

5. PROJEKTOVANJE PRETHODNO NAPREGNUTIH KONSTRUKCIJA

U prva četiri poglavlja izloženi su i ilustrovani praktično svi, ili bar većina pojmova potrebnih za projektovanje **prethodno napregnutih konstrukcija bez prslina**, prema još uvek važećim propisima PNB71. Poznavajući samu tehnologiju - deo 1, i njene stvarne efekte - deo 2-3, kriterijume koje mora da zadovolji prethodno napregnuta konstrukcija - deo 4, moguće je ispuniti različitim **postupcima projektovanja**. Šta je najracionalnije, zavisi od ličnog 'stila' - prakse, zavisi i od vrste problema kao i od toga da li se koriste mogućnosti različitih softvera, ili se radi tradicionalno - 'ručno'. U nastavku su data uputstva kako da se postupak projektovanja racionalno organizuje.

5.1 DEFINICIJA PROBLEMA

Na početku posla, projektantu su **poznati osnovni podaci-uslovi** kao što su:

- tip konstrukcije (montažna-monolitna, statički određena-neodređena);
- rasponi;
- opterećenja (osim sopstvene težine konstrukcije);
- uslovi sredine u pogledu agresivnosti, uslovi eksploatacije;
- eventualno dozvoljeni gabariti (ograničenja u pogledu dimenzija elemenata) itd.

Na osnovu polaznih parametara, ali i analizirajući stanje na tržištu kao i uslove gradjenja, potrebno je definisati **koncept prethodnog naprezanja i gradjenja**:

- postupak prethodnog naprezanja (unutrašnje-spoljašnje, naknadno-adheziono, sa ili bez spoja);
- nivo prethodnog naprezanja, na bazi uslova eksploatacije-agresivnosti sredine (potpuno, ograničeno, parcijalno);
- sistem prethodnog naprezanja (karakteristike kablova, kotvi, presa itd. Obično se u projektu navode bar tri poznata proizvođača izabranog sistema, kao primer, tako da na tenderu može da učestvuje više ponudjača);
- postupak i sekvence gradjenja itd.

Imajući u vidu sve navedene uslove, potrebno je organizovati postupak projektovanja i projektom obuhvatiti **dokaz pouzdanosti konstrukcije**:

- izbor poprečnih preseka konstrukcije;
- izbor količine, rasporeda u okviru preseka kao i oblik trase duž nosača kablova (užadi) za prethodno naprezanje;
- izbor redosleda utezanja kablova (sa jedne strane, sa obe strane, dotezanja itd.);
- dokaz stanja napona u svim relevantnim fazama gradjenja i eksploatacije;
- dokaz stanja prslina u svim relevantnim fazama gradjenja i eksploatacije;
- dokaz stanja deformacija u svim relevantnim fazama gradjenja i eksploatacije;
- dokaz graničnog stanja nosivosti-sigurnosti od loma karakterističnih preseka;
- kontrola zona uvodjenja sila prethodnog naprezanja;
- postupak kontrole postupka utezanja (sile-pritisici na presi, izduženja kablova);

Danas se na tržištu mogu naći **gotovi proizvodi** - montažni elementi (tavanice, krovni nosači itd.), ili kompletni sistemi (prefabrikovane hale itd.) pojedinih proizvođača, tako da

se projektovanje vrši izborom elemenata iz kataloga, i njihovim uklapanjem u određenu dispoziciju. Pretpostavimo da je ipak potrebno uraditi kompletan projekat, i da su prva dva koraka - definisanje uslova i izbor koncepta prethodnog napreznja završeni: potrebno je uraditi projekat **ograničeno prethodno napregnute monolitne konstrukcije**. Kako racionalno dokazati pouzdanost konstrukcije?

Jednoznačan algoritam, koji bi u jednom prolazu garantovao zadovoljenje svih parametar pouzdanosti ne postoji, postupak projektovanja je obično **iterativan**. Uvek je moguće **pretpostaviti sve** (presek, trasu, kablove itd.) i potom **izvršiti kontrolu**. Ako su elementi tipski, već projektovani, na bazi **iskustva** se može brzo doći do zadovoljavajućih rešenja.

Ako se polazi od 'belog papira', postavlja se pitanje koji od tri osnovna kriterijuma pouzdanosti je **merodavan** za određivanje dimenzija preseka i sile prethodnog napreznja:

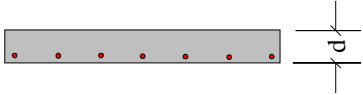

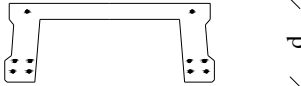
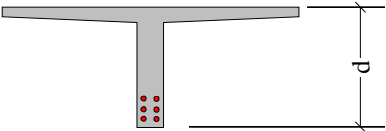
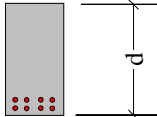
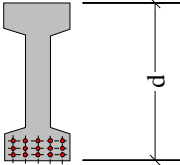
- kriterijum napona (ujedno i prslina, ograničavanjem napona zatezanja);
- kriterijum deformacija;
- kriterijum granične nosivosti preseka?

U literaturi postoje postupci za **dimenzionisanje preseka**, potrebne sile prethodnog napreznja kao i njenog ekscentriciteta u slučaju poprečnih preseka statički određenih nosača, zasnovani na **teoriji dopuštenih napona**. Medjutim, iskustva sa primenom tog postupka nisu sjajna, tako da se u praksi, pa i u ovom tekstu, prednost daje postupku u kome se prvo **pretpostavlja poprečni presek** elementa, i potom se vrši izbor veličine sile i trase prethodnog napreznja, odnosno sve druge potrebne kontrole.

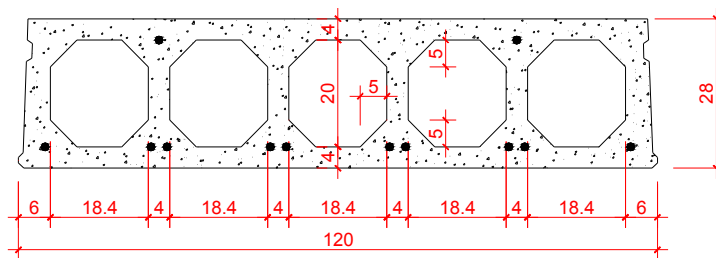
5.2 PRETPOSTAVLJANJE OBLIKA I DIMENZIJA POPREČNIH PRESEKA

Oblik poprečnog preseka bira se u skladu sa namenom elementa-konstrukcije, dok se **dimenzije poprečnog preseka** određuju prema naponsko-deformacijskim kriterijumima koje treba zadovoljiti, ali i vodeći računa o smeštaju kablova, zaštitnim slojevima itd. Na slici 5.1 prikazani su neki tipični oblici poprečnih preseka prethodno napreznutih nosača. U tabeli su date orijentacione vrednosti odnosa raspon/visina elementa - L/d . Pored toga, tabela sadrži još dva podatka koji mogu da budu od koristi pri dimenzionisanju prethodno napreznutih preseka: ostvarljiv ekscentricitet kabla u odnosu na gornju tačku jezgra preseka $e_{bk} + k_{b2}$, kao i ukupnu visinu jezgra preseka $k_{b1} + k_{b2}$, o čemu će više reći biti u nastavku.

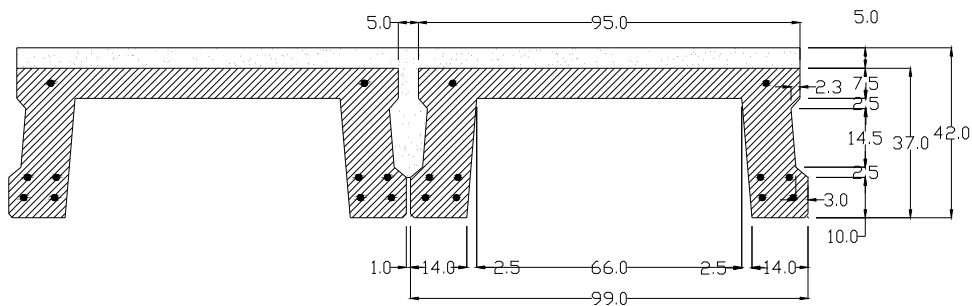
Ako je u pitanju konstrukcija prethodno napregnute tavanice livene na licu mesta, tada je pun 'pravougaoni presek' prirodan izbor. U nastavku, data su dva tipa montažnih tavanica, 'ošupljenog' i 'TT' preseka. Visoki nosač sa širokom gornjom flanšom, tipičan je izbor za konstrukcije krovova i tavanica većeg raspona, pri čemu se montažni elementi slažu jedan uz drugi. Poslednja dva preseka su tipični za 'glavne nosače' preko kojih se postavlja sekundarna konstrukcija, rožnjača sa krovnim pokrivačem, na primer. Da bi se stekla predstava o dimenzijama elemenata, na slikama 5.2-5.4 prikazani su tipični primeri elemenata prethodno napreznutih na stazi. Ošupljene tavanice i korube Π- (ili duplo T) preseka se danas široko primenjuju, na rasponima i do 16m. Prethodno napreznje se uglavnom vrši pravolinijskom trasom užadi, jer je najjednostavnije. Preko koruba se obično dodaje 4-5cm betona, armiranog mrežama, zbog monolitizacije tavanice u svojoj ravni. Glavni nosač konstrukcije krova na slici 5.4 raspona 20m, takodje je prethodno napreznut pravolinijskom trasom užadi, jer se pokazalo da je na ovim 'srednjim' rasponima to racionalnije, zbog visoke cene kotvi.

Tip elementa	Korisno opt. kN/m ²	Raspon/visina L/d	$e_{bk} + k_{b2}$	$k_{b1} + k_{b2}$
	< sopstvena težina	40	0,47d	0,33d
	2,50 5,00	40-50 32-42	0,58d	0,49d
	2,50 5,00	25-35 18-28	0,70d	0,43d
	2,50 5,00	23-32 19-24	0,76d	0,48d
	< sopstvena težina	20	0,50d	0,33d
		18-30	0,64d	0,51d

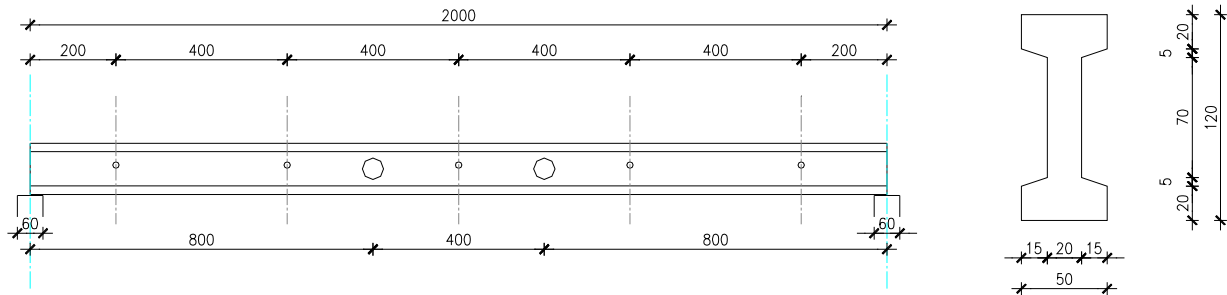
Slika 5.1 Tipični prethodno napregnuti preseći



Slika 5.2 Ošupljena montažna tavanica



Slika 5.3 Montažna tavanica - 'korube II preseka'

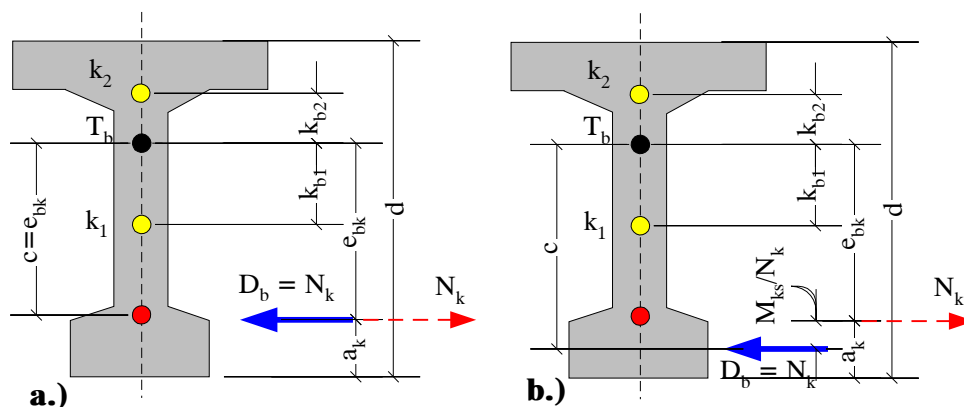


Slika 5.4 Glavni nosač prethodno napregnut na stazi pravolinijskom trasom užadi - veliki odnos dodatnih opterećenja u odnosu na sopstvenu težinu

5.3 PRETHODNO NAPREZANJE KAO 'SILA U JEZGRU PRESEKA'

Da bi se ubrzao postupak i dobio racionalan rezultat projekta prethodno napregnutih nosača, korisno je da se izrazi za napone u preseku, poglavlje 4.3.1, interpretiraju na inženjerski - 'slikovit' način. S obzirom da se razmatraju konstrukcije u kojima je obezbeđeno da nema napona zatezanja u preseku, ili su naponi zatezanja u dopuštenim granicama, tada se kao jedan od ciljeva prethodnog napreznja može postaviti da **rezultujuća normalna sila u preseku u svakom trenutku deluje unutar jezgra preseka**. Pretpostavka analize koja sledi je, da su uticaji prethodnog napreznja sračunati u odnosu na **sistemnu liniju** koja prolazi kroz **težišta poprečnih preseka** konstrukcije, kao i da spoljašnja opterećenja ne izazivaju normalne sile u presecima.

Dejstvo prethodnog napreznja, kao jedinog spoljnog opterećenja, izaziva u **težištu nekog preseka** konstrukcije **normalnu silu** (približno jednaku sili prethodnog napreznja N_k), i **moment savijanja** preseka M_k . Efekat istovremenog dejstva momenta i normalne sile u težištu preseka, može da se zameni dejstvom **rezultujuće normalne sile D_b** , sa napadnom tačkom na ekscentricitetu $c = M_k / N_k$ u odnosu na težište preseka. Tačka u kojoj deluje rezultujuća sila pritiska u betonu naziva se i **centar pritiska**.



Slika 5.5 Položaj 'centra pritiska' u preseku statički određenih (a), i statički neodređenih (b) konstrukcija

U slučaju **statički određenih nosača**, položaj rezultujuće sile pritiska $D_b = N_k$ u betonu poklapa se sa položajem rezultante prethodnog napreznja N_k , $c = e_{bk}$, slika 5.5.a. To omogućava da se moment savijanja u preseku usled prethodnog napreznja sračuna **direktnim postupkom**, $M_k = -N_k e_{bk}$ (pozitivan moment zateže donju ivicu preseka), videti i poglavlje 2.1.3.

U slučaju **statički neodređenih nosača**, vrednosti momenata savijanja M_k preseka usled prethodnog naprezanja, razlikuju se od momenata statički određenih nosača za iznos **sekundarnih momenata savijanja** $M_{ks} = M_k - N_k e_{bk}$. Ako se proračun uticaja u statički neodređenoj konstrukciji radi primenom **ekvivalentnih opterećenja** i nekog softvera za analizu konstrukcija (a obično se tako i radi), direktan rezultat proračuna u nekom preseku upravo je **ukupni moment** usled prethodnog naprezanja $M_k = N_k e_{bk} + M_{ks}$. Istovremeno dejstvo normalne sile N_k , i momenta M_k usled prethodnog naprezanja, i u ovom slučaju može da se zameni dejstvom rezultujuće sile pritiska u betonu $D_b = N_k$ na ekscentricitetu $c = e_{bk} + M_{ks}/N_k$ u odnosu na težište preseka T_b , slika 5.5.b.

Od preseka do preseka, položaj sile pritiska D_b se u principu menja, nalazi se na **liniji centara pritiska**. U slučaju statički određenih nosača, linija centara pritiska poklapa se sa trasom rezultujućeg kabla, $c = e_{bk}$, naravno. U svakom slučaju, efekat prethodnog naprezanja u nekom preseku opisan je jednom veličinom, silom pritiska $D_b = N_k$, koja deluje u centru pritiska na ekscentricitetu c u odnosu na težište preseka.

Iz kursa otpornosti materijala je poznato da, 'u preseku nema napona zatezanja, ako rezultujuća sila pritiska deluje unutar **jezgra preseka**'. Na slici 5.5, definisana je donja k_{b1} , odnosno gornja tačka k_{b2} jezgra preseka i, kako se vidi, sila pritiska u betonu D_b deluje van jezgra preseka. Rezultat bi bio pojava napona zatezanja na gornjoj ivici preseka, ali usled **dejstva samo prethodnog naprezanja**, koje je prikazano na ovoj slici kao jedino spoljno opterećenje. To je u skladu sa **osnovnom idejom prethodnog naprezanja**, stvoriti 'obrnuto početno stanje napona'. Šta se događa kada se u analizu uključe i efekti spoljašnjih opterećenja?

5.3.1 Statički određeni nosači

S obzirom da se u toku utezanja kablova nosač izdiže, aktivira se i sopstvena težina konstrukcije g , u preseku se pojavljuje i moment savijanja M_g usled sopstvene težine nosača. Pre pojave dodatnih stalnih i povremenih opterećenja, ovo je stanje **minimalnih ukupnih momenata** u preseku $M_{min} = M_k + M_g$. **Rezultujuća sila pritiska u betonu** D_{b0} u fazi prethodnog naprezanja deluje na ekscentricitetu $c = M_{min}/N_{k0} = e_{bk} - M_g/N_{k0}$ (voditi računa o znaku momenata) u odnosu na težište T_b preseka, odnosno na ekscentricitetu $z = M_g/N_{k0}$ u odnosu na rezultantu prethodnog naprezanja N_{k0} - rezultujuća sila pritiska se pomera ka gornjoj ivici preseka, slika 5.6.a. Bilo bi idealno da se u datom preseku, pri stanju minimalnih momenata, rezultujuća sila pritiska u betonu D_{b0} 'popne' na donju ivicu jezgra preseka k_j , jer bi tada na gornjoj ivici preseka napon u betonu bio jednak nuli, dok bi na donjoj ivici bio ostvaren pritisak σ_{b10} u fazi prethodnog naprezanja, slika 5.6.a. To je već projektantski podatak:

- da se ne bi pojavili naponi zatezanja na gornjoj ivici preseka u fazi prethodnog naprezanja, rezultantnu prethodnog naprezanja N_k treba postaviti na ekscentricitetu e_{bk}

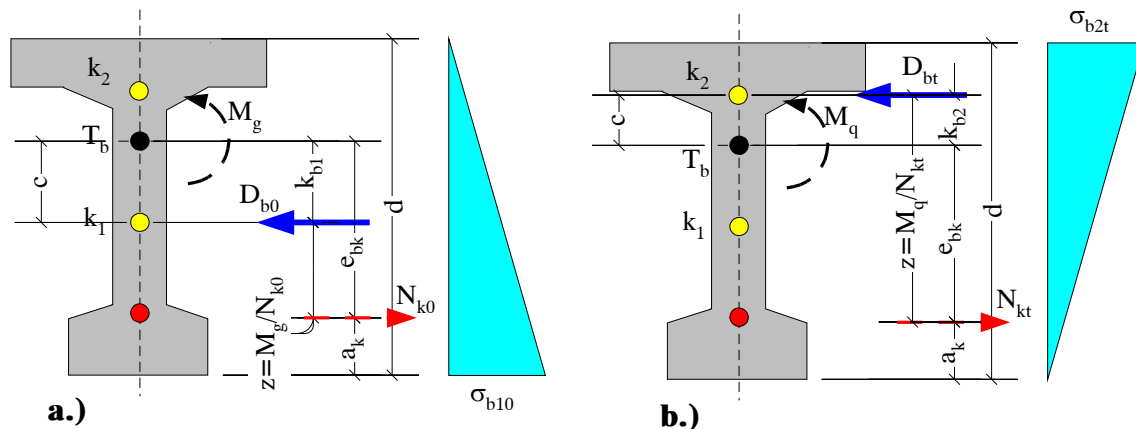
$$e_{bk} \leq k_{b1} + \frac{M_g}{N_{k0}} \quad (5.1)$$

u odnosu na težište T_b betonskog preseka, slika 5.6.a. Ovo rešenje garantuje da u preseku nema zatezanja, ali ne garantuje i da je istovremeni napon pritiska σ_{b10} u dozvoljenim granicama - to treba proveriti.

