

4. DOKAZ POUZDANOSTI PRETHODNO NAPREGNUTIH KONSTRUKCIJA

U prva tri dela ovoga teksta, prethodno naprezanje je razmatrano, pre svega, kao jedan **specifičan tehnološki postupak** upotrebe čelika visokih čvrstoća. Za metodologiju analize efekata prethodnog naprezanja na konstrukcije, usvojen je koncept prethodnog naprezanja kao opterećenja konstrukcije, bilo kao generalni koncept **'ekvivalentnog opterećenja'** na nivou sistema konstrukcije, bilo kao koncept **'sile u preseku'**, uže primenljiv u slučaju statički određenih konstrukcija. Pri tome, izlaganje nije striktno vezano ni za jedne određene **propise**, niti za nekog određenog **proizvođača opreme** za prethodno naprezanje. Prvenstvo je dato razumevanju suštine, da se čitalac obrazuje tako da može lakše da usvoji i primeni bilo koje propise. Sile i deformacije usled prethodnog naprezanja, određene bilo za **početno stanje**, bilo za **trajno stanje** nakon svih gubitaka sile prethodnog naprezanja, sada treba integrisati u jedan širi **koncept obezbedjenja i dokaza pouzdanosti konstrukcije**, sa prethodnim naprezanjem kao jednim specifičnim slučajem opterećenja. Medjutim, koncept pouzdanosti je već stvar filozofije i detalja propisa pojedinih zemalja.

4.1 ISTORIJA

Tradicionalno, osnovna ideja prethodnog naprezanja bila je da se neutrališu **naponi zatezanja** u betonu usled rezultujućih 'stvarnih' - **eksploatacionih opterećenja**, i time spreči **pojava prslina** u toku upotrebe objekta. Za analizu konstrukcija bez prslina, u domenu nižih napona pritisaka koji se realno pojavljuju u eksploataciji, model **'homogenog elastičnog materijala'** dovoljno pouzdano opisuje ponašanje konstrukcija. Kao matematički aparat, klasična teorija elastičnosti i otpornosti materijala su prirodan izbor, kao za čelične konstrukcije. Budući da je **pojava prslina** normalno stanje **klasičnih armiranobetonskih konstrukcija**, i ne samo zbog toga, tradicionalno su prethodno napregnute konstrukcije tretirane odvojeno od armiranobetonskih konstrukcija - bile su obuhvaćene posebnim propisima, kao da je u pitanju **'neki drugi materijal'**. Tako je još uvek u domaćoj praksi, koja se formalno-pravno bazira na *'Pravilniku o tehničkim merama i uslovima za prednapregnuti beton'* - Službeni list SFRJ, br 51/71 (PNB71). Negde oko 1985. godine, pripremljen je i prvi put prikazan jedan savremeniji *'Nacrt Pravilnika o tehničkim normativima za prethodno napregnute armiranobetonske elemente i konstrukcije'*. Ovaj Nacrt nije postao i oficijelni dokument, ali verovatno da je u praksi bio ponekad' primenjivan, i tolerisan.

Prema savremenim shvatanjima, bar kada su u pitanju objekti tipa zgrada, prethodno napregnuti beton je samo jedna **varijanta armiranobetonskih konstrukcija**, i obuhvaćen je **jedinstvenim propisima**. To je metodološki moguće, jer je danas trend da se dozvoli pojava prslina i u konstrukcijama u koje je ugrađen i prethodno zategnut čelik visokih čvrstoća - **koncept armiranog betona, sa različitim vrstama ugrađenog čelika, sa ili bez 'prednapona zatezanja'** - klasičnog prethodnog naprezanja. Paralelno, **'koncept grančnih stanja'** je potisnuo klasični **'koncept-teoriju dozvoljenih napona'**, koja je odgovarala tradicionalnom konceptu prethodnog naprezanja, tako da je prethodno naprezanje moralo metodološki da se prikloni **savremenim shvatanjima pouzdanosti konstrukcija**. U pitanju je mala 'revolucija', i to ne ide tako lako. Predlog propisa koji bi trebalo da se usvoji u Evropskoj Uniji - 'Evrokod', primer je takvog trenda, koji ima problema, ako ništa drugo, onda organizacionih. U ime čistote koncepta, izgubilo se na praktičnosti. Trenutno,

to izgleda kao da se 'kukuruzno i pšenično brašno čuvaju u istoj posudi, jer hleb je hleb'. Ako je potrebno projektovati prethodno napregnutu konstrukciju, treba pročitati celu knjigu propisa, više knjiga, i povaditi pasuse koji se odnose na taj slučaj. Poželjno je i 'zavrnuti uši stranama', za sledeći put. Medjutim, to je stvar organizacije teksta. Neko će već sestri i napraviti sažeti priručnik za primenu prethodnog napreznja.

Sticajem okolnosti, domaći propisi u oblasti betonskih konstrukcija nisu osavremenjivani bar poslednjih petnaest godina. Poslednja inovacija je važeći propis za armiranobetonske konstrukcije, 'BAB' iz 1987. godine. S obzirom da će Evropska Unija u skoroj budućnosti preći na nove, i zajedničke propise za sve zemlje članice - 'Evrokod', u međuvremenu se odustalo od izrade domaćih propisa, i polako se vrše pripreme za prihvatanje budućih Evropskih propisa, uz dozvoljena prilagodjavanja domaćim specifičnostima. U situaciji kada su važeći domaći propisi za prethodno napregnute konstrukcije van savremenih trendova (navedeni Nacrt Pravilnika, nikada usvojen, danas bi nam olakšao 'tranziciju', kao što je to zasluga 'BAB-a' u oblasti armiranobetonskih konstrukcija), a Evrokod je još u pripremi i testiranju u praksi, problem je kako izložiti metodologiju obezbedjenja i dokaza pouzdanosti prethodno napregnutih konstrukcija, a da to ne bude gubljenje vremena.

Na početku izrade nekog projekta prethodno napregnute konstrukcije tipa zgrade (mostovi i druge specijalne konstrukcije su obično predmet posebnih razmatranja), potrebno je definisati bar dve bitne stvari: **postupak prethodnog napreznja** i nivo prethodnog napreznja - **kriterijum kontrole prslina**. Od svih postupaka prethodnog napreznja (slika 1.10), za prikaz metodologije dokaza pouzdanosti, izabran je najčešće korišćeni postupak **unutrašnjeg prethodnog napreznja sa spojem čelika i betona**. Od tzv. 'nivoa prethodnog napreznja' - potpuno, ograničeno, parcijalno (poglavlje 1.1), razmatra se slučaj prethodno napregnutih konstrukcija kod kojih **nije dozvoljena pojava prslina**. Metodologija dokaza pouzdanosti izložena je 'intuitivno', bez izričitog vezivanja za određeni koncept ('dozvoljeni naponi' - 'granična stanja') ili za određene propise. Ipak, izlaganje obuhvata većinu onoga što se zahteva važećim domaćim propisima, dopunjeno komentarima koji treba da ukažu na savremana shvatanja sadržana u Evrokodu.

4.2 POUZDANOST KONSTRUKCIJA

Od svih učesnika u nastanku jednoga objekta, 'Investitor očekuje' da *'konstrukcija mora da bude proračunata i izgradjena tako da :*

- sa prihvatljivom verovatnoćom ostane podobna za upotrebu za koju je namenjena, uzimajući u obzir njen predviđeni vek i njeno koštanje, i

- sa odgovarajućim stepenom pouzdanosti izdrži sva dejstva i uticaje koji verovatno mogu da nastanu u toku izvodjenja i eksploatacije, i ima adekvatnu trajnost u odnosu na troškove održavanja.

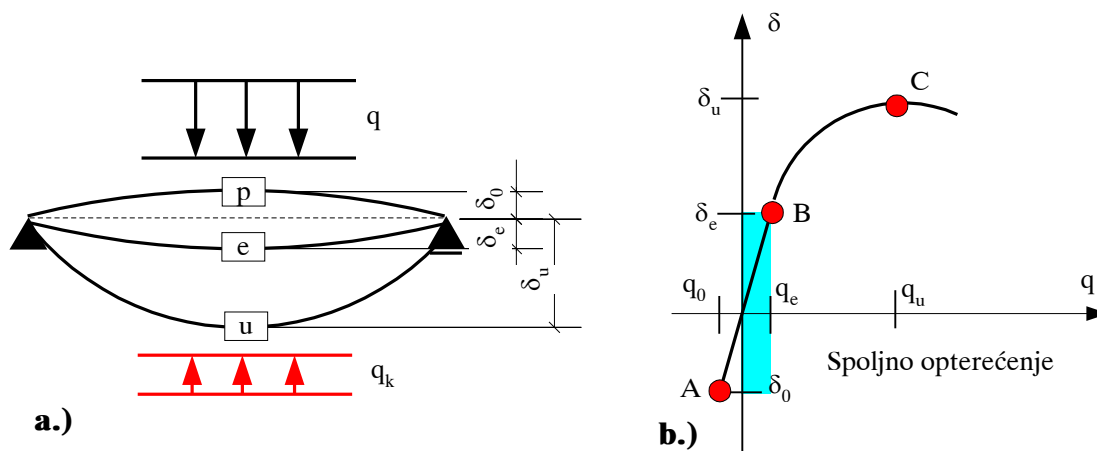
Konstrukcija mora takodje da bude proračunata tako da u slučaju eksplozije, udara ili posledica ljudskih grešaka ne bude oštećena do stepena koji bi bio u disproporciji sa osnovnim uzrokom oštećenja. Navedeni zahtevi moraju da budu ispunjeni izborom pogodnih materijala, odgovarajućim proračunom, oblikovanjem i konstruisanjem detalja, kao i preciziranjem postupka kontrole proizvodnje, proračuna, izgradnje i upotrebe, relevantnim za odgovarajući objekat.'

Malo je verovatno da će neki investitor tako da se obrati preduzimaču, pre će da interveniše ako su pločice u kupatilu nakrivljene. Navedeni citat je iz Evrokoda, i predstavlja cilj koji su postavili, s jedne strane društvena zajednica, a s druge strane građevinski esnaf.

4.2.1 Proračunske situacije - 'merodavna stanja'

U toku izvodjenja i eksploatacije, elementi i konstrukcija u celini prolaze kroz različita stanja naprezanja i deformacija. Projektom je potrebno predvideti sva relevantna stanja, i obezbediti potrebnu pouzdanost konstrukcije u svim '**proračunskim situacijama**' u kojima ona može da se nadje. Prema Evrokodu, proračunske situacije se dele na: stalne, prolazne i incidentne. Na konstrukciju mogu da deluju: stalna, promenljiva i incidentna **dejstva**. Sličnu podelu sadrži i domaći BAB.

Za prethodno napregnute konstrukcije karakteristična su dva stanja, koja proizilaze iz same tehnologije gradjenja kao i osnovnih osobina betona i čelika, slika 4.1.



Slika 4.1 Karakteristična stanja prethodno napregnute konstrukcija

U toku prethodnog naprezanja, unošenja deformacija i sila u konstrukciju, karakteristično je tzv. '**početno stanje konstrukcije**', definisano maksimalnim silama $_{max}N_k$ koje će se uopšte javiti u kablovima, odnosno maksimalnim ekvivalentnim opterećenjem $_{max}q_k$, slika 4.1.a. S obzirom da je u toj fazi prisutno minimalno spoljno opterećenje $_{min}q$, obično je to samo sopstvena težina q_0 , konstrukcija se obično izdiže, dobija nadvišenje δ_0 - linija *p*, odnosno tačka *A* na slici 4.1.a odnosno 4.1.b. Ovo stanje može vremenski da potraje, ali je u suštini **prolazna situacija**, tako da su obično i kriterijumi pouzdanosti donekle relaksirani - dozvoljavaju se povećana naprezanja u betonu i čeliku '**u fazi prethodnog naprezanja**', eventualno se može dozvoliti i pojava prolaznih prslina, koje će se kasnije zatvoriti. Mada prolazna, ova situacija može da bude **merodavna** za određivanje dimenzija konstrukcije ili količine kablova.

U toku vremena, na konstrukciju su naneta dodatna stalna opterećenja, a sila u kablovima opada (u slučaju spoljašnjeg prethodnog naprezanja može i da raste) do svoje **trajne vrednosti** N_{kt} . Kada se pojave i korisna, promenljiva opterećenja u punom iznosu, može da se govori o tzv. '**trajnom stanje konstrukcije**', definisanom minimalnim silama $_{min}N_k$ u kablovima - minimalnim ekvivalentnim opterećenjem $_{min}q_k$. S obzirom da je u toj fazi prisutno maksimalno spoljno opterećenje u eksploataciji q_e , konstrukcija 'tone' do ugiba δ_e , - linija *e*, odnosno tačka *B* na slici 4.1.a odnosno 4.1.b. Ovo stanje sila i deformacija, '**u fazi**

eksploatacije, je kombinacija stalnih i prolaznih dejstava, za koje je potrebno dokazati pouzdanost konstrukciji - dokazom obezbedjene nosivosti, dokazom da nema pojave prslina ili da su prsline u dopuštenim granicama, kao i dokazom da su deformacije konstrukcije u prihvatljivim granicama, da **funkcionalnost objekta** nije ugrožena. U ovoj fazi bez prslina (u ovom slučaju), i sa relativno niskim **naponima u eksploataciji**, prethodno napregnuta konstrukcija na spoljna opterećenja još uvek odgovara kao elastična konstrukcija.

Anvelopa stanja na slici 4.1 je ono što konstrukciju očekuje u vremenu od gradjenja, do punog opterećenja u eksploataciji. Ako, kojim slučajem, spoljašnje opterećenje q krene da i dalje raste, konstrukcija može da se dovede u **granično stanje nosivosti** pri **graničnom opterećenju** q_u , linija u , odnosno tačka C na slici 4.1.a odnosno 4.1.b. Pri izradi projekta, ova situacija se razmatra samo hipotetički, da bi se odredila **'sigurnost od graničnog stanja loma'** - da bi se potvrdilo da pri realnim opterećenjima u eksploataciji, tačka B na slici 4.1.b, konstrukcija ima dovoljnu **rezervu nosivosti i deformabilnosti** u odnosu na stanje loma, tačka C na slici 4.1.b.

Osim nosivosti, stanja prslina i deformacija, konstrukcija može da postane neupotrebljiva i pri dostizanju **drugih graničnih stanja**: gubitka stabilnosti, neprihvatljivih vibracija, iscrpljenja usled zamora, prevelikim oštećenjima usled požara, incidentima usled eksplozija ili diverzija itd. Da bi se obezbedio traženi kvalitet i pouzdanost, sva ova stanja, kao i druga, moraju da budu razmotrena i odgovarajućim merama kontrolisana.

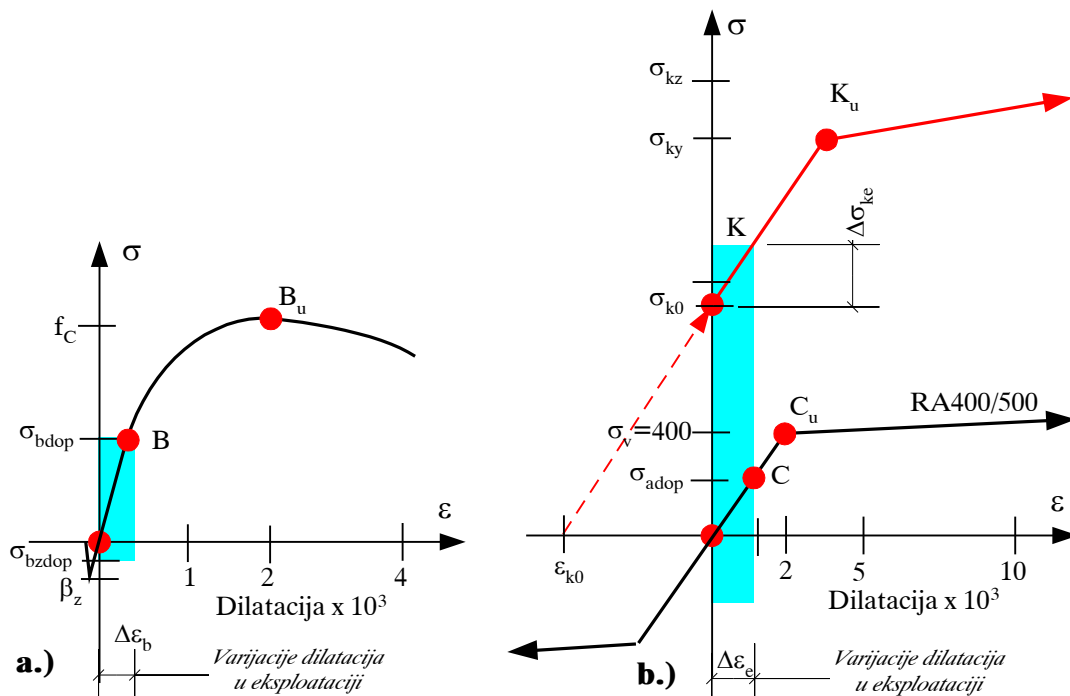
4.2.2 Dva koncepta dokaza nosivosti

Između tri **osnovna granična stanja** konstrukcije koja treba dokazati - nosivosti, stanja prslina i deformacija, stanja prslina i deformacija razmatraju se pri realnim uslovima u eksploataciji - pri **eksploatacionom nivou opterećenja**. U oba slučaja potrebno je na neki način uvesti u analizu **stanje napona i dilatacija** kvazi-elastičnih preseka bez ili sa prslinama (u ovom slučaju-bez prslina).

a.) Teorija dopuštenih napona

Klasični koncept dokaza nosivosti, tzv. **'teorija dopuštenih napona'**, takodje se zasnivao na analizi stanju napona u eksploataciji, pri **realnim opterećenjima** (bez koeficijenata sigurnosti, opterećenje snegom je onoliko koliko se stvarno očekuje, $1,0\text{kN/m}^2$, na primer). Prema tome, jedinstvenom analizom stanja napona i deformacija elastične konstrukcije, dobijao se odgovor na sva tri osnovna pitanja graničnih stanja. Što se tiče napona, trebalo je dokazati da su naponi u betonu i čeliku usled opterećenja u eksploataciji, manji od propisanih - **'dopuštenih napona u eksploataciji'**. U pomenutom *Nacrtu Pravilnika*, to se nazivalo **'dokazom graničnog stanja napona'**, u smislu nivoa napona koji ne sme da se prekorači.

Kako god da je formulisana teorija, rezultat primene treba da je dovoljna sigurnost materijala, preseka ili konstrukcije od iscrpljenja nosivosti, na neki način mora da se pojavi **'koeficijent sigurnosti'**. Teorija dopuštenih napona je taj problem rešavala **ograničavanjem maksimalnog dopuštenog nivoa napona u eksploataciji u pojedinačnim materijalima** spregnutog preseka: betonu (σ_{bdop} - dopušteni napon pritiska, tačka B na slici 4.2.a; $\sigma_{bz dop}$ - dopušteni napon ztezanja), klasičnom čeliku - armaturi (σ_{adop} - tačka C na slici 4.2.b) i čeliku za prethodno naprezanje ($\sigma_{\kappa 0}$ - dopušteni napon na presi, slika 4.2.b). Tragovi tok



Slika 4.2 Dijagrami napon-dilatacija betona, armature i čelika za prethodno naprezanje

koncepta nalaze se i u BAB87, poglavlje 3 - 'Proračun preseka prema dopuštenim naponima'. Pravilnik PB71 definisao je posebne vrednosti za prethodno napregnute konstrukcije, slika 4.3. Na primer, za beton MB30, maksimalni dozvoljeni ivični napon pritiska u eksploataciji ograničen je na 12MPa, a u prolaznoj fazi prethodnog naprezanja, na 15MPa. U odnosu na čvrstoću cilindra f_C , tačka B_u na slici 4.2.a, rezerva je oko dva puta - 'koeficijent sigurnosti' je oko dva. Na slici 4.2, koja prikazuje vezu napona i dilatacija tri osnovna materijala, zatamnjene su oblasti u kojima se nalaze naponi i dilatacije pojedinih materijala u fazi eksploatacije, pri eksploatacionim opterećenjima. U odnosu na **kapacitet nosivosti** pri dostizanju 'loma materijala', tačke B_u , C_u i K_u na slici 4.2, iskorišćenje je oko 50%. Treba uočiti da je u oblasti dopuštenih napona, veza napona i dilatacija betona praktično linearna, što je pretpostavka za analizu konstrukcija prema **teoriji linearne elastičnosti**. Na slici 4.2.b, $\Delta\sigma_{ke}$ kvalitativno prikazuje varijaciju napona u eksploataciji čelika za prethodno naprezanje, usled varijacije spoljnih opterećenja.

