

U slučaju krivolinijske trase kablova, osim **trenja na pravcu** t_L , pojavljuje se i raspodeljena komponenta **trenja na krivini** t_R , usled kontinualnog pritiska $q_k(\alpha, s)$ kabla o cev, slika 3.2. Promena sile u kablju definisana je izrazom 3.1, pri čemu je **ukupni skretni ugao** θ izmedju dve tačke kabla jednak uglu izmedju tangenti na trasu kabla u tim tačkama. S obzirom da gubitak sile usled skretanja trase kabla ne zavisi od toka promene skretanja, već samo od ukupnog iznosa skretanja, sile u kablju N_{k0C} na kraju kabla trasa prema slikama 3.1 odnosno 3.2 biće jednake, ukoliko su jednaki ukupni skretni uglovi.

Vrednosti koeficijenta trenja kabla i cevi μ (1/Rad), odnosno slučajnog ugaonog odstupanja kabla u odnosu na teorijsku trasu k (Rad/m) definisane su od strane proizvođača. Prema katalogu domaćeg proizvođača 'ZMS', na primer, u slučaju trenja kabla i **orebrene čelične zaštitne cevi**, za proračun se preporučuju sledeće vrednosti: $\mu = 0,22$ 1/Rad, odnosno $k = 3 \cdot 10^{-3}$ Rad/m.

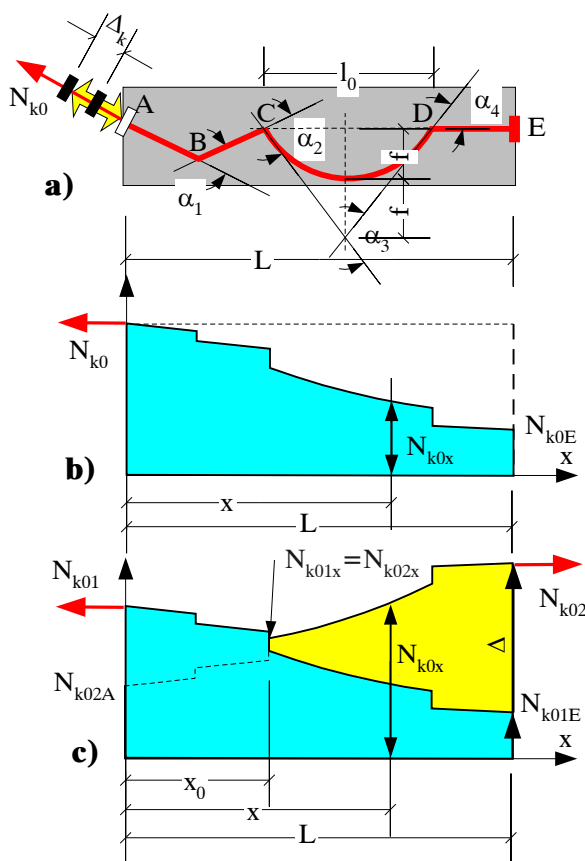


Pri prethodnom naprezanju cilindričnih konstrukcija kružnim trasama kablova, slika 3.4, u izraz 3.1 treba uneti stvarnu dužinu kabla s , dok je ukupni skretni ugao θ između dva preseka jednak lučnom rastojanju, $\theta = \alpha$

$$N_{k0}(\alpha) = N_{k0} e^{-(\mu\alpha + ks)}$$

Proračun uticaja u konstrukciji sa uvođenjem **i ekvivalentnih sila trenja** je moguć, ali se u praksi obično sile trenja zanemaruju, o tome kasnije. Dijagram promene sile prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja N_{k0x} prikazan je na slici 3.1b i 3.2b - 'idealno' i 'stvarno' stanje se razlikuju.

Slika 3.4 Trenje kružne trase kablova



Slika 3.5 Prethodno naprezanje sa oba kraja

stigne sila jednaka, ili nešto veća od prethodno realizovane sile na kotvi N_{k01E} - '**sila rasklinjavanja kablova**', nema izduženja kabla, jer još uvek klinovi nisu 'iščupani' iz ankerne ploče, videti i sliku 1.16. Nakon rasklinjavanja kotve, kabl počinje da se izdužuje, da se doteže za željenu razliku Δ , do konačne vrednosti sile N_{k02} , slika 3.5c. Trenje pri dotezanju u principu nije jednako trenju pri prvom utezanju, jer je struktura površina koje sa taru delimično izmenjena. Iako koeficijent trenja pri dotezanju μ' može da bude i do 50% veći, $\mu' = 1,5\mu$, u praksi se obično usvaja da su parametri μ i k jednaki u oba slučaja. S obzirom da sila trenja pri kretanju kabla zavisi od sile pritiska na kontaktnu površinu, promene sile duž kabla pri njegovom dotezanju ne vrše se na osnovu **sile dotezanja** Δ , već na osnovu **ukupne sile** u kablo, $N_{k01E} + \Delta$. Dotezanje kabla menja tok ukupnih sila N_{k0x} u kablo, slika 3.5c. Ako je sila na desnom kraju dotegnuta do iznosa N_{k02} , iz geometrijskih razmatranja

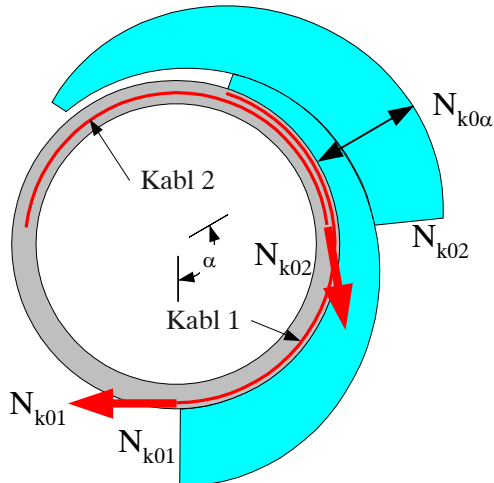
Pri većim dužinama trasa kablova, sa velikim ukupnim skretnim uglom, gubici sile usled trenja mogu da budu preveliki, pa treba, ili smanjiti dužinu kabla, ili izvršiti utezanje kabla i sa njegovog drugog kraja.

Ukupni skretni ugao između preseka i kraja kabla prema slici 3.5a iznosi $\theta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$. Nakon prethodnog naprezanja sa levog kraja, presek A , ostvarena sila na desnom kraju iznosila bi N_{k0E} , slika 3.5b. Ako je rezultat neprihvatljiv, tada treba presu preneti na kraj E , i izvršiti **dotezanje kablova**. Naravno, pretpostavlja se da je ovaj scenario predviđen projektom, i da na desnom kraju nije ugrađena **fiksna kotva**, kojoj više ne možete prići.

Na slici 3.5c prikazan je rezultata prethodnog naprezanja sa dotezanjem sa drugog kraja. Prvo je kabl utegnut silom N_{k01} sa levog kraja, pri čemu je na desnom kraju ostvarena **sila na kotvi** N_{k01E} . Presa se prebacuje na desni kraj, i vrši se rasklinjavanje užadi **aktivne kotve**. Dok se u presi ne dostigne sila jednaka, ili nešto veća od prethodno realizovane sile na kotvi N_{k01E} - '**sila rasklinjavanja kablova**', nema izduženja kabla, jer još uvek klinovi nisu 'iščupani' iz ankerne ploče, videti i sliku 1.16. Nakon rasklinjavanja kotve, kabl počinje da se izdužuje, da se doteže za željenu razliku Δ , do konačne vrednosti sile N_{k02} , slika 3.5c. Trenje pri dotezanju u principu nije jednako trenju pri prvom utezanju, jer je struktura površina koje sa taru delimično izmenjena. Iako koeficijent trenja pri dotezanju μ' može da bude i do 50% veći, $\mu' = 1,5\mu$, u praksi se obično usvaja da su parametri μ i k jednaki u oba slučaja. S obzirom da sila trenja pri kretanju kabla zavisi od sile pritiska na kontaktnu površinu, promene sile duž kabla pri njegovom dotezanju ne vrše se na osnovu **sile dotezanja** Δ , već na osnovu **ukupne sile** u kablo, $N_{k01E} + \Delta$. Dotezanje kabla menja tok ukupnih sila N_{k0x} u kablo, slika 3.5c. Ako je sila na desnom kraju dotegnuta do iznosa N_{k02} , iz geometrijskih razmatranja

može da se odredi položaj preseka x_0 , u kome su se vrednosti sila usled dva utezanja izjednačile, $N_{k01x} = N_{k02x}$, slika 3.5c.

Isti efekat može da se postigne i sa **istovremenim utezanjem kablova** sa oba kraja, za šta nam trebaju dve prese. Ukupni efekat dobija se superpozicijom pojedinačnih efekata, na prethodno prikazan način.



Slika 3.6 Preklapanje kablova zbog kompenzacije gubitaka usled trenja

Šta je **prihvatljiv gubitak sile usled trenja** ne treba ocenjivati na osnovu analize jednog kabla. Da bi se postigao optimalan tok stvarne sile prethodnog napreznja duž konstrukcije, osim utezanja jednog kabla sa oba kraja, i usvajanje smaknutog rasporeda kablova koji se ne utežu svi u istom preseku, može da se utiče na ravnomerniji tok rezultujuće sile - 'gde ja stanem, ti produži', slika 3.6. Kod uobičajenih grednih sistema, gubici usled trenja kreću se do 5% početne sile na presi.

U slučaju utezanja jednom presom, šta reći, ako nakon prelaska na drugi kraj, zateknete 'klinove rasute po podu', sila uopšte nije stigla - 'proputovala' do ovog kraja, pa nije ni nastupilo zaklinjavanje na ovom kraju? To znači da imate posla sa **nepredviđeno velikim trenjima** duž trase, i da se kabl

negde uz put 'zaglavio'. Ovaj slučaj bio bi baš iznenađenje, ali je realno očekivati da se stvarna sila na ovom kraju, N_{k01B} na slici 3.5b, razlikuje od računski očekivane vrednosti. Ali, to bi ostalo neuočeno, da je na ovom kraju ugrađena fiksna kotva kojoj se ne može pristupiti!

Pri utezanju kablova, postizanje tražene veličine **sile na presi** N_{k0} nije dovoljna garancija da je prethodno napreznje uspelo. Postignuta je **sila na čelu** konstrukcije, ali nedovoljna deformacija kabla sugeriše da je dijagram stvarnih sila u kablu - a time i ekvivalentnih opterećenja, ustvari 'trougaon', sila N_{k0x} pala je na nulu negde unutar raspona L . Zbog toga u toku utezanja mora da se meri i **hod - izvlačenje klipa prese**, koji je jednak **izduženju kabla** Δ_k , slika 3.5a. Mereno izduženje kabla poredi se sa **računski očekivanim izduženjem kabla**

$$\Delta_k = \int_0^s \frac{N_{k0x}}{F_k E_k} ds \quad (3.5)$$

gde su: N_{k0x} - promenljiva sila zatezanja duž kabla, slika 3.5b; F_k - površina užadi kabla; E_k - moduo elastičnosti užadi; s - krivolinijska koordinata trase kabla. U slučaju plitkih trasa kablova ($s \cong L$) i približno kontinualne promene sile N_{k0x} duž nosača, slika 3.2b, može da se usvoji da je

$$\Delta_k = \frac{N_{k0sr}}{F_k E_k} L \quad (3.6)$$

gde je N_{k0sr} - srednja vrednost sile u kablu na dužini L . Pri prosečnoj dilataciji čelika u fazi prethodnog napreznja od oko $N_{k0sr}/F_k E_k = 5-6\%$ (početni napon u kablu od oko 1000-1200MPa), izduženje kabla iznosi $\Delta_k = 0,005 \times 1,0 = 5\text{mm/m}$. Za nosač dužine $L = 30\text{m}$, izduženje kabla je reda veličine $\Delta_k = 0,005 \times 30000 = 150\text{mm}$. U slučaju kabla dužine $L =$

100m, izduženje kabla iznosi oko 500mm. Ukoliko presa nema ovaliki 'hod' - kapacitet izvlačenja klipa, moraju da se primene posebne tehnike utezanja, sa više ciklusa hvatanja i izvlačenja kabla.

3.1.2 Gubici sile usled elastičnih deformacija konstrukcije u toku prethodnog napreznja

Unošenje sile prethodnog napreznja izaziva deformaciju konstrukcije, pa i **promenu napona** u kablovima $\Delta\sigma_{ke}$ (naponi u kابلu i betonu su već izmenjeni i zbog efekata skupljanja betona i dela relaksacije čelika, o tome kasnije) koji su prethodno ugrađeni u konstrukciju

$$\Delta\sigma_{ke} = \frac{\Delta\sigma_{bk}}{E_b} E_k \quad (3.7)$$

gde su: $\Delta\sigma_{bk}$ - promena napona u **betonu u nivou razmatranog kabla** usled prethodnog napreznja, kao i opterećenja prisutnih na konstrukciji u trenutku prethodnog napreznja (obično je to samo sopstvena težina konstrukcije - g); E_b - moduo elastičnosti betona u trenutku prethodnog napreznja (u principu zavisi od starosti betona); E_k - moduo elastičnosti kablova. Uslov je očigledno izveden uz pretpostavku da u fazi prethodnog napreznja postoji **spoj kablova i betona**, da su promene dilatacija kabla i betona jednake. To je tačno samo u slučaju **prethodnog napreznja na stazi**, u kom slučaju stvarno postoji spoj. U slučaju **naknadnog prethodnog napreznja**, u ovoj fazi spoj obično ne postoji, jer se injektiranje kablova vrši nakon utezanja svih kablova. U slučaju prethodnog napreznja bez spoja, promene napona se obično iskustveno procenjuju. S obzirom da je u fazi prethodnog napreznja odgovor konstrukcije praktično elastičan, promene napona u kablovima se nazivaju **elastični gubici** sile prethodnog napreznja, i posledica su primenjene tehnologije kao i redosleda utezanja kablova.

U slučaju **prethodnog napreznja na stazi**, praktično se sva užad presecaju istovremeno, pa se rezultujuća sila N_k^0 kojom su užad zategnuta između oporaca unosi 'trenutno', u punom iznosu. Elastičnoj deformaciji usled ove sile - skraćanju elementa, suprotstavljaju se zajedno beton i sav čelik u preseku (užad i klasična armatura, ako postoji), koji je u spoju sa betonom. Napon u betonu se menja od preseka do preseka, kako zbog promenljivih uticaja prisutnih spoljnih opterećenja - momenata M_g , tako i zbog eventualnog nejednakog broja užadi u presecima (ako su neka užad 'izolovana' na delu trase, videti sliku 1.8c), odnosno zbog promenljivog ekscentriciteta e_k rezultante sile prethodnog napreznja, slika 1.8d. S obzirom da je obično dovoljno tačno da se analiza vrši sa **rezultantom** sile prethodnog napreznja, promena napona u betonu u nivou **rezultujućeg kabla** $\Delta\sigma_{bk}$ iznosi

$$\Delta\sigma_{bk} = \frac{N_k^0}{F_i} \left[1 + \frac{e_{ik}^2}{i_i^2} \left(1 - \frac{M_g}{N_k^0 e_{ik}} \right) \right] \quad (3.8)$$

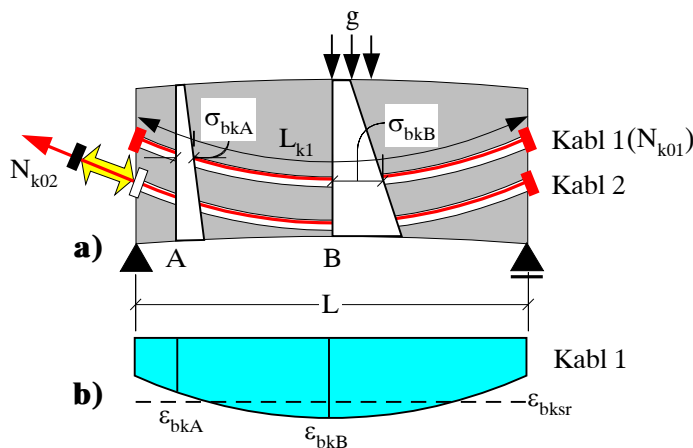
gde su nove oznake: F_i , i_i^2 - površina i poluprečnik inercije ($i = \sqrt{I/F}$) **'idealizovanog poprečnog preseka'**, spregnutog od betona i svih čelika u preseku; e_{ik} - ekscentricitet rezultujućeg kabla u odnosu na težište idealizovanog preseka. U praksi se često uticaj čelika na 'krutost preseka' zanemaruje, pa se analize vrše sa karakteristikama samo betonskog preseka, što kod ovih tipova elemenata nije uvek opravdano. Promena ΔN_k^0 početne sile N_k^0 u užadima iznosi

$$\Delta N_k^0 = \Delta\sigma_{bk} n_k F_k \quad (3.9)$$

gde je: $n_k = E_k / E_b$; F_k - površina rezultujućeg kabla. Vrednost **početne sile prethodnog napreznja** N_{k0} , nakon gubitaka usled elastičnih deformacija iznosi

$$N_{k0} = N_k^0 - \Delta N_k^0 = N_k^0 (1 - \Delta \sigma_{bk} n_k F_k) \quad (3.10)$$

Pri prethodnom napreznju na stazi, ovi početni gubici su obično oko 5% vrednosti sile u užadima pre presecanja. S obzirom da promene napona $\Delta \sigma_{bk}$ nisu konstantne duž nosača, to se i vrednost početne sile prethodnog napreznja N_{k0} menja duž nosača. Najveća promena - pad sile prethodnog napreznja je bliže osloncima, u oblasti velikih momenata savijanja usled prethodnog napreznja, i malih momenata od težine elementa. U praksi se obično vrednost početne sile N_{k0} sračunata u sredini raspona usvaja kao karakteristična, što i nije na strani sigurnosti. Za naponske analize u zoni oslonaca, trebalo bi odrediti 'elastične gubitke' i bliže osloncima, pogotovo što su često i promene napona usled tečenja betona takodje najveće u zoni oslonaca.



Slika 3.7 Gubici sile usled sukcesivnog utezanja kablova

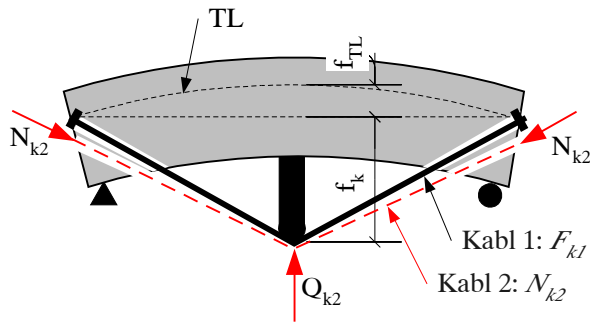
u svim prethodno ugrađenim kablomima (kabl 1 na slici 3.7). Samo kabl utegnut na kraju ima željenu silu. Dovoljno je tačno da se izrazi izvedeni za slučaj prethodnog napreznja na stazi - 'trenutnog nanošenja rezultujućeg opterećenja usled prethodnog napreznja' samo modifikuju. Obično se kao dovoljno tačna ocena usvaja, da je efekat sukcesivnog utezanja kablova približno jednak trenutnom nanošenju polovine rezultujuće sile kablova. Izraz 3.8 u tom slučaju glasi

$$\Delta \sigma_{bk} = \frac{0,5 N_{k0}}{F_b} \left[1 + \frac{e_k^2}{i^2} \left(1 - \frac{M_g}{N_{k0} e_k} \right) \right] \quad (3.11)$$

gde je N_{k0} početna sila, nakon gubitaka usled trenja. Za proračun se obično usvajaju karakteristike betonskog preseka, bez efekata čelika. S obzirom da zaštitne cevi još uvek nisu injektirane, presek je 'pun rupa' za kablove, što ne mora da bude zanemarljivo. U fazi prethodnog napreznja, nije na odmet da se naponska stanja analiziraju sa tzv. '**neto betonskim presekom**', sa odbijenim rupama za kablove. Pad napona i dilatacija u kablomima se naravno menja duž nosača, slika 3.7a, ali je u slučaju paraboličnih trasa obično najveći u sredini raspona. Zavisno od toga šta se traži, za analizu može da se usvoji ova najveća vrednost pada sile, ili neka prosečna vrednost, slika 3.7b.

U slučaju **naknadnog prethodnog napreznja** konstrukcije sa samo **jednim kablom**, deformacije usled prethodnog napreznja se praktično obave u toku utezanja kabla - nema gubitaka usled elastičnih deformacija. Kako se telo deformiše, dodaje se sila na presi, dok se ne dostigne tražena veličina sile, uz smirenje početnih deformacija.