Ako se pri stanju minimalnih momenata savijanja obavi tečenje, skupljanje i relaksacija čelika, sila pritiska će da padne na minimalnu, **trajnu vrednost sile** $D_{bt} = N_{kt} = \omega N_{k0}$, pa će i centar pritiska vremenom da dodatno zadje unutar jezgra preseka. Pojavom ostalih spoljašnjih opterećenja, presek je istovremeno savijan maksimalnim momentom $M_{max} = M_k + M_q$, (q - ukupno spoljašnje opterećenje) tako da se rezultujuća sila pritiska D_{bt} dalje pomera ka pritisnutoj ivici betona. Bilo bi optimalno da se pri ovom stanju sila, centar pritiska 'popne' u gornju tačku jezgra preseka k_{b2} , slika 5.6.b. U tom slučaju, na donjoj ivici preseka nema zatezanja - napon u betonu jednak je nuli. Pa i to je koristan podatak:

- usled gubitaka sile prethodnog napreznjanja, kao i dejstva dodatnih spoljašnjih opterećenja u preseku, rezultanta pritiska D_{bt} 'šeta' unutar jezgra preseka. Da se pri stanju maksimalnih momenata i minimalne normalne sile u preseku ne bi pojavili naponi zatezanja na donjoj ivici preseka, potrebno je da je

$$e_{bk} + k_{b2} \geq \frac{M_q}{\omega N_{k0}} \quad (5.2)$$



Slika 5.6 'Šetanje' rezultante pritiska D_b unutar preseka pri potpunom prethodnom napreznjanju

Da bi se rezultujuća sila pritiska 'popela' sa donje, na gornju tačku jezgra pretpostavljenog preseka, promena ekscentriciteta i ukupne visine jezgra preseka vezani su relacijom

$$k_{b1} + k_{b2} \geq \frac{M_q}{N_{kt}} - \frac{M_g}{N_{k0}} = \frac{M_q - \omega M_g}{\omega N_{k0}} \quad (5.2.a)$$

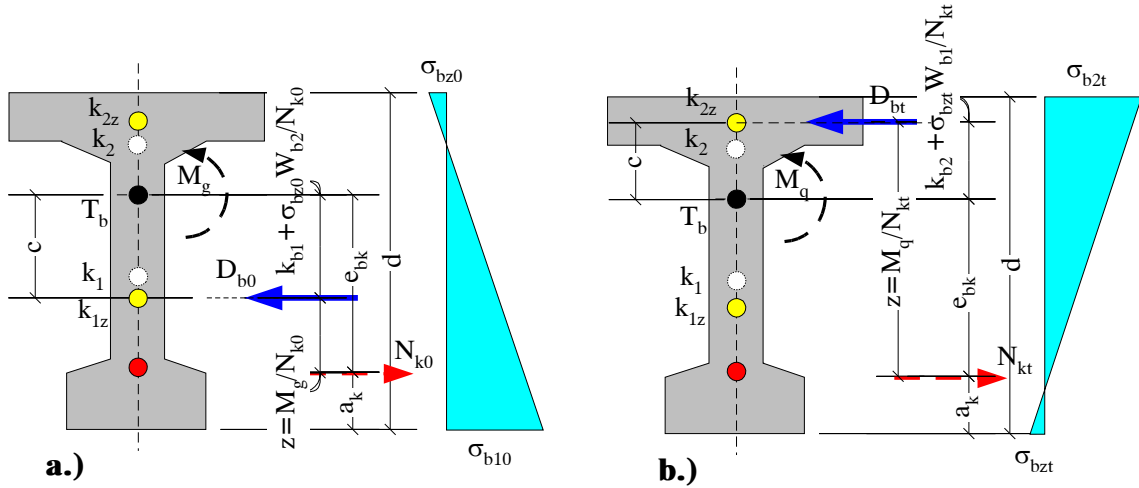
Za poznati presek i ukupne minimalne i maksimalne uticaje u preseku usled prethodnog napreznjanja i spoljašnjih opterećenja, jednakost (5.2.a) definiše minimalnu potrebnu početnu silu prethodnog napreznjanja $min N_{k0}$, potrebnu da odgovarajući ivični naponi budu jednaki nuli.

S obzirom da se bavimo **ograničeno prethodno napregnutim konstrukcijama**, kod kojih je dozvoljena i pojava napona zatezanja u betonu (ali ne i prslina), potrebno je prethodnu analizu proširiti i na ovaj opštiji slučaj, slika 5.7.

Ako se u preseku dozvoljava pojava napona zatezanja σ_{bz0} u fazi prethodnog napreznjanja, odnosno napona zatezanja σ_{bz1} u fazi eksploatacije, tada rezultujuća sila pritiska u preseku može donekle da 'izadje' iz klasičnog jezgra preseka, da se 'šeta' unutar **proširenog jezgra preseka**, koje zavisi i od normalne sile u preseku, i definisano je rastojanjima:

$$k_{1z} = k_{b1} + \sigma_{bz0} \frac{W_{b2}}{N_{k0}} \quad (5.3)$$

$$k_{2z} = k_{b2} + \sigma_{bzt} \frac{W_{b1}}{N_{kt}}$$



Slika 5.7 'Šetanje' rezultante pritiska D_b unutar preseka pri ograničenom prethodnom napreznju

Sila pritiska u betonu jednaka početnoj sili prethodnog napreznja, $D_{b0} = N_{k0}$, koja deluje na donjoj ivici k_{1z} proširenog jezgra preseka, izazvaće na gornjoj ivici preseka napon zatezanja σ_{bz0} , dok će se napon zatezanja σ_{bzt} na donjoj ivici preseka, pojaviti pri dejstvu sile pritiska u betonu $D_{bt} = N_{kt}$ na gornjoj ivici k_{2z} proširenog jezgra preseka, slika 5.7. Istovremeni naponi pritiska ne moraju da budu u granicama dopuštenih, treba ih proveriti. Analogno prethodnoj analizi:

- da ne bi bio prekoračen napon zatezanja na gornjoj ivici u fazi prethodnog napreznja, rezultatnu prethodnog napreznja N_k treba postaviti na ekscentricitetu e_{bk}

$$e_{bk} \leq k_{b1} + \sigma_{bz0} \frac{W_{b2}}{N_{k0}} + \frac{M_g}{N_{k0}} \quad (5.4)$$

u odnosu na težište T_b betonskog preseka, slika 5.7.a (naponi zatezanja σ_{bz0} , σ_{bzt} unose se kao pozitivne veličine).

- da se pri stanju maksimalnih momenata i minimalne normalne sile u preseku ne bi pojavili naponi zatezanja na donjoj ivici preseka, potrebno je da je

$$e_{bk} + k_{b2} \geq \frac{M_q}{\omega N_{k0}} - \sigma_{bzt} \frac{W_{b1}}{\omega N_{k0}} \quad (5.5)$$

- da bi se rezultujuća sila pritiska 'popela' sa donje, na gornju tačku jezgra pretpostavljenog preseka, promena ekscentriciteta i ukupne visine jezgra preseka vezani su relacijom

$$k_{b1} + k_{b2} \geq \frac{M_q - \omega M_g}{\omega N_{k0}} - \frac{\sigma_{bz0} W_{b2}}{N_{k0}} - \frac{\sigma_{bzt} W_{b1}}{\omega N_{k0}} \quad (5.5.a)$$

Ove relacije izvedene su iz uslova ograničenja napona zatezanja, i uglavnom su u praksi merodavne, jer su naponi pritiska obično manji problem. Ako se ispusti da je ipak neki

od napona pritisaka prekoračen, povećanje kritične pritisnute površine betona - flanše, obično rešava problem. Za tipične poprečne preseke, na slici 5.1 su date i uobičajene vrednosti $e_{bk} + k_{b2}$, odnosno $k_{b1} + k_{b2}$.

5.3.2 Statički neodredjeni nosači

Prikazana interpretacija prethodnog naprezanja kao 'sile u jezgru preseka' naravno da važi i u slučaju statički neodredjenih konstrukcija. Razlika je što algoritam za statički određene konstrukcije polazi stanja na slici 5.5.a, dok je polaz za statički neodredjene konstrukcije stanje na slici 5.5.b. Efekat sekundarnih momenata savijanja je da sila prethodnog naprezanja N_k deluje ne ekscentricitetu $c = e_{bk} + M_{ks} / N_k$ u odnosu na težište betonskog preseka T_b , kao da se težište kablova fizički pomerilo u drugi položaj. Sve što je do sada rečeno u vezi analize napona, važi i dalje, jedino treba stvarni ekscentricitet e_{bk} zameniti sa računskim ekscentricitetom c .

Druga varijanta je da se rezultanta kablova zadrži tamo gde jeste, na ekscentricitetu e_{bk} , a da se **sekundarni momenti** proglaše 'dodatnim spoljašnjim opterećenjem' koje deluje već u fazi prethodnog naprezanja.

Na žalost to nije sve, i tzv. 'prošireno jezgro preseka' zavisi od sekundarnih momenata. Dalje, svaka promena ekscentriciteta e_{bk} rezultante sile prethodnog naprezanja u polju nosača menja i efekte prethodnog naprezanja pa i sekundarne momente, tako da je zamešno formulisati jednostavna uputstva za 'manipulaciju' naponima, silama i njihovim ekscentricitetima. Očigledno je da naponsko stanje nekog preseka nije samo 'stvar tog preseka' kao u slučaju statički određenih konstrukcija, već mora da se analizira integralno, razmatranjem čitavog sistema konstrukcije, kroz više iteracija. Za kontinualne grede problem može da se formuliše u programima tipa 'Excel', dok je u opštem slučaju, primena koncepta **ekvivalentnog opterećenja** racionalno i prirodno rešenje - analiza uticaja i napona statički neodredjenih sistema sa prethodnim naprezanjem kao spoljašnjim opterećenjem.

5.4 ALGORITAM ZA STATIČKI ODREĐJENE KONSTRUKCIJE NA BAZI KONTROLE IVIČNIH NAPONA ZATEZANJA

Kako na bazi dva navedena uslova organizovati algoritam dimenzionisanja? Na više načina:

a.) za poznati presek i vrednosti momenata savijanja i dopuštenih napona zatezanja, kao i pretpostavljenu vrednost koeficijenta ω , **minimalna potrebna početna sila** N_{k0} može da se dobije iz izraza (5.5.a), a njen **potreban ekscentricitet** u odnosu na težište e_{bk} iz izraza (5.4) ili (5.5). Ponovimo, sila N_{k0} određena iz uslova (5.5.a) predstavlja minimalnu moguću vrednost, potrebnu da rezultanta pritiska D_b 'prošeta' između graničnih tačaka jezgra preseka.

a.1) Ako je potreban ekscentricitet moguće realizovati, treba još proveriti i napone pritiska u fazi prethodnog naprezanja, odnosno u fazi eksploatacije. Ako je prekoračen neki od napona pritisaka, tada treba povećati visinu i otporne momente preseka, ako je cilj minimalna sila - najmanja količina kablova;

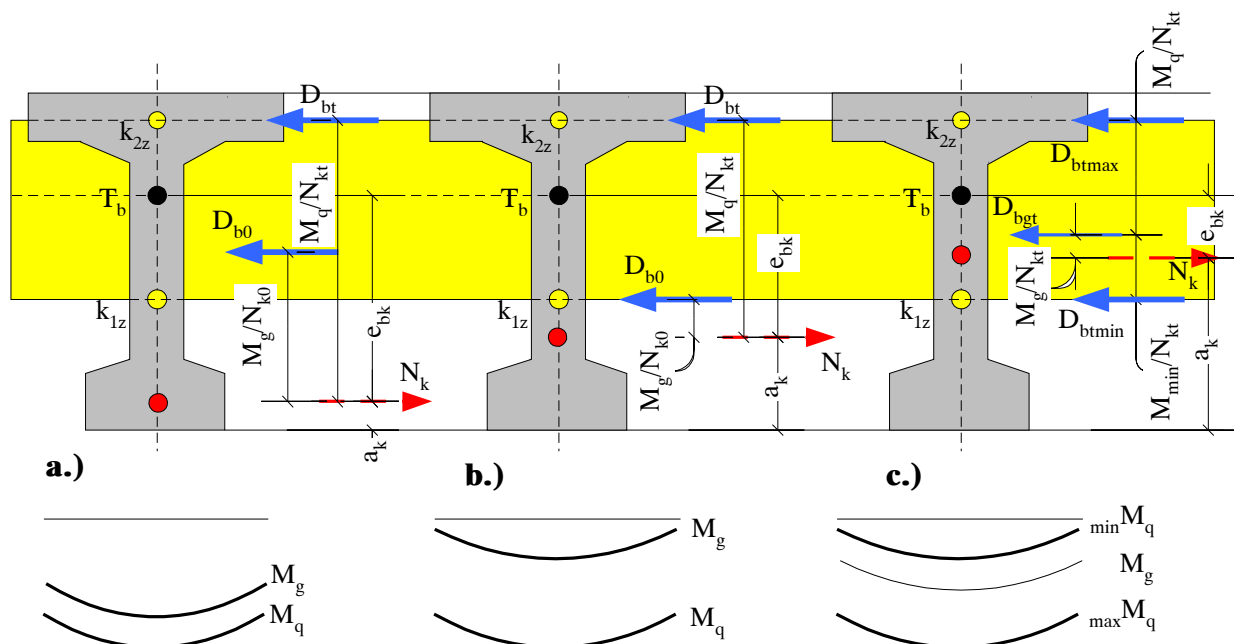
a.2) Često se ispostavi da potrebnu vrednost ekscentriciteta pri minimalnoj potrebnoj sili prethodnog napreznja nije moguće realizovati u preseku date visine, ekscentricitet e_{bk} može da 'ispadne' van preseka, ili je suviše nisko u preseku, pa potreban broj kablova nije moguće rasporediti na zadanom ekscentricitetu. U ovom slučaju **preseka ograničene visine**, treba preći na naredni algoritam.

b.) za poznati presek, vrednosti momenata savijanja i dopuštenih napona zatezanja, kao i pretpostavljenu vrednost koeficijenta ω , može da se **pretpostavi ekscentricitet** e_{bk} , da se iz nejednačine (5.4) odredi **gornja granica potrebne početne sile** N_{k0} , a iz nejednačine (5.5) **donja granica potrebne početne sile prethodnog napreznja**. Veća od dve vrednosti izazvaće pojavu dopuštenog napona zatezanja na gornjoj ivici u fazi prethodnog napreznja, dok će manja vrednost prouzrokovati pojavu dopuštenih napona zatezanja na donjoj ivici preseka u fazi eksploatacije. Ako u ovom slučaju nema rešenja, treba probati sa povećanjem otpornih momenata preseka povećanjem flanši.

Sve do sada bilo je govora o potrebnoj veličini sile prethodnog napreznja u nekom - **merodavnom preseku**, sredina raspona proste grede, na primer. Da bi se odredila potrebna **početna sila na presi**, potrebno je proceniti **gubitke usled trenja** (ako je u pitanju naknadno prethodno napreznje), za toliko uvećati potrebnu silu na mestu kotvi, i potom odrediti potreban broj kablova.

5.3.1 Uticaj različitih odnosa dodatnih opterećenja prema sopstvenoj težini nosača

Na veličinu potrebne sile prethodnog napreznja i njen ekscentricitet bitno utiče odnos maksimalnih M_q i minimalnih M_g momenata savijanja u preseku, slika 5.8. Zatamnjena oblast preko sva tri preseka, između koordinata proširenog jezgra preseka k_{1z} odnosno k_{2z} , predstavlja oblast unutar koje se rezultujuća sila pritiska u betonu D_{b0} odnosno D_{bt} 'šeta', zavisno od uticaja u preseku.



Slika 5.8 Potrebna ekscentricitet e_{bk} u zavisnosti od odnosa M_{max}/M_{min}

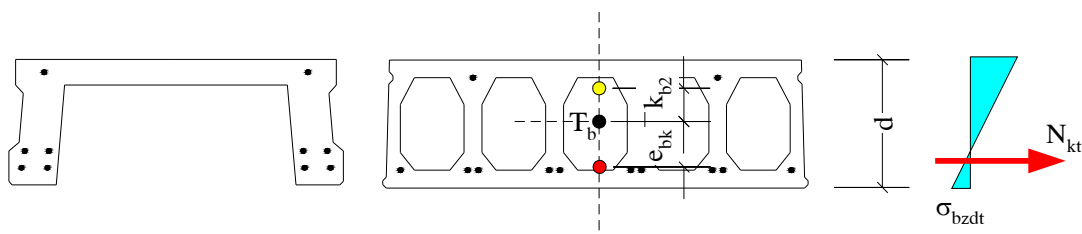
U slučajevima kada je sopstvena težina konstrukcije dominantna, slika 5.8.a, obično je merodavan kriterijum dopuštenog napona zatezanja u eksploataciji, izraz (5.5). Iskorišćenje napona zatezanja u fazi prethodnog napreznja nema smisla, treba pustiti da početna rezultujuća sila pritiska D_{b0} zadje u jezgro preseka, tako da do gornje tačke jezgra ostane taman koliko treba da se pri minimalnoj sili prethodnog napreznja, i maksimalnom spoljašnjem momentu M_q , rezultujuća sila pritiska D_{bt} popne na gornju tačku jezgra. Očigledno je da u ovom slučaju ukupna visina jezgra preseka može da bude manja, mogu da se upotrebe nosači sa manjim flanšama, ili bez njih.

U slučajevima kada je sopstvena težina konstrukcije relativno mala, kao u slučaju kranskih staza na primer, slika 5.8.b, potrebni su preseci sa što većom ukupnom visinom jezgra, jer velika razlika momenata $\Delta M = M_q - M_g$ izaziva i veliku promenu ekscentriciteta rezultujuće sile pritiska D_b . Preseci sa naglašenim flanšama su tipični u ovim slučajevima, ali je često potrebna i povećana sila prethodnog napreznja N_{ko} , na manjem ekscentricitetu e_{bk} .

Prethodna dva slučaja su tipična za sisteme prostih greda, kod kojih dodatna opterećenja obično povećavaju momente savijanja (osim ako nije u pitanju sisanje vetra). Ako su momenti savijanja usled dodatnih opterećenja alternativnog karaktera, tada ukupni momenti u eksploataciji mogu da budu veći, ali i manji od momenata usled sopstvene težine pri prethodnom napreznju, slika 5.8.c (greda sa prepustom, ili kontinualni nosači, na primer). U tom slučaju, rezultanta prethodnog napreznja mora da se 'smesti' unutar proširenog jezgra preseka već u fazi prethodnog napreznja, na malom ekscentricitetu (zato će morati sila da bude veća), tako da se obezbedi prostor za 'šetanje' sile pritiska D_b u oba smera, zavisno od trenutne vrednosti momenata. Rešenje treba tražiti u presecima sa razvučenim, visokim jezgrom kao i u većoj sila prethodnog napreznja - 'prethodno napreznje kroz jezgro preseka'. Ova situacija je tipična za konstrukcije kontinualnih mostova.