Teorija dopuštenih napona je naravno prethodila teoriji graničnih stanja, i decenijama je primenjivana u svetu. Pojam napona u raznim oblicima i danas se primenjuje, ali je 'teorija dopuštenih napona' u međuvremenu potpuno napuštena. Jedan od nedostataka bio je taj, što iz činjenice da je poznata veličina **napona u materijalu** - betonu, armaturi i kablovima pri dejstvu eksploatacionog momenta savijanja M_e , ne može direktno da se zaključi pri kojoj veličini momenta savijanja M_u će da nastupi **lom preseka**, koliki je **koeficijent sigurnosti od loma preseka** $\gamma = M_u / M_e$? Nešto bi moglo da se zaključi ako se zna da je napon u eksploataciji u rebrastom čeliku 200MPa, na primer, kao i da će lom preseka nastupiti razvlačenjem čelika, tada je koeficijent sigurnosti oko dva. Problem je što iz stanja napona u eksploataciji, ne može sa sigurnošću da prognozira karakter loma preseka.

Pored toga, u nekim situacijama ponašanje konstrukcija mora da se analizira razmatrajući **kapacitet deformacija materijala**, područje dilatacija iza tačaka B_u , C_u i K_u na slici 4.2.b. Primer za to je analiza efekata zemljotresa, u kom slučaju materijal preseka konstrukcija

V r s t a n a p o n a	Dozvoljeni naponi za odgovarajuću MB u MPa			
	30	40	50	60
1. PRITISAK				
1.1. Ivični pritisak pri eksploataciji				
1.11. Za sve konstrukcije osim konstrukcija iz tačke 1.12.	13	16	18,5	20,5
1.12. Za pretežno dinamički opterećenje konstrukcije (železnički mostovi, kranske staze i sl.)	11,5	14	16,5	18,5
1.13. Ivični pritisak pri prednaprezanju	15	19,5	23	26
1.2. Centrični pritisak				
1.21. Za sve konstrukcije, osim konstrukcija iz tačke 1.22.	9	11	12,5	14
1.22. Za pretežno dinamički opterećene konstrukcije (železnički mostovi, kranske staze i sl.)	8	10	11,5	13
2. ZATEZANJE				
2.1. Ivično zatezanja u eksploataciji				
2.11. Za sve konstrukcije, osim konstrukcija iz tačke 2.12.	1,5	1,8	2,1	2,4
2.12. Pretežno dinamički opterećene konstrukcije (železnički mostovi, kranske staze i sl.)	0	0	0	0
2.2. Ivično zatezanje pri prednaprezanju za sve konstrukcije	2,5	3	3,5	4
3. GLAVNI NAPONI ZATEZANJA				
3.1. Glavni naponi zatezanja u eksploataciji bez proračuna osiguranja	0,7	0,9	1,1	1,2
3.2. Glavni naponi zatezanja sa proračunom osiguranja	1,5	2	2,5	3

Slika 4.3 Dopusćeni naponi u prethodno napregnutom betonu prema PNB71

pri dejstvu zemljotresa stvarno zalazi u 'postelastičnu oblast', koju teorija dopuštenih napona ne poznaje, niti joj je potrebna, može da bude bilo šta.

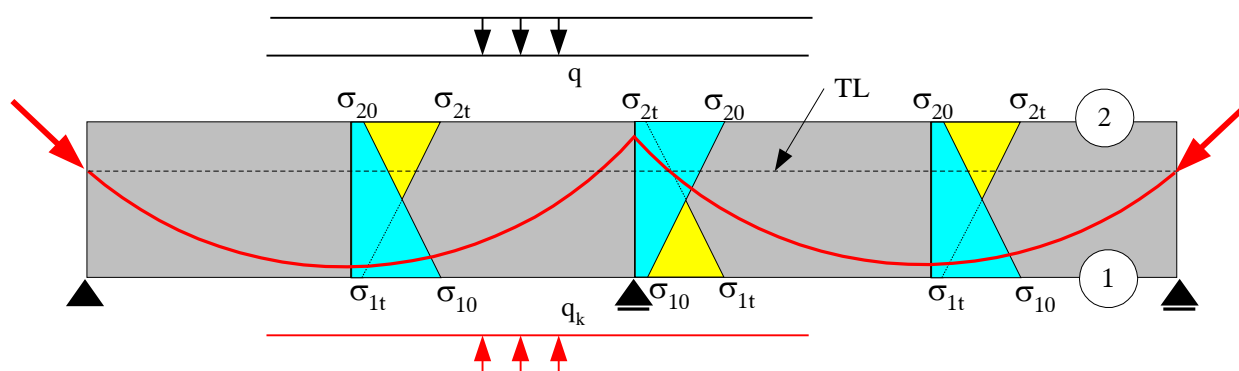
b.) Teorija graničnog stanja loma

Teorija graničnih stanja, koja se danas koristi u armiranobetonskim konstrukcijama, ponašanje osnovnih materijala prati do dostizanja **kapaciteta deformacija**, a zaključke o pouzdanosti izvodi na osnovu **ponašanja preseka**, a ne osnovnih materijala. Zakoni ponašanja materijala, slika 4.2, integrišu se na nivou preseka elementa, tako da se veze tipa sila-deformacija (moment-krivina, na primer) pojavljuju kao osnovne veličine koje opisuju ponašanje preseka, čija je jedna od karakteristika - **granična nosivost preseka** (tzv. 'moment loma' preseka). **Dopusćena vrednost uticaja u preseku** (a ne napona) u eksploataciji, određuje se propisivanjem zahtevane vrednosti **koeficijenta sigurnosti od loma**, a tu su moguća bar dva pristupa. Jedna mogućnost je, kako je to usvojeno u BAB87, da se za ponašanja materijala usvoje 'realni' dijagrami prema slici 4.2, a da se koeficijent sigurnosti uvede samo na nivou spoljnih opterećenja - metoda **globalnog koeficijenta sigurnosti**. Druga varijanta je, kako je to usvojeno u Evrokodu, da se uvedu posebni koeficijenti sigurnosti za osnovne materijale, a posebni za spoljna opterećenja - metoda **parcijalnih koeficijenata sigurnosti**.

Na osnovu poznate, sračunate vrednosti granične nosivosti preseka, ništa ne može da se zaključi o stanju napona u preseku pri realnim opterećenjima u eksploataciji, naravno. Rezultat dokaza nosivosti prema teoriji graničnih stanja, može da bude visok napon pritiska u betonu u eksploataciji (treba naglasiti da ove vrednosti napona nema smisla dodatno porediti sa dopuštenim naponima prema slici 4.2, ali dobro je znati o kojim se veličinama radi). Sigurnost od loma preseka je obezbeđena, ali visoki naponi u betonu provociraju i povećana tečenja betona u toj zoni, pa i pojavu podužnih prslina u betonu, **upravno na trajektorije pritisaka**. Nakon što je prošao period oduševljenja novom teorijom, današnji propisi za prethodno napregnute konstrukcije obično ograničavaju maksimalnu vrednost napona pritiska u betonu pri eksploatacionim opterećenjima! Sve u svemu, ipak treba znati sračunati napone u preseku.

4.3 DOKAZ (GRANIČNOG) STANJA NAPONA

Usled dejstva spoljnih **opterećenja u eksploataciji**, u poprečnom preseku elementa može da se ostvari složeno naponsko-deformacijsko stanje, koje se, nakon integracije, na nivou preseka štapastog elementa manifestuje **silama u presecima** - normalnoj sili, momentu savijanja, smičućoj sili i momentu torzije. Na slici 4.4 prikazana su dva karakteristična stanja napona usled savijanja prethodno napregnutih nosača: u **početnom stanju**, odmah nakon prethodnog naprezanja (indeks \prime), i u **trajnom** (krajnjem) stanju, u fazi eksploatacije, nakon svih gubitaka sile prethodnog naprezanja, i pri punom eksploatacionom opterećenju (indeks $\prime\prime$).



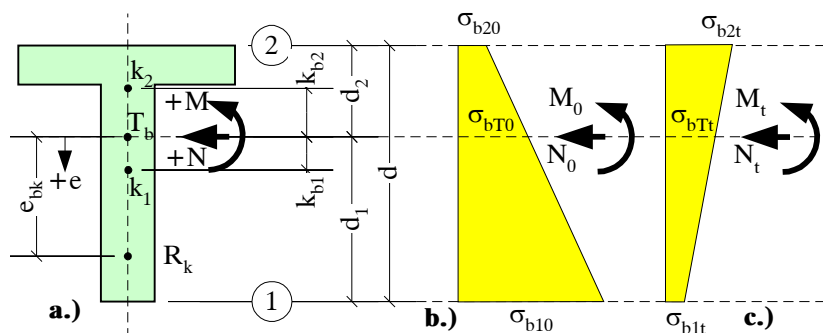
Slika 4.4 Karakteristična stanja napona preseka prethodno napregnutih nosača

Ekvivalentno opterećenje q_k od prethodnog naprezanja suprotstavlja se dejstvu **spoljnih opterećenja** q . S obzirom da je sila prethodnog naprezanja N_k određena uzimajući u obzir dejstvo ne samo sopstvene težine, već ukupnih spoljnih opterećenja, u fazi prethodnog naprezanja obično se formira naponsko - deformacijsko stanje suprotnog znaka od onoga koji izazivaju sama spoljna opterećenja, σ_{10} , σ_{20} na slici 4.4. Tamo gde spoljno opterećenje 'zateže', prethodno naprezanje unosi pritisak, i obrnuto, tako da je **rezultujuće stanje napona** u željenim granicama, σ_{1t} , σ_{2t} na slici 4.4.

Pod dokazom '**graničnih stanja napona**' podrazumeva se kontrola svih naponskih stanja kroz koje konstrukcija prolazi od gradjenja do pune eksploatacije, pri čemu su prethodna dva stanja obično **merodavna** za ocenu pouzdanosti sa stanovišta nosivosti. Kontrola napona vrši se za **eksploatacione vrednosti uticaja** u presecima. Za prethodno napregnute konstrukcije karakteristično je da se sila prethodnog naprezanja menja u toku vremena, kao i da se često **menja i presek elementa**, što sve treba obuhvatiti dokazom napona.

4.3.1 Pravo savijanje preseka bez prslina

Na slici 4.5 prikazan je betonski poprečni presek sa potrebnim oznakama i konvencijama o znaku pojedinih veličina. Obično se analize rade sa karakteristikama samo **betonskog preseka**, zanemarujući doprinos čelika u tzv. **idealizovanom preseku**.



Slika 4.5 Poprečni presek elementa i naponi u fazi prethodnog napreznja (b), odnosno u eksploataciji (c)

Podrazumeva se da su dimenzije poprečnog preseka poznate, i da su prethodno određene potrebne **karakteristike betonskog preseka**:

- površina F_b i položaj težišta T_b betonskog preseka;
- moment inercije I_b u odnosu na težište preseka T_b ;
- otporni momenti preseka oko donje (1) $W_{b1} = I_b / d_1$, odnosno gornje (2) ivice preseka $W_{b2} = I_b / d_2$;
- ekscentricitet e_{bk} rezultujuće sile prethodnog napreznja - 'rezultujućeg kabla R_k ' u odnosu na težište preseka (pozitivan na dole. Bilo bi bolje - na gore, ali ovo je tradicija!).

a.) Dokaz početnih napona - u fazi prethodnog napreznja

Za dokaz - kontrolu napona u **fazi prethodnog napreznja** (početno stanje, $t=0$), potrebno je znati vrednosti **sila u preseku**: rezultujućeg momenta savijanja M_0 , i rezultujuće normalne sile N_0 , slika 4.5.a. Rezultujuće sile obuhvataju uticaje usled svih prisutnih dejstava u fazi prethodnog napreznja, uključujući i sile u preseku usled prethodnog napreznja. Napon na donjoj ivici preseka σ_{b10} , na gornjoj ivici preseka σ_{b20} odnosno napon σ_{bT0} u težištu preseka T_b iznose (pozitivan je napon pritiska)

$$\begin{aligned}\sigma_{b10} &= \frac{N_0}{F_b} - \frac{M_0}{W_{b1}} \\ \sigma_{b20} &= \frac{N_0}{F_b} + \frac{M_0}{W_{b2}} \\ \sigma_{bT0} &= \frac{N_0}{F_b}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Često se razdvajaju sile u preseku prema svom poreklu: na uticaje usled prethodnog napreznja (M_{k0} , N_{k0}), i uticaje usled opterećenja prisutnih u trenutku prethodnog napreznja, obično je to samo sopstvena težina (M_{g0} , N_{g0}). Za vrednost normalne sile u preseku usled

prethodnog napreznja, obično se usvaja da je jednaka sili usled prethodnog napreznja u tom preseku, $N \cong N_{k0}$, pa prethodni izrazi za napone u fazi prethodnog napreznja glase:

$$\begin{aligned}\sigma_{b10} &= \frac{N_{k0} + N_{g0}}{F_b} - \frac{M_{k0} + M_{g0}}{W_{b1}} \\ \sigma_{b20} &= \frac{N_{k0} + N_{g0}}{F_b} + \frac{M_{k0} + M_{g0}}{W_{b2}} \\ \sigma_{bT0} &= \frac{N_{k0} + N_{g0}}{F_b}\end{aligned}\quad (4.2)$$

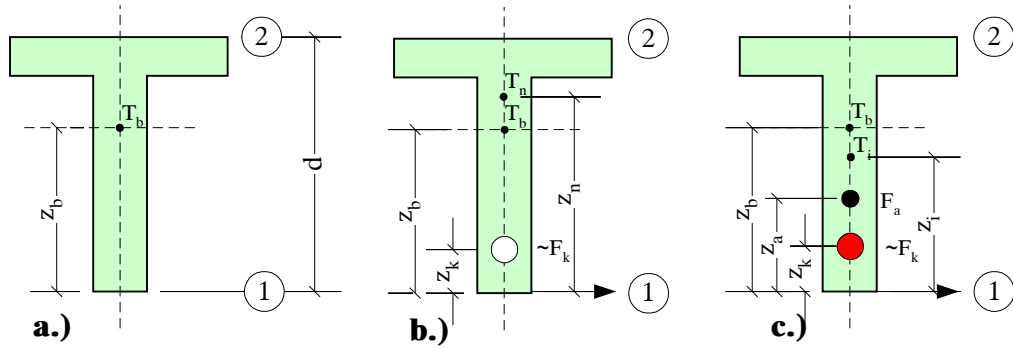
Izrazi za napone (4.1) i (4.2) važe nezavisno od toga da li je sistem statički odredjen, ili statički neodredjen. Uticaji svih opterećenja, pa i prethodnog napreznja (M_k i N_k), određuju se u stvarnom statičkom sistemu, metodom ekvivalentnog opterećenja, na primer. U slučaju **statički odredjenih** sistema, momenti usled prethodnog napreznja mogu da se odrede i **direktno**, $M_{k0} = -N_{k0} e_{bk}$, pa izrazi za 'početne napone' glase

$$\begin{aligned}\sigma_{b10} &= \frac{N_{k0} + N_{g0}}{F_b} - \frac{M_{g0} - N_{k0} e_{bk}}{W_{b1}} \\ \sigma_{b20} &= \frac{N_{k0} + N_{g0}}{F_b} + \frac{M_{g0} - N_{k0} e_{bk}}{W_{b2}} \\ \sigma_{bT0} &= \frac{N_{k0} + N_{g0}}{F_b}\end{aligned}\quad (4.3)$$

Ako je u pitanju **gredni sistem**, obično nema uticaja normalnih sila usled spoljnih opterećenja, $N_{g0} = 0$. Ako se još uvedu i poznati pojmovi **jezgra preseka** (uvek pozitivna veličina), $k_{b1} = W_{b2}/F_b$, odnosno $k_{b2} = W_{b1}/F_b$, tada izrazi za napone dobijaju svoj najpoznatiji oblik, koji važi za **statički odredjene nosače**

$$\begin{aligned}\sigma_{b10} &= \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_{g0}}{W_{b1}} \\ \sigma_{b20} &= \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b1}}\right) + \frac{M_{g0}}{W_{b2}} \\ \sigma_{bT0} &= \frac{N_{k0}}{F_b}\end{aligned}\quad (4.4)$$

Ako su potrebne preciznije analize napona, tada treba voditi računa da do sada usvojene karakteristike samo betonskog preseka, tzv. **'bruto betonskog preseka'**, nisu uvek i dovoljno tačne. U slučaju **naknadnog prethodnog napreznja**, zaštitne cevi za kablove formiraju rupe u betonu, čiji efekat na karakteristike preseka uopšte ne mora da bude zanemarljiv. Ako se od bruto betonskog preseka, slika 4.6.a, odbiju rupe za zaštitne cevi, dobija se tzv. **'neto betonski presek'**, sa težištem T_n , slika 4.6.b, koji tačnije opisuje karakteristike preseka u fazi naknadnog prethodnog napreznja, **pre injektiranja**.



Slika 4.6 Bruto betonski, neto betonski i idealizovani presek elementa

U slučaju prethodnog naprezanja na stazi, ne postoje zaštitne cevi, pa se za karakteristike preseka usvaja ili bruto betonski presek, ili tzv. **'idealizovani presek'**, slika 4.6.c. Idealizovani presek je **spregnuti presek** od betona, armature i čelika za prethodno naprezanje (kablova ili užadi), koji se deformišu zajedno (postoji spoj betona i čelika). U slučaju naknadnog prethodnog naprezanja sa spojem, spregnuti - idealizovani presek se formira nakon injektiranja zaštitnih cevi, i može da posluži za kontrole napona u eksploataciji.

Za proračun karakteristika idealizovanog poprečnog preseka, treba od bruto betonskog preseka odbiti rupe u betonu usled prisustva kablova i armature - čime se dobija neto betonski presek, i onda te rupe 'popuniti', svaku svojim čelikom. Dovoljno je tačno ako se usvoji da je površina zaštitne cevi približno jednaka površini samog kabla F_k . U tom slučaju, površina neto preseka betona iznosi $F_{bn} = F_b - F_a - F_k$, gde su: F_b - površina bruto betonskog preseka; F_a - površina armature u preseku; F_k - površina kablova, užadi. Umesto baratanja sa tri vrste materijala, obično se definiše **ekvivalentni idealizovani presek**, sa modulom elastičnosti betona i površinom $F_{bi} = F_b + (n_a - 1)F_a + (n_k - 1)F_k$, gde su: $n_a = E_a / E_b$ - odnos modula elastičnosti armature i betona; $n_k = E_k / E_b$ odnos modula elastičnosti čelika za prethodno naprezanje i betona. Poznatim transformacijama, mogu da se odrede težište T_i , i ostale karakteristike idealizovanog preseka, kombinujući doprinos tri dela 'betona', pojedinačnih površina: $F_1 = F_b$, $F_2 = (n_a - 1)F_a$ i $F_3 = (n_k - 1)F_k$

$$z_i = \frac{F_b z_b + (n_a - 1)F_a z_a + (n_k - 1)F_k z_k}{F_{bi}} \quad (4.5)$$

$$I_{bi} = I_b + F_b (z_b - z_i)^2 + F_a (n_a - 1)(z_a - z_i)^2 + F_k (n_k - 1)(z_k - z_i)^2 \quad (4.6)$$

U prethodnim izrazima, ukupna površina kablova odnosno armature usvojena je svaka u svom **težištu**. Ako presek ima više slojeva kablova i/ili armature po visini, tačnija vrednost momenta inercije idealizovanog preseka, sa doprinosom čelika, dobija se sumiranjem doprinosa površina F_{ai} (F_{ki}) pojedinih slojeva, na odstojanju z_{ai} (z_{ki}) od donje ivice

$$z_i = \frac{F_b z_b + (n_a - 1)\Sigma F_{ai} z_{ai} + (n_k - 1)\Sigma F_{ki} z_{ki}}{F_{bi}} \quad (4.5.a)$$

$$I_{bi} = I_b + F_b (z_b - z_i)^2 + \Sigma F_{ai} (n_a - 1)(z_{ai} - z_i)^2 + \Sigma F_{ki} (n_k - 1)(z_{ki} - z_i)^2 \quad (4.6.a)$$

b.) Dokaz napona u fazi eksploatacije - pri trajnoj sili prethodnog naprezanja

Stanje napona u eksploataciji, pri trajnoj vrednosti sile prethodnog naprezanja N_{kt} , i ukupnom momentu savijanja M_q usled spoljnih opterećenja (obično od sopstvene težine, dodatnih stalnih opterećenja i povremenih-korisnih opterećenja), određuje se analogno:

$$\begin{aligned}\sigma_{b1t} &= \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_q}{W_{b1}} \\ \sigma_{b2t} &= \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b1}}\right) + \frac{M_q}{W_{b2}} \\ \sigma_{bT0} &= \frac{N_{kt}}{F_b}\end{aligned}\tag{4.7}$$

Navedeni su samo modifikovani izrazi (4.4), koji važe za statički određene konstrukcije. Analogno treba modifikovati i ostale, opštije izraze, ako je u pitanju statički neodređeni sistem, ili postoje i normalne sile u preseku usled spoljnih opterećenja. Ukoliko je potreban precizniji proračun, u izraze (4.7) mogu da se uvedu karakteristike neto betonskog preseka, ili idealizovanog preseka.