Konstrukcije se obično utežu sa više kablova. Utezanje svakog narednog kabla (kabl 2 na slici 3.7) deformiše konstrukciju, i menja stanje napona

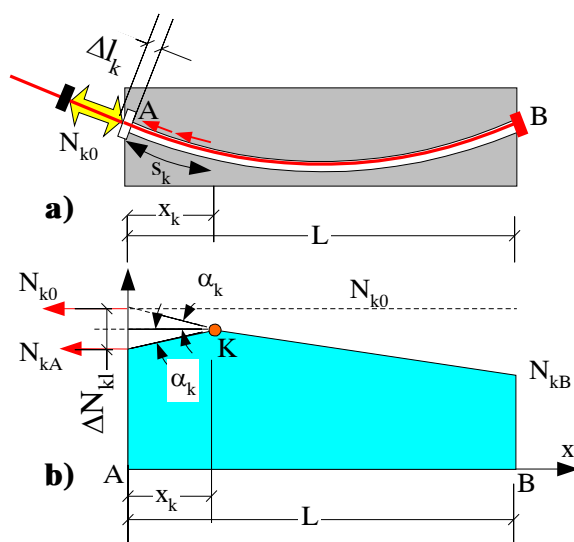


Slika 3.8 Promene napona kablova pri spoljašnjem prethodnom naprezanju

kablu koji se dodaje, jer su značajne **deformacije konstrukcije**, slika 3.8. Nevolja je što svaki naredni kabl menja krutost sistema, pa se analiza komplikuje. Tu više nema smisla govoriti o 'gubicima' u dosadašnjem smislu, u pitanju je promena stanja sila i deformacija **konstrukcijskog sistema**. Ako nema dovoljno presa da se svi kablovi utegnu istovremeno, i eliminiše ovaj problem, a obično nema, tada je obično potrebno da se kablovi utegnu u više ciklusa, dok se ne **ujednače sile** u svim kablovima. Izjednačenje sila je potrebno da bi mogao da se definiše jedinstven **koeficijent sigurnosti od loma donjeg pojasa**, a ne da zbog potrebne sigurnosti kabla sa najvećom silom, svi ostali kablovi budu neiskorišćeni.

Ako se kablovi vode **van preseka betona**, ali unutar gabarita konstrukcije, sa manjim strelama f_k , manji je efekat kablova na krutost sistema, pa su moguća eventualna uprošćenja analize, slike 1.27, 1.33 i 1.34. Ocena efekata može da se izvrši kao da je u pitanju **unutrašnje prethodno naprezanje bez spoja**, uz zanemarenje udela krutosti kablova u ukupnoj krutosti sistema - kabl se tretira samo kao ekvivalentno opterećenje konstrukcije.

3.1.3 Gubici sile pri zaklinjavanju-ukotvljenju kablova



Slika 3.9 Efekat klizanja klina na veličinu sile u kablu - naknadno prethodno naprezanje sa spojem

promena, pad sile u kablu ΔN_{kl} usled uvlačenja klina u tom slučaju iznosi

$$\Delta N_{kl} = \frac{\Delta l_k}{L} E_k F_k \quad (3.12)$$

U slučaju **spoljašnje prethodno napregnutih** konstrukcija, dobar polaz je da se kablovi razmatraju kao elementi koji učestvuju i u **krutosti sistema**. U tom slučaju, treba izvršiti statičku analizu uticaja sukcesivnog utezanja kablova (kabl 2 na slici 3.8) na ceo sistem, pa i na prethodno ugrađene kablove (kabl 1, koji sa sa površinom F_{k1} učestvuje u krutosti donjeg pojasa, slika 3.8). Ako se kablovi vode sa velikom strelom f_k , dvopojasni sistem (videti i slike 1.41-1.46) je osetljiv na veličinu sile N_{k2} u

Nakon dostizanja željene veličine sile na presi N_{k0} , vrši se ukotvljenje kabla i oslobađanje prese. Zavisno od opreme koja se primenjuje, ukotvljenje je praćeno izvesnim **klizanjem klina**, uvlačenjem klina u ankeru ploču, slika 1.16. S obzirom da klin 'zubima' drži užu, slika 1.17, uvlačenje klina za iznos Δl_k izaziva skraćenje užeta, odnosno pad sile prethodnog naprezanja ΔN_{kl} usled klizanja klina, slika 3.9. Prema katalogu domaćeg sistema 'IMS', za računsko uvlačenje - klizanje klina za njihove kotve može da se usvoji vrednost $\Delta l_k = 4,0\text{mm}$.

U slučaju **prethodnog naprezanja na stazi**, efekat uvlačenja klina rasprostire se na celoj dužini kabla L između oporaca. Pro-

U slučaju naknadnog prethodnog naprezanja **bez spoja**, efekat klizanja klina rasprostire se na velikoj dužini, ali ga ipak prisutno trenje amortizuje.

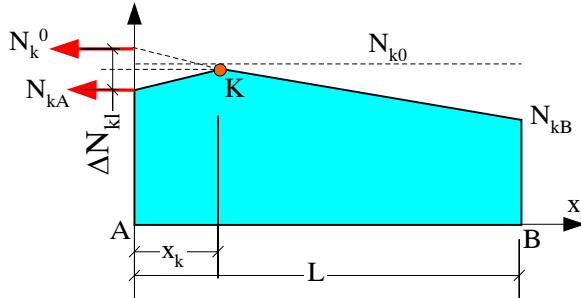
U slučaju **naknadnog prethodnog naprezanja** sa spojem, povratnom kretanju užeta suprotstavlja se trenje užeta o zid zaštitne cevi, sa **koeficijentom povratnog trenja** μ' . Može da se pokaže da je dužina x_0 , slika 3.9, na kojoj se amortizuje povratno kretanje užeta približno jednaka

$$x_0 = \sqrt{\frac{\Delta l_k E_k}{\sigma_{k0} \left(\frac{\mu + \mu' \theta}{2} + k \right)}} \quad (3.13)$$

a da je pad sile prethodnog naprezanja ΔN_{kl} na mestu kotve

$$\Delta N_{kl} = N_{k0} \left[(\mu + \mu') \frac{\theta x_0}{l} + 2kx_0 \right] \quad (3.14)$$

gde su: Δl_k - iznos klizanja klina; E_k - moduo elastičnosti kablova; σ_{k0} - napon u kablju pri sili na presi N_{k0} ; μ - koeficijent trenja; μ' - koeficijent povratnog trenja, pri vraćanju užeta (1-1,50 μ); θ/l - prosečni skretni ugao ose kablova na dužini x_0 na kojoj se očekuje efekat uvlačenja klina; k - slučajno ugaono odstupanje - koef. trenja na pravom delu trase. U slučaju glatkih trasa kablova, bez naglih preloma, praktično treba odrediti dužinu rasprostiranja x_0 , i potom rotirati deo dijagrama sile nakon gubitaka usled trenja i elastičnih deformacija oko horizontale kroz tačku K za ugao α_k , slika 3.9b.



Slika 3.10 Delimična kompenzacija efekata klizanja klina

Efekat uvlačenja klina posebno je neprijatan kod kratkih kablova, gde može da 'pojede' pristojan deo prethodno realizovanog izduženja kablova. Svi proizvođači opreme za prethodno naprezanje dozvoljavaju privremeno prekoračenje **dozvoljene sile na presi** do iznosa N_k^0 (oko 5%), kako bi se delimično kompenzirali efekti klizanja klina. Uslov je da najveća stvarna sila kablova, tačka K na slici 3.10, nakon uvlačenja klina

ne bude veća od dozvoljene sile na presi N_{k0} .

3.2 POČETNI EFEKTI PRETHODNOG NAPREZANJA ($t=0$)

Nakon što su definisani svi otpori - gubici sile prethodnog naprezanja, moguće je, a i vreme je da se definiše tzv. **početno stanje** (vreme $t=0$) prethodno napregnute konstrukcije, nakon završenog prethodnog naprezanja praćenog svim navedenim promenama. Kao efikasno sredstvo za analizu **početnih efekata** prethodnog naprezanja, u delu 2 je istaknut koncept **ekvivalentnog opterećenja**. Iako prethodno analizirani gubici sile prethodnog naprezanja očigledno komplikuju primenu ovoga koncepta, jer **početna sila u kablju** N_{k0} nije konstantna, koncept ekvivalentnog opterećenja i dalje ostaje najracionalnije sredstvo za svakodnevnu analizu efekata prethodnog naprezanja na konstrukcije, uz primenu računara i softvera na bazi metode deformacija ili metode konačnih elemenata (MKE). Podrazume-

va se da su i **efekti svih ostalih opterećenja** određeni nekom od navedenih metoda statike konstrukcija.

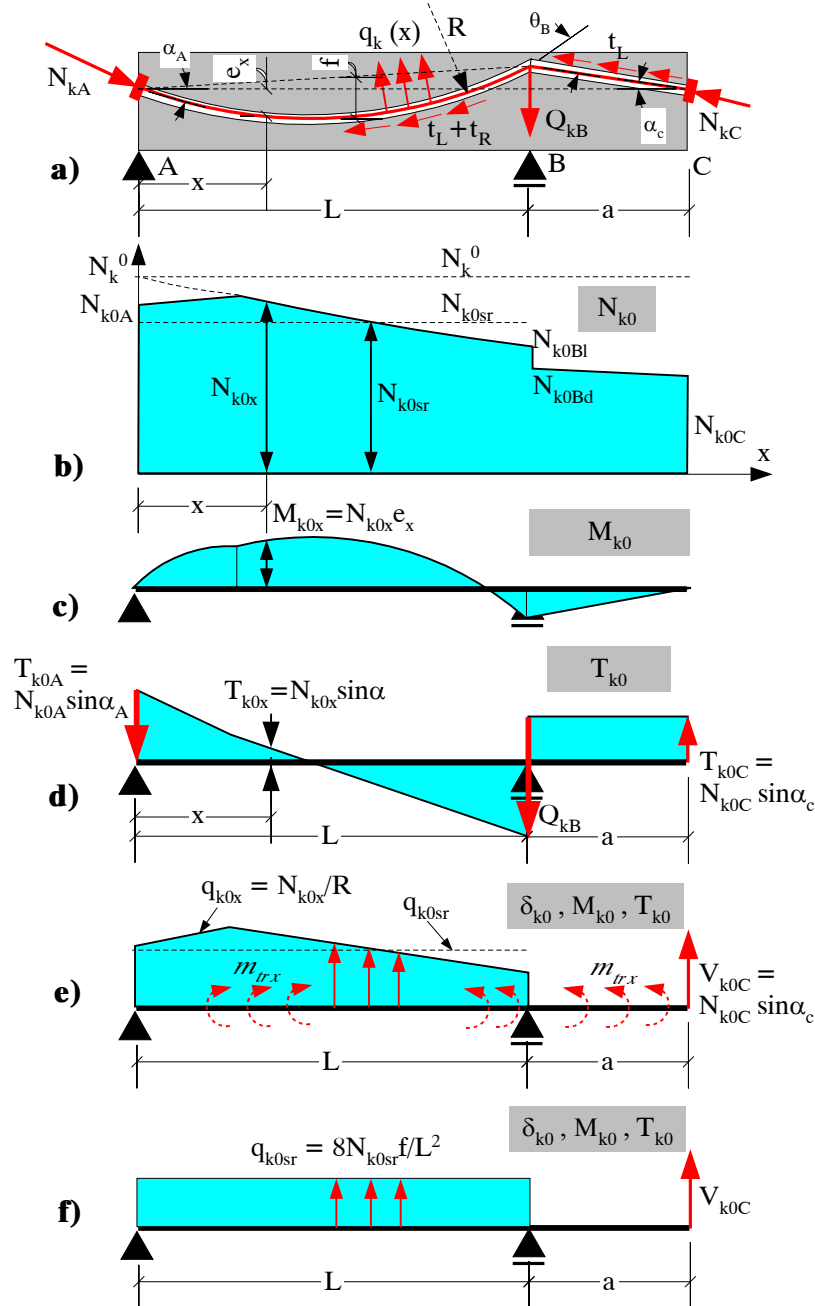
Kako je to već pomenuto u uvodu analize gubitaka sile, **stvarno ekvivalentno opterećenje** obuhvata sve sile kojima kabl deluje na beton konstrukcije:

- sile na kotvama preostale nakon svih gubitaka;
- skretne sile duž nosača, definisane promenljivom stvarnom silom u kablu N_{ko} ;
- sve sile trenja.

Bez obzira da li je konstrukcija statički određena ili neodređena, ovaj sistem sila treba naneti kao spoljno opterećenje, i rešiti **početno stanje** sila, napona i deformacija usled prethodnog naprezanja. To je princip, sve ostalo su detalji tehnologije izvršenja analize. Ipak, za rutinske analize u praksi, dozvoljavaju se određena uprošćenja, koja obezbeđuju **inženjersku tačnost** proračuna.

Prikaz metodologije utvrđivanja početnih efekata prethodnog naprezanja ipak treba započeti na primeru **statički određenih konstrukcija**, jednostavniji je problem, slika 3.11. Kompletan sistem sila kojima kabl deluje na beton - **tačno ekvivalentno opterećenje** prikazan je na slici 3.11a, dok je dijagram toka početne sile prethodnog naprezanja N_{ko} prikazan na slici 3.11b. U slučaju statički određenih sistema sa definisanom **težišnom linijom** štapa, **tačna vrednost momenta savijanja** M_{k0x} u nekom preseku usled prethodnog naprezanja može da se odredi kao proizvod **tačne sile u kablu** N_{k0x} , i ekscentriciteta sile e_x u odnosu na težište posmatranog preseka, $M_{k0x} = N_{k0x} e_x$, slika 3.11c. Dijagram početnih momenata savijanja M_{ko} usled prethodnog naprezanja ne mora da ima 'pitom', gladak oblik, ako konstrukcija ima nagla skretanja trase kabla i/ili težišne linije. Za stanje momenata to nije bitno, njih smo već odredili, poznata je i normalna sila N_{ko} u preseku, ali kako racionalno odrediti **transverzalne sile** T_{ko} i **ugibe** δ_{ko} usled prethodnog naprezanja? Jedno rešenje je da se sistem optereti tačnim ekvivalentnim opterećenjem, ali to se primenjuje samo kada se oceni da je baš neophodno. Ugib neke tačke može da se odredi i poznatim 'množenjem dijagrama' - videti prethodni komentar. Preostaje da se vidi može li se tačno ekvivalentno opterećenje nekako da pojednostavi. Ako smo pri definisanju 'idealnih efekata' već dozvolili pojednostavljenja: da u slučaju plitkih trasa kablova **skretna podeljena opterećenja** na krivim delovima kabla deluju vertikalno; da **koncentrisane skretne sile** na mestima naglog skretanja kablova deluju takodje vertikalno, nema razloga da ne zadržimo te pretpostavke. S obzirom da je sila u kablu promenljiva, podeljeno ekvivalentno opterećenje parabolične trase kablova imalo bi oblik trapeza, 'ujedenog' na mestu kotve za efekat klizanja klina, slika 3.11b. Eksponencijalni izraz (3.11) za vrednost sile duž trase definiše blago zakrivljenu krivu $N_{ko}(x)$, ali je sasvim prihvatljivo da se usvoji linearna promena. Iako danas nije problem da se modelira i slučaj trapeznih ili sličnih opterećenja, slika 3.11e, često se u praksi za analizu uzvaja konstantna vrednost podeljenih opterećenja po pojedinim poljima nosača, sračunata na osnovu srednje vrednosti N_{k0sr} sile u kablu u posmatranom polju - obično u sredini raspona, slika 3.11f.

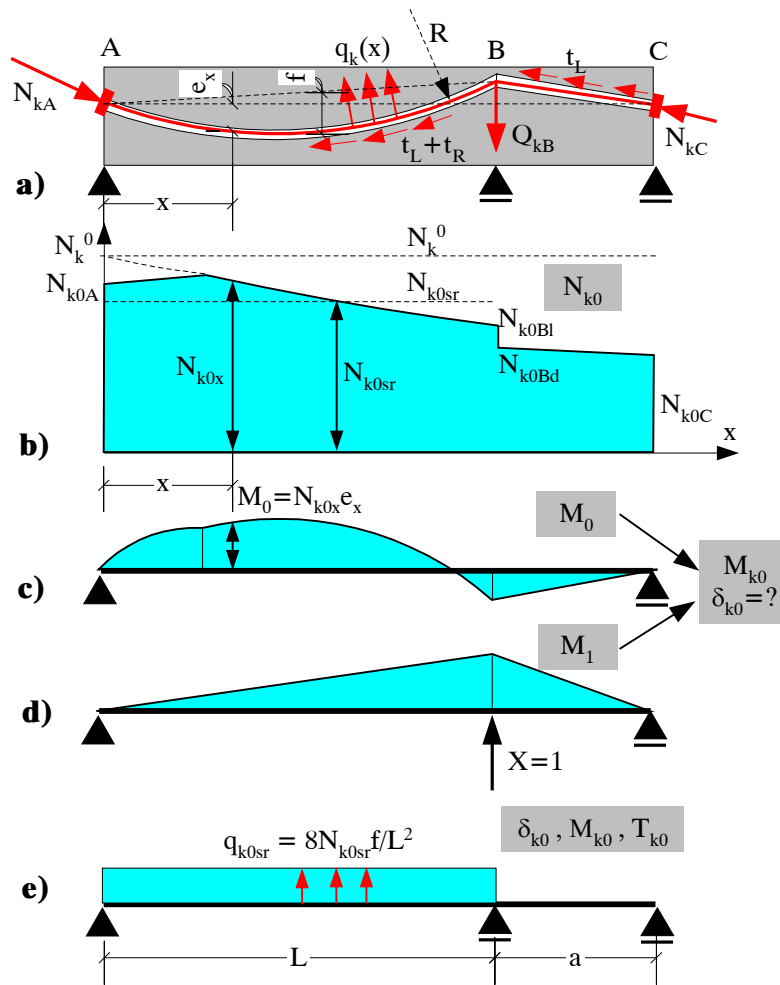
Preostaje još pitanje šta raditi sa silama trenja, podeljeni momenti savijanja m_{tx} na slici 3.11e? Pa ništa, **efekti trenja se obično zanemaruju!** Inženjerski prihvatljiv model za proračun početnih efekata prethodnog naprezanja, uključujući i ugibe, prikazan je na slici 3.11f.



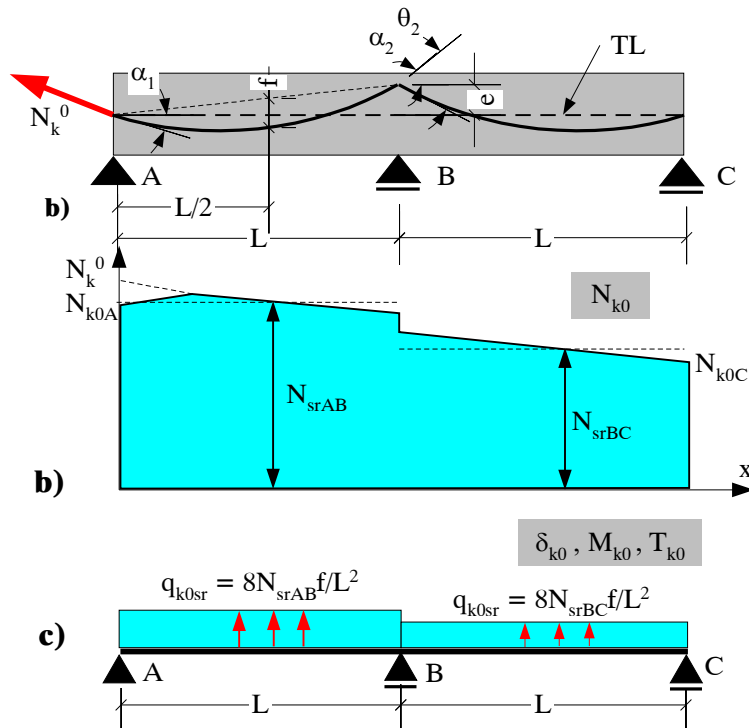
Slika 3.11 Početni efekti prethodnog napreznja statički odredjenih nosača

S obzirom da se fazi prethodnog napreznja aktivira i sopstvena težina konstrukcije, to se **početni efekti prethodnog napreznja** kombinuju sa **efektima sopstvene težine** g pri analizi stanja sila, napona i deformacija konstrukcije odmah po završetku prethodnog napreznja - **početno stanje statički odredjene konstrukcije**.

U slučaju **statički neodredjenih konstrukcija**, ne postoje principijelne razlike u odnosu na prethodno izloženi algoritam. Ipak, na slici 3.12 prikazan je jedan statički neodredjen sistem, greda sa slike 3.11, kojoj je dodat oslonac i na desnom kraju, u čvoru C . Momenti savijanja usled prethodnog napreznja više ne mogu da se odrede direktno, osim u specijalnom slučaju 'konkordantnih trasa' kablova.