5.3.2 Preseci sa neiskorišćenim naponima pritiska u eksploataciji

U slučaju poprečnih preseka sa izraženim gornjim flanšama, obično nije iskorišćen napon pritiska pri maksimalnim momentima u eksploataciji, slika 5.9. Sa usvojenim dimenzijama poprečnog preseka, potrebna trajna sila prethodnog napreznja N_{kt} može da se odredi iz uslova, da napon zatezanja σ_{bt} na donjoj ivici pri maksimalnim momentima usled spoljnih opterećenja, bude u dopuštenim granicama σ_{bzdt} (napon se unosi sa pozitivnim znakom)



Slika 5.9 Preseci sa 'neiskorišćenim naponima' pritiska u eksploataciji

$$N_{kt} = \frac{M_{\max} - \sigma_{bzdt} W_{b1}}{k_{b2} + e_{bk}} \quad (5.6)$$

Ovaj, možda najpoznatiji izraz (izveden iz izraza 5.5) 'garantuje samo jedan pogodak', zadovoljenje napona zatezanja u eksploataciji. Sve druge napone tek treba proveriti, posebno napon zatezanja na gornjoj ivici u fazi prethodnog naprezanja.

5.5 ALGORITMI ZA STATIČKI ODREĐENE KONSTRUKCIJE NA BAZI KONTROLE SVIH IVIČNIH NAPONA

U vremenu dominacije **numeričkih metoda**, bilo primene programa tipa 'Excel', bilo softvera za analizu preseka i konstrukcija, tradicionalne grafičke metode rešavanja problema naprezanja preseka polako se povlače.

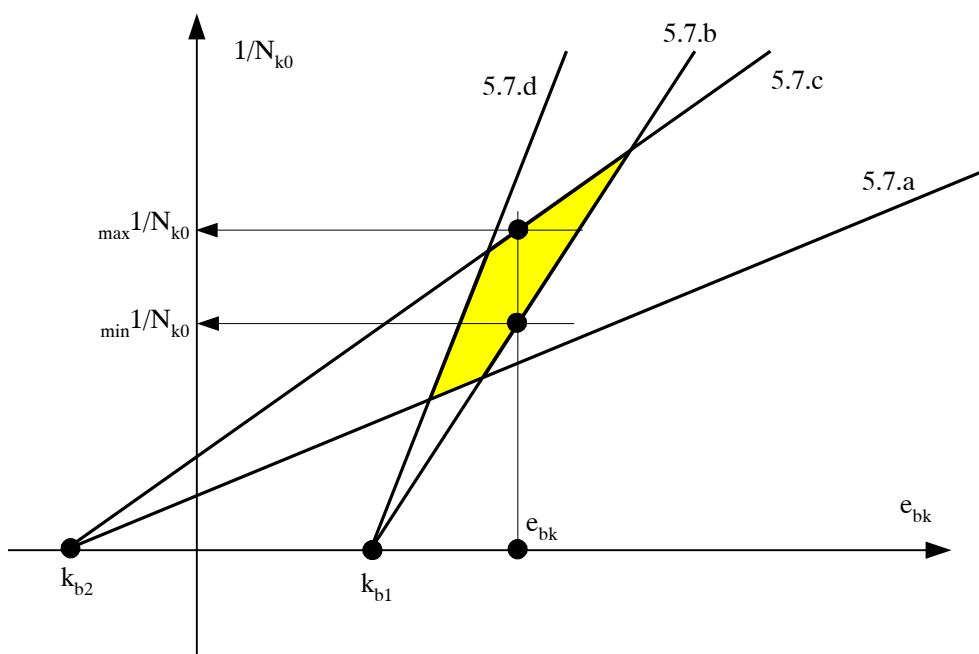
Kada je u pitanju analiza jednog preseka, tada se osnovni izrazi za ivične napone preseka (4.4) i (4.7) mogu interpretirati grafički u obliku '**Manjel-ovog dijagrama**' zavisnosti sile prethodnog naprezanja N_{k0} i ekscentriciteta e_{bk} , slika 5.10. Ako se navedeni izrazi postavie kao nejednačine, kao uslovi da su ivični naponi manji od odgovarajućih dopuštenih napona, tada u koordinatnom sistemu $N_{k0} - e_{bk}$ četiri nejednačine definišu oblast mogućih vrednosti sila i ekscentriciteta.

$$\frac{1}{N_{k0}} \geq \frac{e_{bk} + k_{b2}}{M_g + \sigma_{bd0} W_{b1}} \quad (5.7.a)$$

$$\frac{1}{N_{k0}} \geq \frac{e_{bk} - k_{b1}}{M_g + \sigma_{bzd0} W_{b2}} \quad (5.7.b)$$

$$\frac{1}{N_{k0}} \leq \frac{\omega(e_{bk} + k_{b2})}{Mq - \sigma_{bzd1} W_{b1}} \quad (5.7.c)$$

$$\frac{1}{N_{k0}} \leq \frac{\omega(e_{bk} - k_{b1})}{Mq - \sigma_{bdt} W_{b2}} \quad (5.7.d)$$

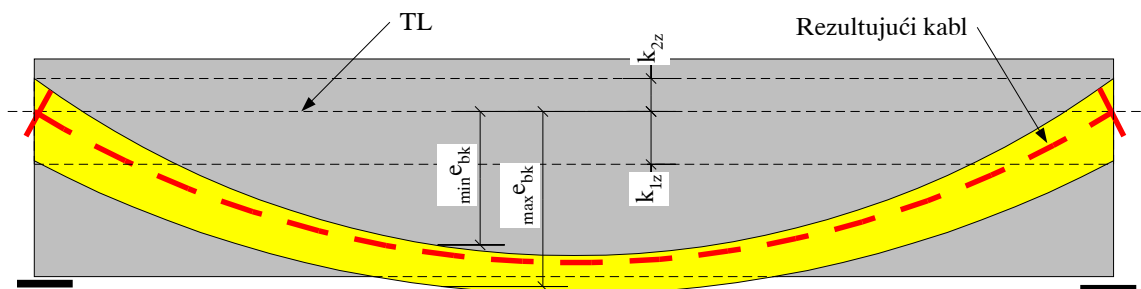


Slika 5.10 Manjel-ov dijagram

5.6 VODJENJE TRASE REZULTANTE PRETHODNOG NAPREZANJA

5.6.1 Vodjenje krivolinijske trase

Potrebne dimenzije poprečnog preseka, sila prethodnog napreznja kao i njen ekscentricitet obično se određuju u **preseku sa ekstremnim vrednostima momenata savijanja**, u sredini raspona proste grede, ili nad srednjim osloncem kontinualnog nosača - kao i u slučaju klasično armiranih konstrukcija. Za razliku od klasično armiranih konstrukcija, kod kojih se zadržava 'ekscentricitet' armature, a menja površina armature njenim ukidanjem - 'pokrivanje momenata ili linije zatežućih sila', u **naknadno prethodno napregnutim konstrukcijama** se teži da se zadrži površina kablova - sila prethodnog napreznja, ali da se duž nosača menja njen ekscentricitet e_{bk} , slika 5.10. Danas se teži što dužim trasama kablova, sa što manje kotvi, jer su mesta ukotvljenja često podložna koroziji.



Slika 5.11 Granična oblast dozvoljenih ekscentriciteta - 'fizo zona'

Ako je poznat ekscentricitet potrebne sile u **merodavnom preseku**, tada u poljima nosača trasu rezultante treba voditi prema **konceptu balansiranja spoljnih opterećenja**, poglavlje 2.1.4. Oblik trase rezultante treba da odgovara karakteru spoljnih opterećenja, da je **afin toku momenata savijanja** usled spoljnih opterećenja, tako da skretno opterećenje q_k balansira spoljašnja dejstva. U slučaju podeljenih spoljašnjih opterećenja, **parabolične trase** su prirodno rešenje.

Svojevremeno je bio popularan grafički prikaz **granične oblasti dozvoljenih ekscentriciteta** e_{bk} duž **statički odredjenih nosača** - tzv. 'fizo zone', slika 5.11. Za pretpostavljeni presek i veličinu sile prethodnog napreznja, potreban ekscentricitet je jedina nepoznata. Granična oblast određuje se iz osnovnih izraza za ivične napone preseka u fazi prethodnog napreznja, izrazi (4.4), odnosno u fazi eksploatacije, izrazi (4.7.)

$$e_{bk} \leq \frac{M_g + \sigma_{bd0} W_{b1}}{N_{k0}} - k_{b2} \quad (5.8.a)$$

$$e_{bk} \leq \frac{M_g + \sigma_{bzd0} W_{b2}}{N_{k0}} + k_{b1} \quad (5.8.b)$$

$$e_{bk} \geq \frac{M_q - \sigma_{bzd1} W_{b1}}{\omega N_{k0}} - k_{b2} \quad (5.8.c)$$

$$e_{bk} \geq \frac{M_q - \sigma_{bdt} W_{b2}}{\omega N_{k0}} + k_{b1} \quad (5.8.d)$$

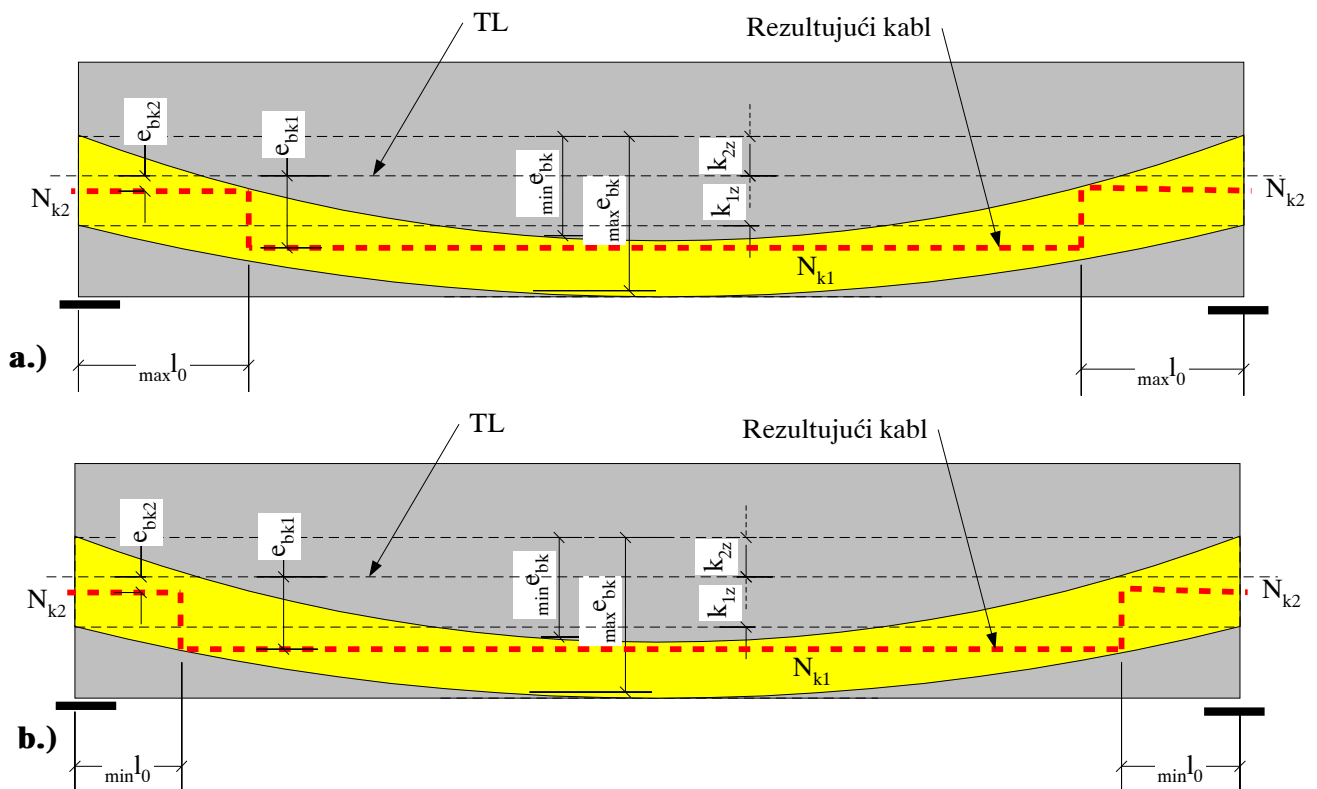
gde su σ_{bdo} , σ_{bdt} - dopušteni naponi pritiska u fazi prethodnog naprezanja odnosno u eksploataciji, σ_{bzdo} , σ_{bzdt} - dopušteni naponi zatezanja u fazi prethodnog naprezanja odnosno u eksploataciji (u izraze 5.8 ulaze sa apsolutnom vrednošću). Izrazi (5.8), definišu četiri nejednačine - četiri krive, od kojih su dve merodavne za određivanje maksimalnog - $_{max}e_{bk}$, odnosno minimalnog - $_{min}e_{bk}$ dozvoljenog ekscentriciteta rezultante prethodnog naprezanja, pa da **sva četiri naponska uslova** budu zadovoljena, slika 5.11.

5.6.2 Vodjenje pravolinijske trase rezultante prethodnog naprezanja

I kablovi i užad za prethodno naprezanje mogu da se vode pravolinijski, ali je taj tip trase ipak tipičan za adheziono prethodno naprezanje užadima - **prethodno naprezanje na stazi**, slika 5.12.

Da bi se nosač sistema proste grede (što je tipično za prethodno naprezanje na stazi) prethodno napregao celom dužinom pravolinijskom trasom rezultante sila u užadima, trasa rezultante mora da bude **unutar proširenog jezgra preseka**, linije k_{1z} - k_{2z} na slici 5.12, da se ne bi pojavili preveliki naponi zatezanja u zoni oslonaca, gde su momenti savijanja jednaki nuli. Tako se često radi, relativno mali ekscentricitet rezultante zahteva veću silu i više užadi, ali je bar izvodjenje jednostavno.

Ako je potrebno uštedeti na užadima, a i na dimenzijama preseka, može da se u usvoji manja sila N_{k1} na većem ekscentricitetu e_{bk1} , van proširenog jezgra preseka, slika 5.12. Da bi se bliže krajevima rezultanta ipak vratila u jezgro preseka, **deo užadi može da se izoluje** od betona, navlačenjem plastične cevi dužine l_0 , na primer, slika 5.12 i 5.13 (videti i sliku 1.8).

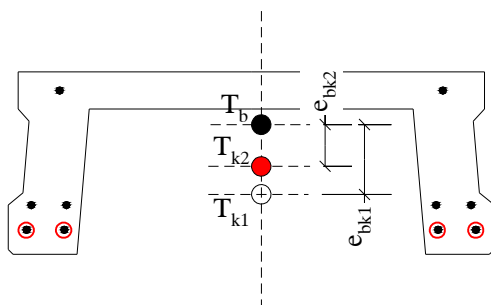


Slika 5.12 Vodjenje pravolinijske trase rezultante prethodnog naprezanja, sa izolovanjem dela užadi u slučaju adhezionog prethodnog naprezanja

Redukovana rezultanta prethodnog naprezanja N_{k2} deluje na menjem ekscentricitetu e_{bk2} , unutar jezgra preseka. Ako je potrebno podići rezultantu, onda je logičan izbor da se izoluju najniža užad, slika 5.13. Ostaju još pitanja, koliko užadi izolovati, i na kom delu dužine nosača l_0 izvršiti redukciju rezultante prethodnog naprezanja?

Obično se broj izolovanih užadi pretpostavlja na osnovu usvojenog rasporeda u sredini raspona, slika 5.13. Teži se da se zadrži simetrija, ali i da se ekscentricitet u polju e_{bk1} smanji na potrebnu veličinu e_{bk2} , unutar jezgra preseka.

Ako se užad izoluju prerano, na odstojanju $_{max}l_0$ od oslonca, tada će, zbog smanjenog ekscentriciteta e_{bk2} , u ovoj zoni biti prekoračeni naponi zatezanja na donjoj ivici u fazi eksploatacije, i/ili naponi pritiska na gornjoj ivici takodje u eksploataciji, slika 5.12.a. Ako se pak to uradi prekasno, bliže osloncu, na rastojanju $_{min}l_0$, tada će u ovoj zoni biti prekoračeni naponi zatezanja na gornjoj ivici, i/ili naponi pritiska na donjoj ivici preseka u fazi prethodnog naprezanja, slika 5.12.b. Na slici 5.12 prikazana je i 'fizo zona' za slučaj konstantne sile prethodnog naprezanja duž nosača $N_k = N_{k1}$. Problem određivanja dužine izolovanja $l_0 =$



Slika 5.13 Izolovanje donjeg reda užadi

naprezanja punom silom N_{k1} na ekscentricitetu e_{bk1} budu u granicama dopuštenih, slika 5.12.b. Naravno da treba proveriti i napone u istom preseku na strani prema osloncu, i dokazati da, pri sili prethodnog naprezanja N_{k2} na ekscentricitetu e_{bk2} , nisu prekoračeni ivični naponi u eksploataciji. Problem se naravno može rešiti i probanjem, u par iteracija.

5.7 KONTROLA GRANIČNOG STANJA NOSIVOSTI

Prethodni algoritam kao rezultat treba da da prihvatljivo stanje napona u svim fazama života konstrukcije. Međutim, ostaje da se provere bar još stanja granične nosivosti - koeficijent sigurnosti od loma, kao i stanje deformacija konstrukcije.

Granična nosivost se proverava na već izloženi način, poglavlje 4.4. Za usvojeni presek i prethodno naprezanje koji garantuju stanje napona, obično je i koeficijent sigurnosti od loma u traženim granicama. Ako se pokaže da je nedovoljan, bilo bi vrlo mučno menjati presek i/ili kablove (užad), nakon što je stanje napona s mukom izbalansirano. Obično je dovoljno da se u zategnutoj zoni angažuje i zategnuta klasična armatura koja obično postoji, ili da se doda koliko je potrebno i da se koeficijent sigurnosti podigne ne željenu vrednost.

5.8 KONTROLA GRANIČNOG STANJA DEFORMACIJA

Ako ugibi konstrukcije nisu u redu, to je veći problem. Koliki su dozvoljeni ugibi, obično je definisano propisima, zavisno od namene objekta. Preveliki ugibi konstrukcije mogu da se koriguju dodatnim utezanjem kablova, povećanjem skretnog opterećenja - ali onda smo verovatno upropastili upravo dokazano stanje napona u konstrukciji. Sve u svemu, problem deformacija je obično **sistemski problem** - dispozicija je problematična, a to se rešava na

početku posla. Znači, nazad na početak! Treba promeniti **krutost sistema**, možda i nivo prethodnog napreznja - 'potisak kablova', metodom **ekvivalentnih opterećenja** analizirati problem deformacija ali i napona, i doći do preseka i nivoa prethodnog napreznja koji će da izbalansiraju i deformacije i napone.

Posao definitivno pada u krizu ako se i naponi i deformacije lepo izbalansirani, ali se ispostavi da su recimo vibracije u eksploataciji nepodnošljive! To je takodje sistemski problem, u kome učestvuju krutost, masa, prigušenje i pobudjujuće opterećenje. Ako je objekat izveden, problem obično može da se sanira. Ako je u pitanju faza projekta, a neko postavi i zahtev kontrole vibracija, to se takodje rešava na početku posla.