Ako se dokaz pouzdanosti konstrukcije vrši prema metodologiji dopuštenih napona (prema važećem pravilniku PNB71, na primer), tada se sračunati naponi porede sa propisima definisanim dopuštenim naponima, koji zavise od tipa naponskog stanja, kao i od toga da li je u pitanju faza prethodnog naprezanja ili eksploatacije, slika 4.4.

Komentar:

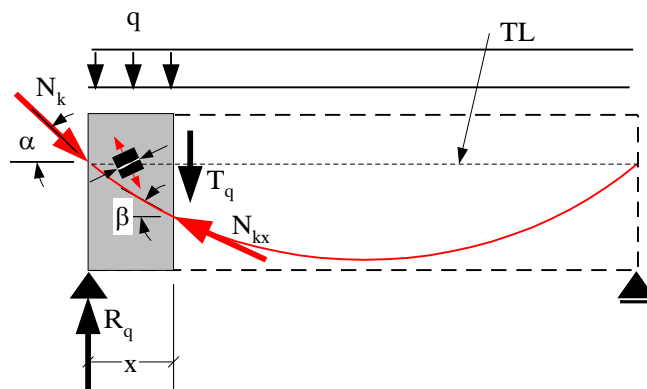
Već je rečeno da i Evrokod zahteva dokaz napona pritiska u eksploataciji. Ukoliko je i pitanju presek bez prslina, važe već navedeni klasični izrazi otpornosti materijala.

4.3.2 Glavni naponi zatezanja

U slučaju razmatranih prethodno napregnutih preseka bez prslina, način osiguranja pouzdanosti 'za uticaje transverzalnih sila' zavisi od toga da li se analiza vrši prema metodologiji 'dopuštenih napona', ili prema metodologiji 'granične nosivosti'.

U slučaju primene metodologije **granične nosivosti**, postupak je analogan dokazu klasično armiranih konstrukcija 'po teoriji loma' - primenjuje se model rešetke sa promenljivim nagibom pritrnutih dijagonala. Povoljan efekat prethodnog naprezanja uvodi se preko središnjeg napona pritiska usled prethodnog naprezanja $\sigma_k = N_k / F_b$, kao i putem redukcije transverzalne sile T_q usled spoljašnjih opterećenja u preseku, za vertikalnu komponentu sile u kابلu koji je u nagibu β , slika 4.7:

$$T = T_q - N_{kx} \sin \beta\tag{4.8}$$



Slika 4.7 Redukcija transverzalne sile u preseku zbog nagiba kablova

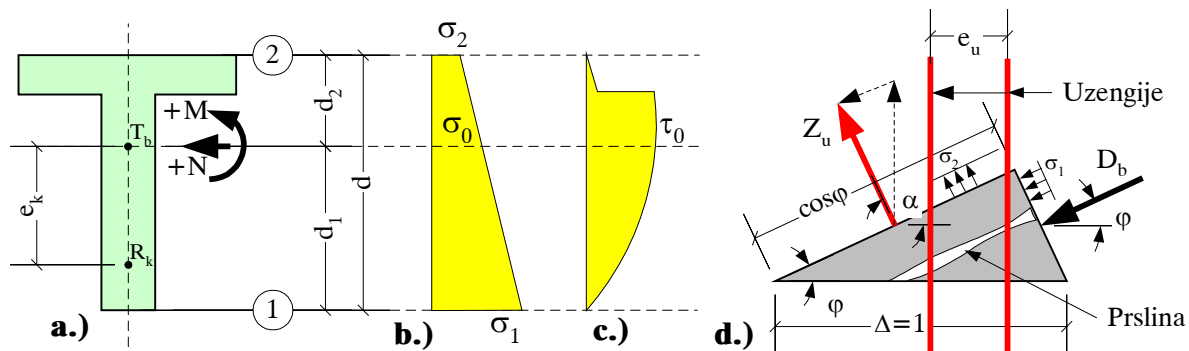
Ukoliko se dokaz pouzdanosti preseka bez prslina vrši prema metodologiji **dopuštenih napona**, pri uticajima usled eksploatacionih opterećenja, tada može da se primeni klasično rešenje otpornosti materijala, i odredi vrednost glavnog napona zatezanja σ_2 :

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_b}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4} + \tau^2} \quad (4.9)$$

gde je σ_b - napon pritiska usled prethodnog napreznja i ostalih spoljnih opterećenja, a

$$\tau = \frac{TS}{I_b b} \quad (4.10)$$

poznati izraz za proračun napona smicanja τ preseka bez prslina. Na slici 4.8 prikazan je presek sa sračunatim normalnim naponima σ , slika 4.8.b, odnosno naponima smicanja τ , slika 4.8.c. Glavni napon zatezanja prema izrazu (4.9) obično ima maksimalnu vrednost u težištu preseka T_b , i tu vrednost treba uporediti sa dopuštenim vrednostima, prema PNB71, na primer.



Slika 4.8 Dokaz i obezbedjenje glavnih napona zatezanja - teorija dopuštenih napona

Propisima PNB71 definisane su dve vrednosti glavnih napona zatezanja: niža vrednost (0,7MPa za MB30, na primer, slika 4.3), koja se dozvoljava bez proračuna **osiguranja armaturom glavnih napona zatezanja**, i viša vrednost (1,5MPa za MB30, na primer, slika 4.3), koja **ne sme da se prekorači**, čak i ako se presek može osigurati armaturom. Ako je ta vrednost prekoračena, treba menjati ili marku betona, ili širinu preseka, ili intervenisati povećanim prethodnim napreznjem. Ako je vrednost glavnog napona zatezanja između ove dve granice, treba izvršiti osiguranje glavnih napona zatezanja, postavljanjem

vertikalnih uzengija, na primer, slika 4.8.d. Potrebna površina uzengija f_{au} , sa 'sečnošću' m , određuje iz izraza

$$\frac{f_{au}}{e_u} = \frac{\sigma_2 b}{\sigma_{udop} m} \quad (4.11)$$

gde su: σ_2 - maksimalna vrednost glavnog napona zatezanja po visini preseka, prema izrazu (4.9); b - širina preseka (obično rebra); σ_{udop} - dopušteni napon u uzengijama (240MPa, u slučaju rebraste armature RA400/500, videti i BAB87, tabela 23).

4.4 DOKAZ GRANIČNOG STANJA LOMA SAVIJANJEM

Kao što teorija graničnih stanja ipak zahteva da se naponi pritiska u betonu drže pod kontrolom, tako i **teorija dopuštenih napona** podrazumeva da je ipak potrebno dokazati sigurnost od **loma poprečnog preseka**, što je osnovni pojam teorije graničnih stanja.

4.4.1 Kapacitet nosivosti na savijanje prethodno napregnutih preseka

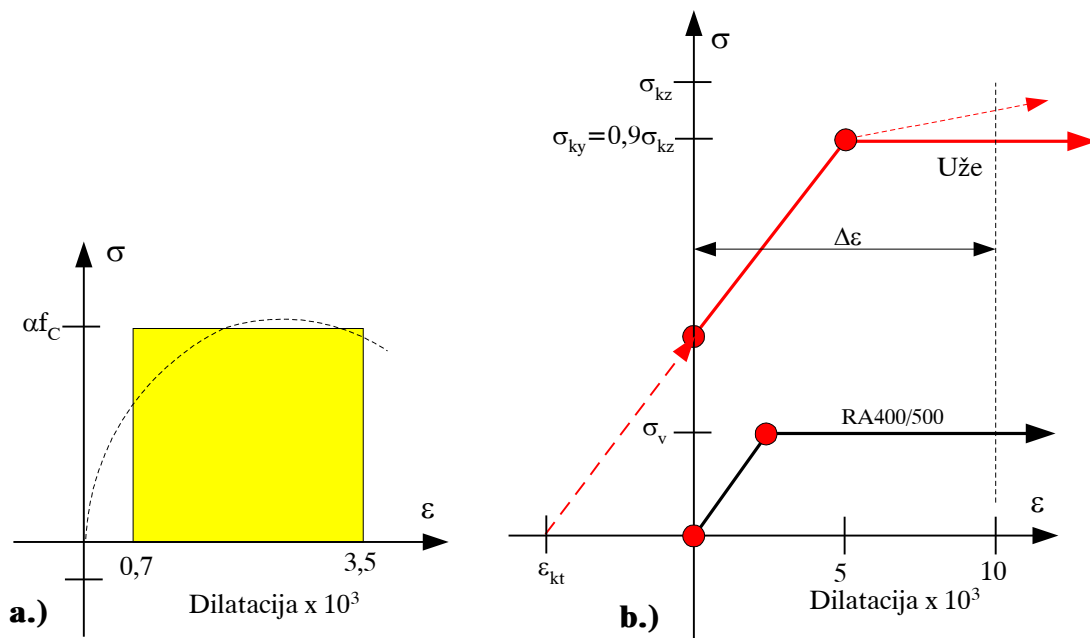
Da bi se odredila sigurnost preseka u pogledu loma savijanjem, potrebno je odrediti kapacitet nosivosti preseka, tzv. '**moment loma preseka**' M_{Ru} . Ova veličina je **karakteristika preseka**, i ne zavisi od toga da li 'presek pripada' statički određenoj, ili statički neodređenoj konstrukciji. Za određivanje kapaciteta nosivosti, dozvoljava se deformacija preseka do dostizanja kapaciteta deformacija betona, ili do dostizanja velikih izduženja čelika, pri kojima presek postaje 'neupotrebljiv', zbog prevelikih deformacija-rotacija u slučaju savijanja, kao i pojave prevelikih prslina - pukotina.

Zavisnost napona i dilatacija - **radni dijagram betona** prikazan je na slici 4.9.a. Umesto poznate krive parabola-prava, za proračun kapaciteta nosivosti preseka može da se usvoji i pravougaona aproksimacija, sa maksimalnim naponom u betonu αf_c , gde je f_c čvrstoća cilindra. Koeficijent α treba da obuhvati uticaj dugotrajnih dejstava na čvrstoću betona, i obično se usvaja $\alpha \cong 0,85$.

Ponašanje standardne rebraste armature RA400/500, odnosno užadi za prethodno naprezanje, opisano je bilinearnim krivama na slici 4.9.b. Iako užad za prethodno naprezanje nemaju izraženu granicu velikih izduženja, za proračun kapaciteta nosivosti preseka dozvoljava se aproksimacija sa konstantnim naponom pri dilatacijama iznad granice 'velikih izduženja', $\sigma_{ky} = 0,9 \sigma_{kz}$, gde je σ_{kz} napon kidanja užeta, slika 4.9.b.

Iako čelici mogu da izdrže znatne dilatacije do dostizanja **kapaciteta deformacija**, slika 1.12, toliki se kapacitet ne može racionalno iskoristiti, jer beton ne može da ih prati (osim u slučaju zemljotresa, kada se čelik 'pušta' da se razvlači). Stvar je procene, ali se obično usvaja da se kapacitet nosivosti - 'lom preseka razvlačenjem čelika' dostiže pri dilatacijama čelika od $\Delta \varepsilon = 10\%$, slika 4.9.b.

Na slici 4.10 prikazan je presek sa rezultujućim kablom sa donje strane preseka, srednji presek proste grede, na primer. Za veličinu sile u kablju za prethodno naprezanje, pri kojoj se određuje kapacitet nosivosti preseka na savijanje M_{Ru} , obično se usvaja **trajna vrednost sile** N_{kt} - najmanja vrednost sile preostala nakon svih gubitaka. U odnosu na poznati postupak određivanja kapaciteta nosivosti klasično armiranih preseka, jedina razlika je u tome što jedan deo čelika u preseku - kablovi, pre pojave spoljnih opterećenja već ima



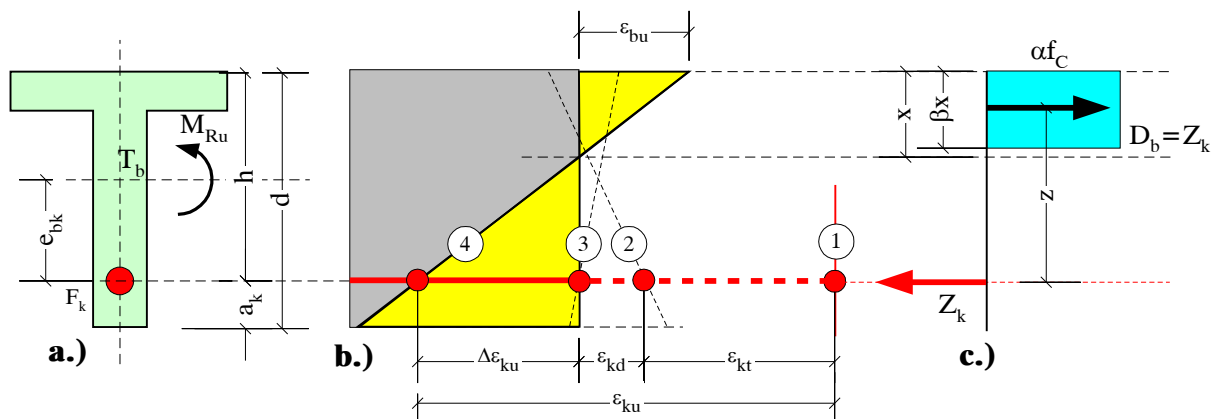
Slika 4.9 Radni dijagrami betona, armature i čelika za prethodno naprezanje za proračun kapaciteta nosivosti preseka

zatečenu, **početnu dilataciju zatezanja** $\varepsilon_{kt} = \sigma_{kt} / F_k$, tačka (1) na slici 4.10.b. Da bi se presek doveo u stanje loma savijanjem, treba savladati i kontra momente usled sile u kablju, na ekscentricitetu e_{bk} .

Zamislamo da smo u laboratoriji napravili model segmenta nosača dužine od recimo 1,0m, prethodno napregnutog silom N_{kt} prema slici 4.10. Osim uticaja prethodnog naprezanja, u segmentu praktično nema drugih uticaja, efekat sopstvene težine segmenta je zanemarljiv. Efekat samo kablova, bilo bi stanje napona odnosno dilatacija opisano linijom (2) na slici 4.10.b - pritisak na donjoj strani, i zatezanje na gornjoj ivici preseka. Pri naponu pritiska σ_{kd}

$$\sigma_{kd} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{kb}}{k_{b2}}\right) \quad (4.12)$$

u betonu u nivou kabla, postignuta je dilatacija betona $\varepsilon_{kd} = \sigma_{kd} / E_b$. Pretpostavimo da su nakon toga montirani uređaji koji će na krajevima segmenta da unose momente savijanja. Da bi se poništila dilatacija ε_{kd} - rasteretio, i konačno počeo da zateže beton u nivou kabla, potrebno je da se aplicira moment savijanja koji će da izazove izduženje betona i kabla

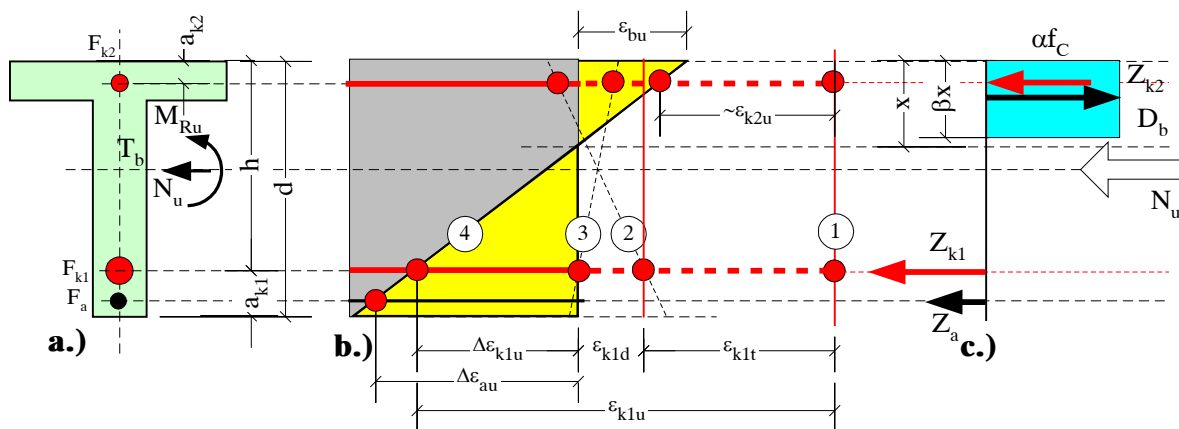


Slika 4.10 Stanje dilatacija u betonu i čeliku pri dostizanju kapaciteta nosivosti preseka

(kablovi i beton su spojeni) za iznos ε_{kd} , linija (3) na slici 4.10.b Prema tome, u stanju u kome je dilatacija betona u nivou kabla jednaka nuli - stanje **dekompresije preseka**, ukupna dilatacija čelika za prethodno naprezanje iznosi $\varepsilon_{kt} + \varepsilon_{kd}$. Time je stanje dilatacija u nivou kabla dovedeno na 'startnu poziciju', od koje se na dalje dozvoljava prirast dilatacija $\Delta\varepsilon_{ku}$, do usvojene maksimalne vrednosti $\Delta\varepsilon = 10\%$. Na dalje, algoritam je isti kao i u slučaju **klasično armiranih preseka**, treba odrediti stanje dilatacija betona ε_{bu} i čelika $\Delta\varepsilon_{ku}$ pri kojima je zadovoljen uslov ravnoteže normalnih sila u preseku, $D_b = Z_k$ (pravo savijanje, bez spoljašnje normalne sile), linija (4) na slici 4.10.b. Ukupna dilatacija kabla iznosi $\varepsilon_{kt} + \varepsilon_{kd} + \Delta\varepsilon_{ku}$, i njoj odgovara određeni napon u čeliku, prema radnom dijagramu na slici 4.9.b Sa poznatom vrednošću dilatacija, može da se odredi položaj neutralne linije x , krak unutrašnji sila z , sila Z_u u kابلu, odnosno sila D_{bu} u betonu pri dostizanju **kapaciteta nosivosti na savijanje** M_{Ru} - 'lomu preseka'

$$M_{Ru} = Z_u z = D_{bu} z \quad (4.13)$$

Problem može da se definiše analitički, ali je najjednostavnije da se reši iterativno, probanjem.