Slika 3.12 Početni efekti prethodnog naprezanja statički neodređenih nosača



Slika 3.13 Početni efekti prethodnog naprezanja kontinualnog nosača preko dva polja

Pa dobro, normalne sile u preseccima su i dalje poznate, kao i u slučaju statički određenih nosača, i približno su jednake silama u kablju $N_x = N_{k0x}$, slika 3.12a. Momenti savijanja, transverzalne sile i ugibi mogu da se odrede metodom sila, na primer, slika 3.12c-d. Medjutim, nestandardan dijagram početnih momenata $M_0 = N_{k0x} e_x$ u statički određenom nosaču može da bude problem. Zato je u ovom slučaju racionalnije da se sve sile i deformacije odrede na osnovu ekvivalentnog opterećenja prema slici 3.12e, kao i u slučaju statički određenog nosača. Konačno, danas se softveri koriste i za analizu složenih statički određenih konstrukcija, tako da direktno određivanje momenata savijanja statički određenih nosača ostaje za ručne analize, ili uz primenu tabelarnih softvera tipa 'Excel'.

Ako su statički sistem konstrukcije kao i trasa kablova jednostavni, tada je i analiza 'trivijalna', može da se završi i uz primenu tabličnih rešenja, slika 3.13. Sve što je potrebno za proračun sila i deformacija usled prethodnog naprežanja je dijagram sila u kablju nakon gubitaka usled trenja, slika 3.13b. Treba uočiti da je podeljeno ekvivalentno opterećenje u svakom od polja određeno na osnovu srednje vrednosti sile (sile u sredini polja) u kablju u odgovarajućem polju, slika 3.13c.

Ako su u pitanju **ramovski sistemi**, tada je najjednostavnije u model uključiti i ekvivalentne koncentrisane sile na mestu kotvi, i u okviru istoga modela dobiti sve potrebne rezultate, slika 2.22a.

U slučaju **klasično armiranih konstrukcija**, stanje napona i deformacija pod dejstvom samo sopstvene težine skoro da se nikada ne proverava, osim u fazama transporta, montaže i sličnih situacija. Sa druge strane, višak ugradjene 'pasivne' armature je na strani sigurnosti, veća je nosivost i krutost konstrukcije. Višak armature može eventualno da napravi problem u slučaju zemljotresa. U slučaju **prethodno napregnutih konstrukcija**, skoro da je sve suprotno. Stanje **minimalnih spoljnih momenata**, usled dejstva samo sopstvene težine konstrukcije, može da bude kritična faza za prethodno napregnute konstrukcije, jer su sile u kablovima najveće odmah nakon završenog prethodnog naprežanja, u početnom stanju konstrukcije (u vremenu $t=0$). Minimalni momenti usled spoljnih opterećenja superponiraju se sa **maksimalnim momentima usled prethodnog naprežanja**, obično suprotnog znaka, jer je cilj prethodnog naprežanja upravo **suprotstavljanje dejstvima spoljnih opterećenja**. Ako se u tome pretera, konstrukcija se može dovesti u kritičnu situaciju bilo po naponima, bilo po prslinama ili deformacijama. U ekstremnim slučajevima, može da nastupi čak i **lom u fazi prethodnog naprežanja**. Višak kablova, utegnutih do istih napona u čeliku, u tom slučaju samo pogoršava stvar - višak sile prethodnog naprežanja ne mora biti na strani sigurnosti. Deluje nemoguće, ali ako se montažni prethodno napregnuti nosač izvrne u fazi transporta ili montaže, tada će prethodno naprežanje i sopstvena težina da deluju u istom smeru, lom je skoro neminovan. Simetrično armiranom klasičnom elementu to ne bi smetalo.

U slučaju kada je sopstvena težina konstrukcije relativno mala u odnosu na dodatna i povremena opterećenja, veliki maksimalni momenti usled totalnog opterećenja zahtevaju veliku silu i momente usled prethodnog naprežanja, ali kako toliko opterećenje kablovima uneti u laganu konstrukciju, kablovi će je 'oduvati'. U takvim situacijama ponekad se pribegava **faznom prethodnom naprežanju**. U prvoj fazi ugradjuje se deo kablova, koliko to mala sopstvena težina dozvoljava. U toku ili nakon postavljanja dodatnog stalnog opterećenja, čime je povećana težina konstrukcije, dodaju se prestali kablovi. Nevolja je što u sluča-

ju eventualnog uklanjanja dodatnog stalnog opterećenja (krovnog pokrivača postavljenog preko fazno prethodno napregnutih glavnih nosača, na primer), sopstvena težina konstrukcije može da bude nedovoljna da izbalansira potisak kablova. Kada je već reč o krovnim pokrivačima, korisno je navesti još jednu razliku u odnosu na klasično armirane konstrukcije. Sisanje vetra obično nije merodavno za klasično armirane krovne konstrukcije. Šta više, tradicija je u betonu da se na ravne krovove dejstvo vetra usvaja kao pritisak na krov, što nema potporu ni u jednim propisima. Medjutim, sišuće dejstvo vetra deluje u istom smeru kao i prethodno naprezanja, i ta situacija može da bude merodavna za dimenzionisanje.

Sve u svemu, **početno stanje** naprezanja prethodno napregnute konstrukcije se mora vrlo pažljivo razmotriti, ono je jedno od dva **ekstremna stanja** kroz koje konstrukcija prolazi.

3.3 TRAJNI - KONAČNI EFEKTI PRETHODNOG NAPREZANJA ($t \rightarrow \infty$)

Drugo ekstremno stanje u životu konstrukcije je stanje **minimalnih sila u kablovima**, u kombinaciji sa **maksimalnim dejstvom spoljnih opterećenja**. Otkuda 'minimalne sile u kablovima', šta je to što ih menja? Na žalost, **početni efekti prethodnog naprezanja** u većini slučajeva se vremenom menjaju, i uglavnom smanjuju, zbog uticaja tečenja i skupljanja betona, kao i relaksacije čelika. Rezultat je tzv. **trajna (konačna) sila u kablovima** N_{kt} , ostvarena nakon završetka svih vremenskih procesa u betonu i čeliku (u vremenu $t \rightarrow \infty$).

3.3.1 Procena veličine trajne sile prethodnog naprezanja - $N_{kt} = \omega N_{k0}$

U poglavlju 3.1.2 analizirani su gubici sile u kablovima usled elastičnih deformacija betona. Do te vrste gubitaka dolazi zbog toga što se kabl u početnom stanju nalazi u zoni povećanih napona pritisaka u betonu, koji će pak da opadnu kada se pojave preostala opterećenja.

Osim što naponi pritiska u zoni kabla izazivaju pad sile u kablovima pri utezanju, taj efekat se obično produžava i u toku vremena, zbog pojave **tečenja betona** - povećanja početnih deformacija betona pod konstantnim naponima pritiska u toku vremena. Prirast deformacija u toku vremena je 2-3 puta veći od početnih, izazvanih nanošenjem napona. Pri početnom naponu u betonu, u oblasti rezultujućeg kabla usled dejstva prethodnog naprezanja i ukupnih stalnih opterećenja, od oko 4-5MPa i vrednosti modula elastičnosti betona od oko 30000 MPa, početna dilatacija betona iznosi oko 0,15‰. Prirast dilatacija skraćivanja u toku vremena usled tečenja betona je reda veličine (2-3)0,15‰ = (0,3-0,5)‰. U odnosu na dilataciju izduženja čelika kabla u početnom stanju od oko 5‰ (pri naponu od oko 1000 MPa), dodatna dilatacija skraćivanja betona iznosi oko 6-10% početne dilatacije kabla. S obzirom da dalje skraćivanje betona izaziva pad početne dilatacije - napona - sile u kablovima, dodatni gubitak sile u kablovima od oko 10% nije zanemarljiv.

Isti efekat ima i **skupljanje betona**, u pitanju je skraćivanje betona u toku vremena reda veličine 0,4-0,5‰, što izaziva dalji pad dilatacije - napona - sile kabla od novih 8-10%.

Osim što beton 'popušta' u toku vremena, ne može da održi početni nivo deformacija, i zategnuti čelik kabla teži da se oslobodi početnih napona - pad napona pri konstantnoj dilataciji naziva se **relaksacija**. Dilatacija kabla nije baš konstantna u toku vremena, tečenje i skupljanje betona, kao i varijacije usled spoljnih opterećenja je menjaju, tako da se obično govori o nešto manjoj - **redukovanoj relaksaciji** (reda veličine 80% teorijske

relaksacije). Pad napona usled relaksacije zavisi od karakteristika čelika, kao i od početnog napona u čeliku. Podatke o relaksaciji obezbeđuje proizvođač čelika, ali se za ovu analizu može usvojiti da je pad napona u čeliku oko 7,5% od početnog napona.

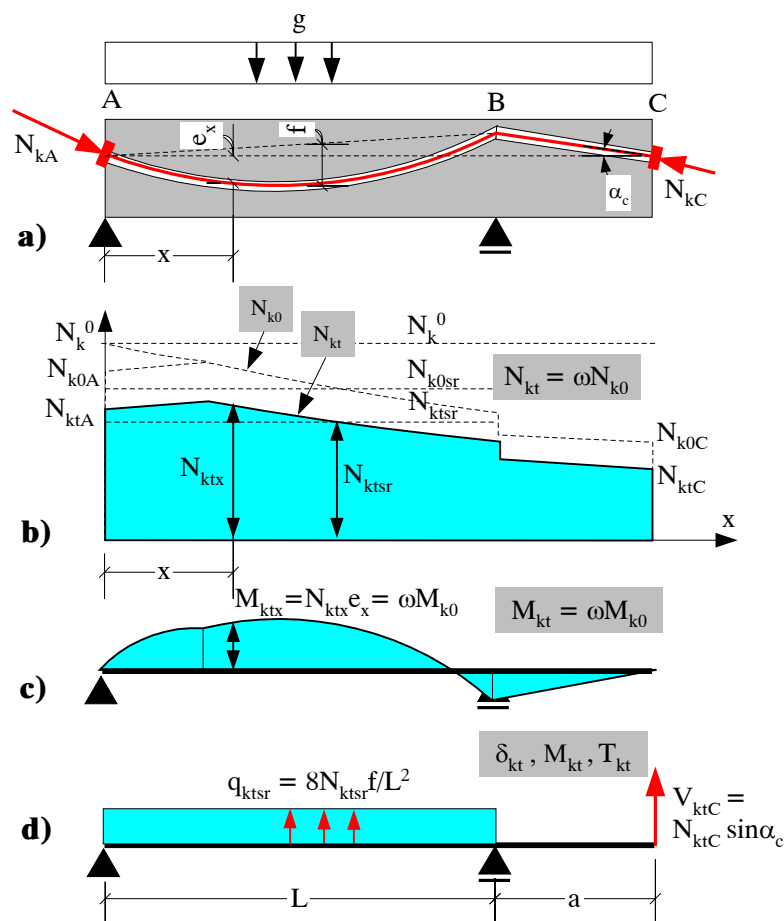
Ukupni pad napona u kablju usled istovremenih efekata tečenja, skupljanja i relaksacije - **vremenski gubitak sile prethodnog napreznja**, obično se pretpostavlja u granicama 15-25% od početnog napona. Prema tome, **trajna sila** prethodnog napreznja N_{kt} , nakon vremenskih gubitaka, iznosi oko 75-85% početne sile N_{k0} , odnosno

$$\omega = N_{kt} / N_{k0} = 0,75-0,85 \quad (3.15)$$

Odnos ω često se naziva **koeficijent efikasnosti prethodnog napreznja**. U fazi preliminarnih analiza, a često i kasnije, efekti tečenja, skupljanja i relaksacije na veličinu trajne sile prethodnog napreznja obično se pretpostavljaju u datim granicama.

3.3.2 Trajni efekti prethodnog napreznja

S obzirom da su prethodno sračunati **početni efekti** prethodnog napreznja, pri **početnoj sili** u kablju N_{k0} , **trajni efekti** prethodnog napreznja, pri **trajnoj sili** prethodnog napreznja $N_{kt} = \omega N_{k0}$, mogu da se dobiju množenjem početnih efekata koeficijentom ω . To jedino ne važi za **deformacije konstrukcije**, jer deformacije usled potiska kabljeva takodje rastu u toku vremena zbog efekata tečenja betona, ali usled dejstva u toku vremena promenljive sile u kablju.



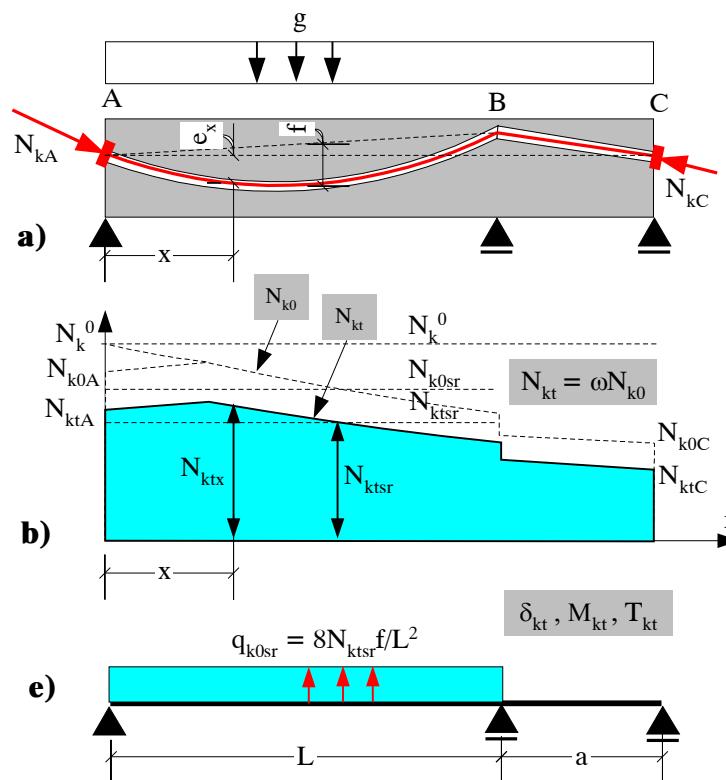
Slika 3.14 Procenjeni trajni efekti prethodnog napreznja statički odredjenih konstrukcija

Za statički određeni nosač sa slike 3.11, sa definisanim početnim stanjem ($t=0$), algoritam za analizu trajnog stanja, pod trajnim silama u kablovima prikazan je na slici 3.14. Sila prethodnog naprezanja, normalne sile, momenti savijanja i transverzalne sile u preseccima dobijaju se množenjem odgovarajućih početnih vrednosti koeficijentom ω . Isto važi i za ekvivalentno opterećenje usled trajnih sila prethodnog naprezanja, slika 3.14d, koje se dobija množenjem odgovarajućih komponenti početnog stanja koeficijentom ω .

Konačna, trajna vrednost ugiba Δ_{kt} neke tačke konstrukcije, usled dejstva samo prethodnog naprezanja sa efektima tečenja betona, može da se proceni kao

$$\Delta_{kt} = \delta_{kt} + 0,5(\delta_{k0} + \delta_{kt})\varphi_t \quad (3.16)$$

gde su: δ_{kt} - ugib usled trajne sile prethodnog naprezanja N_{kt} ; δ_{k0} - ugib usled početne sile prethodnog naprezanja N_{k0} ; φ_t - koeficijent tečenja betona, definisan propisima za betonske konstrukcije (BAB). Ugibi usled početne odnosno trajne sile prethodnog naprezanja određuju se za nosač opterećen odgovarajućim ekvivalentnim opterećenjem prema slikama 3.11d odnosno 3.15d. Struktura uzraza (3.16) zasniva se na pretpostavci da je ugib usled trajne sile prethodnog naprezanja N_{kt} , približno jednak zbiru elastičnog, trenutnog ugiba δ_{kt} usled trajne sile, i prirasta ugiba u toku vremena usled tečenja betona pod konstantnom srednjom vrednošću sile prethodnog naprezanja.



Slika 3.15 Procenjeni trajni efekti prethodnog naprezanja statički neodređenih konstrukcija

Celine radi, na slici 3.15 prikazan je algoritam i za statički neodređen nosač sa slike 3.12. Sve što je rečeno za statički određeni nosač sa slike 3.14, važi i ovom slučaju.

3.3.3 Ukupan trajni ugibi konstrukcije

Izrazom (3.16) procenjen je samo trajni ugib usled dejstva prethodnog naprezanja Δ_{kt} . S obzirom da nas interesuje konačna vrednost ugiba usled svih opterećenja, sa efektima tečenja betona, približna vrednost ukupnog **trajnog ugiba** δ_t neke tačke konstrukcije dobija se superpozicijom ugiba usled pojedinačnih dejstava

$$\delta_t = \Delta_{kt} + \delta_g (1 + \varphi_g) + \delta_{\Delta_g} (1 + \varphi_{\Delta_g}) + \delta_{p_0} \quad (3.17)$$

gde su: Δ_{kt} - trajni ugib usled dugotrajnog dejstva sila prethodnog naprezanja, izraz (3.16); δ_g - trenutni - elastični ugib usled dejstva samo težine konstrukcije prisutne u toku prethodnog naprezanja (obično je to sopstvena težina); δ_{Δ_g} - trenutni - elastični ugib usled dejstva dodatnih stalnih opterećenja postavljenih naknadno; φ_g - koeficijent tečenja betona pri starosti betona u trenutku prethodnog naprezanja; φ_{Δ_g} - koeficijent tečenja betona pri starosti betona u trenutku nanošenja dodatnih stalnih opterećenja; δ_p - trenutni - elastični ugib usled kratkotrajnog dejstva povremenih/korisnih opterećenja. Veličine trajnih ugiba pored se sa dozvoljenim ugibima, definisanim propisima za različite tipove konstrukcija.

Na promene početnih ugiba betonskih konstrukcija u toku vremena utiče i količina i raspored kablova/armature u preseccima - 'idealizovani presek', što je u prethodnom izrazu zanezareno. Pored toga, prethodni izraz za ugib podrazumeva da je konstrukcija napravljena monolitno, od 'jednorodnog' betona sa uniformnim karakteristikama (moduo elastičnosti, koeficijent tečenja itd.), kao i da se početni statički sistem i krutost ne menjaju u toku vremena (nema kontinuiranja, povećanja dimenzija preseka, dobetoniravanjem itd). Efekti dejstava stalnih opterećenja - sopstvene težine i dodatnih stalnih opterećenja su razdvojeni, jer se prethodno naprezanje često vrši dok je beton još 'mlad', pa su i efekti tečenja betona burniji nego u slučaju dodatnih stalnih opterećenja, koja se obično nanose na 'ostareli' beton.

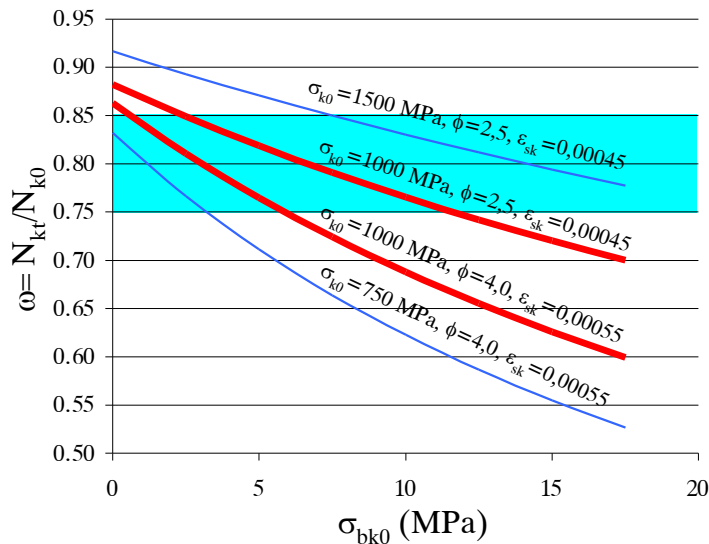
3.3.4 Približan proračun trajne sile prethodnog naprezanja - N_{kt}

Procena gubitaka sile prethodnog naprezanja prema izrazu (3.15) često je u praksi i kraj 'analize' fenomena vremenskih - 'reoloških' pojava u betonu. Ipak, nakon što su definisani svi detalji konstrukcije i prethodnog naprezanja, može da se izvrši provera pretpostavljene vrednosti koeficijenta efikasnosti prethodnog naprezanja ω . U starijoj domaćoj literaturi, može da se nadje izraz za proračun promene napona rezultujućeg kabla $\Delta\sigma_{kt}$ usled uticaja tečenja i skupljanja betona, kao i relaksacije čelika (pažnja, videti i komentar u delu 3.4.2, izraz 3.36 koji se preporučuje!):

$$\Delta\sigma_{kt} = \frac{n_k \sigma_{bk0} \varphi_t + E_k \varepsilon_{skt} + \Delta\sigma_{krel}}{1 + n_k \frac{\sigma_{bk0}}{\sigma_{k0}} [1 + \chi_t \varphi_t]} \quad (3.18)$$

gde su: σ_{bk0} - početni napon u betonu u nivou rezultujućeg kabla; σ_{k0} - početni napon u čeliku rezultujućeg kabla; $n_k = E_k / E_b$ - odnos modula elastičnosti čelika kablova i betona u trenutku prethodnog naprezanja; ε_{skt} - konačna - trajna vrednost skupljanja betona; $\Delta\sigma_{krel}$ - procenjeni pad napona u čeliku kablova usled relaksacije napona; φ_t - konačna vrednost koeficijenta tečenja betona; χ_t - koeficijent starenja betona.