5.9 OD GRANIČNOG STANJA NOSIVOSTI, KA DOPUŠTENIM NAPONIMA

Za kraj, nešto što obično ne ide uz metodologiju dopuštenih napona, ali jako liči na uobičajeni postupak projektovanja klasično armiranih konstrukcija. Već je rečeno da se danas prethodno napregnute konstrukcije smatraju samo **varijantom armiranobetonskih konstrukcija**.

Suština postupka koji sledi je, da se **potrebna površina čelika za prethodno napreznje** (kablova, užadi) odredi iz uslova granične nosivosti merodavnih preseka, a da se **početni napon u kabl**u odredi iz uslova dopuštenih napona u betonu. Naime, već je pokazano da granična nosivost preseka ne zavisi od početnog napona u kabl, koji pak utiče na krivinu preseka pri dostizanju granične nosivosti.

Kao i u slučaju klasično armiranih konstrukcija, dimenzionisanje prethodno napregnutih preseka može da se izvrši prema graničnom stanju nosivosti:

- 'slobodno' dimenzionisanje, pri čemu se određuje visina preseka i **površina čelika za prethodno napreznje** (pažnja, ne sila prethodnog napreznja) u merodavnim presecima;

- 'vezano' dimenzionisanje, za prethodno pretpostavljen presek, određuje se **potrebna površina čelika za prethodno napreznje**.

Algoritam je analogan poznatom postupku dimenzionisanja klasično armiranih konstrukcija, samo što treba voditi računa da čelik za prethodno napreznje već ima početni napon-dilataciju, na način prikazan u poglavlju 4.4. Pretpostavka je da je presek 'duktilan', i da 'lom preseka' nastaje razvlačenjem čelika - da je napon u čeliku jednak usvojenoj granici razvlačenja.

Sa poznatom površinom kablova, **početna sila prethodnog napreznja** definisana je kao proizvod površine kabla (užeta) i dopuštenog napona u kabl (užetu) pri prethodnom napreznju, dok se **trajna sila prethodnog napreznja** procenjuje na bazi pretpostavljene vrednosti ω . Trasa rezultujućeg kabla se usvaja na poznati način, nakon čega treba **izvršiti kontrolu napona** u presecima. Ako se ispostavi da je sila prethodnog napreznja prevelika, tada se može smanjiti početni napon prethodnog napreznja, što ne utiče na graničnu nosivost. Druga varijanta je da se smanji broj kablova (užadi), ali da se oni nadoknade odgovarajućom površinom klasične armature, kako bi se sačuvao potreban koeficijent sigurnosti od loma preseka. Deluje atraktivno, treba probati.

5.10 IMA LI SVE OVO POKRIĆE U EVROKODU?

Kao rezultat primene ovoga teksta, treba da se dobije prethodno napregnuta konstrukcija od koje se očekuje da neće imati prslina. Zaboravimo na tren kako smo do toga došli, primenom kojih propisa i algoritama, mogli smo u krajnjoj liniji sve da usvojimo, 'javilo nam se'. Na eventualno pitanje da li je takva konstrukcija u redu po savremenim propisima, Evrokodu na primer, 'drzak' odgovor je - pa proverite! Evrokod se naravno razlikuje u konceptu i detaljima, ali će rezultat vrlo verovatno biti da ova konstrukcija stvarno nema prslina, i da je obezbedjena potrebna granična nosivost preseka. Naime, da li ima ili nema prslina, Evrokod će da utvrdi tako što će sračunatu vrednost ivičnog napona zatezanja da uporedi sa čvrstoćom betona na zatezanje. Pre će da se desi da možda treba pojačati uzengije u zoni povećanih transverzalnih sila, ili da su zaštitni slojevi premali itd.

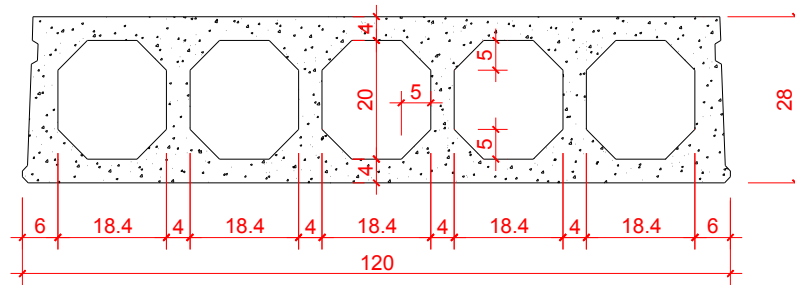
Rezime za kraj. Evrokod priznaje i, u slučajevima agresivnih sredina preporučuje prethodno napregnute konstrukcije bez prslina. Slična je situacija i kod konstrukcija mostova. Detalji se razlikuju, ali sve ovo do sada nije bilo 'gubljenje vremena' - razrešenje dileme iznete negde na početku teksta.

5.11 PRIMERI

5.11.1 Primer 1

Za tehnološki uslovljen oblik poprečnog preseka adheziono prethodno napregnute montažne ošupljene tavanice, uraditi idejno rešenje i odrediti potreban broj užadi sistema IMS, za pravolinijsku trasu, bez izolovanja užadi.

Podaci: raspon $L_0 = 12,0\text{m}$; marka betona - 40MPa u fazi prethodnog naprezanja, 50MPa u eksploataciji; dodatno stalno opt. $\Delta g = 1,70\text{kN/m}^2$; korisno opterećenje $p = 3,50\text{kN/m}^2$; ograničeno prethodno naprezanje.



Slika 5.14 Poprečni presek montažne tavanice

Komentar: Dimenzije montažnih elemenata ovoga tipa obično su definisane od strane proizvođača, zavisno od tehnoloških mogućnosti opreme kojom raspolaže. Proizvođači obično putem kataloga nude izbor različitih preseka, dimenzija, raspona, opterećenja i različitih detalja. U svetu se uloga projektanta u ovom slučaju svodi na izbor iz kataloga, jer svi proizvodi imaju atest.

- *Dopušteni normalni naponi u betonu* (Tabela 5, PNB71, i slika 4.3):

Faza prethodnog naprezanja - MB40

pritiskak $\sigma_{bd0} = 19,5\text{MPa}$

zatezanje $\sigma_{bz0} = -3,0\text{MPa}$

Faza eksploatacije - MB50

pritiskak $\sigma_{bdt} = 18,5\text{MPa}$

zatezanje $\sigma_{bzd} = -2,1\text{MPa}$

- *Dopuštena početna sila prethodnog naprezanja jednog užeta* N_{kl}^0

Komentar: Često se primenjuju užad manjeg prečnika, zbog bolje adhezije sa betonom, $\phi 12,5$ (93mm^2) na primer. Sistem *IMS* nudi dva prečnika užadi, $\phi 15,2$ i $\phi 16$ - usvojeno $\phi 15,2$. Katalog *IMS*, Tabela 1.7.1: klasa čelika B; usvojeno 80% sile kidanja užeta; $\sigma_{kz} = 1860\text{MPa}$; površina užeta 140mm^2

$N_{kl}^0 = 208\text{kN}$

- *Geometrijske karakteristike bruto betonskog preseka*

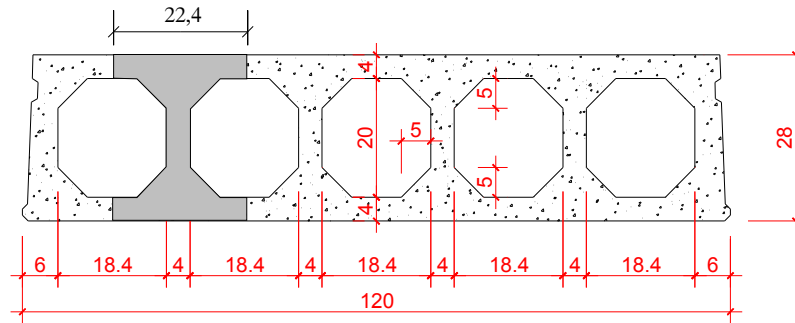
Za analizu u okviru idejnog rešenja, usvaja se karakteristični simetrični I - segment poprečnog preseka elementa, širine flanše $b = 22,4\text{cm}$, slika 5.15.

Površina preseka $F_b = 309,2\text{cm}^2$

Težište preseka u odnosu na donju ivicu $y_T = 14,0\text{cm}$

Moment inercije preseka $I_b = 32252\text{cm}^4$

Otporni moment preseka $W_b = 2304\text{cm}^3$
 Odstojanje jezgra preseka od težišta $k_b = 7,45\text{cm}$



Slika 5.15 Tipični segment I - preseka

- *Statički uticaji u fazi prethodnog naprezanja*

Sopstvena težina

$$g = F_b \gamma = 309,2 \times 10^{-4} \times 25,0 = 0,773 \text{ kN/m}$$

Računski raspon pri širini oslanjanja od oko 15cm

$$L = L_0 - 0,15 = 12,00 - 0,15 = 11,85 \text{ m}$$

$$M_g = gL^2 / 8 = 0,773 \times 11,85^2 / 8 = 13,57 \text{ kNm}$$

$$R_g = gL/2 = 0,773 \times 11,85 / 2 = 4,58 \text{ kN}$$

- *Statički uticaji u fazi eksploatacije*

Sopstvena težina

$$M_g = gL^2 / 8 = 0,773 \times 11,85^2 / 8 = 13,57 \text{ kNm}$$

$$R_g = gL/2 = 0,773 \times 11,85 / 2 = 4,58 \text{ kN}$$

Dodatno stalno opterećenje

$$\Delta g_I = \Delta g b = 1,70 \times 0,224 = 0,38 \text{ kN/m}$$

$$M_{\Delta g} = 0,380 \times 11,85^2 / 8 = 6,67 \text{ kNm}$$

$$R_{\Delta g} = 0,380 \times 11,85 / 2 = 2,25 \text{ kN}$$

Korisno opterećenje

$$p_I = p_b = 3,50 \times 0,224 = 0,784 \text{ N/m}$$

$$M_p = 0,784 \times 11,85^2 / 8 = 13,76 \text{ kNm}$$

$$R_p = 0,784 \times 11,85 / 2 = 4,65 \text{ kN}$$

Ukupno, sopstvena težina + dodatno stalno + korisno

$$M_q = 13,57 + 6,67 + 13,76 = 34,00 \text{ kNm}$$

$$R_q = 4,58 + 2,25 + 4,65 = 11,48 \text{ kN}$$

(A) *Proračun potrebne sile prethodnog naprezanja i njenog ekscentriciteta*

Komentar: Rezultanta prethodnog naprezanja mora na osloncu, gde su momenti savijanja jednaki nuli, da prolazi kroz donju tačku 'proširenog jezgra preseka', ili sa još manjim ekscentricitetom, da se ne bi pojavili preveliki naponi zatezanja na gornjoj ivici u fazi prethodnog naprezanja. Veličina **maksimalne dozvoljene početne**

sile prethodnog naprezanja, kao i njen položaj određiće se iz naponskih uslova na osloncu. Sa definisanim položajem sile, vrednost **minimalne potrebne početne sile** određiće se iz naponskih uslova u sredini raspona.

- *Presek na osloncu*

Uslov iskorišćenja napona zatezanja u fazi prethodnog naprezanja

$$e_{bk} \leq k_{b1} + \sigma_{bzd0} \frac{W_{b2}}{N_{k0}} + \frac{M_g}{N_{k0}} = 7,45 + 0,30 \frac{2304}{N_{k0}} \quad (\text{kN, cm})$$

odnosno

$$N_{k0} \leq \frac{M_g + \sigma_{bzd0} W_{b2}}{e_{bk} - k_{b1}} = \frac{0,30 \times 2304}{e_{bk} - 7,45}$$

Zbog uslova betoniranja, i usvojenog zaštitnog sloja $>2,5\text{cm}$, pretpostavlja se položaj rezultante prethodnog naprezanja na rastojanju $a_k = 4,0\text{cm}$ od donje ivice elementa.

Ekscentricitet sile prethodnog naprezanja

$$e_{bk} = d/2 - a_k = 28,0/2 - 4,0 = 10,0\text{cm}$$

Maksimalna dozvoljena početna sila prethodnog naprezanja na osloncu

$$N_{k0} \leq \frac{M_g + \sigma_{bzd0} W_{b2}}{e_{bk} - k_{b1}} = \frac{0,30 \times 2304}{10,0 - 7,45} = 271\text{kN}$$

Kontrola napona pritiska u preseku na osloncu u fazi prethodnog naprezanja

Pretpostavlja se $N_{k0} = 271\text{kN}$, $e_{bk} = 10,0\text{cm}$

Napon pritiska na donjoj ivici preseka

$$\sigma_{b10} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \frac{271,0}{309,2} \left(1 + \frac{10,0}{7,45}\right) = 2,05 = 20,5\text{MPa}$$

Komentar: Prekoračenje u odnosu na dopušteni napon pritiska u fazi prethodnog naprezanja $\sigma_{bd0} = 19,5\text{MPa}$ iznosi 5%. Prekoračenje se prihvata, jer će naponi u betonu biti nešto niži, ako se uzme u obzir i prisustvo čelika u preseku - 'idealizovani' presek. Pored toga, još nije izvršena kontrola napona u preseku u sredini raspona, možda će biti potrebna niža vrednost sile.

- *Potrebna minimalna početna sila u preseku u sredini raspona*

Komentar: Maksimalna veličina početne sile prethodnog naprezanja i njen ekscentricitet, uslovljeni su naprezanjima preseka na osloncu. Sa usvojenim ekscentricitetom na osloncu, potrebna minimalna početna sila prethodnog naprezanja određiće se iz naponskih uslova u sredini raspona, izrazi (5.4 i 5.5).

Uslov iskorišćenja napona zatezanja u fazi prethodnog naprezanja (izraz 5.4)

$$e_{bk} \leq k_{b1} + \sigma_{bzd0} \frac{W_{b2}}{N_{k0}} + \frac{M_g}{N_{k0}}$$

odnosno

$$N_{k0} \leq \frac{M_g + \sigma_{bzd0} W_{b2}}{e_{bk} - k_{b1}} = \frac{13,57 \times 10^2 + 0,30 \times 2304}{10,0 - 7,45} = 803,2 \text{ kN}$$

Uslov iskorišćenja napona zatezanja u fazi eksploatacije (izraz 5.5)

Pretpostavljaju se gubici usled tečenja, skupljanja i relaksacije od 15%

$$\omega = 0,85$$

$$e_{bk} \geq \frac{M_q}{\omega N_{k0}} - k_{b2} - \sigma_{bzd1} \frac{W_{b1}}{\omega N_{k0}}$$

odnosno

$$N_{k0} \geq \frac{M_q - \sigma_{bzd1} W_{b1}}{\omega(e_{bk} + k_{b2})} = \frac{34,0 \times 10^2 - 0,21 \times 2304}{0,85(10,0 + 7,45)} = 196,6 \text{ kN}$$

Pretpostavlja se $N_{k0} = 196,6 \text{ kN}$

Kontrola napona pritisaka u sredini raspona u fazi prethodnog naprezanja

$$\sigma_{b10} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_g}{W_{b1}} = \frac{196,6}{309,2} \left(1 + \frac{10,0}{7,45}\right) - \frac{13,57 \times 10^2}{2304} = 9,0 \text{ MPa}$$

Kontrola napona pritisaka u sredini raspona u fazi eksploatacije

$$N_{kt} = 0,85 \times 196,6 = 167,1 \text{ kN}$$

$$\sigma_{b2t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b1}}\right) + \frac{M_q}{W_{b2}} = \frac{167,1}{309,2} \left(1 - \frac{10,0}{7,45}\right) + \frac{34,0 \times 10^2}{2304} = 12,9 \text{ MPa}$$

Komentar: Naponi pritiska su u granicama dopuštenih.

(B) Usvajanje užadi za prethodno naprezanje

$$N_{k0} = 196,6 \text{ kN}$$

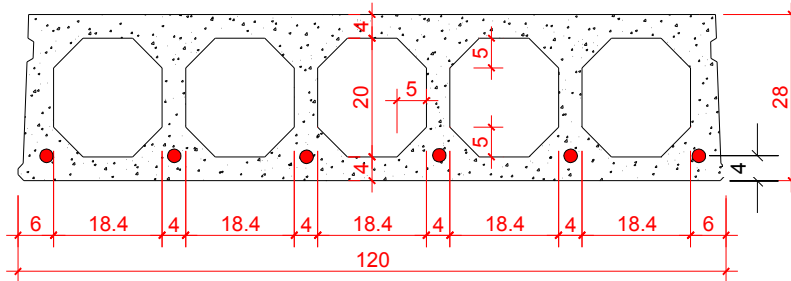
Pretpostavljaju se 5% gubici usled elastičnih deformacija betona.

Potrebna početna sila na presi

$$N_{k1}^0 = N_{k0} / 0,95 = 196,6 / 0,95 = 206,9 \text{ kN}$$

Usvaja se u svakom 'rebru' po jedno uže $\phi 15,2$ sa dozvoljenom silom na presi od $N_{kl}^0 = 208\text{kN} > 206,9\text{kN}$ pri naponu od 80% čvrstoće na kidanje. Užad se u fazi prethodnog naprezanja zatežu do sile od 206,9kN, a može i do svih 80% sile kidanja.

(C) Pregled stanja napona



Slika 5.16 Presek sa užadima $6\phi 15,2$

Faza prethodnog naprezanja

Sila na presi

$$N_{kl}^0 = 208\text{kN}$$

Početa sila nakon gubitaka usled elastičnih deformacija betona

$$N_{k0} = 0,95 \times N_{kl}^0 = 0,95 \times 208 = 197,6\text{kN}$$

Presek u sredini raspona

$$\sigma_{b10} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_g}{W_{b1}} = \frac{197,6}{309,2} \left(1 + \frac{10,0}{7,45}\right) - \frac{13,57 \times 10^2}{2304} = 9,1\text{MPa}$$

$$\sigma_{b20} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) + \frac{M_g}{W_{b2}} = \frac{197,6}{309,2} \left(1 - \frac{10,0}{7,45}\right) + \frac{13,57 \times 10^2}{2304} = 3,7\text{MPa}$$

Presek na osloncu

$$\sigma_{b10} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \frac{197,6}{309,2} \left(1 + \frac{10,0}{7,45}\right) = 15,0\text{MPa}$$

$$\sigma_{b20} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \frac{197,6}{309,2} \left(1 - \frac{10,0}{7,45}\right) = -2,2\text{MPa}$$

Faza eksploatacije

$$\omega = 0,85$$

$$N_{kt} = \omega N_{k0} = 0,85 \times 197,6 = 167,9\text{kN}$$

Presek u sredini raspona

$$\sigma_{b1t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_q}{W_{b1}} = \frac{167,9}{309,2} \left(1 + \frac{10,0}{7,45}\right) - \frac{34,0 \times 10^2}{2304} = -2,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b2t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) + \frac{M_q}{W_{b2}} = \frac{167,9}{309,2} \left(1 - \frac{10,0}{7,45}\right) + \frac{34,0 \times 10^2}{2304} = 12,9 \text{ MPa}$$

Presek na osloncu

$$\sigma_{b1t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \frac{167,9}{309,2} \left(1 + \frac{10,0}{7,45}\right) = 12,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b2t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) = \frac{167,9}{309,2} \left(1 - \frac{10,0}{7,45}\right) = -1,8 \text{ MPa}$$

Komentar: Svi naponi su u granicama dopuštenih.