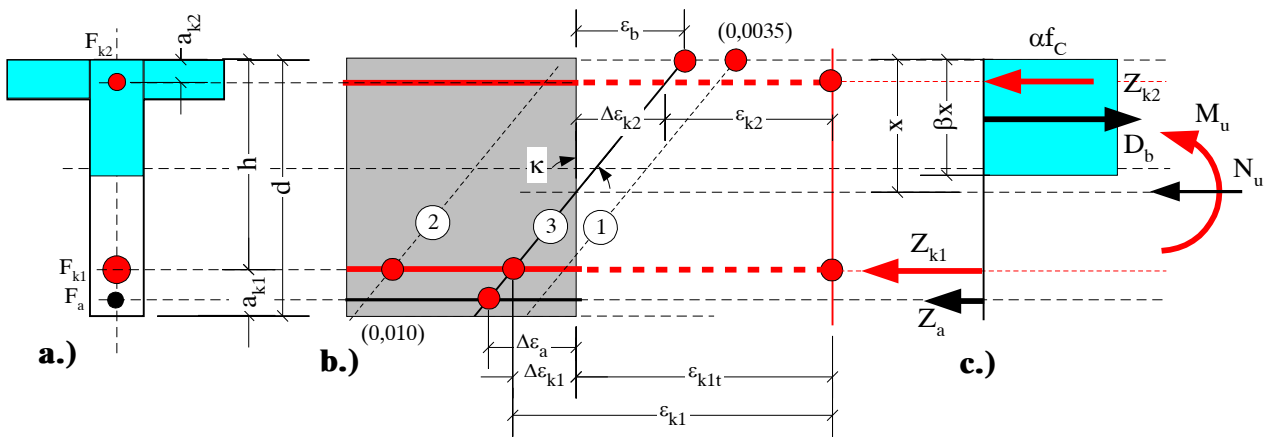


Slika 4.11 Stanje dilatacija u betonu i više slojeva čelika pri dostizanju kapaciteta nosivosti preseka

Ukoliko je u pitanju najopštiji slučaj, presek sa više slojeva armature i kablova, opterećen i spoljašnjom graničnom normalnom silom $N_u = \gamma N$, zadatak se rešava na isti način, samo što treba voditi računa o dilatacijama više slojeva čelika, i u uslove ravnoteže normalnih sila u preseku uvrstiti i spoljašnju normalnu silu N_u - pri zadatoj 'sili loma', odrediti kapacitet nosivosti na savijanje M_{Ru} , slika 4.11. Ako model obuhvata i armaturu i čelik za prethodno naprezanje u zoni donje ivice preseka, koji sloj proglasiti referentnim za praćenje prirasta dilatacija $\Delta\varepsilon$ čelika? Da bi algoritam bio jedinstven (zbog programiranja, na primer), neka to i dalje bude nivo kablova.

4.4.2 Kapacitet deformacija-rotacija prethodno napregnutih preseka

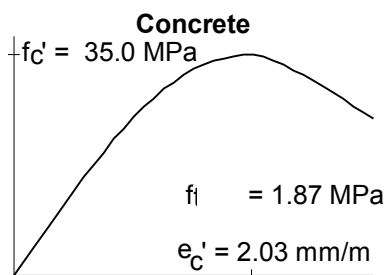
Prethodno sračunati kapacitet nosivosti preseka daje uvid u nivo spoljnog opterećenja pri kome će presek da postane 'neupotrebljiv' - nastaje 'lom preseka' savijanjem. Sa poznatim dilatacijama pri lomu, može da se odredi i **krivina preseka pri dostizanju kapaciteta nosivosti**, $\kappa_u = (\varepsilon_{bu} + \Delta\varepsilon_{ku})/h$, jedna od tačaka dijagrama **moment-krivina preseka**, koji daje potpun uvid u odgovor preseka na spoljna opterećenja. Ukoliko se za poznati presek odredi ova zavisnost, osim podatka o kapacitetu nosivosti preseka, dobiće se uvid i u **kapacitet deformacija preseka** - tok i maksimalna vrednost krivine preseka, kada nastaje stvarni lom preseka, usled dostizanja kapaciteta deformacija betona ili čelika u preseku.



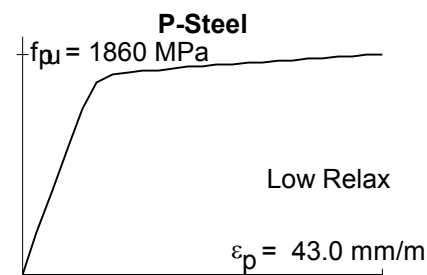
Slika 4.12 Algoritam određivanja zavisnosti moment-krivina preseka

Za slučaj klasično armiranih preseka, algoritam za formiranje dijagrama prikazan je u *BAB87, deo 2.7.1 - Proračun vitkih armiranobetonskih elemenata*. Modifikovan algoritam za slučaj prethodno napregnutih preseka prikazan je na slici 4.12. Kao i u slučaju određivanja kapaciteta nosivosti, razlika je u tome što treba voditi računa o početnim dilatacijama ϵ_{k1t} čelika za prethodno naprezanje, slika 4.12.b. Za pretpostavljenu krivinu preseka κ , iteracijama (linije 1 i 2) se traži stanje dilatacija (linija 3), pri kome su zadovoljeni uslovi ravnoteže normalnih sila u preseku. Za to stanje dilatacija i napona, određuje se moment savijanja unutrašnjih sila, i dobija jedna od tačaka dijagrama moment-krivina.

Za ilustraciju, na slici 4.15 odnosno 4.16 prikazana je veza moment(kNm)-krivina(rad/km) dva prethodno napregnuta poprečna preseka, koji se **razlikuju samo u širini gornje flanše**. Oba nosača prethodno su napregnuta sa 13 užadi nominalnog prečnika 13mm, sa dilatacijom pri utezanju od 6,5‰ (napon na presi od oko 1300MPa). Radni dijagram betona usvojen je sa opadajućom granom, slika 4.13. Radni dijagram užadi, nakon dostizanja kapaciteta nosivosti, usvojen je u nagibu od 2.5‰ - čelik ima osobinu **ojačanja**, slika 4.14. Ukupna dilatacija čelika ograničena je na 43‰ (dodatna dilatacija $\Delta_{ek} = 43 - 6,5 = 36,5‰$), stvar izbora. Analiza je uzvršena programom *Response 2000*, sa Univerziteta u Torontu.



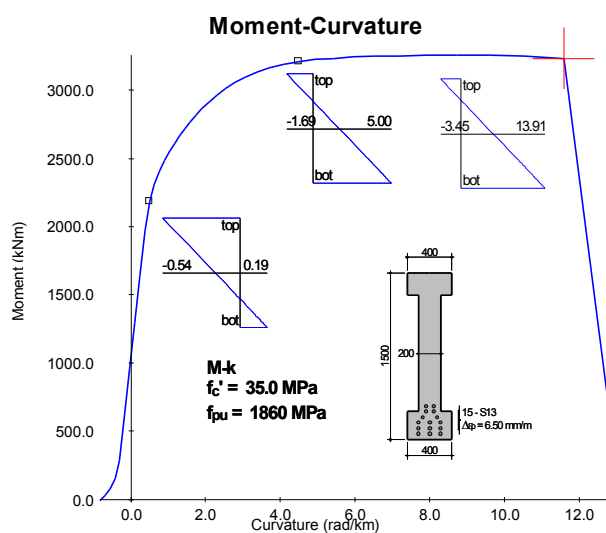
Slika 4.13 Radni dijagram betona



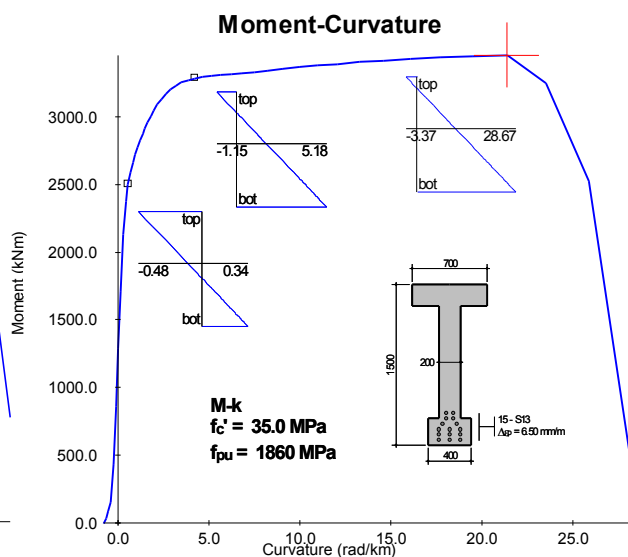
Slika 4.14 Radni dijagram užadi za prethodno naprezanje

Oba preseka imaju približno isti **kapacitet nosivosti** $M_{Ru} \cong 3300kNm$, ali se **kapacitet deformacija** preseka drastično razlikuje. Nakon dostizanja kapaciteta nosivosti (prelazak na položenu liniju dijagrama), oba preseka nastavljaju da rotiraju pri praktično konstantnom momentu savijanja - ponašaju se kao **'plastični zglobovi'**. Posmatrano deformacijski, pri prinudnom krivljenju preseka, otpor krivljenju - moment savijanja raste do dostizanja **kapaciteta nosivosti**, nakon čega presek rotira bez pružanja daljeg otpora (otuda naziv 'zglob'), do konačnog loma **dostizanjem kapaciteta deformacija** nekog od materijala. Presek sa užom gornjom flanšom (400mm) ima kapacitet deformacija od oko 11rad/km, pri dilatacijama u betonu/čeliku od 3,5/14‰, slika 4.15, dok isti presek, ali sa širom gornjom

flanšom, ima duplo veći kapacitet deformacija od oko 22rad/km, pri dilatacijama u betonu/čeliku od 3,4/28%, slika 4.16.



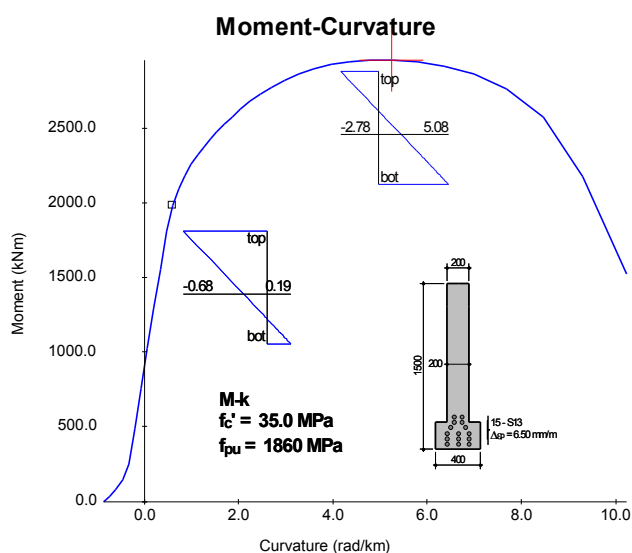
Slika 4.15 Moment-krivina preseka sa uskom gornjom flanšom



Slika 4.16 Moment-krivina preseka sa širokom gornjom flanšom

U oba slučaja do otkaza dolazi usled iscrpljenjem maksimalnih dilatacija betona, ali presek sa užom flanšom i manjom površinom pritisnutog betona otkazuje ranije, zbog ranijeg dostizanja graničnih dilatacija - **kapaciteta deformacija betona** - manje je **'žilav'-duktilan** u odnosu na presek sa većom površinom gornje flanše. Iako je beton taj koji diktira kapacitet deformacija preseka, izražena horizontalna grana dijagrama ukazuje da je čelik ušao u oblast velikih izduženja, pa se lom preseka obično karakteriše kao 'lom po čeliku'.

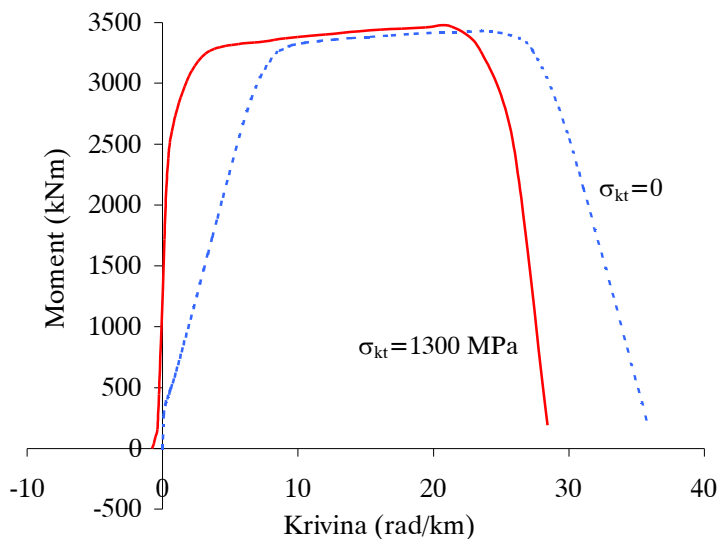
Ukoliko presek uopšte nema gornju flanšu, do loma dolazi progresivnim popuštanjem betona - nalik **'krtom lomu preseka'**, sa krivinama preseka od oko 5rad/km, slika 4.17.



Slika 4.17 Moment-krivina preseka bez gornje flanše

Kapacitet nosivosti je isti kao i ranije, ali je kapacitet deformacija snižen. Projektant bi mogao da kaže da je presek optimalan, ima jednostavnu oplatu i potrebnu nosivost. Ovakav slučaj je dozvoljen, ali ipak, alo je moguće, prednost treba dati presecima koji imaju veći kapacitet deformacija, kod kojih 'lom nastupa izraženijim razvlačenjem čelika', posebno kod statički neodređenih konstrukcija.

Kapacitet deformacija osnova je za analizu konstrukcija u **post-elastičnom području deformacija**, o čemu će nešto biti rečeno u nastavku.



Slika 4.18 Moment-krivina preseka sa slike 4.16, sa i bez početnog napona u užadima

preseka, slika 4.18. Zbog toga što spoljni moment prvo treba da poništi početno stanje napona usled prethodnog naprezanja, i dovede napone u betonu u nivou kabla u stanje zatezanja, dijagram moment-krivina preseka sa prednaponom u čeliku je pomeren u levo, strmiji je na uzlaznoj grani (presek je krući), a presek otkazuje pri nižim krivinama preseka, jer je, zbog postojanja prednapona, potrebna manja krivina koja će čelik da dovede na granicu velikih izduženja. Presek bez prednapona u užetu ima manju krutost na savijanje, kasnije dostiže jer spoljni moment brzo izaziva prslinu u zategnutoj zoni, krivina preseka pri otkazu nešto je veća, jer u preseku nema normalne sile pritiska usled prethodnog naprezanja, pa otkaz betona nastaje kasnije.

Ono što je zajedničko za oba slučaja, to je da je prisutno **razvlačenje čelika** preko granice velikih izduženja, σ_{ky} , na slici 4.9 - da 'lom preseka' nastaje uz velika izduženja čelika za prethodno naprezanje, da je karakter loma **'duktilan'**. Za analizirani čelik sa granicom kidanja $\sigma_{kz} = 1860 \text{ MPa}$, i granicom velikih izduženja od oko $\varepsilon_{ky} = 0,9\sigma_{kz} / E_k \cong 8,4\%$, granica velikih izduženja se dostiže kada **ukupna dilatacija čelika** dostigne $8,4\%$. Zbog razlike u početnoj dilataciji čelika, prethodno napregnuti presek pri manjim krivinama dostiže granicu velikih izduženja (spoljni moment treba 'da doda' još $8,4 - 6,5 = 1,9\%$), u odnosu na presek sa čelikom bez prednapona (spoljni moment treba da ostvari celih $8,4\%$).

Osim što je dobro razumeti 'kako stvari rade', ova analiza ima i vrlo praktičan značaj. Ako znamo da će pri 'lomu preseka' čelik zaći u područje velikih izduženja, tada se kapacitet nosivosti preseka - **'moment loma preseka'** može brzo proceniti, izraz (4.13) glasi

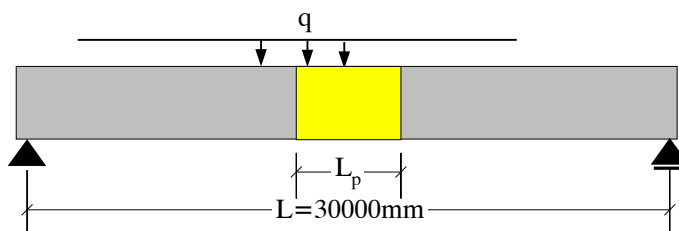
$$M_{Ru} = Z_u z = \sigma_{ky} F_k z \quad (4.14)$$

gde treba pretpostaviti krak unutrašnjih sila z , slika 4.10.

Zbog postojanja napona prethodnog naprezanja u kablu σ_{kt} , algoritam analize kapaciteta nosivosti, kao i veze moment-krivina znatno se zakomplikovao, u odnosu na algoritme klasično armiranih preseka. Za poprečni presek i užad prema slici 4.17, efekat veličine trajnog napona u kablu σ_{kt} , analiziran je za dva granična slučaja: trajni napon jednak 1200 MPa , odnosno **trajni napon jednak nuli** (slučaj 'klasično armiranog preseka', sa čelikom čija je granica kidanja 1860 MPa , slika 4.14). **Kapacitet nosivosti** ne zavisi od prednapona u čeliku, razlikuju se deformacije - krivine

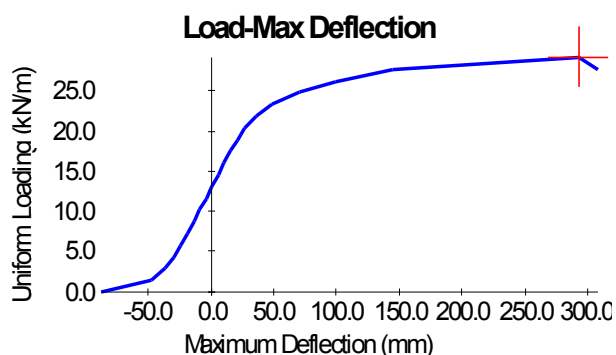
4.4.3 Lom statički određenih konstrukcija

Pretpostavimo da smo projektovali prethodno napregnuti nosač sistema proste grede, raspona $L=30\text{m}$ (30000mm), sa presekom i užadima prema slici 4.19, duž celog raspona. Ono što znamo, to je da je **kapacitet nosivosti preseka** oko $M_{Ru}=3300\text{kNm}$, a znamo i **kapacitet deformacija preseka** - vezu moment-krivina, slika 4.16. Postavlja se pitanje kakav će biti **odgovor konstrukcije** pri postupnom povećanju spoljnog podeljenog opterećenja q .

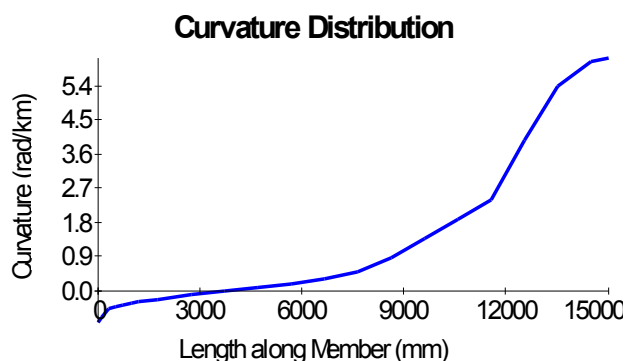


Slika 4.19 Nosač sa konstantnim presekom prema slici 4.14

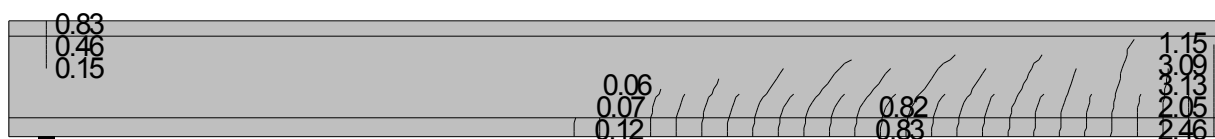
Analiza odgovora grede na postupno povećanje spoljnog opterećenja urađena je programom *Response 2000*, a dijagram spoljno opterećenje (kN/m) - ugib u sredini nosača (mm) prikazan je na slici 4.20. Dijagram promene **krivina preseka** duž polovine raspona u stadijumu loma pri maksimalnom ugibu od oko 300mm , prikazan je na slici 4.21.