Na slici 3.16 prikazani su rezultati parametarske analize pada napona u čeliku prema izrazu (3.18). Na apscisi je prikazan početni napon u betonu u nivou rezultujućeg kabla - σ_{bk0} (MPa), dok je na ordinati data vrednost $\omega = N_{kt} / N_{k0} = (\sigma_{k0} - \Delta\sigma_{kt}) / \sigma_{k0}$. Pri analizi je usvojeno: $n_k = 6,5$; $\Delta\sigma_{krel} = 0,025$ i $\chi_t = 0,80$.



Slika 3.16 Promena ω prema izrazu (3.18)

analizu promena napona u toku vremena, obično nije dat i odgovor na pitanje - da li je za primenu izraza bitno da li je sistem statički određen ili neodređen, ili se u toku vremena menja i slično?

U praksi, obično se ne pravi razlika između statički određenih i neodređenih konstrukcija, ako je beton 'jednorodan', ako nema izmene sistema i/ili preseka elemenata itd. U principu, navedeni izraz važi za statički određene konstrukcije, sa zanemarljivom površinom klasične armature u odnosu na površinu kablova (nije prisutna u izrazu 3.18).

Da bi se bar malo razjasnili ovi pojmovi, u narednom delu dat je kratak prikaz osnovnih pitanja i pojava vezanih za efekte tečenja, skupljanja i relaksacije, sa ciljem da se bar kvalitativno shvati 'kako rade betonske konstrukcije'.

Za uobičajne vrednosti parametara: $\sigma_{k0} = 1000$ MPa, $\phi = 2,5$ i $\epsilon_{sk} = 0,00045$, procenjena vrednost koeficijenta $\omega = 0,80-0,85$ (izraz 3.15) je korektna, ako su početni naponi u betonu u nivou kabla $\sigma_{bk0} = 4-5$ MPa. Da povećano tečenje i skupljanje betona utiču na pad sile, to je jasno, ali treba imati na umu i to, da nizak početni napon σ_{k0} u kablovima značajno utiče na relativni pad sile - kablove 'ne treba štedeti', iako se time povećava udeo relaksacije.

U pratećim tekstovima koji preporučuju primenu izraza (3.18) za

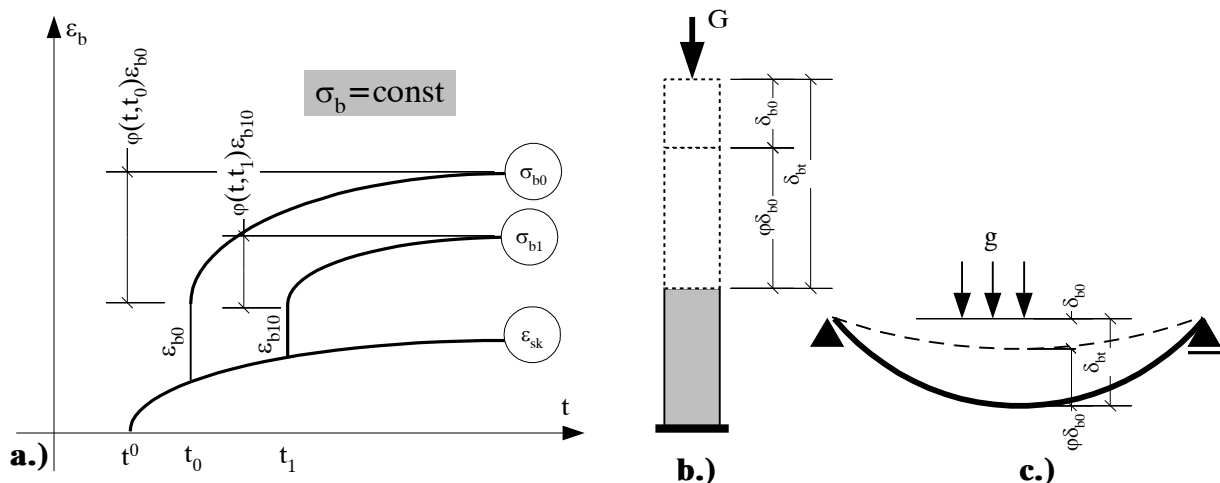
3.4 ŠTA SE DOGADJA U BETONSKIM KONSTRUKCIJAMA USLED TEČENJA I SKUPLJANJA BETONA, ODNOSNO RELAKSACIJE ČELIKA?

Način na koji su efekti tečenja i skupljanja betona uvedeni u analizu, preko **koeficijenta efikasnosti prethodnog napreznja** ω , predstavlja pokušaj pojednostavljenja, za potrebe svakodnevne prakse. Ono što treba uočiti je, da je to istovremeno i napor da se zadrži **jedinstven algoritam analize** - da se početni i trajni efekti prethodnog napreznja analiziraju kao jedan od slučajeva spoljnih opterećenja (ekvivalentno opterećenje), na jedinstvenom statičkom modelu konstrukcije. Bilo bi vrlo zametno da se **početni efekti** analiziraju na jednom modelu, nekom od metoda statike konstrukcija, a da se **trajni efekti** procenjuju na drugom modelu (sa izmenjenim karakteristikama materijala i/ili poprečnih preseka - sa izmenjenom krutošću, na primer), i uz pomoć nekog drugog algoritma. Ako se primenjuju računari, rezultat bi bio dve baze podataka, koje nekako treba kombinovati.

Koncept analize početnih efekata, uz sva pojednostavljenja je sasvim korektan, intrigantan je postupak analize konačnog stanja konstrukcije. Već je rečeno da se, nakon završenog prethodnog napreznja, čelik kablova na dalje ponaša kao deo preseka konstrukcije, ali sa unetim početnim naponom. Logičan izbor je onda da se kablovi modeliraju kao deo preseka, a ne kao spoljno opterećenje. Tako i rade moćni, i skupi softveri za **nelinearnu analizu** betonskih konstrukcija. Tako je, problem je u suštini neliearan, jer se pokazuje da, na dugotrajna dejstva opterećenja, beton ne reaguje kao **linearno elastičan materijal**, što je pretpostavka praktično svih uobičajenih analiza u praksi.

3.4.1 Ponašanje nearmiranog betona bez prslina u toku vremena

Pri nanošenju opterećenja u trenutku t_0 , nearmirani betonski element/konstrukcija se deformiše za iznos početnih, 'elastičnih dilatacija' ε_{b0} (slika 3.17a), odnosno početnih deformacija δ_{b0} (slika 3.17b-c).



Slika 3.17 Promena dilatacija i deformacija betona usled tečenja i skupljanja betona

Ako se opterećenje (G, g) u toku vremena t ne menja - slučaj 'stalnih opterećenja', tada se ni naponi u betonu σ_{b0} u toku vremena neće menjati, jer se ni uslovi ravnoteže nisu promenili. Međutim, pri konstantnom naponu u betonu σ_{b0} , dilatacije pa i deformacije u toku vremena rastu za iznos $\varphi\varepsilon_{b0}$ odnosno $\varphi\delta_{b0}$, slike 3.17a-c. Promena dilatacija/deformacija pri konstantnom naponu naziva se **tečenje betona**, dok se veličina φ naziva **koeficijent teče-**

nja betona. Promena dilatacija/deformacija u toku vremena je 2-3 puta veća od početnih. Dodatno stalno opterećenje, naneto u trenutku t_l , deluje na delimično 'ostareli beton', i imaće nešto povoljniju istoriju deformacija u toku vremena, slika 3.17a.

Skupljanje betona je proces koji ne zavisi od napona, i praktično počinje prestankom intenzivnog negovanja betona, a pre nanošenja opterećenja, u vremenu t_0 , slika 3.17a.

Veličina i razvoj tečenja i skupljanja betona zavise od mnogih parametara, što nije predmet ovoga teksta. Usled početnih napona σ_{b0} izazvanih u vremenu t_0 , **ukupna dilatacija** betona $\varepsilon_b(t, t_0)$ u vremenu t , prema tzv. 'linearizovanoj teoriji tečenja', iznosi

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{\sigma_b(t) - \sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} [(1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0))] + \varepsilon_{sk}(t) \quad (3.19)$$

gde su: $\sigma_{b0}(t_0)$ - početni napon u betonu, nanet u vremenu t_0 ; $E_b(t_0)$ - moduo elastičnosti betona u trenutku t_0 ; $\sigma_b(t)$ - napon u betonu u vremenu t ; $\varphi(t, t_0)$ - koeficijent tečenja betona do trenutka t , za uticaje napona nanetih u vremenu t_0 ; $\chi(t, t_0)$ - koeficijent starenja betona do trenutka t , za uticaje napona nanetih u vremenu t_0 ; ε_{sk} - iznos slobodne dilatacije skupljanja betona koja bi se ostvarila do vremena t . Uz izostavljanje indeksa ' ϑ ' koji se podrazumeva, izraz (3.19) može da se prikaže i u obliku

$$\varepsilon_b(t) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} + \frac{\Delta\sigma_b(t)}{E_b(t_0)} + \varepsilon_{sk} = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_{bkor}(t)} + \frac{\Delta\sigma_b(t)}{E_{bef}^*(t)} + \varepsilon_{sk} \quad (3.20)$$

$$1 + \varphi(t) \quad 1 + \chi(t)\varphi(t)$$

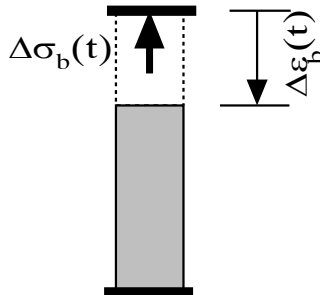
gde je $\Delta\sigma(t) = \sigma_b(t) - \sigma_b(t_0)$ promena napona u betonu u intervalu $t_0 - t$; $E_{bkor}(t)$ - vrednost tzv. 'korigovanog modula elastičnosti betona' u vremenu t ; $E_{bef}^*(t)$ - vrednost tzv. 'korigovanog efektivnog modula elastičnosti betona' u vremenu t . Prvi član izraza (3.20) obuhvata promenu dilatacija usled tečenja pod konstantnim delom napona u betonu, a drugi član obuhvata promenu dilatacija usled tečenja pod promenljivim delom napona u betonu. Izraz (3.20) asocira na 'elastičan materijal', ali je ovde u pitanju superpozicija efekata dve vrste napona, koji deluju na 'različitim materijalima', sa različitim modulima elastičnosti. S obzirom da je početni napon $\sigma_b(t_0)$ poznat, sračunat analizom početnog stanja konstrukcije, deo ukupne dilatacije usled tečenja pod konstantnim početnim naponom dobija se množenjem početnih dilatacija sa $(1 + \varphi)$, o čemu je već bilo reči, ili ponovnim proračunom sa 'omekšalim betonom', čiji je moduo elastičnosti u medjvremenu pao na vrednost $E_{bkor}(t)$. Nepoznata promena napona u toku vremena mora da se sračuna nezavisno, sa 'omekšalim betonom', čiji je moduo elastičnosti u medjvremenu pao na vrednost $E_{bef}^*(t)$. Superpozicija rešenja iz dva modela je teorijski atraktivna, ali je u praksi zametna. Na bazi relacije (3.20) može da se uspostavi algoritam '**metode sila**' za rešavanje problema konstrukcija, za šta nam trebaju komponente deformacija δ_{ik} usled dejstva spoljašnjih opterećenja, kao i statički nepoznatih veličina. Dva elementarna primera primene relacije (3.19 ili 3.20) već su 'intuitivno' rešena u uvodu, slika 3.17b i 3.17c.

Izraz (3.19) može da se prikaže i u metodološki drugačijoj formi

$$\Delta\sigma_b(t) = E_{bef}^* \Delta\varepsilon_b(t) - E_{bef}^* \Delta\varepsilon^0(t) - E_{bef}^* \varphi(t) \varepsilon_b(t_0) \quad (3.21)$$

gde su: $\Delta\sigma(t) = \sigma_b(t) - \sigma_b(t_0)$ promena napona u betonu u intervalu $t_0 - t$; $E_{bef}^*(t)$ - vrednost tzv. 'korigovanog efektivnog modula elastičnosti betona' u vremenu t ; $\Delta\varepsilon_b(t) = \varepsilon_b(t) - \varepsilon_b(t_0)$

- promena dilatacija u betonu u intervalu $t_0 - t$; $\Delta \varepsilon^0(t) = \varepsilon_{sk}(t) + \text{efekti promene temperature}$. U obliku (3.21), veza napona i dilatacija definisana je u duhu **'metode deformacija'**, sa nepoznatim veličinama komponenti deformacija. Relacija (3.21) daje odnos promena deformacija i promena naprezanja, pa se konačno rešenje dobija superpozicijom sa već rešenim početnim stanjem. Fizička interpretacija izraza (3.21) slikovito opisuje ponašanje betona u toku vremena:



Slika 3.18 Reakcija betona na spore deformacije

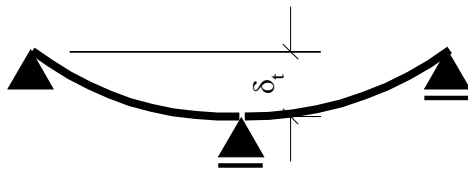
a) na sve **prinudne dilatacije** (deformacije) $\Delta \varepsilon_b(t)$ koje se razvijaju u toku vremena, afino sa procesom tečenja, betonski element odgovara **redukovanom krutošću**, sa sniženim modulom elastičnosti $E_{bef}^*(t)$, i manjim naponima $\Delta \sigma_b(t)$ u odnosu na slučaj naglog, trenutnog razvoja dilatacija (deformacija) - prvi član relacije (3.21).

$$\Delta \sigma_b(t) = E_{bef}^*(t) \Delta \varepsilon_b(t) \quad (3.22)$$

Ako se predje na nivo štapa, tada sporo prinudno skraćanje betonskog štapa, dužine L_0 i površine preseka F_b , za iznos $\Delta L(t)$ u toku vremena, izaziva reakciju štapa, aksijalnu silu $\Delta N_b(t)$ jednaku

$$\Delta N_b(t) = F_b E_{bef}^*(t) \frac{\Delta L(t)}{L_0} = \frac{\Delta L(t)}{\frac{L_0}{F_b E_{bef}^*(t)}} = \frac{\Delta L(t)}{k_b(t)} \quad (3.23)$$

gde je $k_b(t)$ 'korigovana efektivna aksijalna krutost' štapa, uzimajući u obzir i efekte tečenja betona. Na sličan način mogu da se definišu i ostali članovi korigovane **matrice krutosti**, i uspostavi metoda deformacije nearmiranih konstrukcija bez prslina. Za ilustraciju, ako je $1 + \chi(t)\varphi(t) \cong 1 + 0,8 \times 2,5 = 3,0$, tada je korigovani efektivni moduo elastičnosti tri puta manji od početnog, $E_{bef}^*(t)/E_b(t_0) = 3,0$, pa su i uticaji u konstrukciji pri sporom razvoju prinudnih deformacija, tri puta manji u odnosu na 'elastično rešenje' - naglo nanete deformacije uz reakciju sistema sa početnim modulom elastičnosti $E_b(t_0)$.



Slika 3.19 Sporo sleganje oslonca u toku vremena

Na primer, spor prirast sleganja srednjeg oslonca δ_t nearmiranog betonskog kontinualnog nosača, izazvaće približno tri puta manje uticaje u konstrukciji u odnosu na slučaj naglog sleganja za isti iznos. To je ujedno i objašnjenje zašto nema prslina i lomova, u konstrukcijama koje su pretrpele veća sleganja - zato što se beton prinudnim sporim deformacijama **adaptira smanjenjem krutosti**.

b) u slučaju potpuno **sprečenog razvoja unutrašnjih dilatacija** (deformacija) usled **skupljanja betona** ili sporih, sezonskih varijacija temperature, betonski element takodje odgovara **redukovanom krutošću**, sa korigovanim efektivnim modulom elastičnosti $E_{bef}^*(t)$, i manjim naponima $\Delta \sigma_b(t)$ u odnosu na slučaj naglog, trenutnog razvoja dilatacija (deformacija) - drugi član relacije (3.21). U tom slučaju izraz (3.21) ima oblik kao u prethodnom slučaju

$$\Delta \sigma_b(t) = -E_{bef}^* \Delta \varepsilon^0(t) \quad (3.24)$$

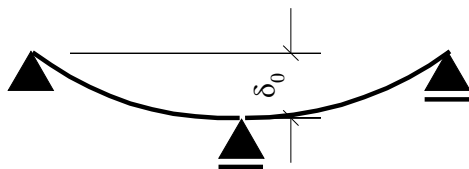
Analogno prethodnim primerima, naponi usled skupljanja betona su oko tri puta manji u odnosu na napone usled naglog hladjenja betona, za ekvivalentni pad temperature $\Delta T = -\varepsilon_{sk}/\alpha_T$, gde je α_T koeficijent termičkih dilatacija betona.

c) u slučaju potpuno **sprečenog daljeg razvoja početnih dilatacija** (deformacija) $\varepsilon_b(t_0)$, betonski element odgovara promenom napona $\Delta\sigma_b(t)$, sniženjem indukovanih početnih napona $\sigma_b(t_0)$. Ovo je klasičan slučaj **relaksacije** napona pri konstantnoj deformaciji. Izraz (3.21) za promenu napona u betonu $\Delta\sigma_b(t)$ dobija oblik

$$\Delta\sigma_b(t) = -E_{bef}^* \varphi(t) \varepsilon_b(t_0) \quad (3.25)$$

Trajni napon $\sigma_b(t)$, nakon završene relaksacije betona iznosi

$$\begin{aligned} \sigma_b(t) &= \sigma_b(t_0) - \Delta\sigma_b(t) = \left(1 - \frac{\varphi(t)}{1 + \chi(t)\varphi(t)}\right) E_b(t_0) \varepsilon_b(t_0) \\ &= \left(1 - \frac{\varphi(t)}{1 + \chi(t)\varphi(t)}\right) \sigma_b(t_0) \end{aligned} \quad (3.26)$$



Slika 3.20 Relaksacija napona nakon naglog sleganje oslonca

Za ilustraciju, za uobičajene vrednosti $\chi(t) = 0,8$ i $\varphi(t) = 2,5$, konačni napon u betonu iznosi samo 17% od početnog napona, $\sigma_b(t) = 0,17 \sigma_b(t_0)$. Prema tome, ako kontinualni nosač sa slike 3.20 nekako preživi **naglo sleganje oslonca** za iznos δ_0 , tokom vremena konstrukcija će se skoro u potpunosti osloboditi 'stresa'. Efekat **relaksacije napona** u betonu usled

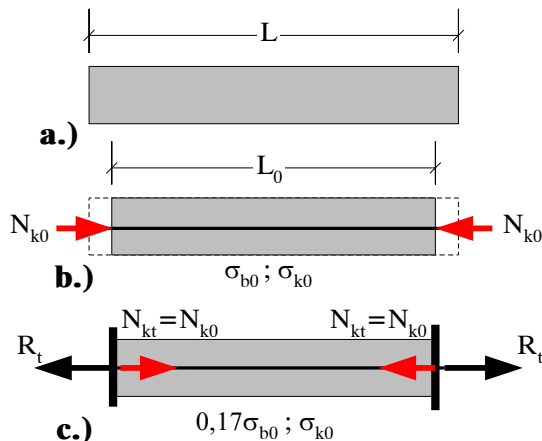
ometanog, ili u potpunosti sprečenog razvoja početnih deformacija, 'centralna tačka' je metode deformacije, tako da se ona ponekada naziva i '**metoda relaksacije**'. Kvalitativna ramišljanja u terminima 'relaksacije', pomažu u traženju odgovora na pitanje '**a kako rade betonske konstrukcije?**'.