5.11.2 Primer 2

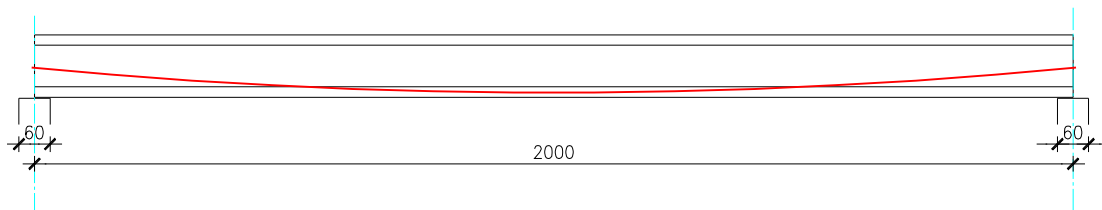
Glavni nosač krovne konstrukcije konstantnog poprečnog preseka, osovinskog raspona $L_o=20m$, izvodi se naknadnim prethodnim naprežanjem kablovima sistema *IMS*, slika 5.17 i 5.18. Za pretpostavljene dimenzije preseka, uraditi idejno rešenje i odrediti potreban broj i trasu kablova za prethodno naprežanje. Usvojiti slučaj **ograničenog prethodnog naprežanja** (dozvoljava se pojava napona zatezanja), prema propisima PNB71.

Napomena: Ovo je isti nosač iz primera 4.8.1, samo sa krivolinijskim kablovima, umesto pravolinijskih užadi za prethodno naprežanje.

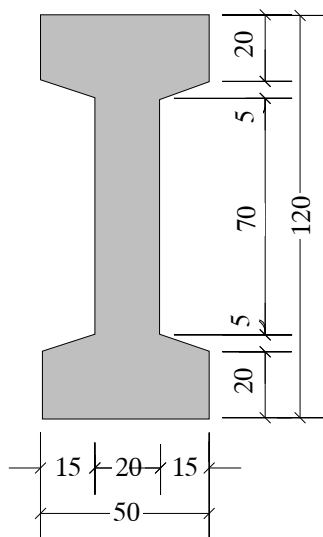
Podaci:

Faza prethodnog naprežanja : MB35 (prethodno naprežanje se često vrši pre dostizanja pune čvrstoće betona, ali pri dostignutoj čvrstoći od najmanje 70% računске - MB45 u ovom slučaju. Videti član 12 PNB71) ; gubitak sile usled elastičnih deformacija - 5%.

Faza eksploatacije : MB45 ; gubitak sile usled tečenja i skupljanja - 20%; dodatno stalno opterećenje $\Delta g=16kN/m$; korisno opterećenje $p=8,5kN/m$;



Slika 5.17 Dispozicija glavnog nosača konstrukcije krova



Slika 5.18 Poprečni presek

- *Dopušteni normalni naponi u betonu* (Tabela 5, PNB71, i slika 4.3):

Faza prethodnog naprežanja - MB35 (linearna interpolacija između MB30-MB40):

$$\text{pritisak} \quad \sigma_{bd0} = 17,3\text{MPa}$$

$$\text{zatezanje} \quad \sigma_{bzd0} = -2,8\text{MPa}$$

Faza eksploatacije - MB45 (linearna interpolacija između MB40-MB50):

$$\text{pritisak} \quad \sigma_{bdt} = 17,3\text{MPa}$$

$$\text{zatezanje} \quad \sigma_{bzdt} = -1,9\text{MPa}$$

- *Geometrijske karakteristike bruto betonskog preseka*

$$\text{Površina preseka} \quad F_b = 3750\text{cm}^2$$

$$\text{Težište preseka u odnosu na donju ivicu} \quad y_T = 60\text{cm}$$

$$\text{Moment inercije preseka} \quad I_b = 6,141 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

$$\text{Otporni moment preseka} \quad W_b = 1,023 \times 10^5 \text{ cm}^3$$

$$\text{Odstojanje jezgra preseka od težišta} \quad k_b = 27,29\text{cm}$$

- Statički uticaji u fazi prethodnog naprezanja

Sopstvena težina

$$g = F_b \gamma = 3750 \times 10^{-4} \times 25,0 = 9,37 \text{ kN/m}$$

Za širinu oslonaca pretpostavlja se $b_0 = 30 \text{ cm}$, pa je računski raspon grede

$$L = L_0 - b_0 = 20,0 - 0,3 = 19,7 \text{ m}$$

$$M_g = gL^2 / 8 = 9,38 \times 19,7^2 / 8 = 455,0 \text{ kNm}$$

$$R_g = gL / 2 = 9,38 \times 19,7 / 2 = 92,4 \text{ kN}$$

- Statički uticaji u fazi eksploatacije

Sopstvena težina

$$M_g = 455,0 \text{ kNm}$$

$$R_g = 92,4 \text{ kN}$$

Dodatno stalno opterećenje

$$\Delta g = 16,0 \text{ kN/m}$$

$$M_{\Delta g} = 16,0 \times 19,7^2 / 8 = 776,2 \text{ kNm}$$

$$R_{\Delta g} = 16,0 \times 19,7 / 2 = 157,6 \text{ kN}$$

Korisno opterećenje

$$p = 8,5 \text{ kN/m}$$

$$M_p = 8,5 \times 19,7^2 / 8 = 412,3 \text{ kNm}$$

$$R_p = 8,5 \times 19,7 / 2 = 83,7 \text{ kN}$$

Ukupno, sopstvena težina + dodatno stalno + korisno

$$M_q = 455,0 + 776,2 + 412,3 = 1643,5 \text{ kNm}$$

$$R_q = 92,4 + 157,6 + 83,7 = 333,7 \text{ kN}$$

(A) *Potrebna početna sila prethodnog naprezanja u preseku u sredini raspona*

Komentar: S obzirom da se trasa kablova vodi krivolinijski - parabolično, u preseku u sredini raspona treba usvojiti što veći ekscentricitet rezultante. Trasa rezultante će se na osloncima popeti u jezgro preseka.

Ekscentricitet rezultante prethodnog naprezanja u sredini raspona

Pretpostavlja se odstojanje rezultante od donje ivice preseka

$$a_k = 10 \text{ cm}$$

Ekscentricitet rezultante

$$e_{bk} = 60,0 - 10,0 = 50,0 \text{ cm}$$

Uslov iskorišćenja napona zatezanja u fazi prethodnog naprezanja (izraz 5.4)

$$e_{bk} \leq k_{b1} + \sigma_{bzd0} \frac{W_{b2}}{N_{k0}} + \frac{M_g}{N_{k0}}$$

odnosno

$$N_{k0} \leq \frac{M_g + \sigma_{bzd0} W_{b2}}{e_{bk} - k_{b1}} = \frac{455,0 \times 10^2 + 0,30 \times 1,023 \times 10^5}{50,0 - 27,29} = 3355 \text{ kN}$$

Uslov iskorišćenja napona zatezanja u fazi eksploatacije (izraz 5.5)

Gubici usled tečenja, skupljanja i relaksacije od 20%
 $\omega = 0,80$

$$e_{bk} \geq \frac{M_q}{\omega N_{k0}} - k_{b2} - \sigma_{bzd} \frac{W_{b1}}{\omega N_{k0}}$$

odnosno

$$N_{k0} \geq \frac{M_q - \sigma_{bzd} W_{b1}}{\omega(e_{bk} + k_{b2})} = \frac{1643,5 \times 10^2 - 0,21 \times 1,023 \times 10^5}{0,80(50,0 + 27,29)} = 2311 \text{ kN}$$

Pretpostavlja se $N_{k0} = 2311 \text{ kN}$

Kontrola napona pritiska u sredini raspona u fazi prethodnog naprezanja

$$\sigma_{b10} = \frac{N_{k0}}{F_b} \left(1 + \frac{e_{bk}}{k_{b2}}\right) - \frac{M_g}{W_{b1}} = \frac{2311}{3750} \left(1 + \frac{50,0}{27,29}\right) - \frac{455,0 \times 10^2}{1,023 \times 10^5} = 13,0 \text{ MPa}$$

Kontrola napona pritiska u sredini raspona u fazi eksploatacije

$$N_{kt} = 0,80 \times 2311 = 1849 \text{ kN}$$

$$\sigma_{b2t} = \frac{N_{kt}}{F_b} \left(1 - \frac{e_{bk}}{k_{b1}}\right) + \frac{M_q}{W_{b2}} = \frac{1849}{3750} \left(1 - \frac{50,0}{27,29}\right) + \frac{1643,5 \times 10^2}{1,023 \times 10^5} = 12,0 \text{ MPa}$$

Komentar: Naponi pritiska su u granicama dopuštenih.

(B) Usvajanje kablova za prethodno naprezanje

Potrebna ukupna početna sila u sredini raspona (usvojena donja granica)
 $N_{k0} = 2311 \text{ kN}$

Pretpostavljaju se gubici usled elastičnih deformacija betona od 5%.

Pretpostavljaju se gubici usled trenja od 5% (utezanje sa oba kraja)

Gubici usled tečenja, skupljanja i relaksacije 20%

Ukupni gubici u preseku u sredini raspona 30%

Potrebna ukupna početna sila na presi

$$N_{k0}^0 = N_{k0} / 0,70 = 2311 / 0,70 = 3301 \text{ kN}$$

Varijanta sa četiri kabla: $\text{pot} N_{k1}^0 = 3301/4 = 825 \text{ kN}$ 4x4φ16

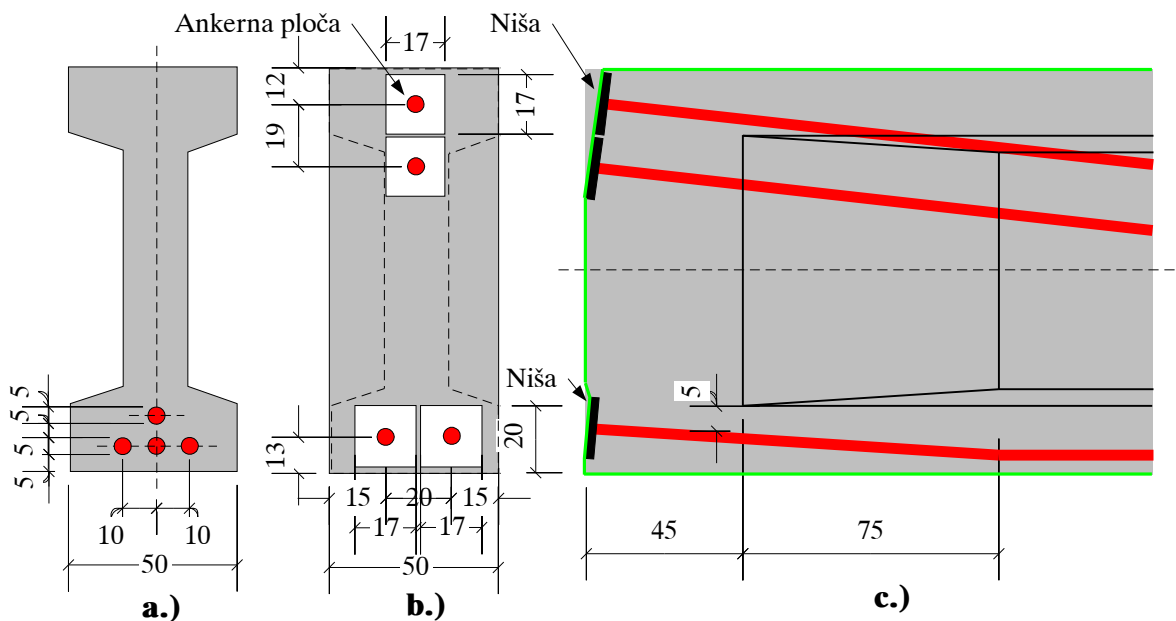
Varijanta sa pet kablova: $\text{pot} N_{k1}^0 = 3301/5 = 660 \text{ kN}$ 5x3φ16

Usvajaju se četiri kabla IMS sa po četiri užeta φ16 u svakom kablu - 4x4φ16, sa dozvoljenom silom na presi jednog kabla od $N_{k1}^0 = 837 \text{ kN} > 825 \text{ kN}$ pri

naponu od 75% čvrstoće na kidanje. Kablovi se u fazi prethodnog napreznja zatežu do sile od $3301/4 = 825\text{kN}$.

(C) Usvajanje rasporeda kablova i kotvi

Prema katalogu proizvođača - *IMS*, usvojeni kablovi imaju spoljni prečnik zaštitne cevi 50mm, dok je dimenzija ankerne ploče 170x170mm. Čist razmak između zaštitnih cevi treba da je jednak prečniku cevi - usvojeno 50mm. Zaštitni sloj do ivice zaštitne cevi treba da je 30-50mm - usvojeno 50mm. Osovinski razmak ankerne ploče treba da je $>190\text{mm}$. Rastojanje težišta ankerne ploče od ivice betona treba da je $>115\text{mm}$. Na približno prvih 60cm od kotve, kablovi se vode pravo - upravno na kotvu.



Slika 5.19 Raspored kablova u sredini raspona (a); raspored kotvi (b) i (c)

Zbog smeštaja kotvi, čelo nosača mora da se proširi, slika 5.19.b. Prelazak sa I-preseka u polju, na pravougaoni presek na osloncu, usvojen je na dužini od $5(50-20)/2 = 75\text{cm}$, tako da je nagib horizontalne vute 1:5. Pravougaoni blok na čelu usvojen je dužine 45cm, tako da je rastojanje od kraja nosača, do početka I - preseka 120cm - dužina uvođenja sila, približno jednaka visini nosača. Zbog smeštaja ankerne ploče koje su upravne na kabl, na čelu nosača formiraju se 'niše' u betonu, slika 5.19.c. Kotve se štite dobetoniravanjem nakon prethodnog napreznja i sečenja viška dužine užadi, zbog čega treba iz nosača ispustiti tanju armaturu za vezu sa novim betonom zaštite.

Ekscentricitet kablova u sredini raspona, slika 5.19.a

Odstojanje rezultante od donje ivice nosača

$$a_k = (3 \times 7,5 + 1 \times 17,5) / 4 = 10,0\text{cm} \quad \text{koliko je i pretpostavljeno.}$$

Ekscentricitet kablova u sredini raspona

$$e_{bk} = 60 - 10,0 = 50,0\text{cm}$$

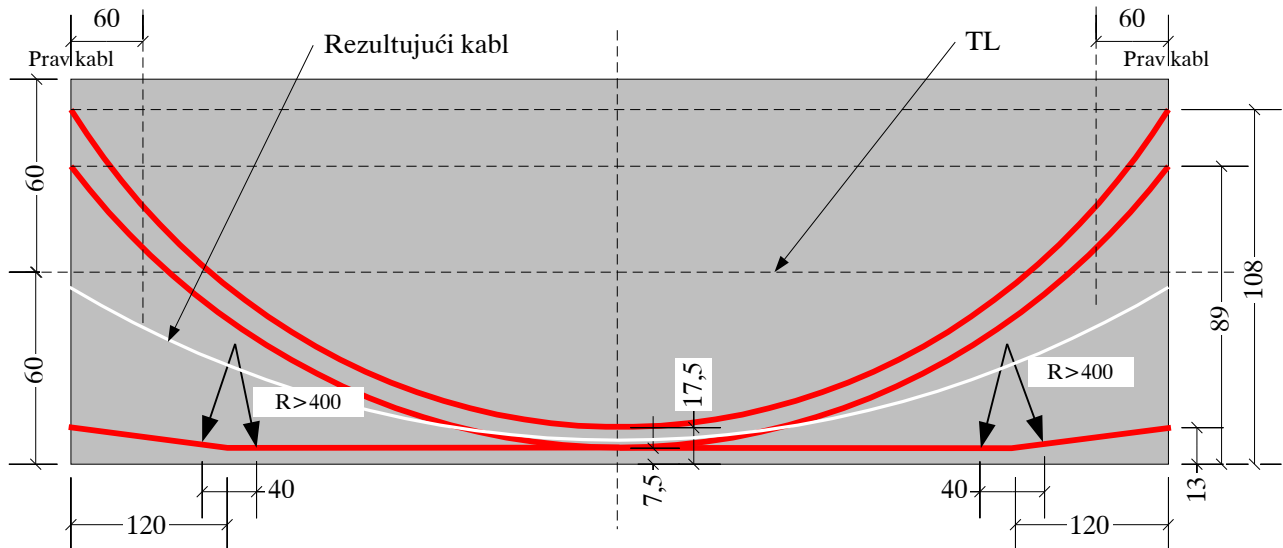
Ekscentricitet kablova na čelu nosača, slika 5.19.b

Odstojanje rezultante od donje ivice nosača

$$a_k = (2 \times 13,0 + 1 \times 89 + 1 \times 108) / 4 = 55,75 \text{ cm}$$

Ekscentricitet kablova na čelu nosača

$$e_{bk} = 60 - 55,75 = 4,25 \text{ cm (na dole)}$$



Slika 5.20 Trase pojedinačnih kablova

Trase pojedinačnih kablova prikazane su na slici 5.20. Dva bočna kabla koji prolaze donjom flanšom, većim delom su pravolinijski, jer bi u slučaju parabolične trase u vertikalnoj ravni, izašli iz donje flanše. Na rastojanju od oko 120cm, kablovi se krive ka kotvama, na radijusu krivine R , koji prema katalogu *IMS* za ovaj konkretni kabl treba da je veću od 400cm. Prelazna krivina kabla procenjena je na oko 40cm.

Dva centralna kabla vode se parabolično u vertikalnoj ravni kroz rebro. Na prvih 60cm od kotve, kablovi treba da su pravi. U principu, parabolični deo trase počinje na kraju pravca, ali je u ovom slučaju plitke trase kablova, parabola na svojim krajevima praktično pravolinijska.

Sa definisanim trasom pojedinačnih kablova, definisana je i trasa **rezultujućeg kabla**, slika 5.20. Dosadašnjim kontrolama dokazano je stanje napona samo u tri preseka, u sredini raspona i na krajevima nosača. Stanje napona treba dokazati u više preseka, bar u desetinama raspona. U slučaju nosača sa gornjim pojasom u nagibu - 'dvovodni krov', obično nije merodavan presek u sredini raspona, već pomereni presek u odnosu na sredinu. Kompletan dokaz normalnih napona u presecima podrazumeva proračun svih gubitaka sile, koji su u ovom idejnom rešenju procenjeni. Proračun može u ovom slučaju da se uradi sa rezultujućim kablom, u odabranom broju preseka. Alternativno, moguće je sračunati 'fizo-zonu', i proveriti da li rezultujući kabl u svim presecima leži unutar fizo-zone.

Komentar: U primeru 4.8.1 isti ovaj nosač projektovan je sa pravolinijskom trasom užadi, i konstantnog I - preseka. Primer je iz prakse, gde su slične analize pokazale da je pravolinijska trasa ekonomičnije rešenje, u ovom slučaju.

5.11.3 Primer 3

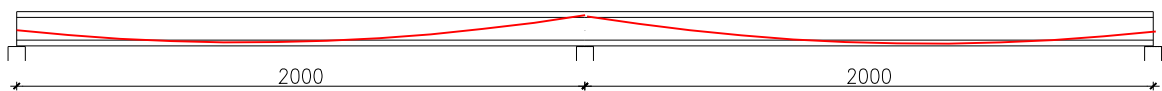
Glavni kontinualni nosač krovne konstrukcije konstantnog poprečnog preseka, osovinskog raspona $L_o = 20m$, izvodi se naknadnim prethodnim naprežanjem sa oba kraja, kablovima sistema *IMS*, slika 5.21 i 5.22. Za pretpostavljene dimenzije preseka, uraditi idejno rešenje i odrediti potreban broj i trasu kablova za prethodno naprežanje. Razmotriti samo slučaj istovremenih podeljenih opterećenja u oba polja, bez 'nagomilavanja' korisnih opterećenja u jednom od polja. Usvojiti slučaj **potpunog prethodnog naprežanja** (ne dozvoljava se pojava napona zatezanja), prema propisima PNB71.