Slika 4.20 Veza opterećenje-ugib grede sa slike 4.16

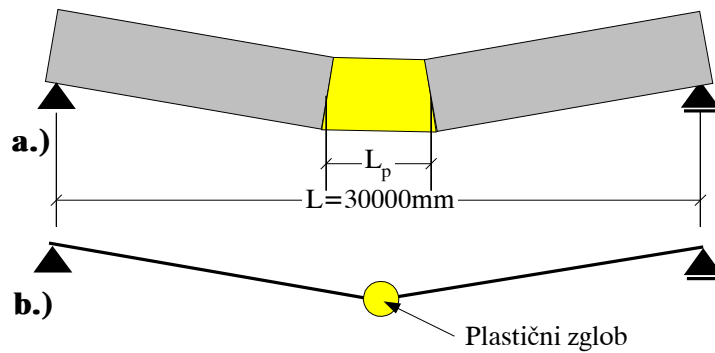


Slika 4.21 Raspodela krivina preseka duž polovine raspona pri lomu konstrukcije



Slika 4.22 Stanje prslina pri dostizanju loma konstrukcije (mm)

Do otkaza, loma konstrukcije sistema proste grede, dolazi pri intenzitetu spoljnog opterećenja $q_u = 29,3\text{kN/m}$ - **granično opterećenje**, i ugibu u sredini raspona od $\delta_u = 292\text{mm}$, slika 4.16. Pri graničnom opterećenju, moment savijanja u preseku u sredini iznosi $M_u = q_u L^2 / 8 = 29,3 \times 30^2 / 8 = 3296\text{kNm}$, što se i očekivalo, jer upravo je toliki **kapacitet nosivosti preseka u sredini raspona** - moment loma preseka slika 4.16. Na slici 4.21 vidi se da su najveće **krivine preseka lokalizovane** u srednjoj zoni nosača, sa vrednostima od oko $5,5\text{-}6\text{rad/km}$. Sa druge strane, sa slike 4.16 može da se zaključi da je pri krivini preseka od oko $5\text{-}6\text{rad/km}$, presek upravo dostigao kapacitet nosivosti, i da kapacitet deformacija



Slika 4.23 Plastični mehanizam konstrukcije

preseka od čak 22 rad/km nije iskorišćen. To je ono što je karakteristika statički određenih konstrukcija, **lom preseka je ujedno i lom konstrukcije**. Dostizanjem kapaciteta nosivosti preseka u sredini raspona, naglo su počele da rastu rotacije preseka, bez značajnijeg prirasta opterećenja - presek je prešao u stanje **plastičnog zgloba**, a konstrukcija u stanje **plastičnog mehanizma**, počela je da tone u srednjem delu, slika 4.23. Ako je **krutost preseka na savijanje** odnos momenta i krivine preseka, $EI=M/\kappa$, dostizanje horizontalnog platoa na dijagramu moment-krivina, slika 4.16, znači da je srednja zona nosača **izgubila krutost na savijanje**, 'pretvorila se u zglob.' Prosta greda sa zglobom u sredini više nije prosta greda, nije više ni konstrukcija, to je lanac štapova koji je izgubio stabilnost, koji se pri dostignutom graničnom opterećenju kreće - **plastični mehanizam**. Plastični zglob se kod konstrukcija ne formira u jednom preseku, to ne bi ni valjalo. Plastični zglob je deo konstrukcije na 'dužini plastičnog zgloba' L_p , slika 4.23.a.

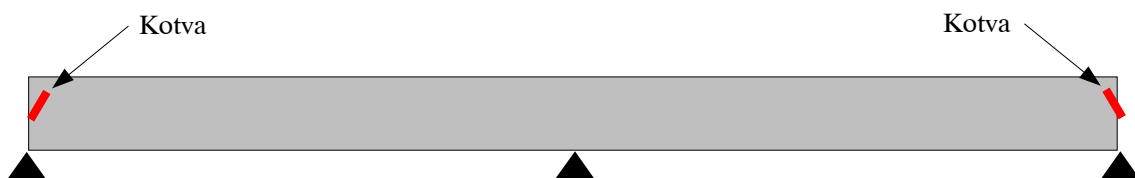
Na pitanje, koliki je **globalni koeficijent sigurnosti od loma statički određene konstrukcije**, odgovor je da je jednak **koeficijentu sigurnosti od loma kritičnog preseka**, koji je opet jednak odnosu kapaciteta nosivosti na savijanje M_{Ru} , i najvećeg momenta savijanja u eksploataciji M_q

$$\gamma = M_{Ru} / M_q \quad (4.14)$$

Kako se dolazi do vrednosti M_{Ru} - 'momenta loma preseka' (i konstrukcije!), pokazano je u delu 4.4.1. To je definicija loma koja je usvojena u BAB87, kao i u PNB71 - koncept **globalnog koeficijenta sigurnosti**. Prema Evrokodu, potrebno je obezbediti da je $S_R \geq S_d$, gde su: S_R - kapacitet nosivosti preseka, sračunat na osnovu radnih dijagrama betona i čelika, redukovanih **koeficijentima sigurnosti za materijal**, S_d - granična vrednost spoljašnjeg momenta savijanja, usled pojedinačnih dejstava pomnoženih sa **koeficijentima sigurnosti za opterećenja** - koncept **parcijalnih koeficijenata sigurnosti**.

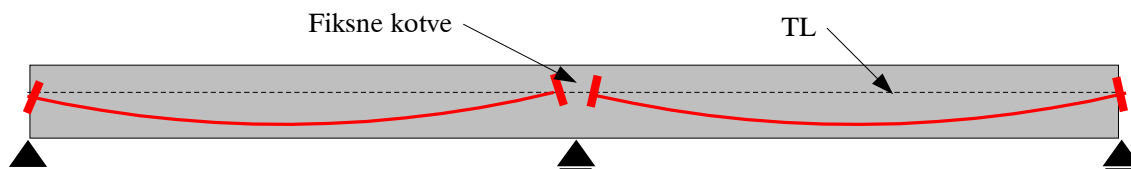
4.4.4 Lom statički neodređenih konstrukcija

Na pitanje 'kog je statičkog sistema nosač na slici 4.24, i gde će da se pojavi lom usled podeljenog spoljašnjeg opterećenja?', ubedljivo najčešći odgovor bio bi, 'da je u pitanju prethodno napregnuti kontinualni nosač (vide mu se kotve), i da će lom da nastane iznad srednjeg oslonca - gde su najveći momenti savijanja'.



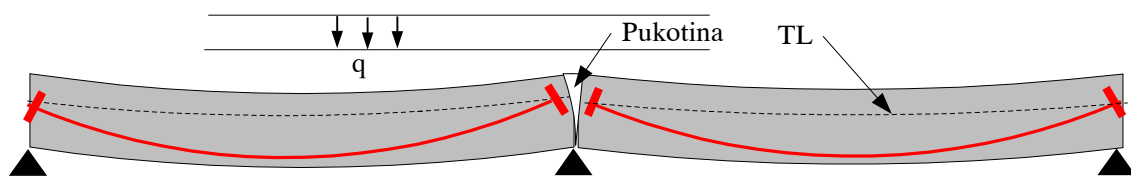
Slika 4.24 O čemu se radi?

Iz činjenice da se vide kotve, logično je pretpostaviti da postoje i kablovi za prethodno naprezanje, ali ko zna, možda je ponestalo para, a svečano otvaranje nije moglo da se odloži? Pogledajmo šta ima unutra, slika 4.25.



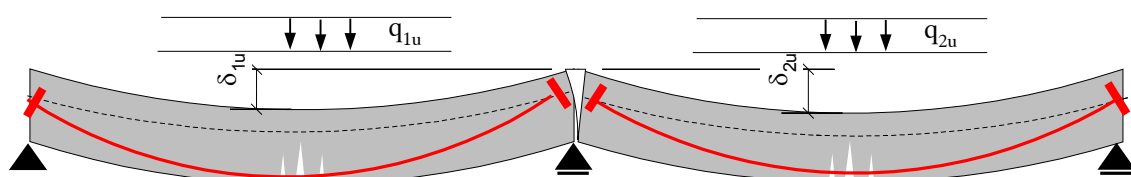
Slika 4.25 Statički sistem - dve proste grede

Iako spoljni izgled sugerise da je u pitanju kontinualni nosač, dispozicija kablova ukazuje da je **koncept projektanta** bio da da napravi dve proste grede. Nakon završene montaže i obavljanja deformacija usled sopstvene težine, izvodjači su plombirali nastavak - 'da nosač bude lepši'. Pri daljem nanošenju opterećenja q , nearmirani presek nad osloncem će da pretrpi lom, kada se prekorači čvrstoća betona nastavka na zatezanje, slika 4.26. Pri porastu opterećenja, konstrukcija se adaptirala tako što se nad srednjim osloncem 'otvorio zglob', ali ne plastični, već 'krti zglob'. To jeste **lom preseka**, ali nije i **lom konstrukcije**, mada deluje ružno i stvara paniku kod korisnika.



Slika 4.26 'Lom preseka' nad srednjim osloncem

Do loma statički određenih delova konstrukcije, dolazi dostizanjem kapaciteta nosivosti preseka u sredini raspona, kao i u prethodnom primeru, slika 4.27. Pri tome, opterećenja pri kojem nastaje lom, q_{1u} i q_{2u} ne moraju da budu ista za oba polja, dovoljno je da kablovi nisu ugradjeni na istom ekscentricitetu.

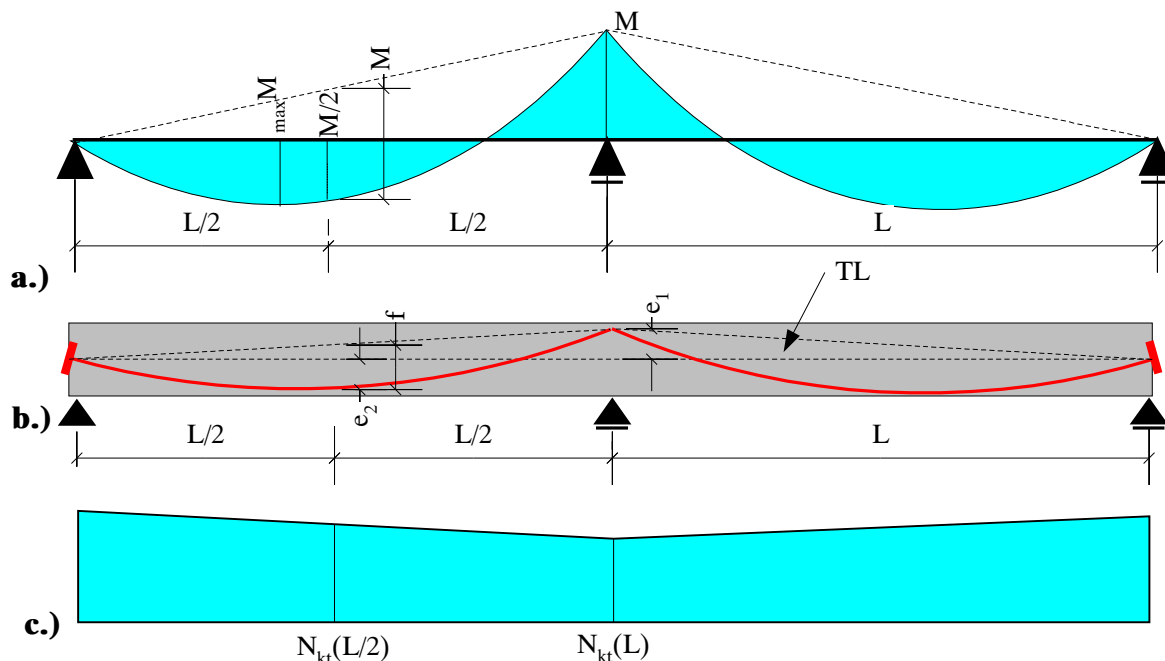


Slika 4.27 Lom preseka i konstrukcija prostih greda u polju

Ako se kao **projektantski koncept** usvoji **kontinualni nosač**, onda to treba obezbediti, ne samo statičkim proračunom odgovarajućeg sistema, **već i detaljima**, tako da **sistem proradi** prema očekivanju. Konstrukcija će pri realnom opterećenju da se deformiše, da otvara prsline pa i 'plastične zglobove', sve dok ne nadje **stanje deformacija** pri kome će da se razviju **potrebne unutrašnje sile**, uravnotežene sa trenutnim spoljašnjim opterećenjima. Ako ne nadje, onda će preći u mehanizam i 'odustati' - nastupiće lom konstrukcije.

Razmotrimo jedan drugi slučaj. Prethodno napregnut kontinualni nosač simetričnog preseka, i dijagram maksimalnih momenata M u eksploataciji usled podeljenog spoljnog opterećenja, prikazani su na slici 4.28. Kablovi dužine $2L$ ukotvljeni su na krajevima

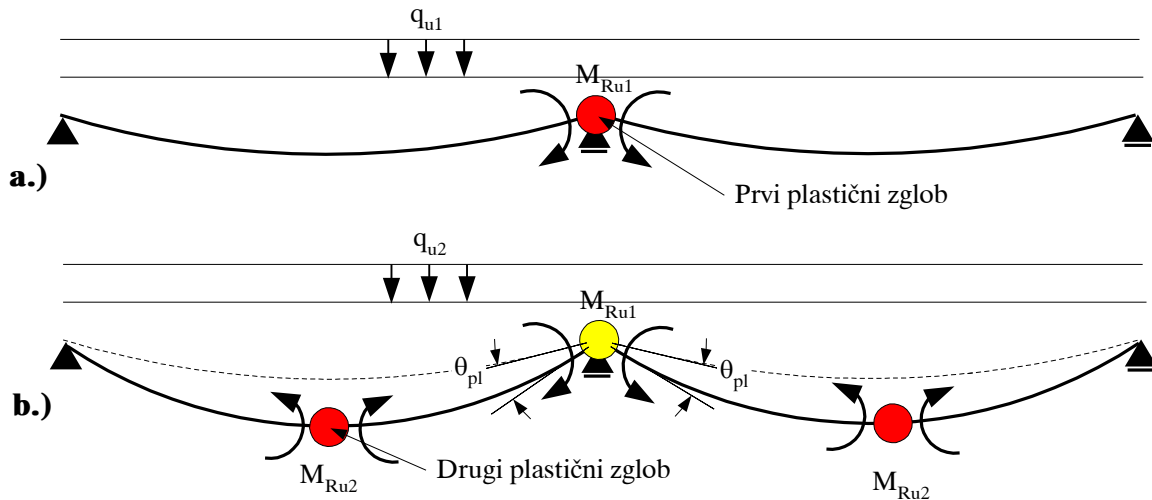
konstrukcije, tako da je površina F_k čelika za prethodno naprezanje konstantna duž raspona. Uz pretpostavku da je prethodno naprezanje izvršeno istovremeno sa oba kraja (ili - sa jednog, pa sa drugog kraja, ili - pola kablova sa jedne strane, a druga polovina sa druge strane nosača), promena rezultujuće sile prethodnog naprezanja N_{kt} nakon svih gubitaka, prikazana je na slici 4.28.c. Pitanje je pri kom spoljašnjem opterećenju q_u će da nastane lom preseka odnosno lom konstrukcije?



Slika 4.28 Kontinualni nosač sa konstantnom površinom kablova

Pretpostavimo da je presek simetričan, i da je ekscentricitet e_2 kablova u polju, jedan ekscentricitetu e_1 kablova iznad srednjeg oslonca. Ako je površina kabla F_k konstantna, tada su kapaciteti nosivosti preseka u polju M_{Ru2} , i preseka iznad oslonca M_{Ru1} , približno jednaki, jer je i krak unutrašnji sila z pri dostizanju kapaciteta nosivosti približno jednak. Kako je pokazano, nejednake trajne sile prethodnog naprezanja N_{kt} , slika 4.28.c, utiču na deformacije preseka, ali ne i na kapacitet nosivosti preseka.

Sve dok konstrukcija na spoljašnja opterećenja odgovara linearno elastično, oblik dijagrama momenata je kao na slici 4.28.a, moment u sredini raspona jednak je polovini momenta iznad srednjeg oslonca M . Pretpostavimo da će to tako da ostane bar do otvaranja prvog **plastičnog zgloba** konstrukcije. S obzirom da su kapaciteti nosivosti karakterističnih preseka izjednačeni, pri porastu spoljašnjih opterećenja q_u , **prvi plastični zglob** otvoriće se iznad oslonca, na mestu većih momenata savijanja, pri dostizanju **kapaciteta nosivosti** preseka iznad oslonca M_{Ru1} , pri **spoljašnjem opterećenju** q_{u1} , slika 4.29.a. Pri daljem porastu opterećenja, moment savijanja iznad oslonca M_{Ru1} ostaje praktično konstantan, rastu momenti u polju, sve dok se ne dostigne kapacitet nosivosti preseka u polju M_{Ru2} , pri spoljašnjem opterećenju q_{u2} , slika 4.29.b. Za razliku od statički određene konstrukcije, **dostizanje kapaciteta nosivosti nekog od preseka statički neodređene konstrukcije ne mora da izazove i lom konstrukcije**. Nakon pojave prvog plastičnog zgloba, konstrukcija je prešla u statički određeni sistem, a da bi nastao lom konstrukcije, treba da predje u **plastični mehanizam** - statički neodređene konstrukcije se 'paraju', sukcesivnim otvaranjem plastičnih zglobova.



Slika 4.29 Sukcesivno otvaranje plastičnih zglobova duktilne konstrukcije

Izloženi scenario je teorijski moguć, ako plastični zglob koji se prvi otvorio ima **potreban kapacitet deformacija** - ima potrebnu duktilnost rotacija, da može da nastavi da rotira za ugao θ_{pl} sve dok se i preseku u polju ne dostigne kapacitet nosivosti, slika 4.29.b. Ako je presek nad osloncem nedovoljno duktilan - krt, nastupiće lom tog preseka zbog **dostizanja kapaciteta deformacija** (slika 4.17, na primer), moment nad srednjim osloncem M_{Ru1} se gubi, zbog čega naglo raste moment u polju za iznos $M_{Ru1}/2$, tako da pri nešto većem opterećenju od q_{u1} , nastaje i lom u polju - **lom konstrukcije**.

Uz pretpostavku da smo u stanju da obezbedimo **potreban kapacitet deformacija** preseka nad osloncem (pažnja - ne samo nosivost!), scenario je zanimljiv - istim brojem kablova je prethodno napregnut kontinualani nosač, iako su računski momenti nad osloncem oko dva puta veći od momenata u polju! Analogija sa klasično armiranim konstrukcijama bila bi usvajanje iste količine armature nad osloncem i u polju. Pre nego što se krene u primenu ovoga 'trika', treba rešiti još dva problema: kako će da izgleda ovakva konstrukcija u eksploataciji, šta je sa prslinama, a nismo još odredili ni nivo opterećenja q_{u1} odnosno q_{u2} !

Odgovor na prvo pitanje je sličan kao i u slučaju klasično armiranih konstrukcija: ako je obezbedjena potrebna duktilnost preseka, dozvoljava se **preraspodela uticaja statički neodređenih nosača**, ali ne baš ovolika, kao u ovom primeru (koliko je dozvoljeno, i pod kojim uslovima, treba videti u propisima koji se primenjuju, obično ne više od 30%). Ipak treba više armature (kablova) nad osloncem negu polju, inače će prsline u eksploataciji biti prevelike, jer će konstrukcija već pri eksploatacionom nivou opterećenja 'krenuti u preraspodelu' uticaja.

