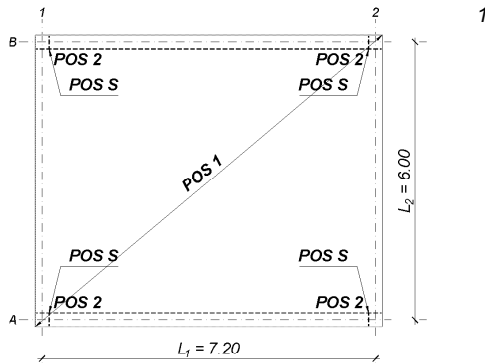


## 1 PRORAČUN PLOČE POS 1

Ploča dimenzija  $6.0 \times 7.2 \text{ m}$  u osnovi oslonjena je na dve paralelne grede POS 2, koje su oslonjene na stubove POS S u uglovima ploče. Pored sopstvene težine, ploča je opterećena dodatnim stalnim opterećenjem  $\Delta g = 2.0 \text{ kN/m}^2$  (slojevi poda i plafona), kao i povremenim opterećenjem  $p = 4.0 \text{ kN/m}^2$ . Potrebno je dimenzionisati ploču i grede, nacrtati planove oplata i armature i uraditi specifikaciju i rekapitulaciju. Kvalitet materijala usvojiti po sopstvenom izboru.



### 1.1 ANALIZA OPTEREĆENJA I PRORAČUN STATIČKIH UTICAJA

#### a. stalno opterećenje

- sopstvena težina ploče  $d_p \times \gamma_b = 0.18 \times 25 = 4.5 \text{ kN/m}^2$
- dodatno stalno opterećenje  $\Delta g = 2.0 \text{ kN/m}^2$
- ukupno, stalno opterećenje  $g = 6.5 \text{ kN/m}^2$

#### b. povremeno opterećenje

$$p = 4.0 \text{ kN/m}^2$$

$$M_g = 6.5 \times 6.0^2 / 8 = 29.25 \text{ kNm/m}$$

$$M_p = 4.0 \times 6.0^2 / 8 = 18.0 \text{ kNm/m}$$

$$T_g = 6.5 \times 6.0 / 2 = 19.5 \text{ kN/m}$$

$$T_p = 4.0 \times 6.0 / 2 = 12.0 \text{ kN/m}$$

2

### 1.2 DIMENZIONISANJE

$$\text{pretp. } a_1 = 3 \text{ cm} \Rightarrow h = 18 - 3 = 15 \text{ cm} ; b = 100 \text{ cm} = 1.0 \text{ m}$$

$$k = \frac{15}{\sqrt{\frac{79.2 \times 10^2}{100 \times 2.05}}} = 2.413 \Rightarrow \varepsilon_b / \varepsilon_a = 3.177 / 10\% ; \bar{\mu} = 19.049\%$$

$$A_{a,\text{potr.}} = 19.049 \times \frac{100 \times 15}{100} \times \frac{2.05}{40} = 14.64 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{pretp. } \emptyset 14 (a_a^{(1)} = 1.54 \text{ cm}^2) \Rightarrow e_a = \frac{100 \times a_a^{(1)}}{A_{a,\text{potr.}}} = \frac{100 \times 1.54}{14.64} = 10.5 \text{ cm}$$