3.4.2 Ponašanje nearmiranog prethodno napregnutog betona bez prslina u toku vremena

Prethodni primeri ilustruju primenu 'linearizovane teorije tečenja betona' na osnovnom slučaju betonske konstrukcije bez armature i kablova. Ako je element prethodno napregnut, tada je uloga čelika kabla dvostruka: sa jedne strane učestvuje u kreiranju početnog naponsko-deformacijskog stanja kao **spoljašnje opterećenje**, a sa druge strane, kao deo '**idealizovanog preseka konstrukcije**', zajedno sa klasičnom armaturom opire se deformacijama koje se razvijaju u toku vremena, pa i tečenju odnosno skupljanju betona. Rešenje stanja napona i deformacija konstrukcije u toku vremena dobija se analizom **spregnute konstrukcije/preseka** od betona i kablova (u narednim analizama klasična armatura je zanemarena). Postupak analize trajnog stanja prethodno napregnutih konstrukcija putem uvođenja koeficijenta $\omega = N_{kt}/N_{k0}$, samo približno opisuje stvarno ponašanje konstrukcija u toku vremena.

a) Slučaj gubitaka napona u betonu, bez promene sile u kablu - $\omega = N_{kt}/N_{k0} = 1$

Pretpostavimo da smo montažni nearmiran betonski štap, početne dužine L , centrično prethodno napregli početnom silom u kablu N_{k0} do početnog napona u betonu σ_{b0} , slika 3.21a-b. Usled početnog napona u betonu, štap se skratio na dužinu L_0 , slika 3.21b. Ako sada taj štap nekako ugradimo u konstrukciju, između dva kruta zida koji sprečavaju pomeranja krajeva štapa, na primer, desiće se 'čudo', slika 3.21c. Zbog toga što je sprečeno dalje slobodno skraćivanje štapa usled 'tečenja' betona - **sprečen je razvoj početnih deformacija**, u betonskom štapu počinje da se odvija proces relaksacije napona. Napon u betonu pašće na već pomenutih 17% početnog napona σ_{b0} , ali napon u kablu se ne menja, trajni



Slika 3.21 Pad napona u betonu bez promene početne sile u kablu

napon jednak je početnom, $\sigma_{kt} = \sigma_{k0}$, jer nema promene dužine kabla! Ovo je primer, karikiran, kako bi se projektant našao u zabludi, pozivajući se na to da 'i preporuke, a i formula iz propisa kažu da je $N_{kt} \approx 0,80N_{k0}$ '. Ako je pao napon u betonu, a u kablu se nije promenio, pa ko onda drži silu u kablu N_{kt} ? Odgovor je - onaj ko sprečava deformaciju štapa, a to su oslonci, zidovi. Ako beton 'popušta, nema nameru da učestvuje u igri, jer mu ne daju da se slobodno deformiše', neko mora na sebe da primi opterećenja koja su izazvala početnu deformaciju betonskog štapa, u zidu se pojavljuju reakcije R , slika 3.21c.

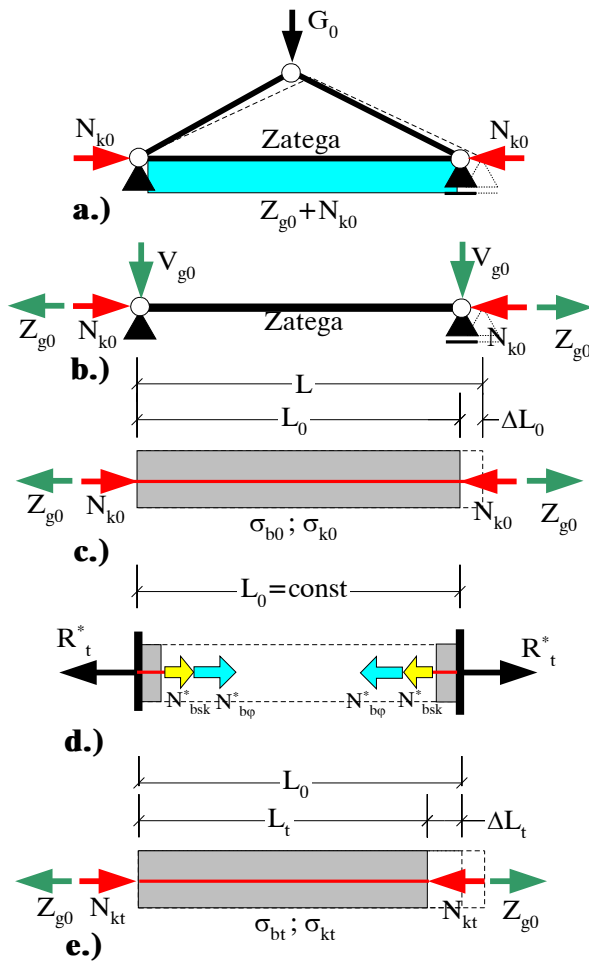
Isti scenario krije se i iza 'analize promena napona u **armiranom preseku** usled tečenja betona'. Nakon izazvanih početnih napona i dilatacija centrično pritisnutog stuba, na primer, beton bi da teče, armatura ne bi. Sila pritiska usled gravitacije ne čeka da se dogovore. Rezultat je da pad napona pritiska u betonu, i porast napona pritiska u armaturi, ponekad toliko da je blizu granice tečenja čelika! Treba uočiti da tu nije u pitanju 'preraspodela napona u preseku', kako se može čuti. Presek je matematički pojam, ne migriraju naponi u dvodimenzionalnom svetu ravni preseka. U pitanju je ometana tendencija skraćivanja betonskog tela, štapa.

b) Aksijalno stanje napona - prethodno napregnuta zatega statički odredjenog trozglobnog luka

Dok je prethodni primer ekstremni slučaj, ali važan za razumevanje ponašanja betonskih konstrukcija, na slici 3.22a prikazan je primer realnije konstrukcije trozglobnog luka sa prethodno napregnutom zategom, koja leži na podlozi koja ne sprečava njene aksijalne deformacije ('podmazana' podloga). U trenutku prethodnog naprežanja t_0 silom u kablu N_{k0} , na sistem deluje i stalno opterećenje, sopstvena težina i recimo koncentrisana sila G_0 u vrhu luka. Pretpostavlja se da se u toku vremena ne dodaju dodatna stalna opterećenja Δg , tečenja betona zatege odvija se pod dejstvom konstantnog stalnog opterećenja Z_g , ali i promenljive sile prethodnog naprežanja N_{kt} , zbog promene dužine kabla u toku vremena usled **tečenja i skupljanja betona**.

Usled dejstva sile zatezanja Z_g od spoljnih opterećenja, i početne sile prethodnog naprežanja N_{k0} , uobičajenim metodama statike konstrukcija odredjeno je početno stanje zatege,

definisano je početnom silom u zatezi $Z_g + N_{k0}$, odnosno početnom deformacijom zatege - skraćenjem ΔL_0 , slika 3.22b-c.



Slika 3.22 Promene napona u toku vremena zatege trozglobnog luka

sistema' konstrukcije. U konkretnom primeru analize zatege, blokira se horizontalno pomeranje desnog, pomerljivog oslonca, tako da je $L_0 = const$ u toku vremena, slika 3.22d;

(D) zbog **sprečenih daljih deformacija** krajeva 'zamrznutih' štapova sistema, u sistemu nastupa **relaksacija početnih napona** u betonu pojedinih štapova, kao i pojava **napona u betonu usled sprečenog skupljanja** betona. U ovom primeru, zbog sprečenog daljeg skraćenja zatege, u čvorovima zatege vremenom bi se pojavile sile (*napomena* - $N_b = \Delta\sigma_b F_b$): N_{bp}^* - promena sile u betonskom delu preseka zatege usled relaksacije napona u betonu, izraz (3.25); N_{bsk}^* - promena sile u betonskom delu preseka zatege usled sprečenog skupljanja betona, izraz (3.24). Na konačno stanje utiče i relaksacija napona u čeliku, čiji se uticaj trenutno ne razmatra, o tome na kraju.

$$N_{bp}^* = -F_b E_{bef}^* \varphi \varepsilon_{b0} \quad (3.27)$$

$$N_{bsk}^* = -F_b E_{bef}^* \varepsilon_{sk} \quad (3.28)$$

Unutrašnje sile štapa-zatege, vremenom stvaraju u čvorovima štapa-krajevima zatege reakcije R_t^* , slika 3.22d. Da je dalje skraćenje zatege stvarno blokirano, tada bi oslonci koji to sprečavaju (koji formiraju 'deformacijski određen sistem') morali da budu sposobni da izdrže ovoliko opterećenje, bez proklizavanja (generalno - bez pomeranja i obrtanja). U

Pod rezultujućim naponima pritiska u betonu zatege, uz nezanemarljivu pomoć skupljanja betona, zatega teži da se u toku vremena **dodatno** skрати. (Ako bi se, **greškom u izvodjenju**, blokiralo dalje klizanje desnog, pomerljivog oslonca, nastupio bi slučaj čiste relaksacije, opisan u prethodnom primetu, slika 3.21. U ovom primeru analizira se 'idealni' slučaj - potpuno slobodnog klizanja pomerljivog oslonca. Treba uočiti da je u praksi teško izbeći otpore klizanju - trenje, tako da se **realno konačno stanje** nalazi negde između ova dva rešenja!)

Za formulaciju rešenja problema, u ovom primeru je za polaz usvojen izraz 3.21, odnosno metodologija 'metode deformacija', koja sadrži sledeće korake analize:

(A) definisano je **početno stanje** napona i deformacija (slika 3.22a-c);

(B) početno stanje deformacija se 'zamrzava', sprečava se dalji razvoj pomeranja i obrtanja čvorova sistema, formiranjem '**deformacijski određenog**

realnoj konstrukciji, ove su reakcije neuravnotežene, tako da ih se sistem oslobadja tako što dolazi do pojave **dodatnih pomaranja i obrtanja**, skraćenja zatege ΔL_t , na slici 3.22d, - 'relaksacija neuravnoteženih opterećenja deformacijski određenog sistema'. Dodatna pomaranja i obrtanja su 'deformacijski nepoznate veličine', koje se mogu odrediti iz uslova ravnoteže neuravnoteženih sila R_t^* , i sila u čvorovima koje nastaju pri dodatnim pomaranja i obrtanjima. Dodatne deformacije ΔL_t krajeva zatege su **spore prinudne deformacije**, odvijaju se afino tečenju betona, tako da betonski deo preseka odgovara sniženim, korigovanim efektivnom modulom elastičnosti, (izraz 3.22):

$$\Delta\sigma_b(t) = E_{bef}^* \Delta\varepsilon_b(t) = E_{bef}^* \frac{\Delta L_t}{L}$$

odnosno

$$\Delta N_b^*(t) = F_b E_{bef}^* \Delta\varepsilon_b(t) = F_b E_{bef}^* \frac{\Delta L_t}{L} \quad (3.29)$$

Pri dodatnoj deformaciji ΔL_t , u čeliku kabla ostvariće se sila pritiska - 'pad sile prethodnog naprezanja'

$$\Delta N_k(t) = F_k E_k \frac{\Delta L_t}{L} \quad (3.29a)$$

Uslov ravnoteže svih sila tada glasi

$$\Delta N_b^*(t) + \Delta N_k(t) + R_t^* = 0 \quad (3.30)$$

odnosno

$$\Delta N_b^*(t) + \Delta N_k(t) - N_{b\varphi}^* - N_{bsk}^* = 0 \quad (3.31)$$

Kada se izrazi (3.27), (3.28) i (3.29) uvrste u uslov ravnoteže (3.31), za vrednost **deformacijski nepoznate**, promene dužine zatege u toku vremena ΔL_t , dobija se vrednost

$$\Delta L_t = L \frac{\varphi \frac{\sigma_{b0}}{E_b(t_0)} + \varepsilon_{sk}}{1 + n \frac{F_k}{F_b} (1 + \chi\varphi)} \quad (3.32)$$

Konačna vrednost promene aksijalne sile betona $\Delta N_b(t)$ jednaka je sumi sila od dodatne deformacije $\Delta N_b^*(t)$, i sila indukovanih u deformacijski određenom sistemu ($-N_{b\varphi}^* - N_{bsk}^*$), pa promena napona u betonu usled uticaja tečenja i skupljanja betona tada iznosi

$$\Delta\sigma_b(t) = \frac{1}{F_b} (\Delta N_b^*(t) - N_{b\varphi}^* - N_{bsk}^*) = -\frac{\Delta N_k(t)}{F_b} \quad (3.33)$$

dok promena napona u kablu potiče samo od dodatnog skraćenja zatege ΔL_t ,

$$\Delta\sigma_k(t) = E_k \frac{\Delta L_t}{L} = \frac{n\varphi\sigma_{b0} + E_k \varepsilon_{sk}}{1 + n \frac{F_k}{F_b} (1 + \chi\varphi)} \quad (3.34)$$

gde je $n = E_k / E_b(t_0)$ - odnos modula elastičnosti čelika, i početnog modula elastičnosti betona.

Ako se pad napona u betonu usled relaksacije čelika (komplikovana interakcija relaksacije čelika, sa tečenjem i skupljanjem betona) izrazi kao efekat 'ekvivalentnog skupljanja betona' za iznos dilatacije betona $\Delta\varepsilon_{rel} = \Delta\sigma_{rel}/E_k$, ukupna promena napona u kablju usled svih vremenskih pojava iznosi

$$\Delta\sigma_k(t) = E_k \frac{\Delta L_t}{L} = \frac{n\varphi\sigma_{b0} + E_k\varepsilon_{sk} + \Delta\sigma_{rel}}{1 + n\frac{F_k}{F_b}(1 + \chi\varphi)} \quad (3.35)$$

Treba se podsetiti da je ovo pad napona u kablju zatege, slučaj aksijalnog stanja napona u elementu - centričnog pritiska. Ranije je bilo reči da se 'promena napona u kablju određuje na osnovu **početnog napona σ_{bko} u betonu, u nivou rezultujućeg kabla**'. U slučaju da postoji i savijanje preseka momentima, tada su kablji na nekom ekscentricitetu e_{bk} u odnosu na težište betonskog preseka, čiji je moment inercije I_b . U tom slučaju, izraz (3.35) se u savremenijim propisima, kao što je *Evrokod (Deo 2)*, pojavljuje u modifikovanom obliku, tako da obuhvati promene dilatacija betona, u nivou rezultujućeg kabla usled istovremenog dejstva normalne sile i momenta savijanja:

$$\Delta\sigma_k(t) = \frac{n\varphi\sigma_{bko} + E_k\varepsilon_{sk} + \Delta\sigma_{rel}}{1 + n\frac{F_k}{F_b}\left(1 + \frac{F_b}{I_b}e_{bk}^2\right)(1 + \chi\varphi)} \quad (3.36)$$

Ako se uporede, već navedeni izraz (3.18) i izraz (3.36), deluje kao da je izrazu (3.18) promena napona u kablju izvedena uz pretpostavku da se, u zoni rezultujućeg kabla, tečenje odvija u uslovima 'lokalnog' centričnog pritiska, pri naponu u betonu jednakom naponu u nivou rezultujućeg kabla (u slučaju centričnog pritiska važi odnos $F_k/F_b = \sigma_{bko}/\sigma_k$). Navedeni izraz se, bar u ovim krajevima verovatno dosta primenjivao, jer potiče iz davnog predloga domaćih propisa, ali sve je u redu. Parametarska analiza vrednosti koeficijenta ω , izvedena prema tom izrazu (jer je 'zgodan' za analizu), dala je opšte poznate zaključke - $\omega = 0,80-0,85$.

(E) Konačno, **trajno stanje napona i deformacija** dobija se superpozicijom početnog (A) stanja i promena (D) koje se razvijaju u toku vremena.

Cilj ovoga primera bio je: da ilustruje specifičan odgovor betonskih konstrukcija na **otpor razvoju početnih deformacija, kao i razvoju slobodnih deformacija usled skupljanja betona**; da se ukaže na poreklo gubitaka sile prethodnog naprežanja kao promene napona spregnutog preseka; da se prikaže jedan od postupaka analize efekata tečenja i skupljanja u betonskim konstrukcijama (metoda deformacija) kao i da se bliže odredi vrednost koeficijenta ω , i ukaže na njegovo poreklo i ograničenja.

c) Procena trajnog ugiba prethodno napregnutih konstrukcija

Trajni ugib prethodno napregnutih konstrukcija već je analiziran u poglavlju 3.3.2, izraz (3.16) odnosno (3.37). Tom prilikom pretpostavljeno je da se tečenje betona odvija pod srednjim naponom pritiska u betonu

$$\Delta_{kt} = \delta_{kt} + 0,5(\delta_{k0} + \delta_{kt})\varphi_t \quad (3.37)$$

Treba uočiti i da je implicite pretpostavljeno da je konstrukcija od 'jednorodnog' betona, da svi delovi konstrukcije imaju iste osobine tečenja.

Veza napona i dilatacija je u ovom delu usvojena u obliku (3.20), odnosno (3.38)

$$\varepsilon_b(t) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} + \frac{\Delta\sigma_b(t)}{E_b(t_0)} + \varepsilon_{sk} = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_{bkor}(t)} + \frac{\Delta\sigma_b(t)}{E_{bef}^*(t)} + \varepsilon_{sk} \quad (3.38)$$

Ako se zanemari efekat skupljanja betona na promene krivine preseka, tada na osnovu (3.38), izraz za trajni ugiba δ_t može da se prikaže u obliku

$$\begin{aligned} \delta_t &= \delta_0(1 + \varphi) + \Delta\delta_t(1 + \chi\varphi) \\ &= \delta_0(1 + \varphi) + (\delta_t - \delta_0)(1 + \chi\varphi) \end{aligned} \quad (3.39)$$

U prethodno napregnutim konstrukcijama, izraz (3.39) ukazuje da je konačna vrednost trajnog ugiba δ_t jednaka zbiru trajnog ugiba usled dejstva konstantnog početnog ekvivalentnog opterećenja q_{k0} (prvi član izraza 3.39), i monotono promenljivog ugiba usled pada sile prethodnog napreznjanja, odnosno pada ekvivalentnog opterećenja $\Delta q_t = q_{kt} - q_{k0}$. S obzirom da je $N_{kt} = \omega N_{k0}$, tada je i $\delta_t / \delta_0 = \omega \delta_0$, odnosno

$$\delta_t = \delta_0(1 + \varphi) + \delta_0(\omega - 1)(1 + \chi\varphi) \quad (3.40)$$

Za vrednosti parametara: $\varphi = 2,7$, $\chi = 0,8$ i $\omega = 0,8$, trajni ugib usled prethodnog napreznjanja prema izrazu (3.40) iznosi $\delta_t = 3,07 \delta_0$, dok se prema izrazu (3.37) dobija vrednost

$$\Delta_{kt} = \omega \delta_{k0} + 0,5 \delta_{k0} (1 + \omega) \varphi_t = 3,23 \delta_{k0}$$

Razlika iznosi oko 5%, ali je analiza navedena kao ilustracija primene linearizovane teorije tečenja i tzv. 'algebarskih veza napona i dilatacija betona'.

3.4.3 Različita porekla otpora slobodnim deformacijama betona, i zaključak

U prethodnom primeru, otpor slobodnim deformacijama zatege pružao je upravo čelik za prethodno napreznjanje, kojim je i realizovano početno stanje napona i deformacija. Da se podsetimo, nakon što je kablovima uneto opterećenje usled prethodnog napreznjanja, na dalje kablovi 'rade' kao **deo poprečnog preseka** ali kao **materijal bez osobine tečenja**. Ta se pojava događa u svim betonskim konstrukcijama, čelik (klasična armatura, kablovi) 'koči' tečenje i skupljanje betona i tako dolazi do **promena napona** u betonu i čeliku. Tradicionalno se u prethodno napregnutim konstrukcijama, ove promene napona nazivaju se **'gubitak sile prethodnog napreznjanja'**.

Ako je konstrukcija **statički odredjena**, čelik u preseku jedini pruža otpor slobodnim deformacijama nekog štapa. U slučaju **statički neodredjenih konstrukcija**, mogući su različiti slučajevi:

- ako je konstrukcija **nearmirana** (i bez kablova) i napravljena od istog, 'jednorodnog' betona, tada svi elementi konstrukcije imaju **iste osobine tečenja i skupljanja**. U tom slučaju, usled dejstva stalnih spoljnih opterećenja-sila (ne i sleganja), u toku vremena **nema promena napona** u presecima, a prirast deformacija je jednak proizvodu početnih deformacija, i koeficijenta tečenja φ ;

- ako se **starost betona pojedinih elemenata razlikuje** (što je najčešće slučaj), tada se razlikuju i konačne vrednosti koeficijenta tečenja - pri istom početnom naponu 'stariji betonu manje teku, krući su'. Nakon nanošenja stalnog opterećenja i formiranja početnog stanja, stariji betoni mogu da se opiru deformacijama usled burnijeg tečenja mlađih betona. Već je rečeno da 'ko pruža otpor, mora na sebe da primi deo opterećenja', dolazi do **preraspodele naprezanja sa mlađih na starije betone**;

- ako se u toku gradjenja **menja statički sistem konstrukcije** (primer sa slike 3.21 ili, kontinuiranje dve proste grede u kontinualni nosač preko dva polja za dodatna opterećenja, na primer), tada će dodatne veze (armatura ili kablovi za kontinuitet iznad srednjeg oslonca) indukovati pojavu opterećenja dodatnih veza, i bez dodatnih spoljnih opterećenja. Od trenutaka aktiviranja prvobitnog statičkog sistema, pa do trenutka izmene proteklo je izvesno vreme, u okviru koga je obavljen deo deformacija tečenja elemenata.