Odgovor na drugo pitanje deluje jednostavno. Ako je 'moment loma' preseka nad osloncem M_{Ru1} , a dijagram momenata usled spoljašnjih opterećenja je kao za linearno elastičan kontinualni nosač, tada je moment nad srednjim osloncem usled opterećenja q_{u1} jednak $M_{qu1} = q_{u1} L^2 / 8$. Da bi se dostigao kapacitet nosivosti, treba da je $M_{qu1} = M_{Ru1}$, odnosno

$$q_{u1} = 8M_{Ru1} / L^2 \quad (4.15)$$

I šta je tu nejasno? Uporedili smo spoljašnje momente sa nosivošću preseka, izraz (4.14)?

$$M_{Ru} = Z_u z = \sigma_{ky} F_k z$$

To je sigurno tačno u slučaju klasično armiranih, kao i statički određenih prethodno napregnutih konstrukcija - moment savijanja u nekom preseku usled prethodnog napreznja jeste sila pomnožena ekscentricitetom, $M_k = N_k e_{bk}$, ako je presek bez prslina, odnosno sila prethodnog napreznja pomnožena krakom unutrašnjih sila, $M_k = Z_k z$, ako je presek dostigao kapacitet nosivosti. Ali, u slučaju **statički neodređenih konstrukcija** efekat prethodnog napreznja nije samo to - zbog sprečene slobodne deformacije, utezanjem kablova u konstrukciju su uneti i tzv. **'sekundarni uticaji'**, reakcija oslonaca na deformaciju usled prethodnog napreznja, gde su oni sada? Mogući odgovor je - 'pa nema ih, jer je nakon otvaranja plastičnih zglobova, sistem postao statički određen, i svi uticaji prethodno nastali zbog sprečenih slobodnih deformacija relaksiraju, nestaju'. Ako je to tačno, onda je sve do sada rečeno u redu, izraz (4.15) definiše nivo spoljašnjeg opterećenja q_{u1} , i lako je potom odrediti i nivo opterećenja q_{u2} . Koliko god argument deluje logično, i dan danas je predmet diskusija, nije tako prosto. Utisak je da većina propisa danas zahteva da se 'sekundarni uticaji' uzmu u obzir i u stadijumu otvaranja plastičnih zglobova, ne gube se, i to kao **dodatni spoljašnji moment savijanja preseka** - ΔM_{ks} . Ako su momenti usled prethodnog napreznja određeni metodom ekvivalentnog opterećenja, uz primenu tabličnih rešenja ili računara, kako odrediti, izdvojiti vrednost sekundarnog momenta ΔM_{ks} u nekom preseku?

Sekundarni moment savijanja ΔM_{ks} u nekom preseku, jednak je razlici **ukupnog momenta M_k usled prethodnog napreznja**, i momenta usled prethodnog napreznja koji bi u tom preseku postojao da je sistem statički određen, $M_{k0} = N_k e$, gde je e - ekscentricitet kabla u odnosu na težište preseka (voditi računa o znaku momenata!)

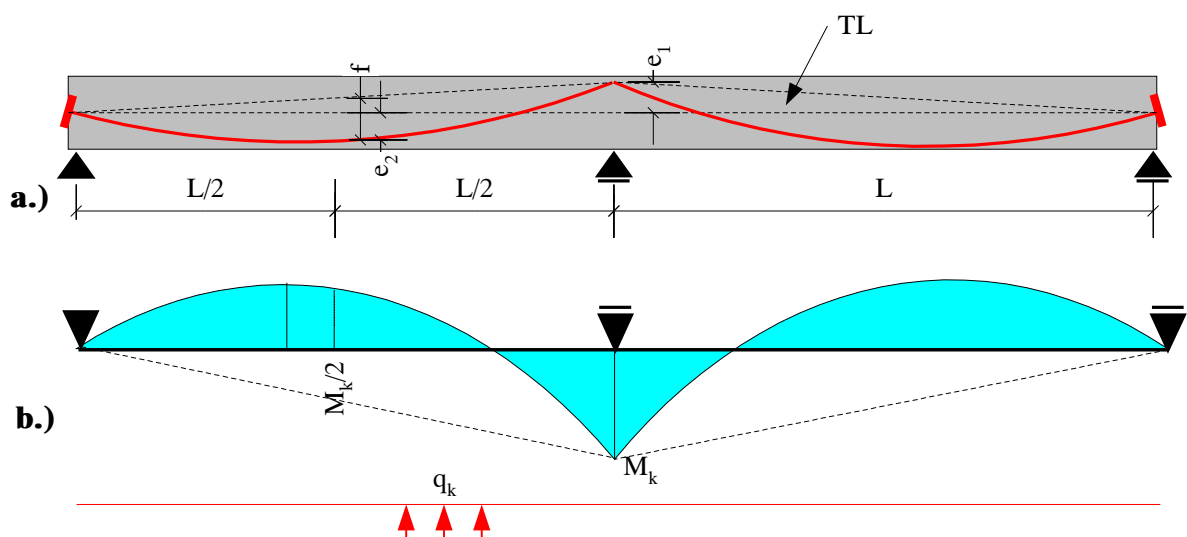
$$\Delta M_{ks} = M_k - N_k e \quad (4.16)$$

U konkretnom slučaju, ukupni momenti usled prethodnog napreznja prikazani su na slici 4.30.b, sračunati uz pomoć ekvivalentnog opterećenja (pozitivan, kada zateže donju ivicu preseka)

$$q_k = \frac{8N_k f}{L^2}$$

Moment nad osloncem M_k usled prethodnog napreznja iznosi

$$M_k = q_k L^2 / 8 = \frac{8N_k f}{L^2} \frac{L^2}{8} = N_k f$$



Slika 4.30 Izdvajanje vrednosti sekundarnog momenta iz ukupnog momenta usled prethodnog napreznja

Prema izrazu (4.16), vrednost sekundarnog momenta ΔM_{ks1} u preseku nad srednjim osloncem je

$$\Delta M_{ks1} = N_k f - N_k e_1 = N_k (f - e_1)$$

S obzirom da je $f > e_1$, ovaj moment zateže donju stranu nosača. U slučaju $f = e_1$, sekundarni moment iščezava, trasa kablova je 'konkordantna', što je već pokazano ranije. Kao što je već rečeno, sekundarni momenti se tretiraju kao efekat spoljnog opterećenja, ulaze u kombinaciju uticaja u preseku sa ostalim spoljašnjim opterećenjima. U konkretnom slučaju, pri dostizanju kapaciteta nosivosti nad srednjim osloncem, slika 4.29.a, uticaju spoljašnjih opterećenja u tom preseku iznosi

$$M_u = M_{qu1} + \Delta M_{ks1} = -q_{u1} \frac{L^2}{8} + N_{kt} (f - e_1)$$

Konačni odgovor na pitanje - pri kom opterećenju q_{u1} se dostiže kapacitet nosivosti, i otvara plastični zglob nad srednjim osloncem, glasi

$$q_{u1} = [M_{Ru1} + N_{kt} (f - e_1)] \frac{8}{L^2}$$

Generalno, sekundarni momenti smanjuju momente usled spoljnih opterećenja iznad oslonaca, ali povećavaju momente u polju.

S obzirom da se kombinuju sa ostalim spoljnim opterećenjima, na sekundarne momente se primenjuju i odgovarajući koeficijenti sigurnosti. Sa **sekundarnim momentima** kao delom uticaja usled spoljašnjih opterećenja, **globalni koeficijent sigurnosti od loma** preseka iznad oslonca iznosi

$$\gamma = M_{Ru} / (M_q + \Delta M_{ks}) \quad (4.17)$$

Ako se primenjuje metodologija parcijalnih koeficijenata sigurnosti, obično se za uticaje sekundarnih momenata usvaja $\gamma = 1,0$.

Komentar:

Najčešće se preseki statički neodređenih konstrukcija dimenzionišu **bez preraspodele momenata**. Ukoliko bi se usvojila takva trasa i površina kablova da svaki presek ima upravo zahtevani koeficijent sigurnosti od 'loma' - da konstrukcija u svim presecima ima ujednačenu pouzdanost, tada se stvaraju uslovi da se plastični mehanizam formira 'trenutno', skoro istovremenim otvaranjem minimalnog potrebnog broja plastičnih zglobova. U realnim konstrukcijama tome niti se teži, a teško i da je ostvarljivo.

4.5 DOKAZ GRANIČNOG STANJA DEFORMACIJA

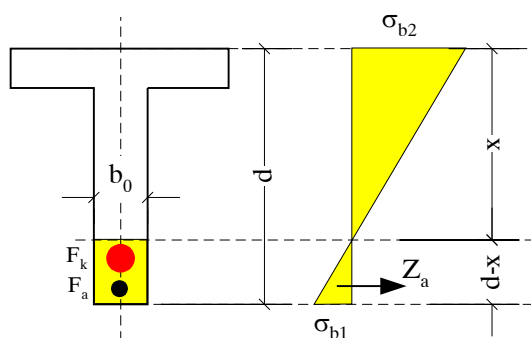
Sve što je potrebno za proračun deformacija prethodno napregnutih nosača **bez prslina**, prikazano je u delu 3. Sračunate vrednosti porede se sa **dopuštenim ugibima**, koji su definisani propisima.

U slučaju konstrukcija sa prslinama, za proračun ugiba primenjuju se isti algoritmi kao i u slučaju klasično armiranih konstrukcija.

4.6 DOKAZ GRANIČNOG STANJA PRSLINA

4.6.1 Teorija dopuštenih napona

Predmet ovoga teksta je analiza prethodno napregnutih konstrukcija bez prslina. Ako se projekat radi prema teoriji dopuštenih napona, prema važećem pravilniku PNB71 na primer, tada se pojava prslina sprečava ograničavanjem maksimalne vrednosti napona zatezanja u eksploataciji, slika 4.3. Međutim, ni u tom slučaju posao projektanta nije gotov. Ako



Slika 4.31 Obezbedjenje zatezanja armaturom

u preseku postoje zatezanja σ_{b1} , slika 4.31, potrebno je rezultantu sila zatezanja Z_a , obezbediti armaturom F_a u zategnutoj zoni preseka

$${}_{pot} F_a = Z_a / \sigma_{adop} \quad (4.18)$$

gde su: Z_a - rezultujuća sila zatezanja u betonu, $= 0,5\sigma_{b1}b_0(d-x)$ prema slici 4.31; σ_{adop} - dopušteni napon zatezanja armature (definisano propisima, BAB87 na primer). Potrebna armatura, manjih prečnika raspoređuje se u okviru zategnute zone betonskog preseka.

Strah od pojave prslina uslovio je i zahtev da je potrebno dokazati da je **koeficijent sigurnosti od pojave prslina** veći od $\gamma_p = 1,15$, gde je

$$\gamma_p = \frac{M_p}{M} \quad (4.19)$$

odnos momenta pri kome se otvara prslina M_p , i najvećeg momenta savijanja preseka u eksploataciji. Moment savijanja preseka pri kome se otvara prslina, sračunava se iz uslova da je na zategnutoj ivici preseka dostignuta čvrstoća betona na zatezanje savijanjem β_{zs}

$$M_p = W_{b1}(\sigma_{bk1} + \beta_{zs}) \quad (4.20)$$

gde su: W_{b1} - otporni moment oko zategnute ivice (bruto ili idealizovan presek), σ_{bk1} - ivični napon u betonu usled dejstva samo prethodnog naprezanja. Praksa pokazuje da je zadovoljenje zahtevane vrednosti koeficijenta sigurnosti moguće ako u preseku nema napona zatezanja. Ako se dozvole zatezanja, teško da je moguće zadovoljiti i sigurnost od pojave prslina.

4.6.2 Teorija graničnih stanja

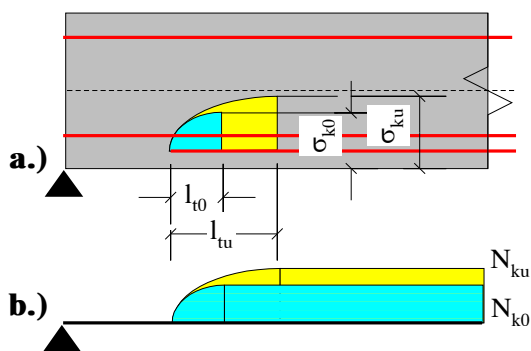
Danas je trend da se prsline dozvoljavaju i u prethodno napregnutom betonu, uz obavezan dokaz širine prslina.

4.7 ZONE UVODJENJA SILE PRETHODNOG NAPREZANJA

U oblastima nosača u kojima se vrši uvođenje sile prethodnog naprezanja u konstrukciju, vladaju specifični naponski uslovi, o kojima se mora voditi računa.

4.7.1 Prethodno naprezanje na stazi

U slučaju prethodnog naprezanja na stazi - adhezionog prethodnog naprezanja, nakon presecanja užadi sila se iz užeta prenosi na beton jedino preko adhezije čelika i betona. Da bi se sila uvela u beton, potrebna je izvesna dužina - **dužina prenošenja** l_{t0} , slika 4.32. Ova vrednost obično je definisana propisima. Prema Evrokodu, dužina uvedjena zavisi od kvaliteta betona, i iznosi (30-50) prečnika užeta, za čvrstoće betonskog cilindra od 50-30MPa. Na ovoj dužini napon u užetu raste od nule na kraju užeta, do računskog napona σ_{k0} , slika 4.32.



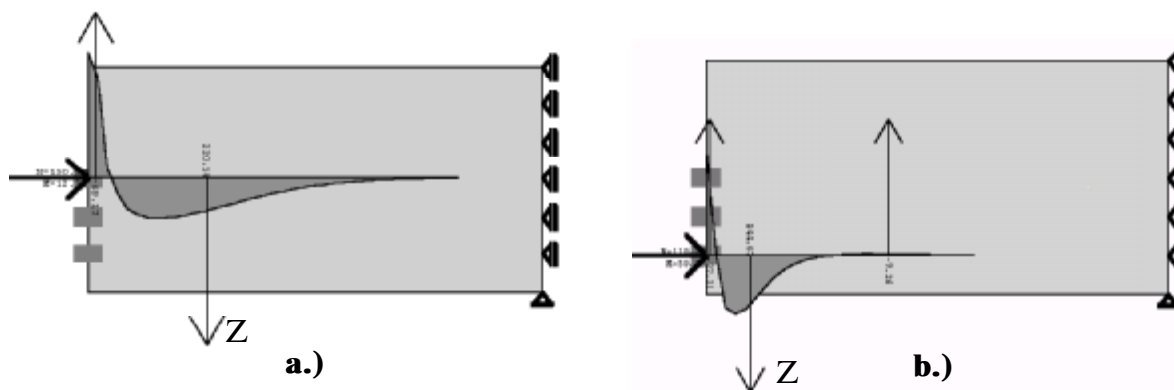
Slika 4.32 Dužina prenošenja i sidrenja

Kako se element približava graničnoj nosivosti, rastu i naponi u užetu. **Dužina sidrenja** l_{tu} je dužina potrebna da se sa čelika na beton prenese 'granična' sila/napon u užetu, pri čemu se za 'graničnu' vrednost napona može usvojiti granica velikih izduženja. Kao i u klasičnom betonu, uže treba za dužinu sidrenja produžiti iza preseka u kome je potrebna puna sila užeta N_{ku} , slika 4.32.b.

U zoni sidrenja mogu da se pojave poprečni naponi zatezanja, pa je poželjno da se na krajevima elementa predvide vertikalne uzengije.

4.7.2 Naknadno prethodno naprezanje

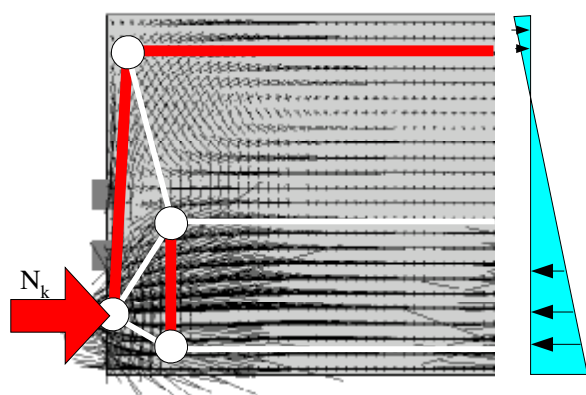
Na mestu uvođenja sile prethodnog naprezanja pomoću kotvi, dozvoljavaju se vrlo veliki naponi pritiska na beton ispod samih podložnih ploča kotve. Da bi se ova lokalna zona betona utegla, i sprečilo lokalno bočno cepanje betona, odmah uz podložnu ploču postavlja se spiralna armatura - 'spiralna', koja je obavezni deo kotve.



Slika 4.33 Sile 'cepanja' betona u zoni uvođenja sile prethodnog naprezanja

Iza kotve, trajektorije napona pritiska se polako šire i 'ulivaju' u presek elementa, što za posledicu ima pojavu bočnih napona zatezanja u betonu, na dužini nosača približno jednakoj visini elementa ('St.Venantov-a hipoteza'). Ove sile zatezanja mogu da izazovu pojavu **horizontalnih prslina**, zbog čega je potrebno izvršiti kontrolu, i armirati zonu uvođenja vertikalnim uzengijama.

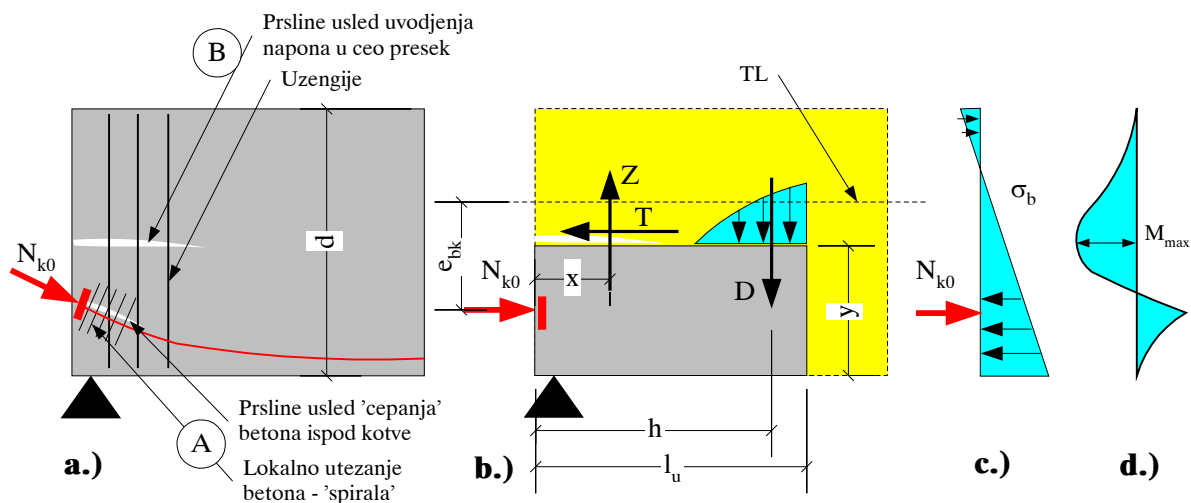
Na slici 4.33 prikazani su dijagrami poprečnih napona i rezultujuća sila zatezanja Z u horizontalnom preseku nosača kroz osu kotve, za dva položaja kotvi. Analiza je uradjena



Slika 4.34 Metoda 'štapova i zatega'

povi statički određene rešetke', koji prate glavne tokove sila u oblasti uvođenja. Puna linija prikazuje zategnute štapove, a crkasta pritisnute. Ovo je samo ilustracija metode **'pritisnutih štapova i zatega'**, koja se danas preporučuje za primenu, i bazira se na **konceptu graničnih stanja**. Projektant treba da ima ideju kako izgledaju trajektorije napona elastičnog rešenja, pa da na osnovu toga formira jednu 'moguću statički određenu rešetku', sračuna sile u štapovima i izvrši obezbedjenje uzengijama pravaca glavnih zatezanja. Stvar je u razvoju.

U Američkoj literaturi dosta je zastupljen model analize uvođenja prikazan na slici 4.35. Model se bazira na elastičnom rešenju, i **metodologiji dopuštenih napona**. Spiralna armatura kojom se obezbeduju loklani naponi ispod kotve (A), kao i vertikalne uzengije za prihvatanje sila zatezanja zbog uvođenja trajektorija u ceo presek (B), prikazani su na slici 4.35.a.