Napomena: Ovo je isti presek nosača kao u primeru 5.11.2.

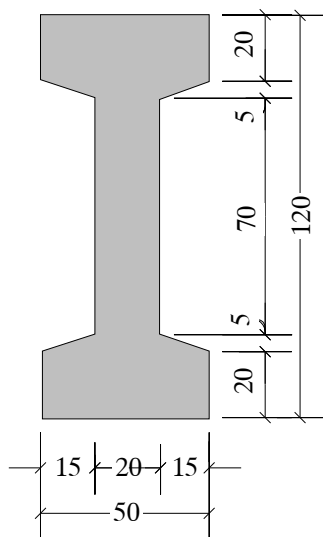
Podaci:

Faza prethodnog naprežanja : *MB35* (prethodno naprežanje se često vrši pre dostizanja pune čvrstoće betona, ali pri dostignutoj čvrstoći od najmanje 70% računске - *MB45* u ovom slučaju. Videti član 12 PNB71) ; gubitak sile usled elastičnih deformacija - 5%.

Faza eksploatacije : *MB45* ; gubitak sile usled tečenja i skupljanja - 20%; dodatno stalno opterećenje $\Delta g = 16kN/m$; korisno opterećenje $p = 8,5kN/m$;



Slika 5.21 Dispozicija glavnog nosača konstrukcije krova



Slika 5.22 Poprečni presek

- *Dopušteni normalni naponi u betonu* (Tabela 5, PNB71, i slika 4.3):

Faza prethodnog naprežanja - *MB35* (linearna interpolacija između *MB30*-*MB40*):

pritisak $\sigma_{bd0} = 17,3MPa$

zatezanje $\sigma_{bzd0} = 0.$

Faza eksploatacije - *MB45* (linearna interpolacija između *MB40*-*MB50*):

pritisak $\sigma_{bdt} = 17,3MPa$

zatezanje $\sigma_{bzdt} = 0.$

- *Geometrijske karakteristike bruto betonskog preseka*

Površina preseka $F_b = 3750cm^2$

Težište preseka u odnosu na donju ivicu $y_T = 60cm$

Moment inercije preseka $I_b = 6,141 \times 10^6 cm^4$

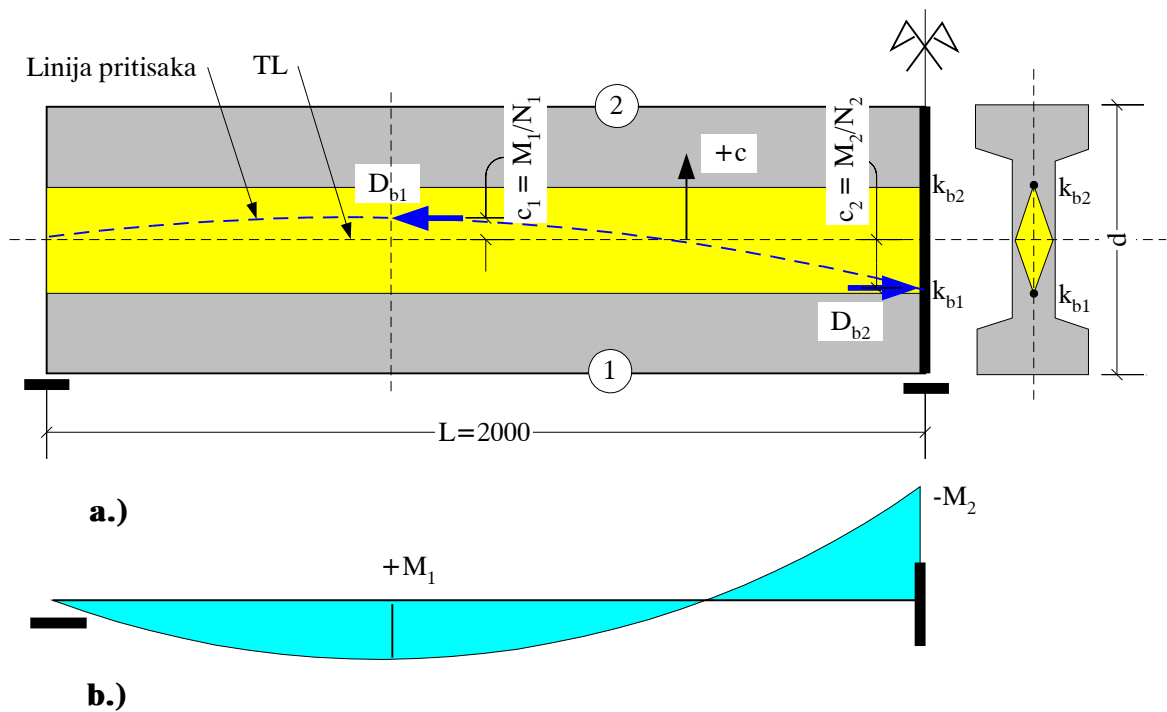
Otporni moment preseka $W_b = 1,023 \times 10^5 cm^3$

Odstojanje jezgra preseka od težišta $k_b = 27,29cm$

- *Koncept 'rezultujuće sile pritiska u jezgri poprečnog preseka'*

Zadatak se možda najlakše rešava tako što se u iteracijama varira veličina sile prethodnog napreznja i/ili strele parabolične trase kablova, i u svakom koraku vrši kontrola napona u više preseka usled dejstva svih trenutno prisutnih opterećenja. U ovom primeru, numeričkim podacima pridodata je i vizuelna interpretacija rezultata, u obliku jezgra preseka i linije centara pritiska. To nije neophodno, ali se na projektima kontinualnih sistema mostova pokazalo korisnim.

Sistem je simetričan, na dalje se razmatra samo leva polovina konstrukcije, slika 5.23.a. Ako u nekom preseku ne smeju da se pojave naponi zatezanja usled dejstva **svih opterećenja** - spoljašnjih i prethodnog napreznja, **rezultujuća sila pritiska** u betonu $D_b = M/N$ mora da deluje u **jezgu preseka**, gde je M - ukupni moment usled svih opterećenja u preseku, N - promenljiva (usled trenja) normalna sila u preseku jednaka sili prethodnog napreznja N_k u preseku. Napadna tačka rezultujuće sile pritiska se menja od preseka, do preseka, i leži na liniji pritiska, slika 5.23.a.



Slika 5.23 Nosaç, jezgro preseka, linija pritiska (a); momenti savijanja usled ukupnih opterećenja - spoljašnjih i prethodnog napreznja (b)

- *Statički uticaji usled spoljašnjih opterećenja, slika 5.24*

Statički uticaji dati su u opštem obliku, i potom sračunati u tabeli programom 'Excel'

Statički uticaji u fazi prethodnog napreznja

Sopstvena težina

$$g = F_b \gamma = 3750 \times 10^{-4} \times 25,0 = 9,37 \text{ kN/m}$$

$$M_g = (3/8)gLx - gx^2/2$$

Statički uticaji u fazi eksploatacije

Sopstvena težina

$$M_g = (3/8)gLx - gx^2/2$$

Dodatno stalno opterećenje

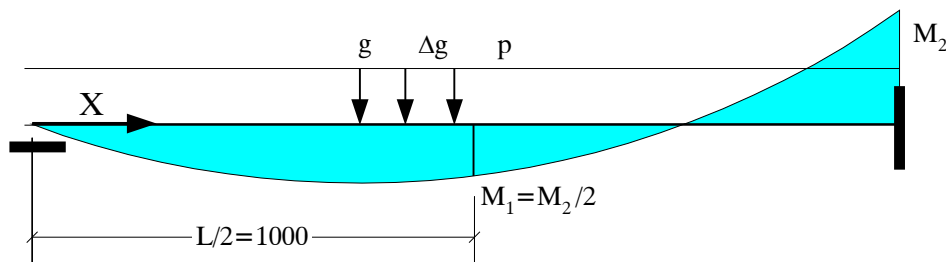
$$\Delta g = 16,0 \text{ kN/m}$$

$$M_{\Delta g} = (3/8)\Delta_g Lx - \Delta_g x^2/2$$

Korisno opterećenje

$$p = 8,5 \text{ kN/m}$$

$$M_p = (3/8)pLx - px^2/2$$

**Slika 5.24** Momenti savijanja usled spoljašnjih opterećenja

- Statički uticaji usled prethodnog naprezanja, slika 5.25

Trasa rezultujućeg kabla

Strelna parabole - f

Ekscentricitet nad srednjim osloncem - e

Dužina parabole - L=20,0m

*Gubici sile usled trenja*Usvojeno prethodno naprezanje sa oba kraja nosača silom na presi N_{k0} Podaci o trenju: $k=3 \cdot 10^{-3} \text{ Rad/m}$; $\mu = 0,22 \text{ 1/Rad}$ Skretni ugao do sredine polja, $x = L/2$

$$\text{tg}\alpha = 4f/L$$

Normalna sila u polju nakon gubitaka usled trenja

Promena skretnog ugla do koordinate x

$$\theta_x = (2\alpha/L)X$$

$$N_{kx} = N_{k0} e^{-(0,22\theta_x + 3x \cdot 10^{-3})}$$

Srednja sila u polju nakon gubitaka usled trenja

$$N_{ksr} = N_{k0} e^{-(0,22\alpha + 3x \cdot 10^{-3} \frac{L}{2})}$$

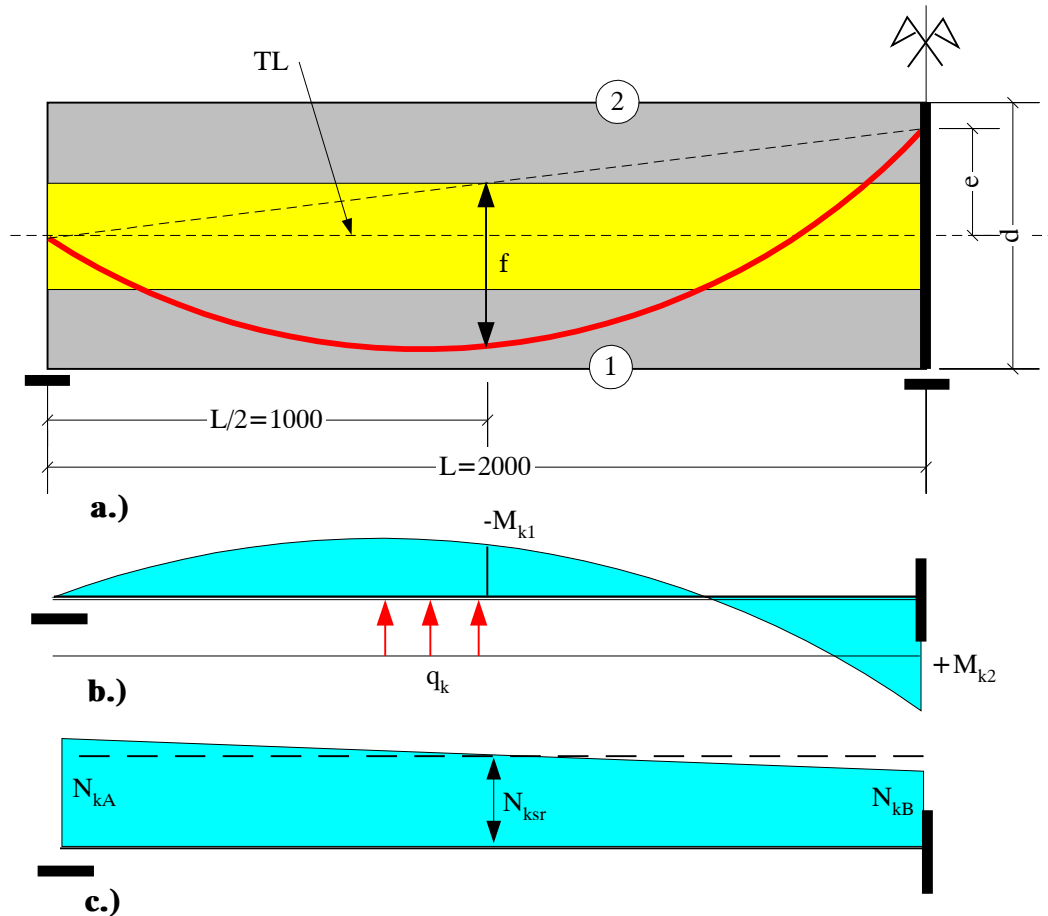
*Gubici sile usled elastičnih deformacija*Pretpostavljeno $\omega_e = 5\%$ *Gubici sile usled tečenja, skupljanja i relaksacije*Pretpostavljeno $\omega = 20\%$

Srednja vrednost podeljenog ekvivalentnog opterećenja u polju

$$q_{ksr} = \frac{8fN_{ksr}}{L^2}$$

Momenti savijanja usled prethodnog napreznja

$$M_{qk} = -(3/8)q_k Lx + q_k x^2 / 2$$



Slika 5.25 Trasa rezultujućeg kabla i momenti savijanja M_k usled prethodnog napreznja

- Ukupni uticaji u nekom preseku konstrukcije

Moment savijanja dobija se superpozicijom momenata usled svih opterećenja koja u datom trenutku deluju na konstrukciju. Normalna sila u preseku N približno je jednaka (zbog zanemarenja nagiba tangente na trasu kabla) sili prethodnog napreznja N_k u preseku, uzimajući u obzir promene sile usled trenja. Transverzalna sila dobija se superpozicijom transverzalnih sila usled svih opterećenja koja u datom trenutku deluju na konstrukciju.

- Kontrola normalnih napona u presecima

Sa silama u presecima usled ukupnih opterećenja, dokaz normalnih napona vrši se opštim izrazima (4.1), koji su ovde ponovljeni, sa izostavljenim indeksom \mathcal{O} . Zavisno od toga da li se proverava stanje napona u fazi prethodnog napreznja ili u eksploataciji, članovi izraza dobijaju odgovarajuće indekse \mathcal{O}' , odnosno \mathcal{O}'' .

$$\sigma_{b1} = \frac{N}{F_b} - \frac{M}{W_{b1}}$$

$$\sigma_{b2} = \frac{N}{F_b} + \frac{M}{W_{b2}}$$

- Linija pritisaka

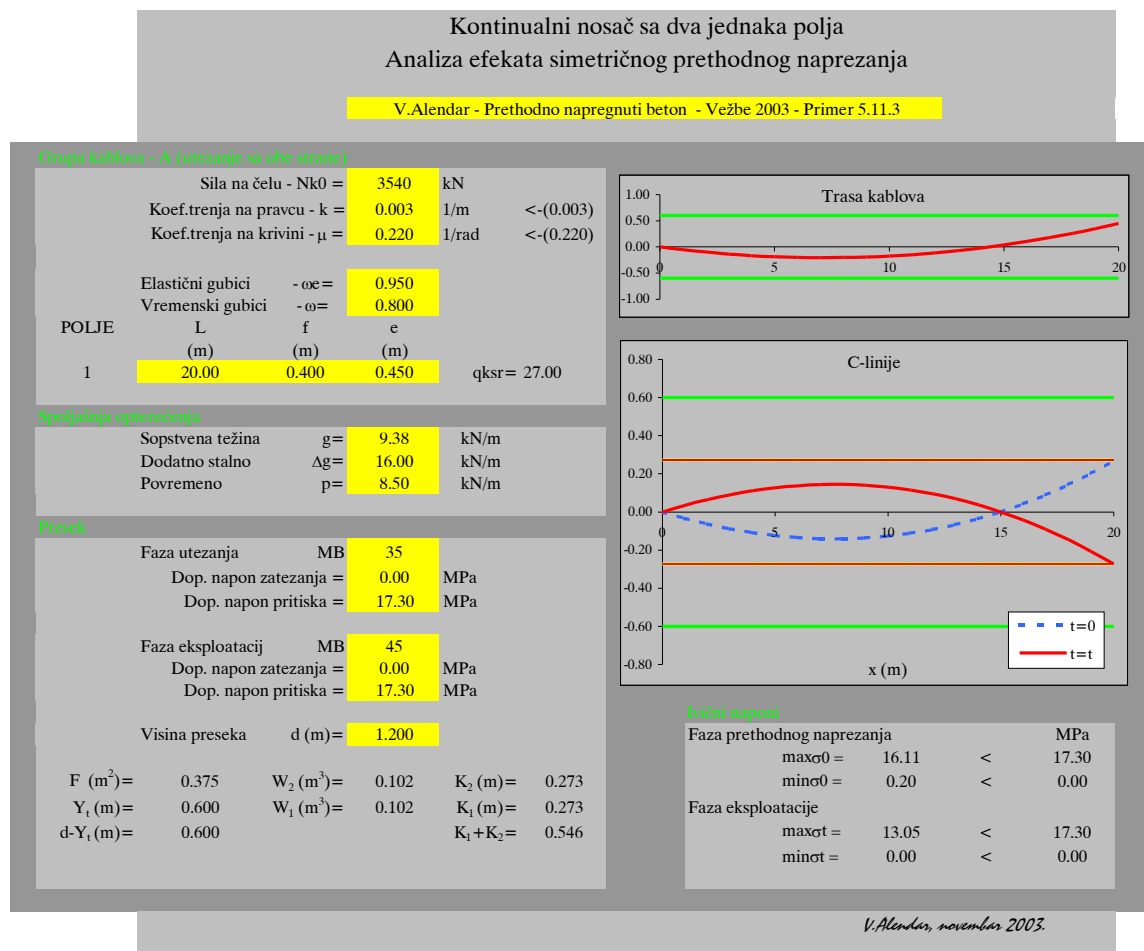
Dejstvo ukupnog momenta M i normalne sile N u preseku može da se zameni dejstvom rezultujuće normalne sile u betonu (sile N) na ekscentricitetu c

$$c = M/N$$

Linija pritisaka povezuje ekscentricitete pojedinih preseka, i treba da je unutar jezgra preseka da u preseku ne bi bilo napona zatezanja, slika 5.23.

- Rezultati proračuna

Algoritam prema navedenim izrazima napisan je u programu 'Excel' - Microsoft, i priložen na CD-u. 'Maska' programa, sa ulaznim podacima i iterativno dobijenim rešenjem, prikazana je na slici 5.26. Zadatak ima više rešenja, sa različitim veličinama početne sile prethodnog napreznja N_{k0} i strele parabolične trase kablova f . Ekscentricitet trase e iznad srednjeg oslonca ne utiče na stanje napona, jer ekvivalentno opterećenje q_k ne zavisi od ove veličine, videti poglavlje 2.2.3 - 'linearne transformacije'. Na slici 5.26 i u tabelama koje slede, prikazano je rešenje sa početnom silom $N_{k0} = 3540$ kN, i strelom parabole $f=0,40$ m.