Preostali deo deformacija tečenja ometan je novim vezama, u kojima se zbog toga pojavljuju naprezanja, koja utiču i na konačno stanje napona i deformacija kontinuiranih elemenata.

- u slučaju **spoljašnje prethodno napregnutih konstrukcija**, sa trasama kablova izvan gabarita preseka (slike 1.41-1.46), rezultujući kabl i pritisnuti beton udaljeni su metrima, tako da pojam 'napona pritiska u betonu u nivou rezultujućeg kabla' više nema smisla. Kabl je donji pojas sistema, usled tečenja i skupljanja u toku vremena sila u kابلu može da opada, ali može i da raste - ili da se ne menja.

Iz svega nevedenog sledi zaključak da su 'gubici sile prethodnog naprezanja' malo složenija pojava, i da u slučajevima **očiglednih i značajnih otpora dodatnim deformacijama betona** (složeni statički neodređeni sistemi sa značajnim razlikama u osobinama tečenja pojedinih delova konstrukcije; izmene statičkog sistema itd.) treba bar kvalitativno proceniti **stvarne efekte prethodnog naprezanja** (cilj ovih analiza nije stanje napona/sila u kابلu, već stanje naponi i deformacije betona, a promena sila u kابلu nam treba jer kablove u analizu uvodimo kao spoljno opterećenje). Treba znati da se stvarno stanje napona i deformacija jednog betonskog štapa nalazi negde između dva ekstremna sučaja:

- stanja **potpuno slobodnih** dodatnih deformacija usled tečenja i skupljanja;
- stanja **potpuno sprečenih** dodatnih deformacija usled tečenja i skupljanja;

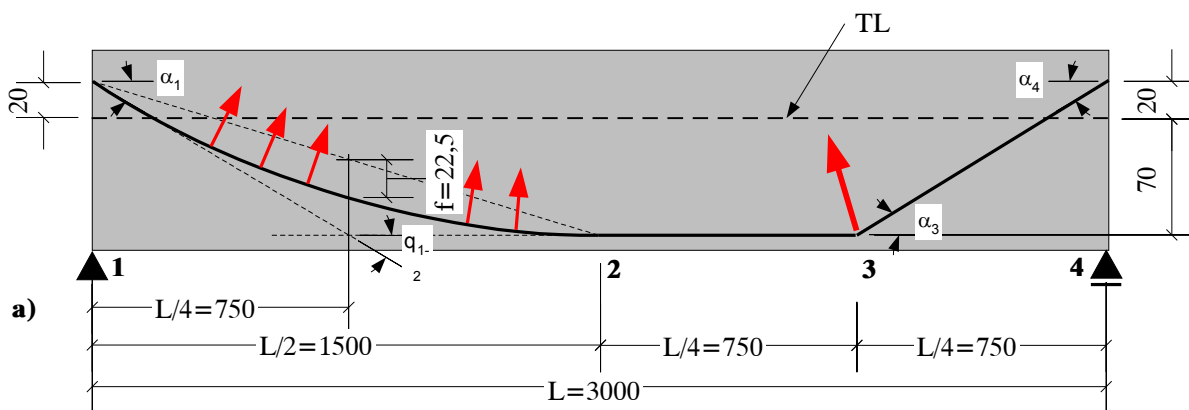
3.5 PRIMERI

3.5.1 Primer 1

Za nosač i trasu kablova iz primera 2.3.1, sračunati i nacrtati dijagram promene početne sile prethodnog naprezanja, nakon gubitaka usled trenja za dva načina izvršenja prethodnog naprezanja:

- prethodno naprezanje samo sa levog kraja, silom na presi $N_{k0} = 600\text{kN}$;
- istovremeno prethodno naprezanje sa oba kraja, silom na presi od po $N_{k0} = 600\text{kN}$;

Podaci: $k=3 \cdot 10^{-3} \text{ Rad/m}$; $\mu = 0,22 \text{ 1/Rad}$



Slika 3.23 Nosač i trasa kablova

Sila prethodnog naprezanja (izraz 3.1)

$$N_{k0}(x) = N_{k0} e^{-(\mu\theta+kx)}$$

Pad sile prethodnog naprezanja (izraz 3.2)

$$\Delta N_{k0}(x) = N_{k0} [1 - e^{-(\mu\theta+kx)}]$$

(A) Prethodno naprezanje sa levog kraja

- Presek 1

$$x=0\text{m}$$

$$N_{k0}(1) = N_{k0} = 600 \text{ kN}$$

- Presek 2

$$x=15,0 \text{ m}$$

$$\text{tg}\alpha_1 = 0,120 \quad (\text{videti 2.3.1})$$

$$\alpha_1 = 6,843^\circ = 6,843\pi/180 = 0,119 \text{ Rad}$$

$$\Sigma\theta_{1-2} = \alpha_1 = 0,119 \text{ Rad}$$

$$N_{k0}(2) = 600,0 e^{-(0,22 \times 0,119 + 3 \times 10^{-3} \times 15,0)} = 0,93 \times 600,0 = 558,0 \text{ kN}$$

- Presek 3, sa leve strane

$$x=22,5\text{m}$$

$$\Sigma\theta_{1-3} = \alpha_1 = 0,119 \text{ Rad}$$

$$N_{k0}(3l) = 600,0 e^{-(0,22 \times 0,119 + 3 \times 10^{-3} \times 22,5)} = 0,91 \times 600,0 = 546,0 \text{ kN}$$

- Presek 3, sa desne strane

$$x=22,5\text{m}$$

$$\text{tg}\alpha_3 = 0,120 \quad (\text{videti 2.3.1})$$

$$\alpha_3 = 6,843^\circ = 0,119\text{Rad}$$

$$\Sigma\theta_{1-3} = \alpha_1 + \alpha_3 = 2 \times 0,119 = 0,238\text{Rad}$$

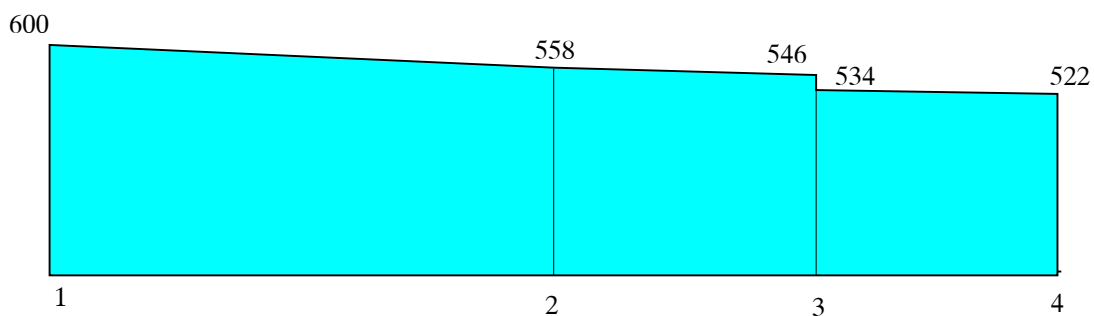
$$N_{k0}(3d) = 600,0e^{-(0,22 \times 0,238 + 3 \times 10^{-3} \times 22,5)} = 0,89 \times 600,0 = 534,0\text{kN}$$

- Presek 4

$$x=30,0\text{m}$$

$$\Sigma\theta_{1-4} = 0,238\text{Rad}$$

$$N_{k0}(4) = 600,0e^{-(0,22 \times 0,238 + 3 \times 10^{-3} \times 30,0)} = 0,87 \times 600,0 = 522,0\text{kN}$$



Slika 3.24 Početna sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka od trenja - prethodno naprezanje samo sa leve strane

(B) Prethodno naprezanje sa oba kraja

Komentar: Efekat zatezanja sa leve strane prikazan je na slici 3.24. Treba odrediti tok sila pri prethodnom naprezanju sa desne strane

- Presek 4

$$x=0\text{m}$$

$$N_{k0}(4) = N_{k0} = 600\text{kN}$$

- Presek 3, sa desne strane

$$x=7,50\text{m}$$

$$\Sigma\theta_{4-3} = 0$$

$$N_{k0}(3d) = 600,0e^{-(3 \times 10^{-3} \times 7,5)} = 0,98 \times 600,0 = 588,0\text{kN}$$

- Presek 3, sa leve strane

$$x=7,50\text{m}$$

$$\Sigma\theta_{4-3} = \alpha_3 = 0,119\text{Rad}$$

$$N_{k0}(3l) = 600,0e^{-(0,22 \times 0,119 + 3 \times 10^{-3} \times 7,5)} = 0,95 \times 600,0 = 570,0\text{kN}$$

- Presek 2

$$x=15,0\text{m}$$

$$\Sigma\theta_{4-2} = \alpha_3 = 0,119\text{Rad}$$

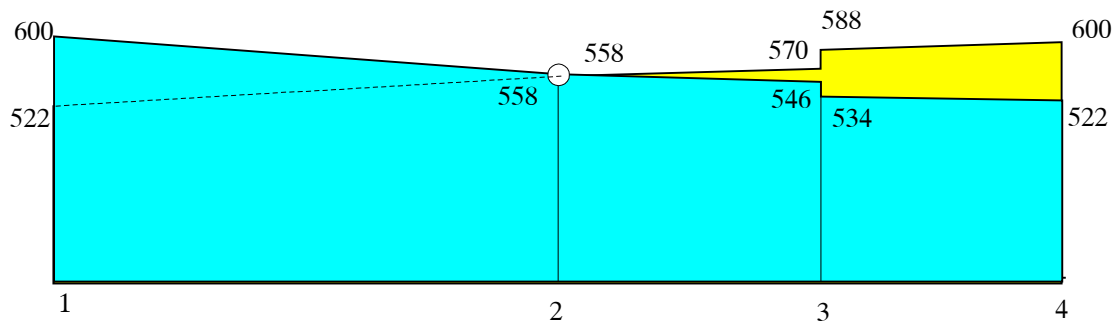
$$N_{k0}(2) = 600,0e^{-(0,22 \times 0,119 + 3 \times 10^{-3} \times 15,0)} = 0,93 \times 600,0 = 558,0 \text{ kN}$$

- Presek 1

$$x = 30,0 \text{ m}$$

$$\Sigma \theta_{4-1} = 0,238 \text{ Rad}$$

$$N_{k0}(2) = 600,0e^{-(0,22 \times 0,238 + 3 \times 10^{-3} \times 30,0)} = 0,87 \times 600,0 = 522,0 \text{ kN}$$



Slika 3.25 Početna sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka od trenja - istovremeno prethodno naprezanje sa oba kraja

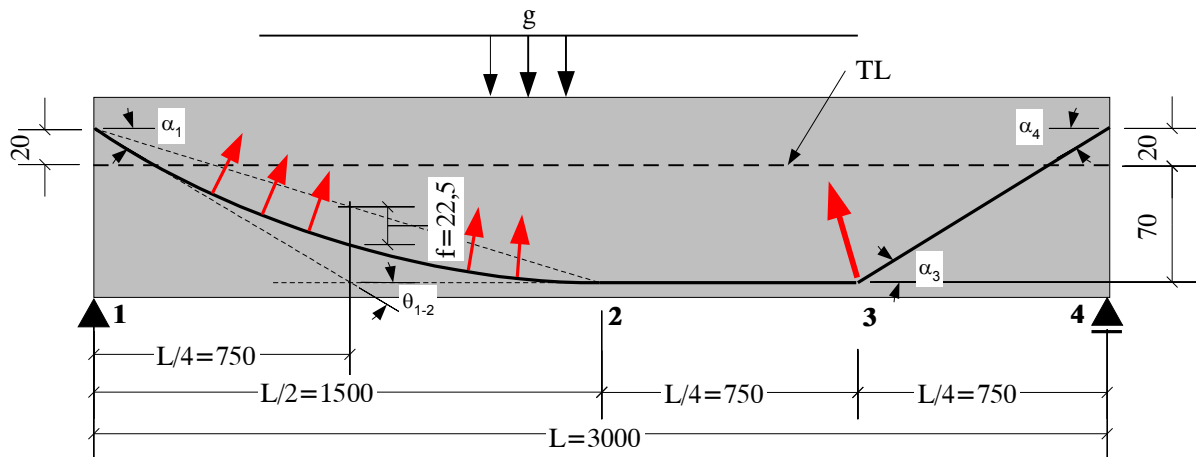
Komentar: Zbog toga što su rastojanja i ukupni skretni uglovi jednaki na sredini raspona, bilo sa kog kraja da se krene, u tom preseku su sile izjednačene. Pri istovremenom utezanju sa oba kraja, kabl u tački 2 miruje, nema kretanja.

Isti rezultat se dobija i ako se prvo uteže sa levog kraja, pa onda sa desnog.

3.5.2 Primer 2

Dati su nosač i trasa rezultujućeg kabla prema slici 3.26. Nosač se prethodno napreže pojedinačnim utezanjem kablova samo sa levog kraja, sa ukupno pet kablova pojedinačne sile na presi $N_{k01} = 600\text{kN}$. Sračunati vrednost sile prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja i elastičnih deformacija nosača.

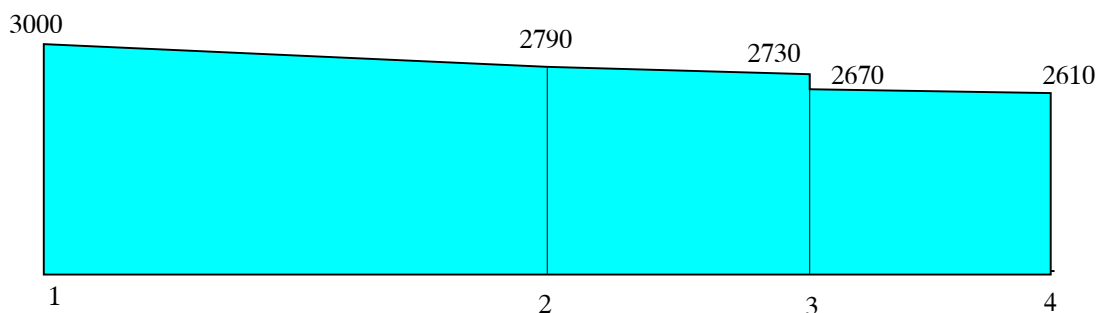
Podaci: $k = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Rad/m}$; $\mu = 0,22 \text{ 1/Rad}$; Težina nosača - $g = 12\text{kN/m}$; Površina preseka nosača - $F_b = 4800\text{cm}^2$; Moment inercije preseka nosača - $I_b = 4,5 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$. Površina jednog kabla - $F_{k1} = 4,2\text{cm}^2$; Odnos modula elastičnosti kablova i betona - $n = 6,5$; Presek nosača se ne menja duž raspona.



Slika 3.26 Nosač i trasa rezultujućeg kaba

Stvarna sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja

Komentar: Ovaj problem je rešen u zadatku 3.5.1, za jedan kabl sa silom na presi od 600kN. Dijagram ostvarenih sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja ponovljen je na slici 3.27, pri čemu se sve vrednosti sa sijagrama 3.24 pomnožene sa pet, jer je utegnuto pet kablova.



Slika 3.27 Početna sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka od trenja - prethodno naprezanje sa pet kablova samo sa leve strane

Pad napona u betonu u nivou rezultujućeg kabla (izraz 3.11)

$$\Delta\sigma_{bk} = \frac{0,5N_{k0}}{F_b} \left[1 + \frac{e_{bk}^2}{i^2} \left(1 - \frac{M_g}{N_{k0}e_{bk}} \right) \right]$$

Pad sile prethodnog naprezanja rezultujućeg kabla (izraz 3.9)

$$\Delta N_k^0 = \Delta \sigma_{bk} n_k F_k$$

- Presek 2 - sredina raspona

Uticaji usled prethodnog naprezanja

$$N_{k0} = 2790 \text{ kN}$$

$$e_{bk} = 70 \text{ cm} \quad (\text{ekscentricitet u odnosu na težište betonskog preseka})$$

$$M_{k0} = N_{k0} e_{bk} = 2790 \times 0,70 = 1953 \text{ kNm}$$

Uticaji usled sopstvene težine nosača

$$g = 12 \text{ kN/m}$$

$$L = 30,0 \text{ m}$$

$$M_g = gL^2 / 8 = 12,0 \times 30,0^2 / 8 = 1350 \text{ kNm}$$

Presek betona

$$F_b = 4800 \text{ cm}^2$$

$$I_b = 4,5 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$i^2 = I_b / F_b = 4,5 \cdot 10^6 / 4800 = 937,5 \text{ cm}^2$$

Pad napona u betonu u nivou rezultujućeg kabla

$$\Delta \sigma_{bk} = \frac{0,5 \times 2790}{4800} \left[1 + \frac{70^2}{937,5} \left(1 - \frac{1350 \times 10^2}{2790 \times 70} \right) \right] = 0,76 \text{ kN / cm}^2 = 7,6 \text{ MPa}$$

Gubitak sile rezultujućeg kabla

$$F_k = 5F_{k1} = 5 \times 4,2 = 21,0 \text{ cm}^2$$

(površina pet kablova)

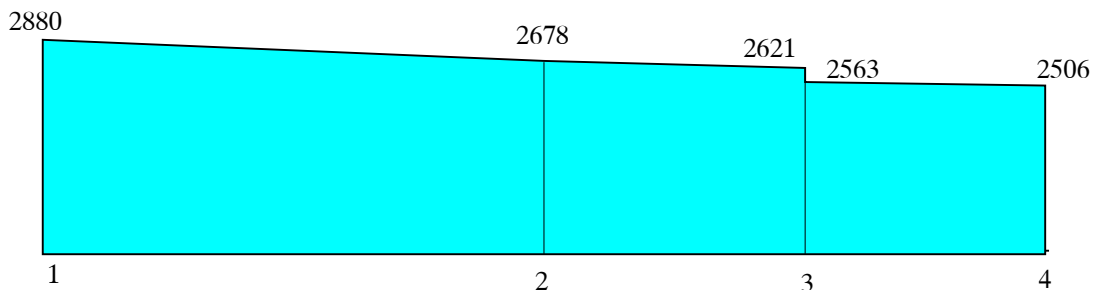
$$n = 6,5$$

(odnos modula elastičnosti)

$$\Delta N_{k0} = 0,76 \times 6,5 \times 21,0 = 103,7 \text{ kN}$$

$$1 - \Delta N_{k0} / N_{k0} = 1 - 103,7 / 2790 = 0,96$$

Komentar: Gubitak rezultujuće sile se razlikuje od preseka do preseka. Usvaja se da je relativni gubitak konstantan duž trase, sve vrednosti sile nakon gubitaka usled trenja (slika 3.27) treba pomnožiti sa 0,96.