Slika 4.35 Model proračuna uzengija za osiguranje horizontalnih prslina u zoni uvođenja

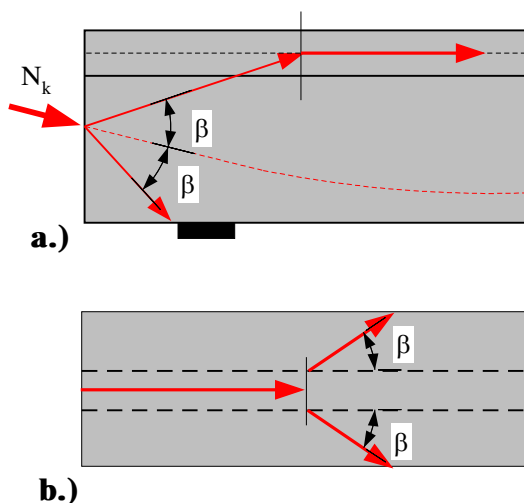
Jedina opterećenja dela nosača na **dužini uvođenja** l_u (približno jednaka visini nosača d), su sila na kotvi N_{k0} sa leve strane, odnosno formirano stanje napona σ_b **usled dejstva samo prethodnog naprezanja** sa desne strane, slika 4.35.c. Pretpostavka modela je da će se **horizontalna prslina** (detalj B, slika 4.35.a) pojaviti na odstojanju y od donje ivice preseka, u horizontalnom preseku u kome se javlja najveća **sila zatezanja** Z poprečno na osu nosača, slika 4.35.b. Sila zatezanja Z posledica je **momenata savijanja** horizontalnih preseka, sa maksimalnom vrednošću M_{max} , koja će i izazvati pojavu prslina, slika 4.35.d. Momenti

savijanja po visini preseka posledica su **skretanja trajektorija pritisaka**, čija je rezultanta sa leve strane na mestu kotve, dok na desnoj strani rezultanta prolazi kroz težište preseka ZL , slika 4.35.c. Maksimalni moment savijanja uravnotežen je spregom unutrašnjih sila Z i D , na kraku sila $(h-x)$, a sila smicanja T obezbeđuje ravnotežu horizontalnih sila u preseku sa prslinom. Potrebna vertikalna armatura F_{au} za prihvatanje zile Z , sračunava se sa nešto nižim **dopuštenim naponom u čeliku uzengija**, zbog kontrole širine prslina (ne više od 140MPa), i raspoređuje se na dužini od oko $h/2$ od čela nosača. Algoritam proračuna je sledeći:

- sračunava se stanje normalnih napona σ_b preseka visine d usled dejstva samo sile prethodnog napreznja N_{k0} , slika 4.35.c. Za vrednost sile N_{k0} poželjno je uzeti maksimalnu vrednost sile na presi, sa eventualnim prekoračenjem zbog kompenzacije gubitaka usled klizanja klina;
- za 'štap' opterećen sa jedne strane silom N_{k0} , a sa druge' podeljenim opterećenjem' - naponima σ_b , slika 4.35.c, sračunavaju se momenti savijanja po visini, slika 4.35.d, i određuje vrednost maksimalnog momenta M_{max} ;
- za sračunatu vrednost M_{max} , sračunava se sila zatezanja $Z = M_{max} / (h-x)$, gde može da se usvoji $h \cong d$, i $x \cong (0,3-0,4)d$;
- na osnovu sile Z , potrebna ukupna površina uzengija iznosi $F_{au} = Z / \sigma_{adop}$.

4.7.3 Dužina uvođenja

Trajektorije napona pritisaka unetih kotvom postupno propagiraju u presek. Da bi se ostvarilo računsko stanje napona u celom preseku, potrebna je određena dužina - **dužina uvođenja**, koja zavisi od geometrije poprečnog preseka nosača.



U slučaju T - preseka, trajektorije prvo 'putuju' kroz rebro, i potom zalaze i šire se kroz gornju flansu, slika 4.36 (videti i sliku 2.19). Za ugao ulivanja trajektorija β , obično se usvaja vrednost $\arctg(2/3)$, odnosno $\beta \cong 34,5^\circ$.

Kod složenih preseka, kao što su preseki mostovskih nosača na primer, potrebno je kablove uvesti 'na vreme', tako da se omogući formiranje očekivanih napona u željenim presecima.

Slika 4.36 Uvođenje napona u presek

4.8 PRIMERI

4.8.1 Primer 1

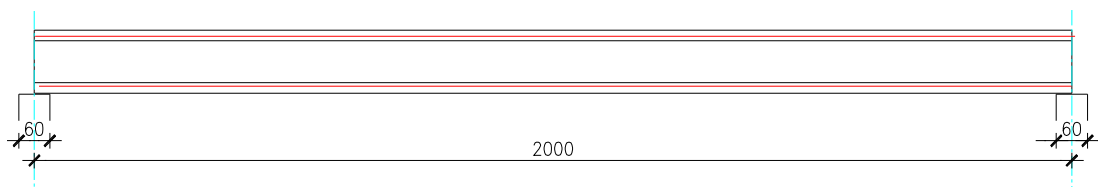
Glavni nosač krovne konstrukcije konstantnog poprečnog preseka, osovinskog raspona $L_o=20m$, izvodi se sa pravolinijskom trasom užadi $\phi 15,2$ sistema *IMS*, prethodnim napreznjem na stazi, slika 4.37 i 4.38. Za pretpostavljeni raspored užadi, izvršiti kontrolu normalnih napona u preseku u sredini raspona i preseka nad osloncem, kao i kontrolu glavnih napona zatezanja preseka nad osloncem. Usvojiti slučaj **ograničenog prethodnog napreznja** (dozvoljava se pojava napona zatezanja), prema propisima PNB71.

Podaci:

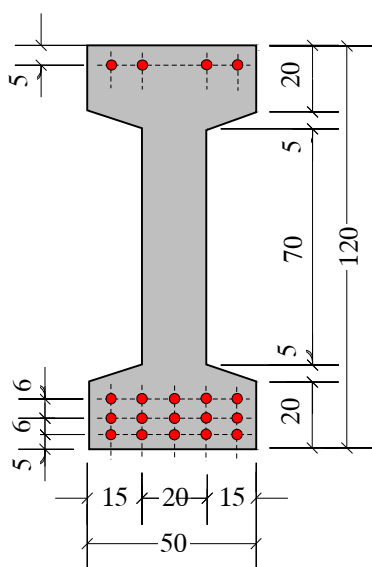
Faza prethodnog napreznja : MB35 (užad se obično presecaju pre dostizanja pune čvrstoće betona, ali pri dostignutoj čvrstoći od najmanje 70% računске - MB45 u ovom slučaju.

Videti član 12 PNB71) ; gubitak sile usled elastičnih deformacija - 5%.

Faza eksploatacije : MB45 ; gubitak sile usled tečenja i skupljanja - 20%; dodatno stalno opterećenje $\Delta g=16kN/m$; korisno opterećenje $p=8,5kN/m$;



Slika 4.37 Dispozicija glavnog nosača konstrukcije krova



Slika 4.38 Poprečni presek

- *Dopušteni normalni naponi u betonu* (Tabela 5, PNB71, i slika 4.3):

Faza prethodnog napreznja - MB35 (linearna interpolacija između MB30-MB40):

pritisak 17,3MPa

zatezanje -2,8MPa

Faza eksploatacije - MB45 (linearna interpolacija između MB40-MB50):

pritisak 17,3MPa

zatezanje -1,9MPa

- *Dopuštena početna sila prethodnog napreznja* N_{kl}^0 jednog užeta (katalog IMS, Tabela 1.7.2, klasa čelika B, usvojeno 70% sile kidanja užeta; $\sigma_{kz}=1860MPa$, površina užeta $140mm^2$)

$N_{kl}^0=182kN$

- *Geometrijske karakteristike bruto betonskog preseka*

Površina preseka $F_b = 3750cm^2$

Težište preseka u odnosu na donju ivicu $y_T = 60cm$

Moment inercije preseka $I_b = 6,141 \times 10^6 cm^4$

Otporni moment preseka $W_b = 1,023 \times 10^5 cm^3$

Odstojanje jezgra preseka od težišta $k_b = 27,29cm$

- Položaj rezultante prethodnog naprezanja u odnosu na donju ivicu preseka

$$y_k = (5 \times 5,0 + 5 \times 11,0 + 5 \times 17,0 + 4 \times 115,0) / 19 = 32,89 \text{ cm}$$

- Ekscentricitet rezultante prethodnog naprezanja u odnosu na težište preseka

$$e_{bk} = y_T - y_k = 60,0 - 32,89 = 27,11 \text{ cm}$$

(A) Kontrola napona u sredini raspona u fazi prethodnog naprezanja

- Statički uticaji u preseku usled sopstvene težine

$$g = F_b \gamma_b = 0,375 \times 25 = 9,38 \text{ kN/m}$$

Za širinu oslonaca pretpostavlja se $b_0 = 30 \text{ cm}$, pa je računski raspon grede

$$L = L_0 - b_0 = 20,0 - 0,3 = 19,7 \text{ m}$$

$$M_g = gL^2 / 8 = 9,38 \times 19,7^2 / 8 = 455,0 \text{ kNm}$$

Početa rezultujuća sila prethodnog naprezanja, nakon gubitaka usled elastičnih deformacija od 5% (ukupno - $n = 19$ užadi)

$$N_{k0} = n \cdot 0,95 N_{k1}^0 = 19 \times 0,95 \times 182 = 3285,1 \text{ kN}$$

Napon u betonu na donjoj ivici preseka (izrazi 4.14)

$$\sigma_{b10} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_g}{W_{b1}} = \frac{3285,1}{3750} \left(1 + \frac{27,11}{27,29}\right) - \frac{455 \times 10^2}{1,023 \times 10^5} = 13,0 \text{ MPa}$$

Komentar: Napon u betonu manji je od dopuštenog napona pritiska u fazi prethodnog naprezanja od 17,3 MPa

Napon u betonu na gornjoj ivici preseka

$$\sigma_{b20} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b1}}\right) + \frac{M_g}{W_{b2}} = \frac{3285,1}{3750} \left(1 - \frac{27,11}{27,29}\right) + \frac{455 \times 10^2}{1,023 \times 10^5} = 4,5 \text{ MPa}$$

Komentar: U fazi prethodnog naprezanja ne javlja se napon zatezanja na gornjoj ivici preseka.

(B) Kontrola napona u preseku kod oslonca u fazi prethodnog naprezanja

$$M_g = 0$$

$$\sigma_{b10} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \frac{3285,1}{3750} \left(1 + \frac{27,11}{27,29}\right) = 17,4 \text{ MPa}$$

Komentar: Napon u betonu približno je jednak dopuštenom naponu pritiska u fazi prethodnog naprezanja od 17,3 MPa.

$$\sigma_{b20} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b1}}\right) = \frac{3285,1}{3750} \left(1 - \frac{27,11}{27,29}\right) = 0,1 \text{ MPa}$$

Komentar: U fazi prethodnog naprezanja ne javlja se napon zatezanja na gornjoj ivici preseka. Konstantan raspored užadi prema slici 4.38, sa delom užadi u oblasti gornje flanše, usvojen je tako da i u preseku iznad oslonca naponi u betonu budu u granicama dopuštenih.

(C) Kontrola napona u sredini raspona u fazi eksploatacije

- Statički uticaji u preseku usled sopstvene težine

$$M_g = gL^2 / 8 = 9,38 \times 19,7^2 / 8 = 455,0 \text{ kNm}$$

- Statički uticaji u preseku usled dodatnog stalnog opterećenja

$$M_{\Delta g} = \Delta gL^2 / 8 = 16,0 \times 19,7^2 / 8 = 776,2 \text{ kNm}$$

- Statički uticaji u preseku usled korisnog opterećenja

$$M_p = pL^2 / 8 = 8,5 \times 19,7^2 / 8 = 412,3 \text{ kNm}$$

- Ukupni moment savijanja u preseku usled spoljašnjih opterećenja

$$M_q = 455,0 + 776,2 + 412,3 = 1643,5 \text{ kNm}$$

- Trajna rezultujuća sila prethodnog naprezanja, nakon gubitaka usled tečenja i skupljanja betona od 20% ($\omega=0,80$)

$$N_{kt} = 0,80N_{k0} = 0,80 \times 3285,1 = 2628,1 \text{ kN}$$

- Napon u betonu na donjoj ivici preseka

$$\sigma_{b1t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_q}{W_{b1}} = \frac{2628,1}{3750} \left(1 + \frac{27,11}{27,29}\right) - \frac{1643,5 \times 10^2}{1,023 \times 10^5} = -2,1 \text{ MPa}$$

Komentar: Napon zatezanja u betonu nešto je veći od dopuštenog napona zatezanja u fazi eksploatacije od -1,95MPa. Prekoračenje do 3% moglo bi da se toleriše. S obzirom da su gubici sile prethodnog naprezanja pretpostavljeni, i da je usvojen bruto betonski presek, treba probati da se tačnijim proračunom eventualno dokaže da su naponi ipak u granicama dopuštenih.

- Napon u betonu na gornjoj ivici preseka

$$\sigma_{b2t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b1}}\right) + \frac{M_q}{W_{b2}} = \frac{2628,1}{3750} \left(1 - \frac{27,11}{27,29}\right) + \frac{1643,5 \times 10^2}{1,023 \times 10^5} = 16,1 \text{ MPa}$$

Komentar: Napon pritiska na gornjoj ivici preseka u eksploataciji manji je dopuštenog napona od 17,3MPa.

(D) Kontrola napona u preseku kod oslonca u fazi eksploatacije

$$M_q = 0$$

$$\sigma_{b1t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \omega \sigma_{b10} = 0,80 \times 17,4 = 13,9 \text{ MPa}$$

Komentar: Napon u betonu manji je od dopuštenog napona pritiska u fazi eksploatacije od 17,3MPa.

$$\sigma_{b2t} = \omega \sigma_{b20} = 0,80 \times 0,1 = 0,08 \text{ MPa}$$

Komentar: U fazi eksploatacije ne javlja se napon zatezanja na gornjoj ivici preseka.

(E) Kontrola glavnih napona zatezanja u eksploataciji u preseku nad osloncem

- Maksimalna vrednost transverzalne sile usled spoljašnjih opterećenja (nagib rezultante prethodnog naprezanja $\beta=0$), izraz (4.8)

$$T_q = (g + \Delta g + p)L/2 = (9,38 + 16,0 + 8,5) \times 19,7/2 = 333,6 \text{ kN}$$

- Središnji napon pritiska u betonu

$$\sigma_{bot} = \frac{N_{kt}}{F_b} = \frac{2628,1}{3750} = 7,0 \text{ MPa}$$

- Napon smicanja (izraz 4.10)

$$\tau = \frac{T_q S}{I_b b}$$

- Statički moment u odnosu na težište preseka

$$S = 6,88 \times 10^4 \text{ cm}^3$$

- Širina rebra preseka

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$\tau = \frac{333,6 \times 6,88 \times 10^4}{6,141 \times 10^6 \times 20} = 1,9 \text{ MPa}$$

- Glavni napon zatezanja (izraz 4.9)

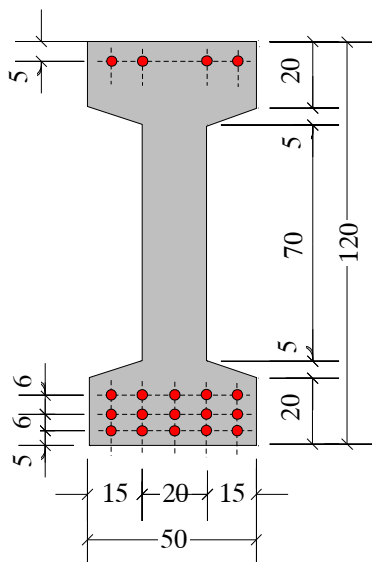
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{bot}}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_{bot}^2}{4} + \tau^2} = \frac{7,0}{2} - \sqrt{\frac{7,0^2}{4} + 1,9^2} = -0,5 \text{ MPa}$$

Komentar: Napon zatezanja manji je od -1,0MPa (za MB45), pa nije potreban proračun osiguranja uzengijama.

4.8.2 Primer 2

Za presek nosača krovne konstrukcije sistema proste grede, prethodno napregnutog na stazi pravolinijskom trasom u žadi $\phi 15,2$ sistema *IMS*, slika 4.39, izvršiti kontrolu glavnih napona zatezanja u eksploataciji prema PNB71, u preseku nad osloncem.

Podaci: Maksimalna transversalna sile usled spoljašnjih opterećenja $T_q = 590\text{kN}$. Trajna sila prethodnog napreznjanja $N_{kt} = 2628,1\text{kN}$. Marka betona MB45.



Slika 4.39 Poprečni presek na osloncu

- Geometrijske karakteristike bruto betonskog preseka

$$\text{Površina preseka} \quad F_b = 3750\text{cm}^2$$

$$\text{Moment inercije preseka} \quad I_b = 6,141 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

- Statički moment u odnosu

$$\text{na težište preseka} \quad S = 6,88 \times 10^4 \text{ cm}^3$$

- Središnji napon pritiska u betonu

$$\sigma_{bot} = \frac{N_{kt}}{F_b} = \frac{2628,1}{3750} = 7,0\text{MPa}$$

- Napon smicanja (izraz 4.10)

$$\tau = \frac{T_q S}{I_b b} = \frac{590,0 \times 6,88 \times 10^4}{6,141 \times 10^6 \times 20} = 3,3\text{MPa}$$

- Glavni napon zatezanja (izraz 4.9)

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{bot}}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_{bot}^2}{4} + \tau^2} = \frac{7,0}{2} - \sqrt{\frac{7,0^2}{4} + 3,3^2} = -1,3\text{MPa}$$

Komentar: Glavni napon zatezanja veći je od $-1,0\text{MPa}$, ali i manji od $-2,25\text{MPa}$ (za MB45). Gornja granica nije prekoračena, ali je potrebno obezbedjenje glavnih napona zatezanja uzengijama.

- Proračun potrebnih vertikalnih uzengija (izraz 4.11)

$$\frac{f_{au}}{e_u} = \frac{\sigma_2 b}{\sigma_{udop} m}$$

Pretpostavljaju se dvosečne ($m=2$) uzengije $\phi 8$ ($f_u=0,5\text{cm}^2$), od rebraste armature RA400/500. Za dopušteni napon usvaja se vrednost od $\sigma_{udop}=200\text{MPa}$ (prema BAB87, dopušteni napon iznosi 240MPa , tabela 23, ali je usvojen nešto niži dopušteni napon, da bi eventualne kose prsline bile manjih širina).

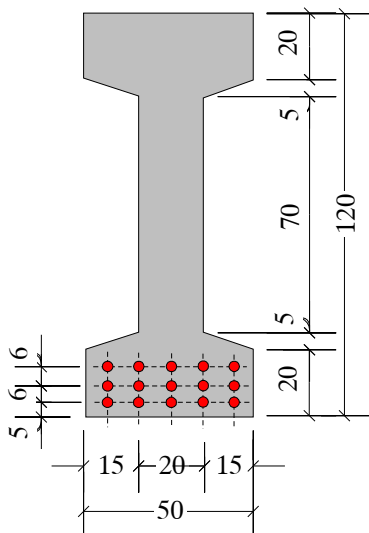
- Potreban razmak uzengija

$$e_u = \frac{140 \times 2 \times 0,5}{1,3 \times 20,0} = 7,7\text{cm} \quad \text{Usvojeno: UR}\phi 8/7,5$$

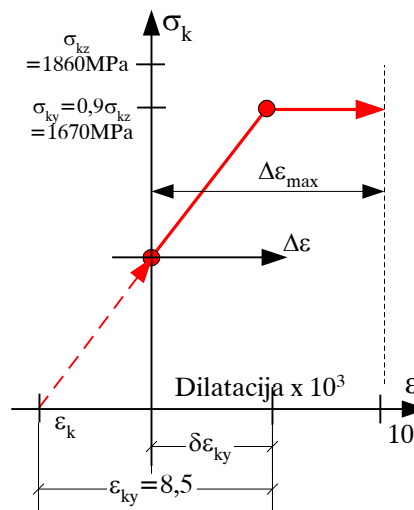
4.8.3 Primer 3

Za poprečni presek u sredini nosača sistema proste grede, odrediti globalni koeficijent sigurnosti od loma preseka savijanjem, prema metodologiji PNB71 - BAB87, slika 4.40.

Podaci: MB45; Moduo elastičnosti betona $E_b = 35000\text{MPa}$; Užad $\phi 15,2$ sistem IMS; Čvrstoća kidanja užeta $\sigma_{kz} = 1860\text{MPa}$ (slika 4.41); Moduo elastičnosti užadi $E_k = 195000\text{MPa}$; Trajna rezultujuća sila prethodnog naprezanja $N_{kt} = 2074,8\text{kN}$; Maksimalna vrednost momenta savijanja usled spoljnjih opterećenja $M_q = 1643,5\text{kNm}$.