Slika 5.26 Prethodno napregnuti kontinualni nosač - program 'Excel'

x m	Mg kNm	MΔg kNm	Mp kNm	Mq kNm
0.00	0	0	0	0
1.00	65.63	112.00	59.50	237.13
2.00	121.88	208.00	110.50	440.38
3.00	168.75	288.00	153.00	609.75
4.00	206.25	352.00	187.00	745.25
5.00	234.38	400.00	212.50	846.88
6.00	253.13	432.00	229.50	914.63
7.00	262.50	448.00	238.00	948.50
8.00	262.50	448.00	238.00	948.50
9.00	253.13	432.00	229.50	914.63
10.00	234.38	400.00	212.50	846.88
11.00	206.25	352.00	187.00	745.25
12.00	168.75	288.00	153.00	609.75
13.00	121.88	208.00	110.50	440.38
14.00	65.63	112.00	59.50	237.13
15.00	0.00	0.00	0.00	0.00
16.00	-75.00	-128.00	-68.00	-271.00
17.00	-159.38	-272.00	-144.50	-575.88
18.00	-253.13	-432.00	-229.50	-914.63
19.00	-356.25	-608.00	-323.00	-1287.25
20.00	-468.75	-800.00	-425.00	-1693.75

Slika 5.27 Momenti savijanja usled spoljnih opterećenja.
q - ukupno opterećenje

x m	θ(x) rad	Nk(x) kN	Nkx/Nk0
0.00	0.0000	3540.00	1.000
1.00	0.0080	3523.20	0.995
2.00	0.0160	3506.49	0.991
3.00	0.0239	3489.85	0.986
4.00	0.0319	3473.29	0.981
5.00	0.0399	3456.81	0.976
6.00	0.0479	3440.40	0.972
7.00	0.0559	3424.08	0.967
8.00	0.0639	3407.83	0.963
9.00	0.0718	3391.66	0.958
10.00	0.0798	3375.57	0.954
11.00	0.0878	3359.55	0.949
12.00	0.0958	3343.61	0.945
13.00	0.1038	3327.75	0.940
14.00	0.1118	3311.96	0.936
15.00	0.1197	3296.24	0.931
16.00	0.1277	3280.60	0.927
17.00	0.1357	3265.03	0.922
18.00	0.1437	3249.54	0.918
19.00	0.1517	3234.12	0.914
20.00	0.1597	3218.78	0.909

Slika 5.28 Promena sile usled trenja

x m	Faza peth.napr.		Faza ekspl.	
	Mk0 kNm	Nk0 kN	Mkt kNm	Nkt kN
0.00	0.00	3363.00	0.00	2690.40
1.00	-179.58	3347.04	-143.66	2677.63
2.00	-333.51	3331.16	-266.81	2664.93
3.00	-461.78	3315.35	-369.42	2652.28
4.00	-564.40	3299.62	-451.52	2639.70
5.00	-641.36	3283.97	-513.09	2627.17
6.00	-692.67	3268.38	-554.13	2614.71
7.00	-718.32	3252.88	-574.66	2602.30
8.00	-718.32	3237.44	-574.66	2589.95
9.00	-692.67	3222.08	-554.13	2577.66
10.00	-641.36	3206.79	-513.09	2565.43
11.00	-564.40	3191.58	-451.52	2553.26
12.00	-461.78	3176.43	-369.42	2541.14
13.00	-333.51	3161.36	-266.81	2529.09
14.00	-179.58	3146.36	-143.66	2517.09
15.00	0.00	3131.43	0.00	2505.14
16.00	205.23	3116.57	164.19	2493.26
17.00	436.12	3101.78	348.90	2481.43
18.00	692.67	3087.06	554.13	2469.65
19.00	974.86	3072.42	779.89	2457.93
20.00	1282.72	3057.84	1026.17	2446.27

Slika 5.29 Uticaji prethodnog naprezanja

x m	Faza peth.napr.		Faza ekspl.	
	M0 kNm	N0 kN	Mt kNm	Nt kN
0.00	0.00	3363.00	0.00	2690.40
1.00	-113.96	3347.04	93.46	2677.63
2.00	-211.63	3331.16	173.57	2664.93
3.00	-293.03	3315.35	240.33	2652.28
4.00	-358.15	3299.62	293.73	2639.70
5.00	-406.98	3283.97	333.79	2627.17
6.00	-439.54	3268.38	360.49	2614.71
7.00	-455.82	3252.88	373.84	2602.30
8.00	-455.82	3237.44	373.84	2589.95
9.00	-439.54	3222.08	360.49	2577.66
10.00	-406.98	3206.79	333.79	2565.43
11.00	-358.15	3191.58	293.73	2553.26
12.00	-293.03	3176.43	240.33	2541.14
13.00	-211.63	3161.36	173.57	2529.09
14.00	-113.96	3146.36	93.46	2517.09
15.00	0.00	3131.43	0.00	2505.14
16.00	130.23	3116.57	-106.81	2493.26
17.00	276.75	3101.78	-226.98	2481.43
18.00	439.54	3087.06	-360.49	2469.65
19.00	618.61	3072.42	-507.36	2457.93
20.00	813.97	3057.84	-667.58	2446.27

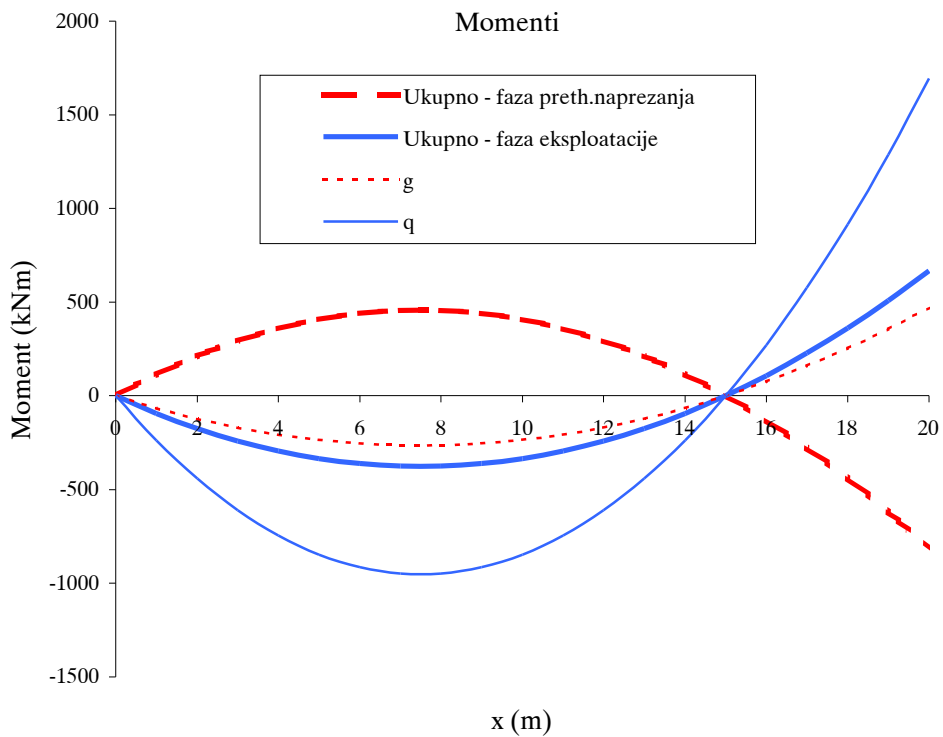
Slika 5.30 Ukupni uticaji

	t=0	t
x	C0	Ct
m	m	m
0.00	0.000	0.000
1.00	-0.034	0.035
2.00	-0.064	0.065
3.00	-0.088	0.091
4.00	-0.109	0.111
5.00	-0.124	0.127
6.00	-0.134	0.138
7.00	-0.140	0.144
8.00	-0.141	0.144
9.00	-0.136	0.140
10.00	-0.127	0.130
11.00	-0.112	0.115
12.00	-0.092	0.095
13.00	-0.067	0.069
14.00	-0.036	0.037
15.00	0.000	0.000
16.00	0.042	-0.043
17.00	0.089	-0.091
18.00	0.142	-0.146
19.00	0.201	-0.206
20.00	0.266	-0.273

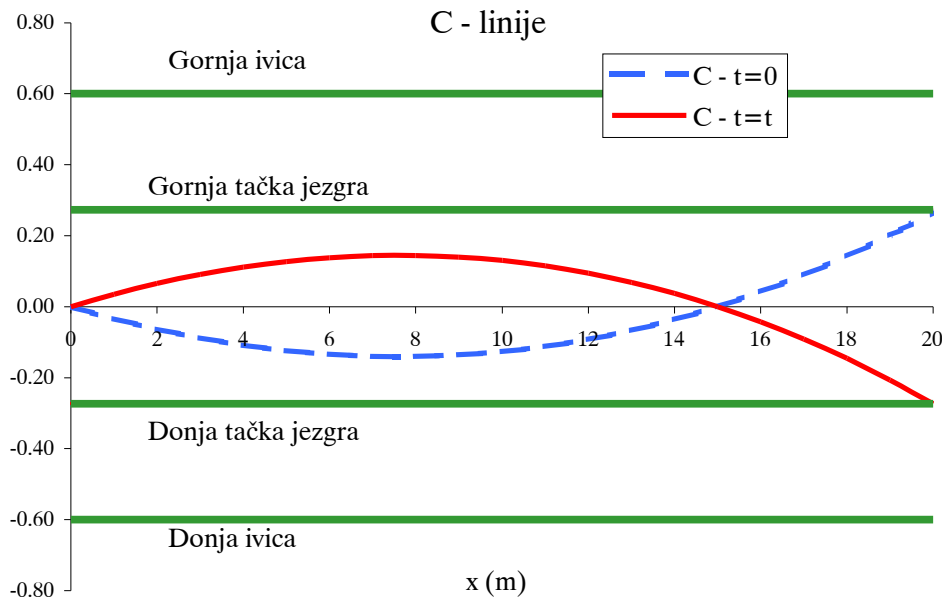
	t=0		t=t	
x	σ_{b10}	σ_{b20}	σ_{b1t}	σ_{b2t}
m	MPa	MPa	MPa	MPa
0.00	9.0	9.0	7.2	7.2
1.00	10.0	7.8	6.2	8.1
2.00	11.0	6.8	5.4	8.8
3.00	11.7	6.0	4.7	9.4
4.00	12.3	5.3	4.2	9.9
5.00	12.7	4.8	3.7	10.3
6.00	13.0	4.4	3.5	10.5
7.00	13.1	4.2	3.3	10.6
8.00	13.1	4.2	3.3	10.6
9.00	12.9	4.3	3.4	10.4
10.00	12.5	4.6	3.6	10.1
11.00	12.0	5.0	3.9	9.7
12.00	11.3	5.6	4.4	9.1
13.00	10.5	6.4	5.0	8.4
14.00	9.5	7.3	5.8	7.6
15.00	8.4	8.4	6.7	6.7
16.00	7.0	9.6	7.7	5.6
17.00	5.6	11.0	8.8	4.4
18.00	3.9	12.5	10.1	3.1
19.00	2.1	14.2	11.5	1.6
20.00	0.2	16.1	13.0	0.0

Slika 5.31 C - linije

Slika 5.32 Ivični naponi



Slika 5.33 Momenti savijanja



Slika 5.34 Napadne tačke rezultante pritisaka - C - linije

Naponi u fazi prethodnog napreznja kreću se u granicama 0,2 do 16,1MPa - pritisci (dopušteni napon pritiska je 17,3MPa). U fazi eksploatacije, naponi se nalaze u granicama 0,0 do 13,1MPa - pritisci (dopušteni napon pritiska je takodje 17,3MPa). Iskorišćen je ivični napon 'zatezanja' iznad oslonca u eksploataciji. Srednje ekvivalentno opterećenje kablova iznosi oko 27kN/m. Linije rezultujućih pritisaka u fazi prethodnog napreznja, odnosno u eksploataciji su praktično simetrične, slika 5.34, a i dijagrami ukupnih momenata savijanja teže simetriji, slika 5.33.

Pokušaji da se zadatak reši dubljom strelom trase f , i eventualno manjom potrebnom silom, nisu uspeali. Treba uočiti da je strela $f=0,40\text{m}$ vrlo blizu, ali je plića od strele 'konkordantne' trase kablova $f = e = 0,45\text{m}$.

Slika momenata i C - linija sugeriše da je, u ovom simetričnom preseku, skretnim opterećenjem kablova - njihovim vertikalnim 'potiskom', ustvari izvršeno **balansiranje momenata - opterećenja**, odnosno položaja napadnih tačaka rezultanti pritisaka u poprečnom preseku. Na pitanje kako prethodno napregnuti simetričan nosač, dobar polaz je obično: da ukupno podeljeno opterećenje ($q_{k0} + g$) u fazi prethodnog napreznja, bude približno jednako ukupnom podeljenom opterećenju ($q_{kt} + g + \Delta g + p$) u eksploataciji, sa obrnutim znakom, naravno:

$$q_{k0} - g = -(q_{kt} - g - \Delta g - p)$$

odnosno

$$q_{k0} = \frac{2g + \Delta g + p}{1 + \omega} \approx g + \frac{\Delta g + p}{2}$$

U ovom slučaju

$$q_{k0} = \frac{2 \times 9,38 + 16,0 + 8,5}{1 + 0,8} = 24 \text{ kN/m}$$

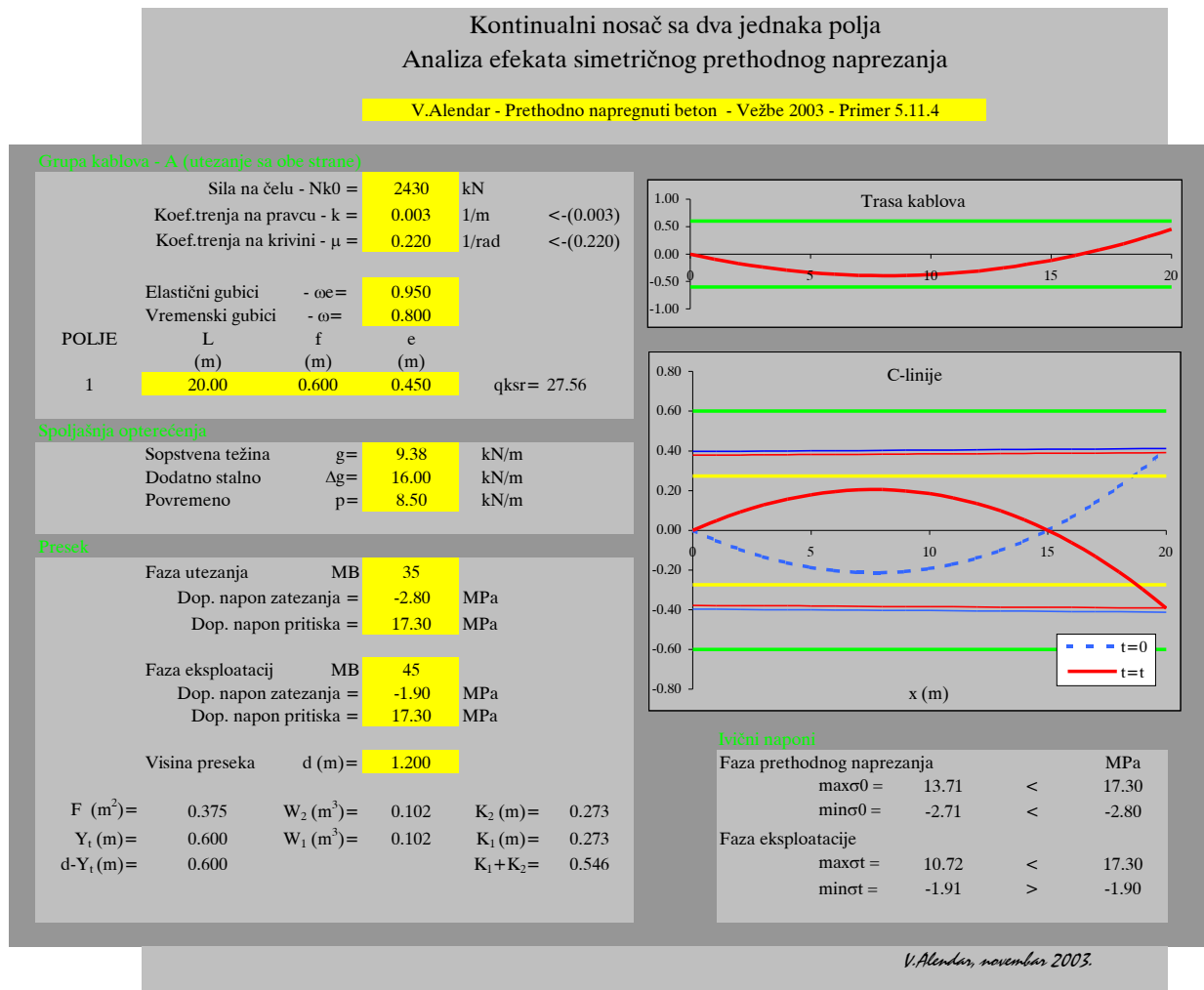
što je blisko postignutoj vrednosti od 27kN/m. Treba uočiti da i statički određeni nosači mogu da se analiziraju na pokazani način, da se problem svede na **optimalno balansiranje opterećenja**, kao generalni princip.

U primeru 5.11.2, analiziran je nosač sistema proste grede, sa nešto manjim računskim rasponom, zbog širine oslanjanja, ali i ograničeno prethodno napregnut. Pri praktično istoj vrednosti maksimalnog momenta savijanja, i istom poprečnom preseku ove dve konstrukcije, potrebna početna sila $N_{k0} = 3540\text{kN}$ kontinualnog nosača je oko 12% veća od potrebne početne sile $N_{k0} = 0,95 \times 3301 = 3134\text{kN}$ proste grede.

Treba uočiti da je prethodno naprezanje izvršeno konstantnom površinom kablova u svim presecima, iako su spoljašnji momenti nad osloncem duplo veći od momenata u sredini raspona. Da je u pitanju klasično armirana greda, na osloncu bi bilo skoro dva puta više armature nego u polju, kako god da su preseci dimenzionisani, po teoriji dopuštenih napona, ili po teoriji graničnih stanja. Iako imaju istu površinu kablova, preseci u polju i nad osloncem u ovom slučaju nemaju i isti **kapacitet nosivosti**, razlikuje se ekscentricitet kablova. Ne treba zaboraviti da i proračun prema teoriji dopuštenih napona, prema Pravilniku PNB71 na primer, zahteva da se osigura zahtevani **koeficijent sigurnosti** od loma preseka - da se preseci ujednače po graničnoj nosivosti. Ako je površina kablova nedovoljna po ovom kriterijumu, treba dodati klasičnu armaturu i podići kapacitet nosivosti. I tako dolazimo na ono čemu teže savremeni propisi - sve je to armirani beton, a kablovi su tu da izbalansiraju neko stanje konstrukcije, napone u eksploataciji, i ugibe, u ovom slučaju (videti i naredni primer).

5.11.4 Primer 4

U svemu kao primer 5.11.3, samo što se dozvoljava pojava napona zatezanja - ograničeno prethodno naprezanje.



Slika 5.35 Nosač kao u primeru 5.11.3, samo ograničeno prethodno napregnut

U ovom slučaju, usvojena je strela parabolične trase kablova $f = 0,60\text{m}$, tako da na najnižem delu kabla, odstojanje težišta kablova od donje ivice bude oko 15cm. Potrebna početna sila iznosi $N_{k0} = 2430\text{kN}$ (oko 30% manja nego u slučaju nosača sistema proste grede, razlika je posledica 'sekundanih' uticaja), uz praktično iskorišćenje oba napona zatezanja. U odnosu na slučaj potpunog prethodnog naprezanja, dopuštanje pojave napona zatezanja je, u ovom slučaju, smanjilo potrebnu silu za oko 30%, pa time i količinu kablova.