Slika 3.28 Početna sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja i elastičnih deformacija

- Prosečni skretni ugao na dužini na kojoj se očekuje rasprostiranje gubitaka

$$\theta/l = \theta_{1-2}/(L/2)$$

$$\theta_{1-2} = 0,119 \text{ Rad} \quad (\text{videti 3.5.1})$$

$$\theta/l = 0,119 / 15,0 = 7,93 \cdot 10^{-3} \text{ Rad/m}$$

- Dužina rasprostiranja gubitaka

$$\mu' = \mu$$

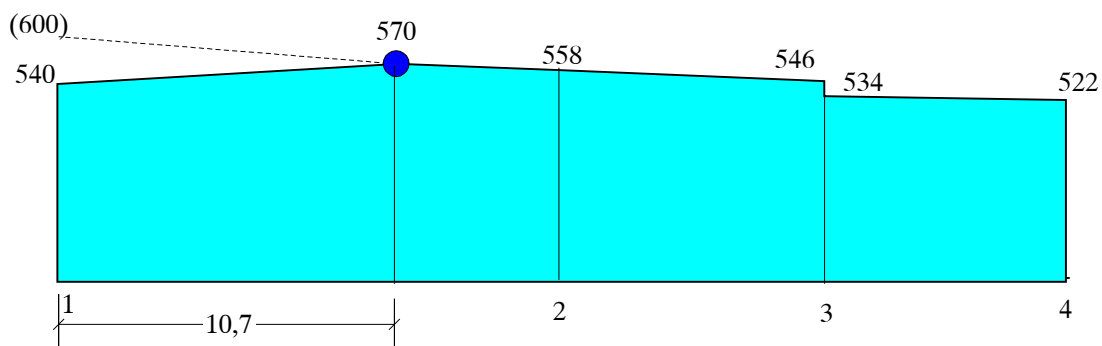
$$x_0 = \sqrt{\frac{0,004 \times 195 \times 10^3}{1420(0,22 \times 7,93 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-3})}} = 10,7 \text{ m}$$

- Gubitak sile na mestu prese

$$\Delta N_{kl} = 600 \left[2 \times 0,22 \times 7,93 \times 10^{-3} \times 10,7 + 2 \times 3 \times 10^{-3} \times 10,7 \right] = 0,10 \times 600 = 60 \text{ kN}$$

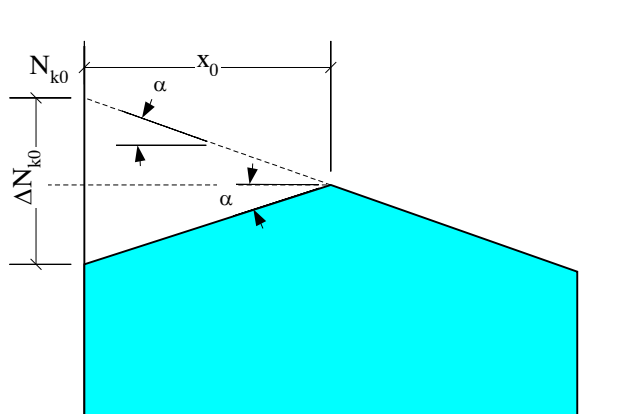
- Sila u kablu na koordinati x_0 (videti sliku 3.9)

$$N_{k0}(x_0) \cong N_{k0} - \Delta N_{kl} / 2 = 600 - 60 / 2 = 570 \text{ kN}$$



Slika 3.31 Tok sile u kablu nakon gubitaka usled trenja i klizanja-uvlačenja klina

Komentar: Gubici sile usled klizanja klina mogu da se odrede i na osnovu slike 3.32



$$x_0 = \sqrt{\frac{\Delta l_k F_k E_k}{\alpha}}$$

$$\Delta N_{k0} = 2\alpha \Delta l_k$$

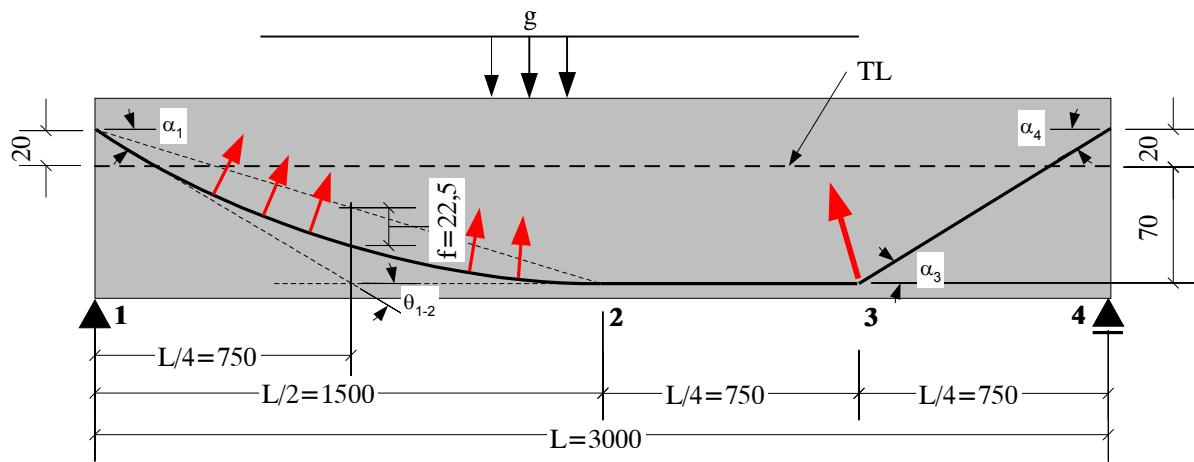
α - nagib dijagrama sile nakon trenja, linearizovan (Rad)

Slika 3.32 Pad sile usled klizanja klina

3.5.4 Primer 4

Dati su nosač i trasa rezultujućeg kabla prema slici 3.33. Nosač se prethodno napreže pojedinačnim utezanjem kablova samo sa levog kraja, sa ukupno pet kablova pojedinačne sile na presi $N_{k01} = 600 \text{ kN}$. Sračunati vrednost sile prethodnog naprežanja nakon svih gubitaka.

Podaci: $k = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Rad/m}$; $\mu = 0,22 \text{ 1/Rad}$; Težina nosača - $g = 12 \text{ kN/m}$; Površina preseka nosača - $F_b = 4800 \text{ cm}^2$; Moment inercije preseka nosača - $I_b = 4,5 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$; Površina jednog kabla - $F_{k1} = 4,2 \text{ cm}^2$; Napon u kablu na mestu prese - $\sigma_{k0} = 1420 \text{ MPa}$; Klizanje klina - $\Delta l_k = 4 \text{ mm}$; Moduo elastičnosti kablova - $E_k = 195 \text{ GPa}$; Odnos modula elastičnosti kablova i betona - $n = 6,5$; Konačna vrednost koeficijenta tečenja betona - $\varphi_t = 2,7$; Konačna vrednost skupljanja betona - $\varepsilon_{sk} = 0,00045$; Presek nosača se ne menja duž raspona.

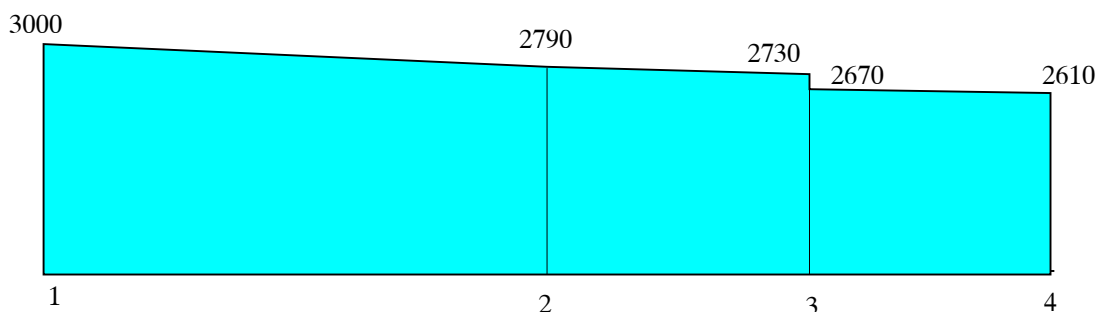


Slika 3.33 Nosač i trasa rezultujućeg kabla

Komentar: S obzirom na tehnologiju utezanja kablova, pri utezanju jednog kabla prvo se javljaju gubici usled trenja a zatim gubici usled zaklinjavanja tog kabla, i tako n-puta, koliko ima kablova. Efekat gubitaka usled elastičnih deformacija procenjuje se na kraju, za rezultujući kabl. Time je definisano početno stanje, nakon čega nastaju tečenje i skupljanje betona, koji određuju trajno stanje sila prethodnog naprežanja.

(A) Sila prethodnog naprežanja nakon gubitaka usled trenja

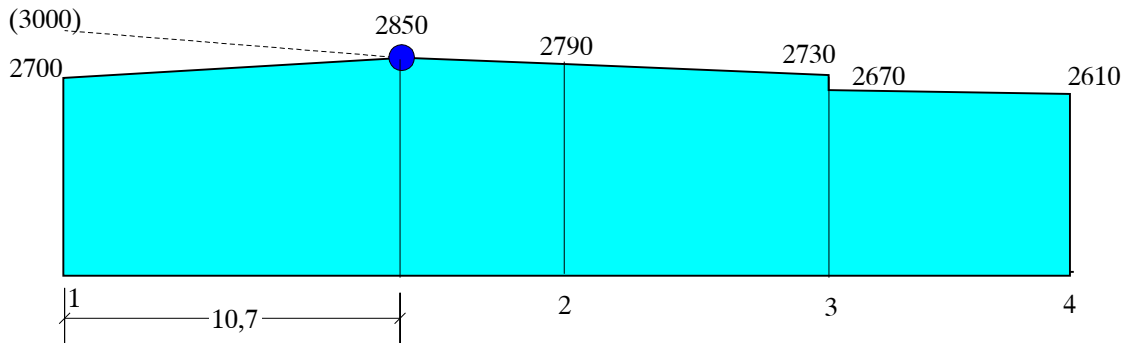
Komentar: Ovaj problem je rešen u primeru 3.5.1. , za jedan kabl (slika 3.31). Nakon utezanja pet kablova, rezultujuća sila je pet puta veća, slika 3.34.



Slika 3.34 Početna rezultujuća sila prethodnog naprežanja nakon gubitaka usled trenja

(B) *Sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja i klizanja klinova*

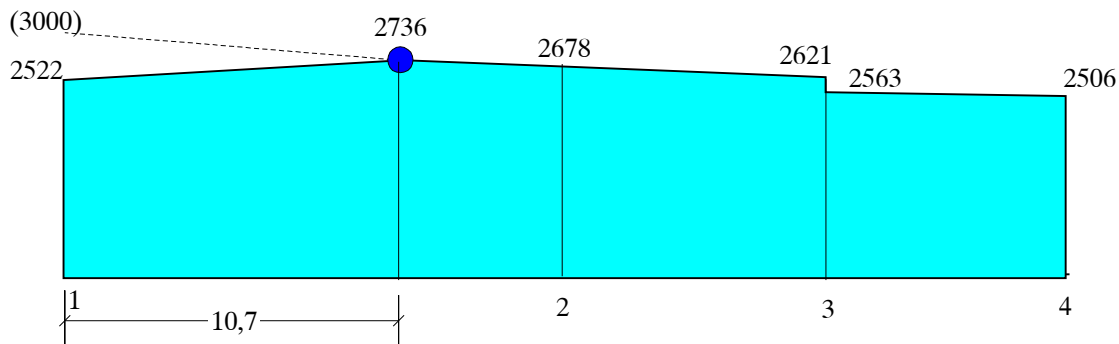
Komentar: Problem klizanja klina je rešen u primeru 3.5.3., za jedan kabl (slika 3.31). Svaki od pet kablova ima isti gubitak usled klizanja sopstvenog klina, pa je ukupni gubitak pet puta veći, i oduzima se od stanja sila nakon gubitaka usled trenja, slika 3.35.



Slika 3.35 Početna rezultujuća sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja i klizanja klinova

(C) *Sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled trenja, klizanja klinova i elastičnih deformacija betona*

Komentar: Gubitak sile rezultujućeg kabla usled elastičnih deformacija rešen je u primeru 3.5.2, u preseku u sredini raspona. Usvaja se isti relativni pad u svim presecima nosača, vrednosti sila sa slike treba pomnožiti sa 0,985, slika 3.36.



Slika 3.36 Početna rezultujuća sila prethodnog naprezanja nakon početnih gubitaka ($t=0$)

(D) *Promena sile prethodnog naprezanja nakon gubitaka usled tečenja i skupljanja betona odnosno relaksacije čelika*

Pad napona u rezultujućem kablju, prema *Nacrtu pravilnika* iz 1985(?), izraz (3.18)

$$\Delta\sigma_{kt} = \frac{n_k \sigma_{bk0} \varphi_t + E_k \varepsilon_{skt} + \Delta\sigma_{krel}}{1 + n_k \frac{\sigma_{bk0}}{\sigma_{k0}} [1 + \chi_t \varphi_t]}$$

Pad napona u rezultujućem kablju, prema *Evrokodu 2*, prevod iz 1994, izraz (3.36)

$$\Delta\sigma_k(t) = \frac{n\varphi\sigma_{bk0} + E_k \varepsilon_{sk} + \Delta\sigma_{rel}}{1 + n \frac{F_k}{F_b} \left(1 + \frac{F_b}{I_b} e_{bk}^2\right) (1 + \chi\varphi)}$$

- Presek 2 - sredina raspona

Uticaji usled prethodnog naprezanja

$$N_{k0} = 2678 \text{ kN}$$

$$e_{bk} = 70 \text{ cm} \quad (\text{ekscentricitet u odnosu na težište betonskog preseka})$$

$$M_{k0} = N_{k0} e_{bk} = 2678 \times 0,70 = 1875 \text{ kNm}$$

Uticaji usled sopstvene težine nosača

$$g = 12 \text{ kN/m}$$

$$L = 30,0 \text{ m}$$

$$M_g = gL^2 / 8 = 12,0 \times 30,0^2 / 8 = 1350 \text{ kNm}$$

Presek betona

$$F_b = 4800 \text{ cm}^2$$

$$I_b = 4,5 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$i^2 = I_b / F_b = 4,5 \cdot 10^6 / 4800 = 937,5 \text{ cm}$$

Početni napon pritiska u betonu u nivou rezultujućeg kabla

$$\sigma_{bk0} = \frac{N_{k0}}{F_b} + \frac{M_{k0} - M_g}{I_b} e_{bk} = \frac{2748}{4800} + \frac{(1875 - 1350)10^2}{4,510^6} 70,0 = 0,58 \text{ kN/cm}^2 = 5,8 \text{ MPa}$$

Pad napona usled relaksacije čelika

Komentar: Prema savremenim standardima, u prvih hiljadu sati nakon zatezanja, užad za prethodno naprezanje ne smeju da imaju pad napona usled relaksacije veći od 2,5% početnog napona. Medjutim, konačni pad napona može da bude i tri puta veći! Podatke o relaksacije obavezno dostavlja proizvođač užadi. Usvaja se da je konačani pad napona usled relaksacije $3 \times 2,5 = 7,5\%$ od početnog napona u čeliku σ_{k0} .

Početna sila u rezultujućem kabl u sredini raspona - $N_{k0} = 2678 \text{ kN}$ Površina rezultujućeg kabla - $F_k = 5 \times 2,4 = 21,0 \text{ cm}^2$ Početni napon u rezultujućem kabl - $\sigma_{k0} = 2678 / 21 = 128 \text{ kN/cm}^2 = 1280 \text{ MPa}$ Pad napona usled relaksacije - $\Delta\sigma_{rel} = 0,075 \times 1280 = 96 \text{ MPa}$ *Promena sile prethodnog naprezanja usled tečenja, skupljanja i relaksacije*

(D.1) Procena prema dijagramu na slici (3.16)

Za početni napon od 5,8MPa, $\omega = 0,80$ (D.2) Procena, prema izrazu (3.18). Usvojeno $\chi = 0,8$

$$\Delta\sigma_{kt} = \frac{6,5 \times 5,8 \times 2,7 + 195 \times 10^3 \times 0,00045 + 96}{1 + 6,5 \frac{5,8}{1280} [1 + 0,8 \times 2,7]} = 261 \text{ MPa}$$

$$N_{kt} = F_k (\sigma_{k0} - \Delta\sigma_{kt}) = 21,0 \times (128,0 - 26,1) = 2140 \text{ kN} \quad (\text{trajna sila preth, naprezanja})$$

$$\omega = N_{kt} / N_{k0} = 2140 / 2678 = 0,80 \quad (\text{koef. efikasnosti})$$

(D.2) Procena, prema izrazu (3.36). Usvojeno $\chi = 0,8$

$$\Delta\sigma_k(t) = \frac{6,5 \times 2,7 \times 5,8 + 195 \times 10^3 \times 0,00045 + 96}{1 + 6,5 \frac{21,0}{4800} \left(1 + \frac{4800}{4,5 \times 10^6} 70,0^2\right) (1 + 0,8 \times 2,7)} = 183 \text{ MPa}$$

$$N_{kt} = F_k(\sigma_{k0} - \Delta\sigma_{kt}) = 21,0 \times (128,0 - 18,3) = 2304 \text{ kN}$$

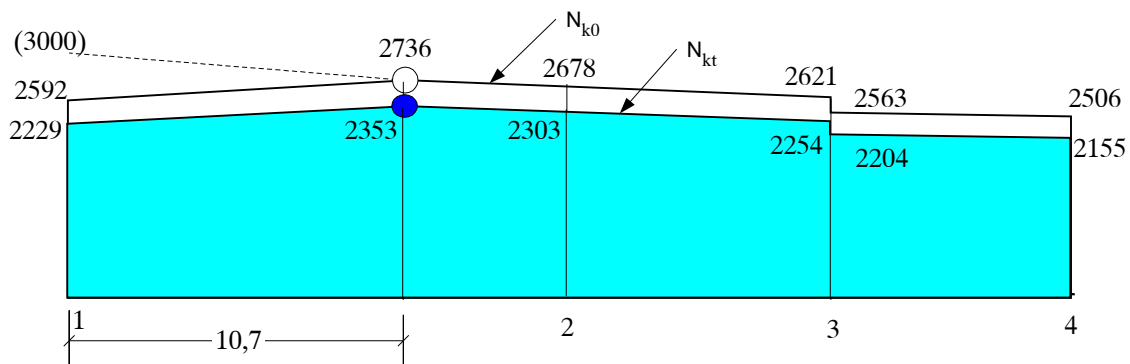
$$\omega = N_{kt} / N_{k0} = 2304 / 2678 = 0,86$$

Komentar: Izraz (3.36) je bolje koncipiran u odnosu na izraz (3.18). Dok ne nađje nešto novo, treba njega koristiti.

(D.3) *Trajna sila prethodnog naprezanja - trajno stanje*

Komentar: Gubici sile naravno da nisu isti u svim preseccima, zavise od početnog napona u betonu. Ako u oblastima krajeva nosača nisu potrebne neke detaljnije analize (zbog glavnih napona zatezanja itd.), obično se usvaja procentualno isti pad kao u sredini nosača, $\omega = 0,86$.

Dijagram promene trajne sile prethodnog naprezanja duž nosača, dobijen množenjem vrednosti sa dijagrama 3.36 faktorom $\omega = 0,86$, prikazan je na slici 3.37.



Slika 3.37 *Trajna rezultujuća sila prethodnog naprezanja nakon svih gubitaka ($t = \infty$); $N_{kt} = 0,78N_{k0}$*

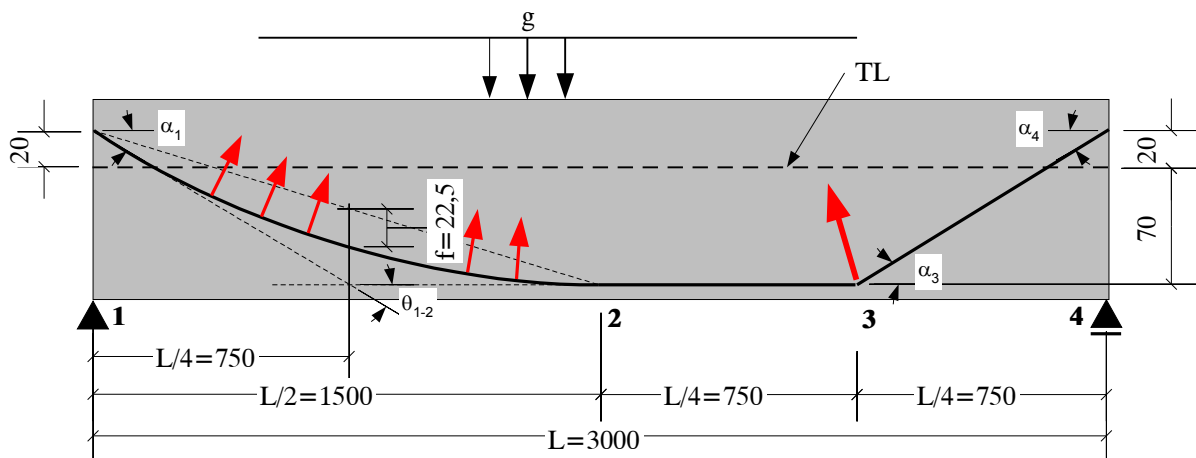
Komentar: Treba uočiti da je u odnosu na početnu silu na presi, $N_{k0} = 3000 \text{ kN}$, ukupni gubitak sile prethodnog naprezanja u sredini nosača $\Delta N_k = 3000 - 2304 = 696 \text{ kN}$ (23,2%). Od toga, oko 8% je izgubljeno u fazi prethodnog naprezanja, dok je preostalih 15% nastalo u toku vremena.

3.5.5 Primer 5

Dati su nosač i trasa rezultujućeg kabla prema slici 3.38. Nosač se prethodno napreže pojedinačnim utezanjem kablova samo sa levog kraja, sa ukupno pet kablova pojedinačne sile na presi $N_{k01} = 600\text{kN}$.