Slika 4.40 Poprečni presek



Slika 4.41 Radni dijagram užadi

- Odstojanje rezultante sile prethodnog naprezanja od donje ivice preseka

$$y_k = 11,0\text{cm}$$

- Ekscentricitet rezultante sile prethodnog naprezanja u odnosu na težište preseka betona

$$e_{bk} = 60,0 - 11,0 = 49,0\text{cm}$$

- Trajni napon užadi

Površina jednog užeta
 $f = 140\text{mm}^2$

Ukupna površina užadi ($n = 15$ komada)

$$F_k = 15 \times 140 = 2100\text{mm}^2 = 21,0\text{cm}^2$$

$$\sigma_{kt} = N_{kt} / F_k = 2074,8 / 21,0 = 98,8\text{MPa}$$

- Dilatacija užadi za prethodno naprezanje pri trajnom naponu

$$\epsilon_{kt} = \sigma_{kt} / E_k = 98,8 / 195000 = 5,1\text{‰}$$

- Dodatna dilatacija zbog dekompresije preseka

Napon u betonu u nivou rezultante sile prethodnog naprezanja, usled dejstva samo prethodnog naprezanja

Površina preseka

$$F_b = 3750\text{cm}^2$$

Moment inercije preseka

$$I_b = 6,141 \times 10^6 \text{cm}^4$$

Poluprečnik inercije preseka

$$i^2 = I_b / F_b = 6,141 \times 10^6 / 3750 = 1637,6 \text{ cm}$$

$$\sigma_{bkt} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}^2}{i^2} \right) = \frac{2074,8}{3750} \left(1 + \frac{49,0}{1637,6} \right) = 5,7 \text{ MPa}$$

Dilatacija do dekompresije

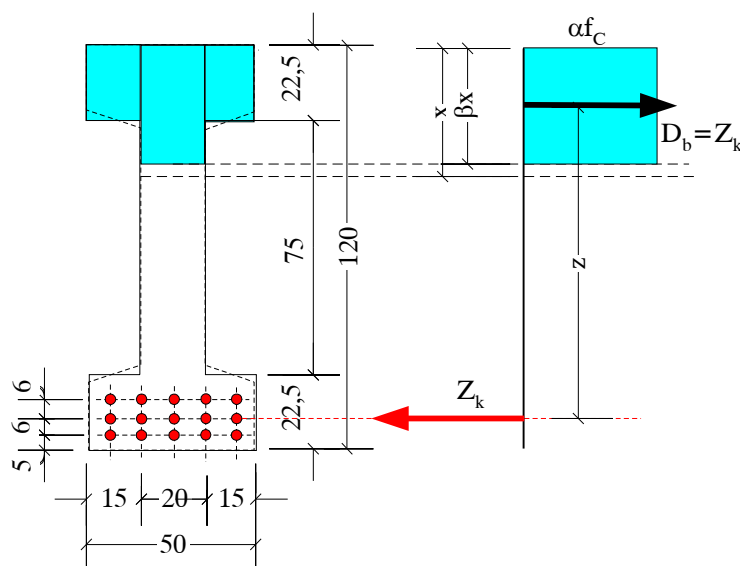
$$\varepsilon_{kd} = \sigma_{bkt} / E_b = 5,7 / 35000 = 1,6 \times 10^{-4} = 0,16\%$$

- Ukupna početna dilatacija užadi

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{kt} + \varepsilon_{kd} = 5,1 + 0,16 = 5,3\%$$

Razlika do granice velikih izduženja

$$\delta\varepsilon_k = \varepsilon_{kv} - \varepsilon_k = 8,5 - 5,3 = 3,2\%$$



Slika 4.42 Računski poprečni presek

- Računski podaci za pritisnutu površinu betona

U odnosu na čvrstoću kocke f_k , čvrstoća cilindra iznosi $f_c \cong 0,7 f_k$

Za MB45, $f_c = 0,7 f_b = 0,7 \times 45 = 31,5 \text{ MPa}$

Za $\alpha = 0,85$, $\alpha f_c = 0,85 \times 31,5 = 26,8 \text{ MPa}$

Komentar: Prema BAB87, za radni dijagram betona usvaja se ($\alpha f_c =$) $f_B = 27,75 \text{ MPa}$ (za MB45), što je nešto više od prethodno sračunate vrednosti.

Usvaja se $\alpha f_c = 26,8 \text{ MPa}$.

Stvarni presek sa vutama aproksimira se zamenjujućim presekom bez vuta, slika 4.42.

- Određivanje položaja neutralne linije x pri 'lomu'

Uslov ravnoteže normalnih sila u preseku

$$Z_k = D_b$$

U slučaju da je neutralna linija u rebru nosača

$$21,0x\sigma_k = 2x15,0x22,5x2,68 + 20,0x0,8(X)x2,68, \text{ odnosno}$$

$$21,0x\sigma_k = 1809 + 42,88X \quad (\text{kN,cm})$$

U slučaju da je neutralna linija u gornjoj flanši

$$21,0x\sigma_k = 50,0x0,8(X)x2,68, \text{ odnosno}$$

$$21,0x\sigma_k = 107,2X \quad (\text{kN,cm})$$

Iteracije:

1. Iteracija $\varepsilon_b = 3,5\%$, $\Delta\varepsilon_k = 10\%$

Položaj neutralne linije

$$h = d - a = 120,0 - 11,0 = 109,9\text{cm}$$

$$x = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \Delta\varepsilon_k} h = (3,5/13,5)109,9 = 28,5\text{cm} > 22,5\text{cm} \text{ (visina flanše)}$$

Ukupna dilatacija čelika

$$\varepsilon_{ku} = \varepsilon_k + \Delta\varepsilon_k = 5,3 + 10,0 = 15,3\% > \varepsilon_{ky} = 8,5\%$$

Napon u čeliku

$$\sigma_k = \sigma_{ky} = 1670\text{MPa}$$

Sila zatezanja kablova

$$Z_k = 21x167,0 = 3597\text{kN}$$

Sila pritiska u betonu

$$D_b = 1809 + 42,88x28,5 = 3031,1\text{kN} < Z_k = 3597\text{kN}$$

Treba povećati D_b , odnosno X

2. Iteracija $\varepsilon_b = 3,5\%$, $\Delta\varepsilon_k = 6,0\%$

Položaj neutralne linije

$$x = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \Delta\varepsilon_k} h = (3,5/9,5)109,9 = 40,5\text{cm} > 22,5\text{cm} \text{ (visina flanše)}$$

Ukupna dilatacija čelika

$$\varepsilon_{ku} = \varepsilon_k + \Delta\varepsilon_k = 5,3 + 6,0 = 11,3\% > \varepsilon_{ky} = 8,5\%$$

Napon u čeliku

$$\sigma_k = \sigma_{ky} = 1670\text{MPa}$$

Sila zatezanja kablova

$$Z_k = 21x167,0 = 3597\text{kN}$$

Sila pritiska u betonu

$$D_b = 1809 + 42,88x40,5 = 3545,6\text{kN} \cong Z_k = 3597\text{kN}$$

- *Kapacitet nosivosti preseka - 'moment loma preseka'*

$$M_{Ru} = D_b z$$

Udeo sile pritiska u bočnim stranama flanše

$$D_{b1} = 1809 \text{ kN}$$

$$z_1 = h - 22,5/2 = 109,9 - 22,5/2 = 98,65 \text{ cm}$$

Udeo sile pritiska u rebru

$$D_{b2} = 42,88 \times 40,5 = 1736,6 \text{ kN}$$

$$z_2 = h - \beta X/2 = 109,9 - 0,8 \times 40,5/2 = 93,7 \text{ cm}$$

Moment loma preseka

$$M_{Ru} = 1809 \times 0,98 + 1736,6 \times 0,937 = 3400,0 \text{ kNm}$$

- *Globalni koeficijent sigurnosti od loma savijanjem*

$$\gamma = M_{Ru} / M_q = 3400,0 / 1643,5 = 2,07 > 1,8 \text{ (obično se toliko zahteva)}$$

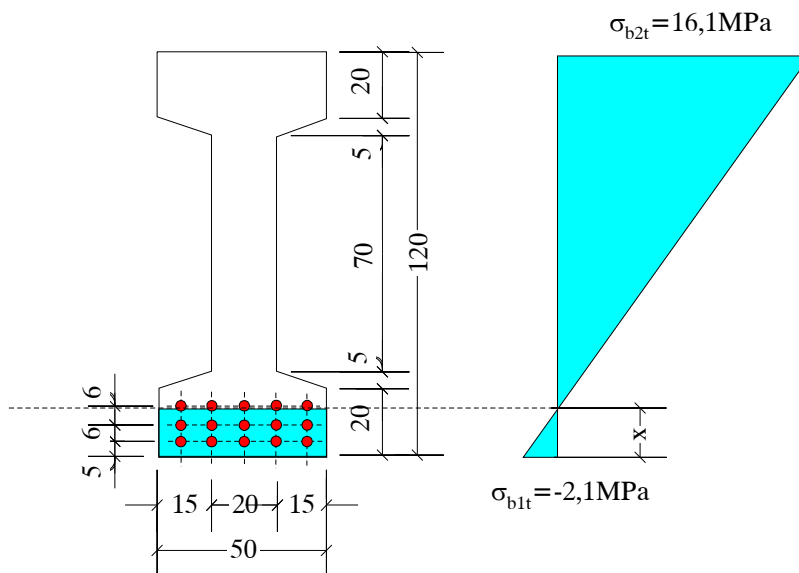
Komentar:

U slučaju preseka sa izraženim pritisnutim flanšama, položaj sile pritiska u betonu može da se pretpostavi u polovini visine flanše d_f (analogija sa 'T-presecima sa neiskorišćenim naponima'). Tada je krak sila $z = h - d_f / 2$, odnosno moment loma iznosi $M_{Ru} = F_k \sigma_{ky} z$.

U slučaju statički neodređenih nosača, u momenat usled spoljnih opterećenja M_q ulazi i vrednost 'sekundarnog momenta' usled prethodnog naprezanja, izraz (4.17).

4.8.4 Primer 4

Za stanje napona u preseku u sredini raspona u fazi eksploatacije, primer 4.8.1, izvršiti obezbedjenje armaturom normalnih napona zatezanja, kao i proračun koeficijenta sigurnosti od pojave prslina, slika 4.43.



Slika 4.43 Stanje napona u eksploataciji

- Prihvatanje armaturom rezultante zatezanja

Položaj neutralne linije x

$$x = \frac{\sigma_{b1t}}{\sigma_{b1t} + \sigma_{b2t}} d = \frac{2,1}{2,1 + 16,1} 120,0 = 13,8 \text{ cm}$$

Rezultanta napona zatezanja

$$Z_a = 0,5 \times 50,0 \times 13,8 \times 0,21 = 72,5 \text{ kN}$$

Potrebna površina armature RA500/500 (izraz 4.18)

Dopušteni napon u armaturi - zbog kontrole prslina, usvojeno $\sigma_{\text{adop}} = 140 \text{ MPa}$

$$f_a = Z_a / \sigma_{\text{adop}} = 72,5 / 14,0 = 5,2 \text{ cm}^2$$

Usvojeno: 6R ϕ 10

- Koeficijent sigurnosti od pojave prslina (izrazi 4.19 i 4.20)

Srednja čvrstoća betona pri aksijalnom zatezanju (prema BAB87)

$$f_{bz} = 0,7 f_{bz m} = 0,7 \times 0,25^3 \sqrt{f_{bk}^2} = 0,7 \times 0,25^3 \sqrt{45^2} = 2,2 \text{ MPa}$$

Čvrstoća betona pri zatezanju savijanjem $f_{bz s}$ (d - visina preseka u metrima)

$$\frac{f_{bz s}}{f_{bz}} = \left(0,6 + \frac{0,4}{\sqrt[4]{d}}\right) = \left(0,6 + \frac{0,4}{\sqrt[4]{1,2}}\right) = 1,0$$

Ivični napon na donjoj ivici betona usled dejstva samo prethodnog naprezanja

$$\sigma_{bk1} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \frac{2628,1}{3750} \left(1 + \frac{27,11}{27,29}\right) = 13,9 \text{ MPa}$$

Moment savijanja pri kome se otvara prslina

$$M_p = W_{b1} (\sigma_{bk1} + f_{bzs}) = 1,023 \times 10^5 (1,39 + 0,22) = 1647,0 \text{ kNm}$$

Koeficijent sigurnosti od pojave prslina

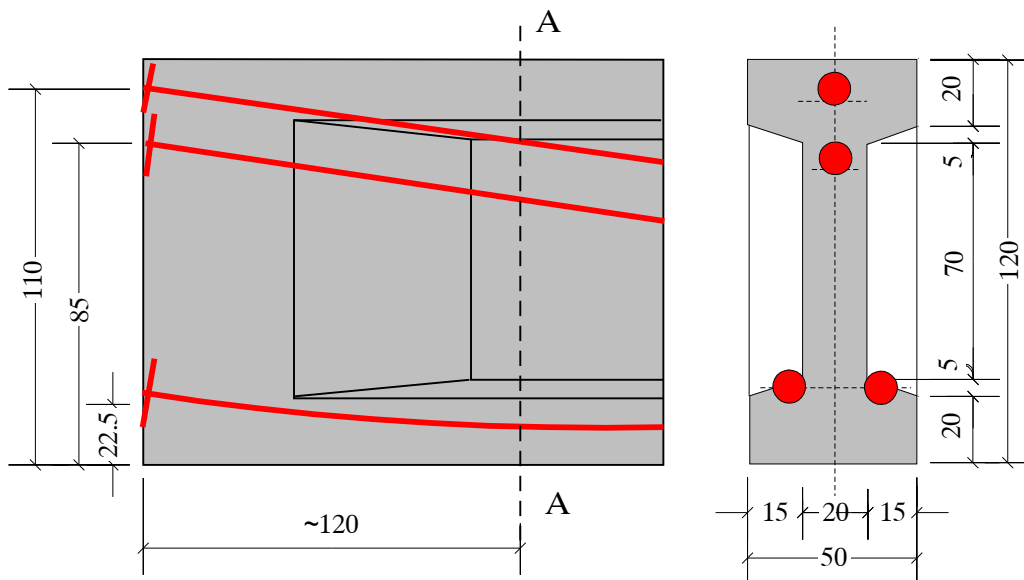
$$\gamma_p = \frac{M_p}{M} = \frac{1647,0}{1643,5} = 1,00 < 1,15$$

Komentar: Napon zatezanja u preseku je blizu čvrstoće betona na zatezanje, pa se i ne može očekivati da je, pri dopuštanju pojave zatezanja, zadovoljen i koeficijent sigurnosti od pojave prslina.

4.8.5 Primer 5

Za dispoziciju kraja nosača i raspored kotvi na čelu nosača izvršiti obezbedjenje uvođenja sile prethodnog naprezanja u presek, slika 4.43.

Podaci: Kablovi 4 ϕ 16 sistema IMS (četiri užeta ϕ 16 formiraju kabl), početna sila na presi $N_{k01}=893\text{kN}$ (pri 80% sile kidanja)



Slika 4.44 Dispozicija kraja nosača sa rasporedom kotvi

- Geometrijske karakteristike bruto betonskog I-preseka

Površina preseka	$F_b = 3750\text{cm}^2$
Težište preseka u odnosu na donju ivicu	$y_T = 60\text{cm}$
Moment inercije preseka	$I_b = 6,141 \times 10^6 \text{ cm}^4$
Otporni moment preseka	$W_b = 1,023 \times 10^5 \text{ cm}^3$
Odstojanje jezgra preseka od težišta	$k_b = 27,29\text{cm}$

- Stanje napona usled dejstva samo prethodnog naprezanja na čelu nosača - presek A-A

Rezultanta prethodnog naprezanja (zanemaren nagib kablova)

$$N_{k0} = 4 \times N_{k01} = 4 \times 893,0 = 3572\text{kN}$$

Položaj rezultante na čelu nosača u odnosu na donju ivicu nosača

$$y_k = (2 \times 893 \times 22,5 + 893,0 \times 85,0 + 893,0 \times 110,0) / 3572 = 60,0\text{cm}$$

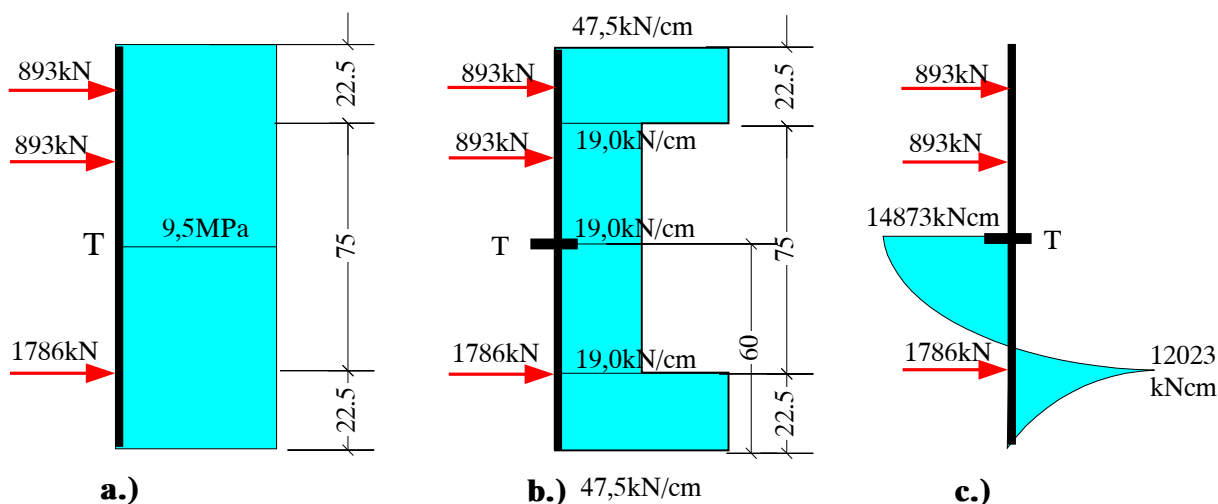
Ekscentricitet rezultante u odnosu na težište betonskog preseka

$$e_{bk} = 60,0 - 60,0 = 0,0\text{cm}$$

Centrični napon pritiska

$$\sigma_{bT0} = \frac{N_{k0}}{F_b} = \frac{3572}{3750} = 9,5\text{MPa}$$

Dijagram napona u preseku dat je na slici 4.45.a. Linijsko opterećenje po visini preseka, sračunato kao proizvod napona i širine nosača, dato je na slici 4.45.b. Stvarni presek zamenjen je 'računskim presekom', sa pravougaonim flanšama visine 22,5cm, bez vuta. Momenti savijanja usled istovremenog dejstva koncentrisanih sila na čelu nosača, i napona pritiska sa desne strane dati su na slici 4.45.c.



Slika 4.45 Naponi, linijsko opterećenje i 'momenti' u zoni uvođenja sila prethodnog naprezanja

Najveći moment savijanja u horizontalnoj ravni javlja se u težištu preseka

$$M_{\max} = 14873 \text{ kNcm} = 148,7 \text{ kNm}$$

Sila zatezanja horizontalnog preseka (za oznake, videti sliku 4.35)

$$h \cong d = 1,20 \text{ m}$$

Usvojeno

$$x \cong 0,35 d = 0,35 \times 1,20 = 0,42 \text{ m}$$

$$Z = M_{\max} / (h - x) = 148,7 / (1,20 - 0,42) = 190,6 \text{ kN}$$

Potrebna površina vertikalnih uzengija

Rebrasta armatura RA400/500, usvojeno $\sigma_{\text{adop}} = 160 \text{ MPa}$

Potrebna površina uzengija

$$F_{\text{au}} = Z / \sigma_{\text{adop}} = 190,6 / 16,0 = 11,9 \text{ cm}^2$$

Usvojeno: 6 četvorosečnih uzengija UR ϕ 8/10 ($F_u = 12,0 \text{ cm}^2$), koje se raspoređuju na polovini dužine uvođenja prema čelu nosača (prvih 60cm).