Držeći se strogo **teorije dopuštenih napona**, isprojektovan je nosač sa konstantnom površinom kablova, sa praktično **istim kapacitetom nosivosti** u polju i nad osloncem. U poglavlju 4.4.4 bilo je reči o 'plastičnim mehanizmima', ilustrovano upravo kontinualnim nosačem 'na dva polja'. Neko mlađji, ko nije čuo za 'dopuštene napone', rekao bi da je u ovom slučaju izvršena '**prevelika, nedozvoljena preraspodela uticaja sa oslonca u polje**'. E pa nije, jer da bi se postigao **isti koeficijent sigurnosti od loma**, koji tek treba proveriti, moraće u ovom slučaju iznad oslonca da se doda klasična armatura, i 'popravi plastični mehanizam' (videti i sliku 2.16.a-e). Kablovi balansiraju napone i ugibe, a zajedno sa klasičnom armaturom obezbeđuju nosivost.

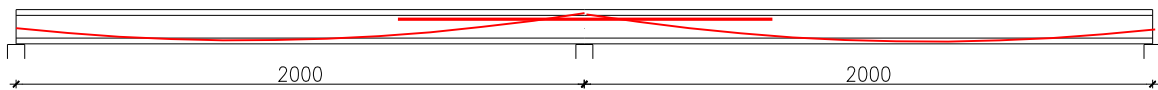
5.11.5 Primer 5

Glavni kontinualni nosač krovne konstrukcije konstantnog poprečnog preseka, osovinskog raspona $L_o = 20m$, izvodi se naknadnim prethodnim naprežanjem sa dve grupe kablova sistema *IMS*: prvi kabl ide kontinualno kroz oba polja, sa praboličnom trasom (kao u primeru 5.11.3), i uteže se sa oba kraja; drugi kabl je horizontalan, postavlja se simetrično iznad srednjeg oslonca, na dužini $2l_2$ i ekscentricitetu e_2 , i uteže se samo sa jedne strane, slika 5.36 i 5.37. Za pretpostavljene dimenzije preseka, uraditi idejno rešenje i odrediti potreban broj i trasu kablova za prethodno naprežanje. Razmotriti samo slučaj istovremenih podeljenih opterećenja u oba polja, bez 'nagomilavanja' korisnih opterećenja u jednom od polja. Usvojiti slučaj **ograničenog prethodnog naprežanja** (dozvoljava se pojava napona zatezanja), prema propisima PNB71.

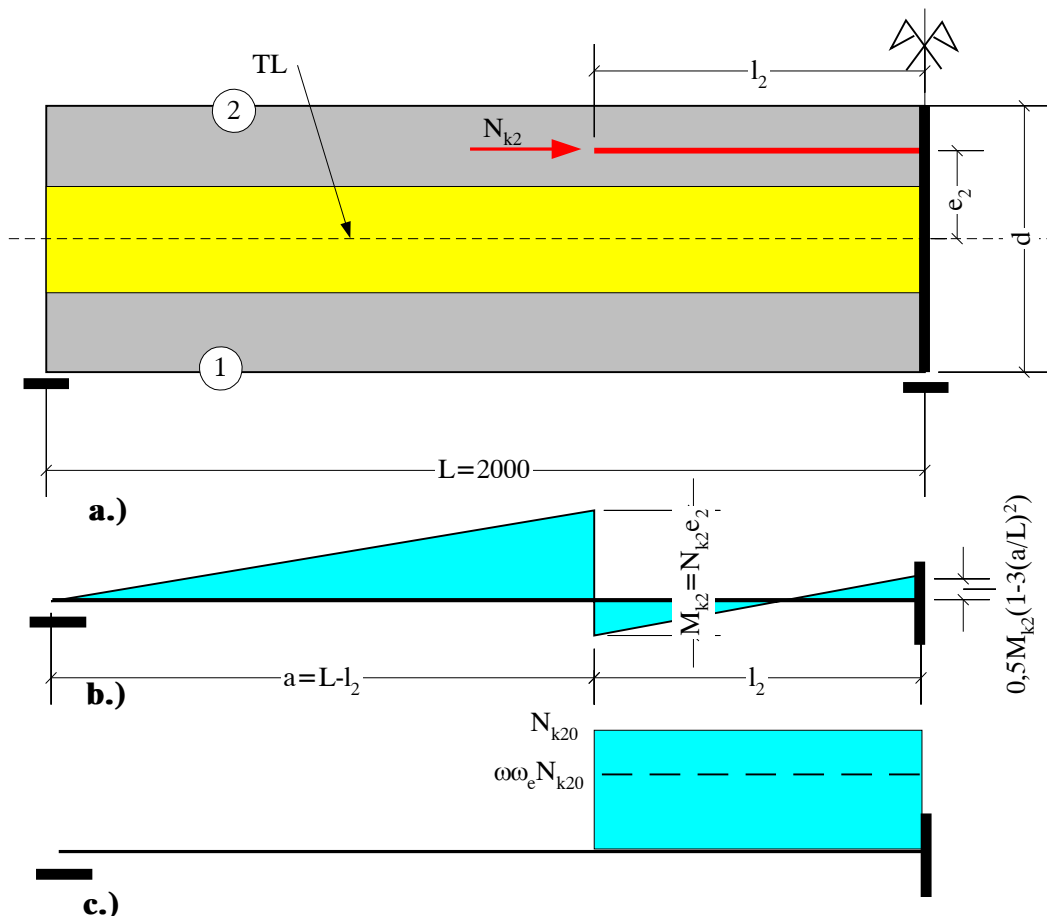
Podaci:

Faza prethodnog naprežanja: *MB35* (prethodno naprežanje se često vrši pre dostizanja pune čvrstoće betona, ali pri dostignutoj čvrstoći od najmanje 70% računске - *MB45* u ovom slučaju. Videti član 12 PNB71); gubitak sile usled elastičnih deformacija - 5%.

Napomena: Ovo je je u svemu isti primer kao 5.11.4 (ili 5.11.3, ali ograničeno prethodno naprežanje), samo što je dodat još jedan kabl iznad srednjeg oslonca.

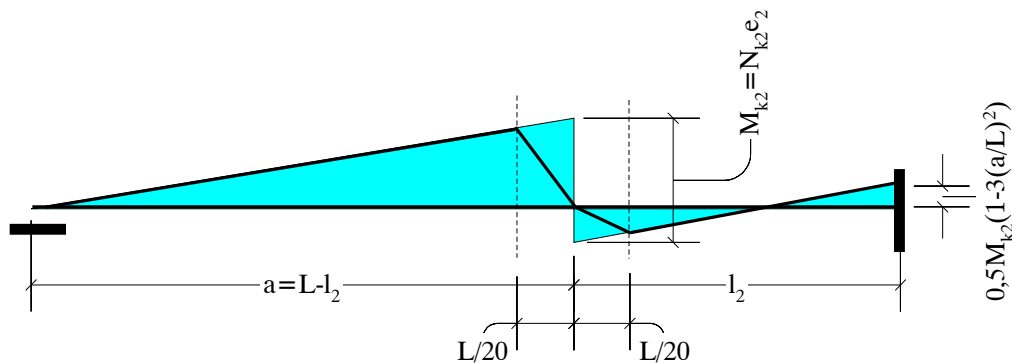


Slika 5.36 Dispozicija glavnog nosača konstrukcije krova sa dve grupe kablova



Slika 5.37 Momenti i normalna sila usled prethodnog naprežanja horizontalnog kabla iznad oslonca

U odnosu na prethodna dva primera, razlika je u dodatnom horizontalnom kablju iznad srednjeg oslonca, slika 5.37. Ekvivalentno opterećenje usled prethodnog napreznja kablja iznad oslonca silom N_{k2} prikazano je na slici 5.37. Ovi efekti superponirani su sa efektima parabolične trase kablova, u 'Excel' tabeli prethodnih primera. Da bi se izbeglo računanje sa dve vrednosti momenata savijanja u istoj tački, usvojen je računski dijagram momenata prema slici 5.38, sa kontinualnom promenom na dužini $2 \times L/20$, gde je $L/20$ dužina segmenta nosača podeljenog na dvadeset delova, kao u prethodnim primerima. Konačno, da bi se razvili računski efekti prethodnog napreznja, potrebna je određena **dužina uvodjenja**, mada ova aproksimacija momenata savijanja (bez analize dužine uvodjenja normalne sile) nije imala to za cilj.

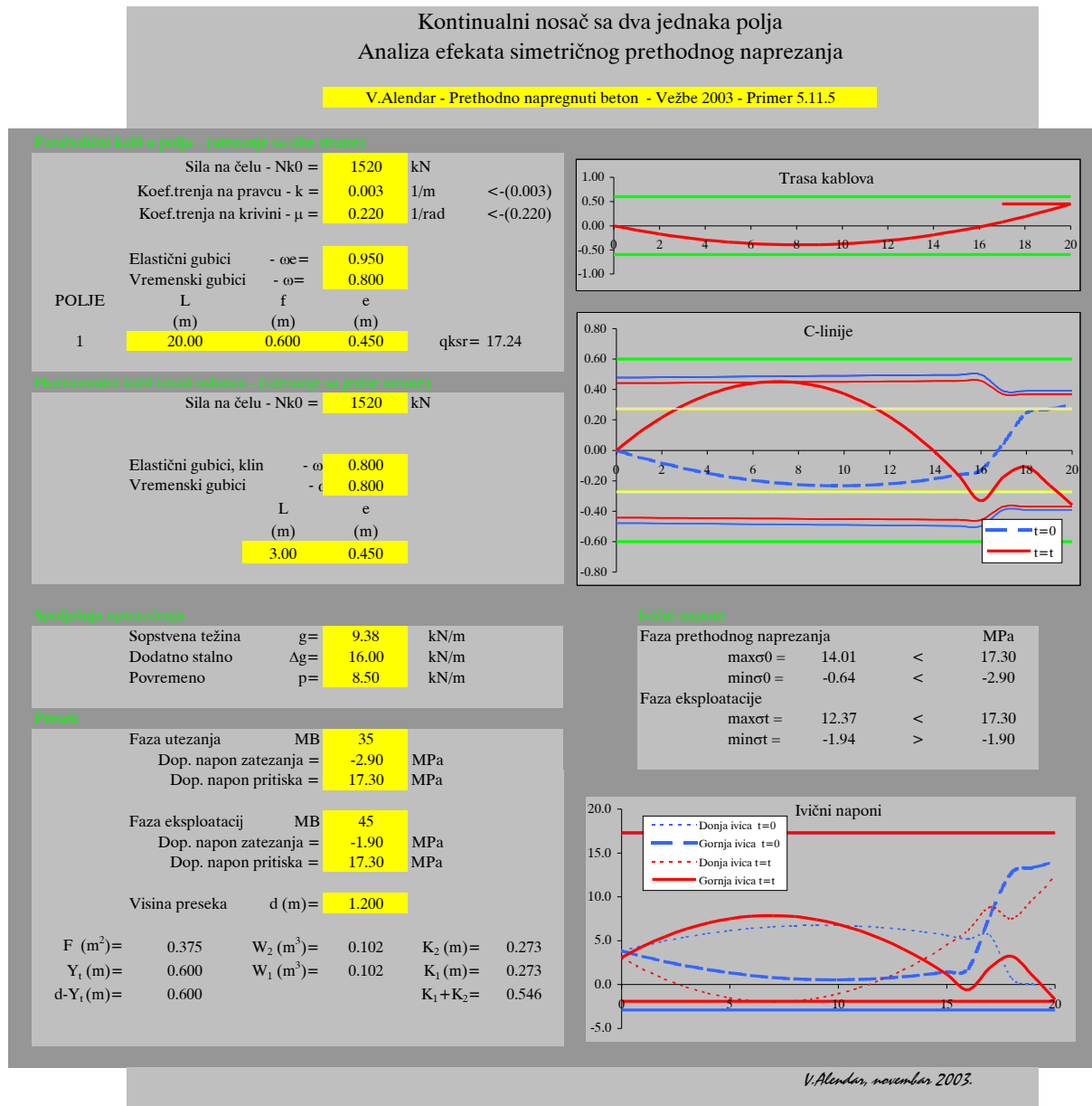


Slika 5.38 Računski dijagram momenata usled prethodnog napreznja horizontalnog kablja iznad oslonca

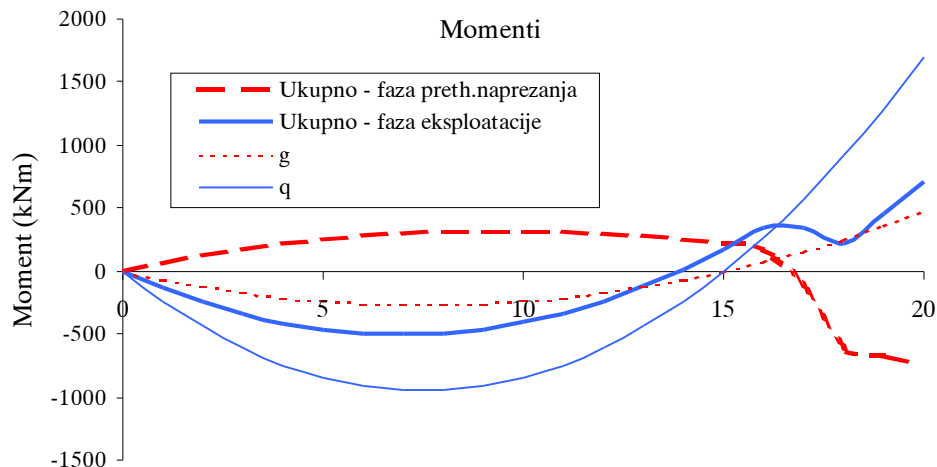
Zbog relativno male dužine pravog kablja, efekti trenja su zanemareni u slučaju dodatnog kablja. Sila prethodnog napreznja je konstantna, ali zavisi od gubitaka usled elastičnih deformacija i posebno - od **efekata uvlačenja klina** koji su značajni kod kratkih kablova, za koje je pretpostavljeno da se prostiru na celju dužini kablja, ravnomerno, slika 5.37.c. Ako je uvlačenje klina reda veličine 4mm, tada na dužini pravog kablja od oko 6000mm, promena početnih dilatacija kablja iznosi $4/6000 = 0,7\%$. Pri početnom naponu od oko 1200MPa, odnosno početnoj dilataciji kablja od oko 6%, pad sile prethodnog napreznja zbog uvlačenja klina iznosi oko 12%. Ako se tome dodaju i efekti pada sile zbog elastičnih deformacija betona, i ipak prisutnog trenja, usvojeno je da su ukupni početni gubici sile, pre početka tečenja betona, reda veličine 20%, odnosno $\omega_e = 0,80$.

Pri proračunu, kao **projektantski koncept** je usvojeno da površine obe grupe kablova budu približno jednake, tako da ukupna površina kablova iznad oslonca bude približno dva puta veća od površine kablova u polju. Pri duplo većim momentima nad osloncem nego u polju usled spoljašnjih opterećenja, duplo veća površina kablova treba da obezbedi ujednačeni koeficijent sigurnosti od loma, bez značajnijeg dodavanja klasične armature, kako je to moralo da bude urađeno u prethodnim primerima.

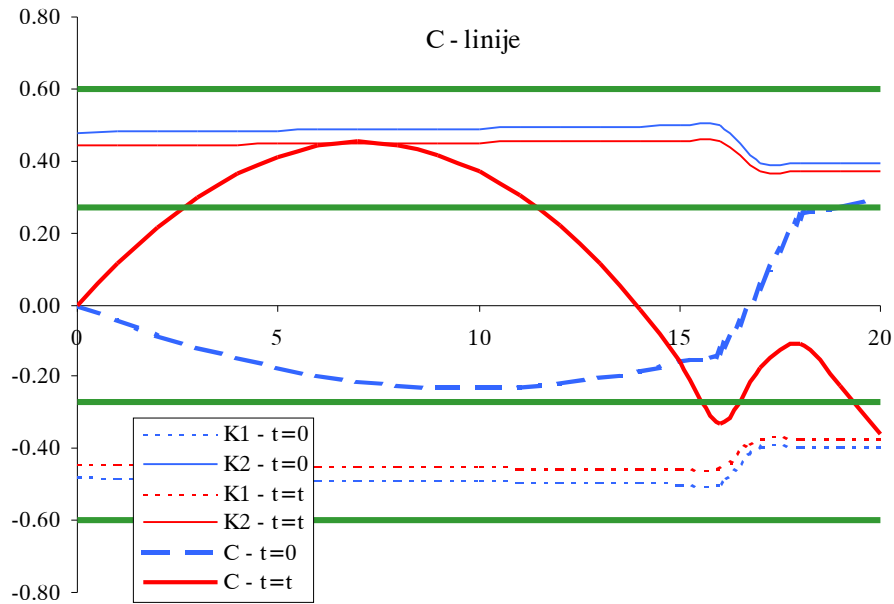
Rezultati proračuna, 'maska' modifikovane 'Excel' tabelom, prikazani su na slici 5.39. Početna sila prethodnog napreznja u obe grupe kablova je ista, $N_{k0} = 1520\text{kN}$. Horizontalni kabl usvojen je na ukupnoj dužini od 6,0m, odnosno po 3,0m bočno od oslonca, na ekscentricitetu $e_2 = 0,45\text{m}$. Prekoračenje napona zatezanja u eksploataciji iznosi oko 2%, što je ocenjeno kao prihvatljivo, slika 5.42.



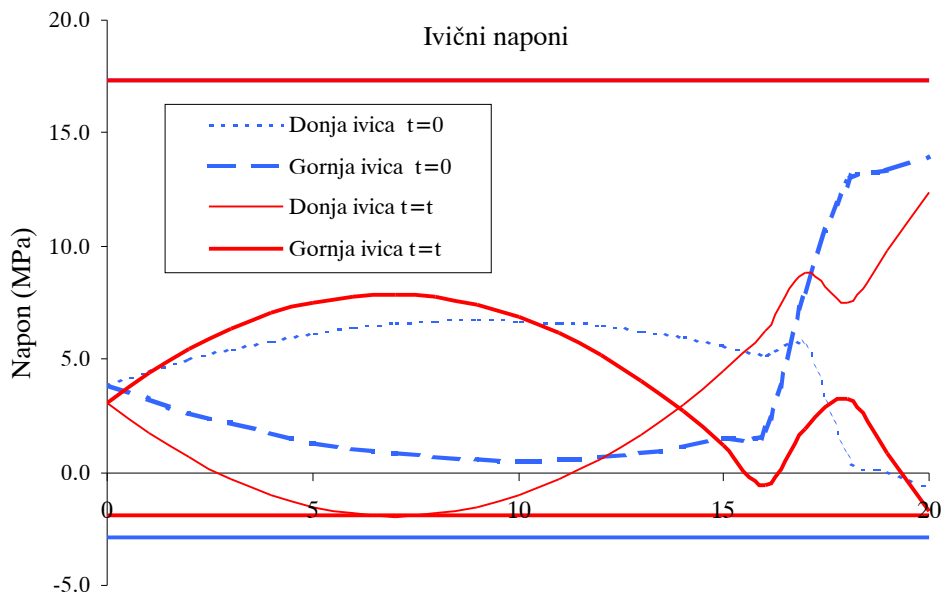
Slika 5.39 Kontinualni nosač sa dve grupe kablova - ulaz i rezultati 'Excel' tabele



Slika 5.40 Momenti savijanja



Slika 5.41 Centri rezultujuće sile pritiska - C - linije



Slika 5.42 Ivični naponi u betonu

Ukupna površina (ali ne i dužina, težina) kablova je za oko 25% veća negu u slučaju trase sa konstantnom površinom kabla, primer 3.11.4, i praktično jednaka površini kabla proste grede sa približno istim maksimalnim momentom, primer 3.11.2.