- Sračunati vrednosti početne sile prethodnog naprezanja;
- Sračunati početnu vrednost momenta savijanja u sredini nosača usled preth.naprezanja;
- Sračunati ekvivalentno opterećenje pri početnoj sili prethodnog naprezanja;
- Sračunati vrednost trajne sile prethodnog naprezanja;
- Sračunati trajnu vrednost momenta savijanja u sredini nosača usled preth.naprezanja;
- Sračunati ekvivalentno opterećenje pri trajnoj sili prethodnog naprezanja;

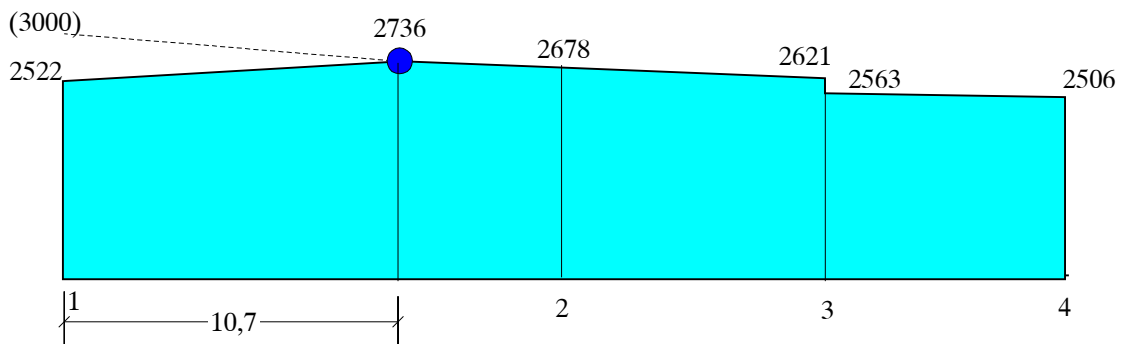
Podaci: $k = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Rad/m}$; $\mu = 0,22 \text{ 1/Rad}$; Težina nosača - $g = 12\text{kN/m}$; Površina preseka nosača - $F_b = 4800\text{cm}^2$; Moment inercije preseka nosača - $I_b = 4,5 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$; Površina jednog kabla - $F_{kl} = 4,2\text{cm}^2$; Napon u kابلu na mestu prese - $\sigma_{k0} = 1420\text{MPa}$; Klizanje klina - $\Delta l_k = 4\text{mm}$; Moduo elastičnosti kablova - $E_k = 195\text{GPa}$; Odnos modula elastičnosti kablova i betona - $n = 6,5$; Konačna vrednost koeficijenta tečenja betona - $\phi_t = 2,7$; Konačna vrednost skupljanja betona - $\varepsilon_{sk} = 0,00045$; Presek nosača se ne menja duž raspona.



Slika 3.38 Nosač i trasa rezultujućeg kabla

(A) Početno stanje

Komentar: Promena početne sile prethodnog naprezanja nakon početnih gubitaka usled trenja, klizanja klina i elastičnih deformacija betona sračunata je u primeru 3.5.4, i prikazana na slici 3.36 odnosno 3.39.



Slika 3.39 Početna rezultujuća sila prethodnog naprezanja nakon početnih gubitaka ($t=0$)

- Moment u sredini raspona, presek 2

Komentar: Uticaji u presecima, kao i deformacije konstrukcije usled prethodnog naprezanja mogu da se odrede na osnovu koncepta **ekvivalentnog opterećenja**, koje se određuje na osnovu geometrije trase rezultujućeg kabla (ili više rezultujućih trasa kablova, ako kablovi ne idu skupno, ili se kotve u različitim presecima), slika 3.38, i dijagrama promene sile prethodnog naprezanja duž nosača, slika 3.39. U slučaju **statički određenih nosača**, vrednosti uticaja usled prethodnog u preseku mogu da se i dobiju direktno, na bazi koncepta **'sile prethodnog naprezanja u preseku'**, poglavlje 2.1.3.

Direktno rešenje

Sila u preseku 2, slika 3.39 (ujedno i normalna sila u preseku)

$$N_{k0} = 2678 \text{ kN}$$

Elscentricitet u odnosu na težište preseka (linija TL na slici 3.38)

$$e_{bk} = 70 \text{ cm}$$

Moment u preseku 2

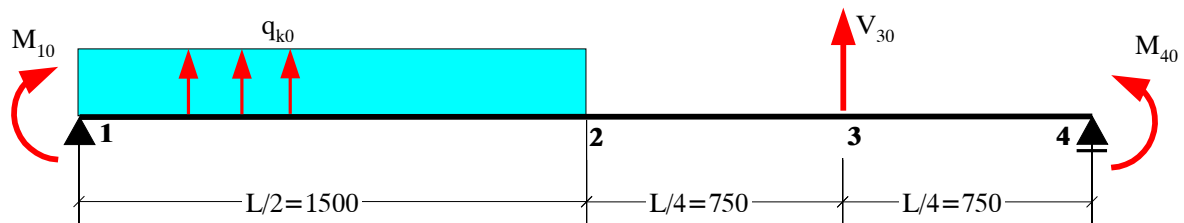
$$M_{k0} = N_{k0} e_{bk} = 2678 \times 0,70 = 1875 \text{ kNm}$$

Transverzalna sila u preseku 2

$$T_{k0} = 0 \quad (\text{rezultujući kabl je upravan na presek, } \sin\beta = 0)$$

- Ekvivalentno opterećenje usled početne sile prethodnog naprezanja

Komentar: Na slici 3.40 prikazane su samo komponente ekvivalentnog opterećenja koje utiču na stanje naprezanja i deformacija konstrukcije. Kompletan prikaz dat je na slici 2.22.



Slika 3.40 Ekvivalentno opterećenje usled početne sile prethodnog naprezanja

Parabolični deo 1-2 - ekvivalentno podeljeno opterećenje

$$\text{tg}\alpha_1 = 2(70+20)/1500 = 0,120$$

$$f = (70+20)/4 = 22,5 \text{ cm}$$

Za srednju vrednost sile p.n. na delu 1-2 usvojena vrednost u sredini raspona (dominantan uticaj opterećenja u srednjem delu na momente i ugibe)

$$N_{k0sr} = 2678 \text{ kN}$$

$$q_{k0} = 8N_{k0sr}f/L^2 = 8 \times 2678 \times 0,225/15^2 = 21,4 \text{ kN/m}$$

Presek 1- ekvivalentni moment

$$N_{10} \cong N_k = 2522 \text{ kN}$$

$$M_{10} = N_{10} e = 2522 \times 0,20 = 504 \text{ kNm}$$

Presek 3 - ekvivalentna koncentrisana sila (izraz 3.4)

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = 90/750 = 0,120$$

$$\sin \alpha_3 / 2 = 0,05968$$

$$V_{30} \cong (N_{k3L} + N_{k3D}) \sin \alpha_3 / 2 = (2621 + 2563) 0,05968 = 309 \text{ kN}$$

Presek 4 - ekvivalentni moment

$$\alpha_4 = \alpha_3$$

$$N_{40} \cong N_k = 2506 \text{ kN}$$

$$M_{40} = N_{40} e = 2506 \times 0,20 = 501 \text{ kNm}$$

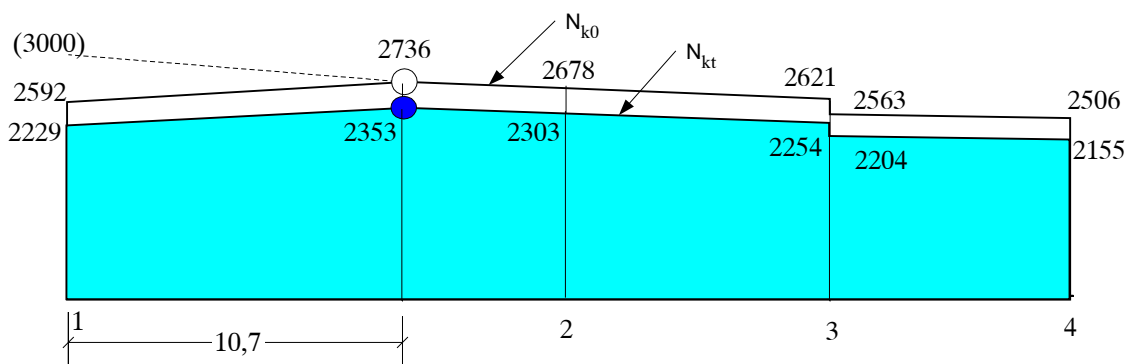
Moment savijanja u preseku 2 usled ekvivalentnog opt.

$$M_{k0} = 1903 \text{ kNm}$$

Komentar: Tačna vrednost, sračunata direktnim postupkom iznosi 1924 kNm. Odstupanje je 1%. Sa ekvivalentnim opterećenjem prema slici 3.40 mogu da se sračunaju uticaji u presecima, kao i ugibi konstrukcije pri početnoj sili prethodnog napreznja.

(B) Trajno stanje

Komentar: Promena početne sile prethodnog napreznja nakon svih gubitaka, usled trenja, klizanja klina, elastičnih deformacija betona, tečenja i skupljanja betona i relaksacije čelika sračunata je u primeru 3.5.4, i prikazana na slici 3.37 odnosno 3.41.



Slika 3.41 Trajna rezultujuća sila prethodnog napreznja nakon svih gubitaka ($t = \infty$); $N_{kt} = 0,86N_{k0}$

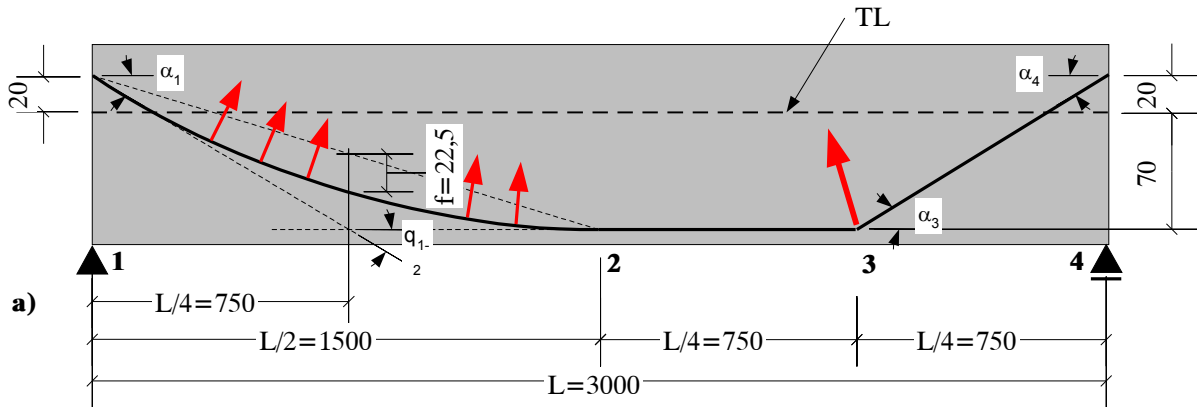
Komentar: S obzirom da je trajna sila prethodnog napreznja usvojena kao $N_{kt} = 0,86N_{k0}$, trajno stanje se dobija kada se svi rezultati početnog stanja, deo (A), pomnože sa $\omega = 0,86$.

Komentar: U slučaju statički neodređenih konstrukcija, momenti savijanja preseka ne mogu da se dobiju direktnim rešenjem 'sile prethodnog napreznja u preseku'. Koncept ekvivalentnog opterećenja je racionalno rešenje.

3.5.6 Primer 6

Za nosač i trasu kablova prema slici 3.42, sračunati izduženje kabla u toku prethodnog napreznja, za sledeće procedure utezanja:

- prethodno napreznje samo sa levog kraja, silom na presi $N_{k0} = 600\text{kN}$;
 - prethodno napreznje sa levog kraja, silom na presi $N_{k0} = 600\text{kN}$, i nakon toga dotezanje kabla sa desne strane do sile na presi $N_{k0} = 600\text{kN}$;
 - istovremeno prethodno napreznje sa oba kraja, silom na presi od po $N_{k0} = 600\text{kN}$;
- Podaci: $k=3 \cdot 10^{-3} \text{ Rad/m}$; $\mu = 0,22 \text{ 1/Rad}$; Površina - $F_k=4,2\text{cm}^2$; Moduo elastičnosti kablova - $E_k=195\text{GPa}$;



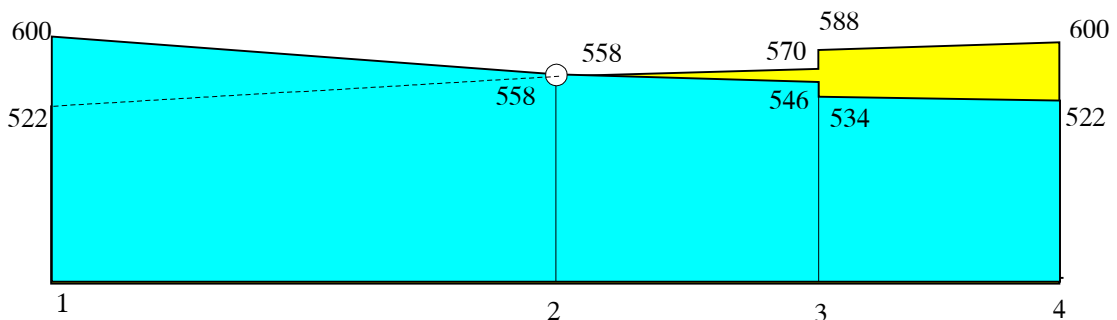
Slika 3.42 Nosač i trasa kablova

Izduženje kabla (izraz 3.6)

$$\Delta_k = \frac{N_{k0sr}}{F_k E_k} L$$

(A) Utezanje sa levog kraja

Komentar: Za proračun izduženja kabla, potrebno je sračunati vrednosti sile prethodnog napreznja duž nosača, nakon gubitaka usled trenja. Taj problem rešen je u primeru 3.5.1, rezultati su ponovljeni na slici 3.43.



Slika 3.43 Početna sila prethodnog napreznja nakon gubitaka od trenja

Srednja vrednost sile duž nosača, usvojena vrednost u sredini nosača
 $N_{k0sr} = 558\text{kN}$

Dužina kabla
 $s \cong L = 30,0\text{m}$

Izduženje kabla

$$\Delta_k = \frac{558}{4,2 \times 19500} 3000 = 20,4 \text{ cm}$$

(B) *Utezanje sa levog kraja, i potom dotezanje sa desnog kraja*

Utezanje sa levog kraja - isto kao pod (A)

$$\Delta_k = \frac{558}{4,2 \times 19500} 3000 = 20,4 \text{ cm}$$

Dotezanje sa desnog kraja

Komentar: Kabl se izdužuje samo za porast sile na presi, od 'zatečene' sile u kablju ostvarene pri utezanju sa levog kraja $N_k = 522 \text{ kN}$, do konačne sile na presi na desnom kraju $N_k = 600 \text{ kN}$. Tačka nosača u kojoj su izjednačene sile, postignute utezanjem sa levog, odnosno desnog kraja (sredina nosača u ovom slučaju) miruje, tako da se pri dotezanju sa desne strane, kabl izdužuje samo na delu od ove tačke do prese, na dužini $L/2$.

Srednja vrednost sile duž nosača, usvojeno

$$N_{k0sr} = (588 + 570)/2 - (534 + 546)/2 = 39 \text{ kN}$$

Dužina kabla

$$s \cong L/2 = 15,0 \text{ m}$$

Izduženje kabla

$$\Delta_k = \frac{39}{4,2 \times 19500} 1500 = 0,7 \text{ cm}$$

Komentar: Dotezanje kablova za male priraste sile, male pritiske u pumpama (mala čitanja na manometrima) i mala izduženja je nepouzdana, i treba ga izbegavati.

(B) *Istovremeno utezanje sa oba kraja*

Komentar: Tačka u sredini raspona ponovo 'miruje', kabl se izdužuje simetrično na dužini od $L/2$, ali pri istežanju silom na presi $N_k = 600 \text{ kN}$.

Srednja vrednost sile na levom delu nosača (ista je i na desnom delu), usvojeno

$$N_{k0sr} = (600 + 558)/2 = 579 \text{ kN}$$

Dužina kabla

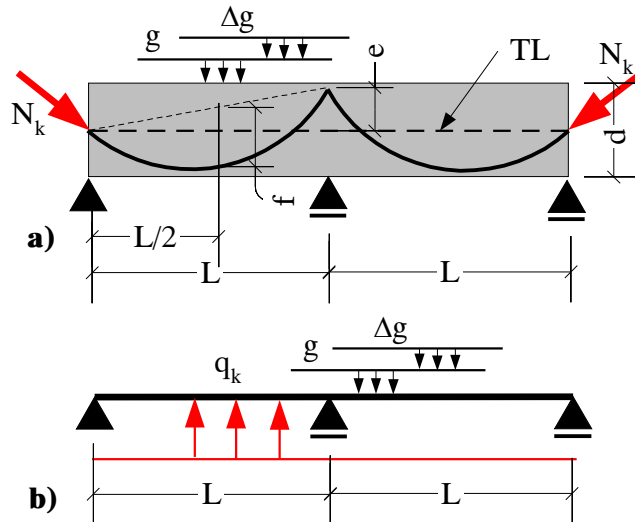
$$s \cong L/2 = 15,0 \text{ m}$$

Izduženje kabla na levoj, odnosno desnoj presi

$$\Delta_k = \frac{579}{4,2 \times 19500} 1500 = 10,6 \text{ cm}$$

3.5.7 Primer 7

Kontinualni nosač preko dva polja, sa trasom kablova prema slici 3.44, istovremeno se prethodno napreže sa oba kraja. Odrediti potrebnu vrednost početnog ekvivalentnog opterećenja q_{k0} usled prethodnog naprezanja, tako da ugibi konstrukcije nakon tečenja i skupljanja betona budu jednaki nuli. Konstrukcija se prethodno napreže pri starosti betona od 28 dana ($\varphi_{gt}=2,6$; $E_b(t_0)=35000\text{MPa}$). Dodatno stalno opterećenje Δg se nanosi pri starosti betona od 90 dana ($\varphi_{\Delta g t}=2,0$; $E_b(t_0)\cong 35000\text{MPa}$). Podaci: $L=20,0\text{m}$; $g=50\text{kN/m}$; $\Delta g=25\text{kN/m}$; $\omega=0,80$; Moment inercije preseka $I_b=0,025\text{m}^4$;



Slika 3.44 Balansiranje trajnih ugiba konstrukcije

- Maksimalni trenutni ugib u polju usled dejstva sopstvene težine g

$$\delta_{g0} = \frac{gL^4}{184,6E_bI_b} = \frac{50 \times 20^4}{184,6 \times 3,5 \times 10^7 \times 0,025} = 0,05\text{m}$$

- Maksimalni trenutni ugib u polju usled dejstva dodatnog stalnog opterećenja Δg

$$\delta_{\Delta g} = \frac{25 \times 20^4}{184,6 \times 3,5 \times 10^7 \times 0,025} = 0,025\text{m}$$

- Ukupni trajni ugib usled stalnog opterećenja nakon tečenja betona (izraz 3.17)

$$\Delta_{gt} = \delta_{g0}(1 + \varphi_{gt}) + \delta_{\Delta g0}(1 + \varphi_{\Delta gt}) = 0,050(1 + 2,6) + 0,025(1 + 2,0) = 0,255\text{m}$$

- Ukupni trajni ugib usled prethodnog naprezanja (izraz 3.16)

Komentar: S obzirom da je $N_{kt} / N_{k0} = \omega$, tada je i $\delta_{kt} / \delta_{k0} = \omega$

$$\Delta_{kt} = \delta_{kt} + 0,5(\delta_{k0} + \delta_{kt})\varphi_t = \omega\delta_{k0} + 0,5(\delta_{k0} + \omega\delta_{k0})\varphi_{gt} = 0,255\text{m}$$

- Početni ugib koji je potrebno ostvariti kablovima

$$\delta_{k0} = \frac{0,255}{\omega + 0,5\varphi_{gt} + 0,5\omega\varphi_{gt}} = \frac{0,255}{0,80 + 0,5 \times 2,6 + 0,5 \times 0,80 \times 2,6} = 0,081\text{m}$$

- Potrebno početno skretno (ekvivalentno) opterećenje kablova

$$q_{k0} = \frac{184,6 \delta_{k0} E_b I_b}{L^4} = \frac{184,6 \times 0,081 \times 3,5 \times 10^7 \times 0,025}{20^4} = 81,7 \text{ kN/m}$$

Komentar: Na dalje može da se odredi potrebna prosečna sila prethodnog napreznjanja u polju nosača, ako je poznata strela parabole f .

Na primer, $f=1,5\text{m}$:

$$N_{k0sr} = \frac{q_{k0} L^2}{8f} = \frac{81,7 \times 20^2}{8 \times 1,5} = 2723 \text{ kN}$$

Ako se pretpostavi da su početni gubici sile (od trenja, klina, elastičnih deformacija) na dužini od prese do sredine polja ($L/4$) recimo 5%, tada je potrebna rezultujuća sila na presi jednaka

$$\text{pot}N_{ko} = N_{kosr}/0,95 = 2723/0,95 = 2866 \text{ kN}$$

Ako je dozvoljena sila na presi jednog kabla $N_{k01} = 600 \text{ kN}$, potreban broj kablova iznosi

$$n = \text{pot}N_{ko}/N_{k01} = 2866/600 = 4,78 \quad \text{Usvaja se pet kablova}$$

Za razliku od klasično armiranih konstrukcija, gde se usvaja **površina armature** (višak armature je obično na strani sigurnosti), u slučaju prethodno napregnutih konstrukcija, usvaja se **sila u kablovima!** Da se ne bi prekoračila dozvoljena sila na presi, mora da se usvoji pet presa, ali će svaki kabl biti utegnut do početne sile od $2866/5 = 573,2 \text{ kN} < 600 \text{ kN}$, da bi se ostvarila potrebna rezultujuća početna sila od 2866 kN. Višak kablova, pod maksimalnim naponom u čeliku, **nije na strani sigurnosti!**