$$\text{usvojeno: } \mathbf{R\emptyset 14/10} (15.39 \text{ cm}^2/\text{m})$$

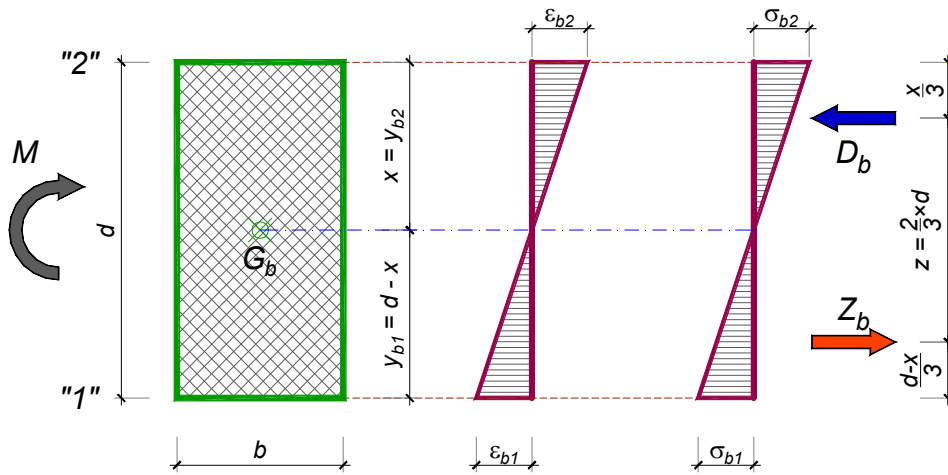
$$A_{ap} = 0.20 \times A_{a,\text{potr.}} = 0.20 \times 14.64 = 2.93 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{pretp. } \emptyset 10 (a_{ap}^{(1)} = 0.785 \text{ cm}^2) \Rightarrow e_{ap} = \frac{100 \times a_{ap}^{(1)}}{A_{ap,\text{potr.}}} = \frac{100 \times 0.785}{2.93} = 26.8 \text{ cm}$$

$$\text{usvojeno: } \mathbf{R\emptyset 10/25} (3.14 \text{ cm}^2/\text{m})$$

## Bruto betonski presek

3



4

Potrebne geometrijske karakteristike neisprskallog betonskog preseka i položaj težišta ukupne armature u preseku dati su sledećim izrazima:

$$A_b^I = b \times d = 100 \times 18 = 1800 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$y_{b1} = y_{b2} = d/2 = 18 / 2 = 9.0 \text{ cm}$$

$$J_b^I = \frac{b \times d^3}{12} = \frac{100 \times 18^3}{12} = 48600 \text{ cm}^4/\text{m}$$

$$A_{a1} = 15.39 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (R}\emptyset 14/10) \text{ ; } A_{a2} = 0 \Rightarrow A_a = A_{a1} + A_{a2} = 15.39 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Položaj težišta ukupne armature u odnosu na gornju ivicu preseka, kao i položajni moment inercije armature u odnosu na težište ukupne armature, određeni su kao:

$$y_{a2} = h = d - a_1 = 18 - (2 + 1.4/2) = 15.3 \text{ cm} \text{ ; } J_a = 0$$

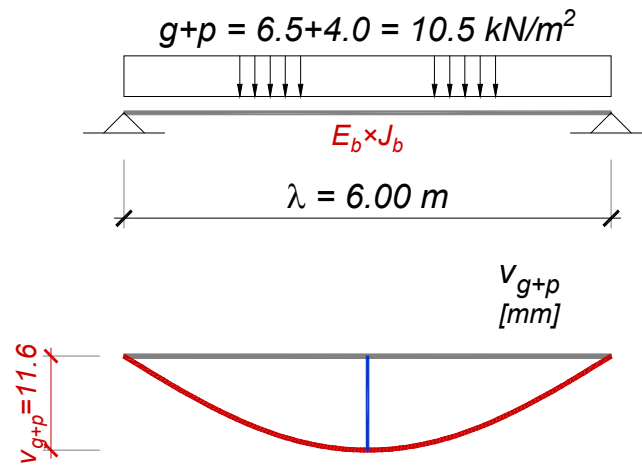
### 1.1 ELASTIČNO REŠENJE

Ugib u sredini raspona proste grede opterećene jednako raspodeljenim opterećenjem  $q=g+p$  po čitavom rasponu, uvodeći u proračun moment inercije BRUTO BETONSKOG PRESEKA, određen je izrazom:

$$v_b = \frac{5 \times q \times l^4}{384 \times E_b \times J_b} = \frac{5 \times (6.5 + 4.0) \times 6.0^4}{384 \times 31.5 \times 10^6 \times 48600 \times 10^{-8}} = 11.6 \times 10^{-3} \text{ m} = 11.6 \text{ mm}$$

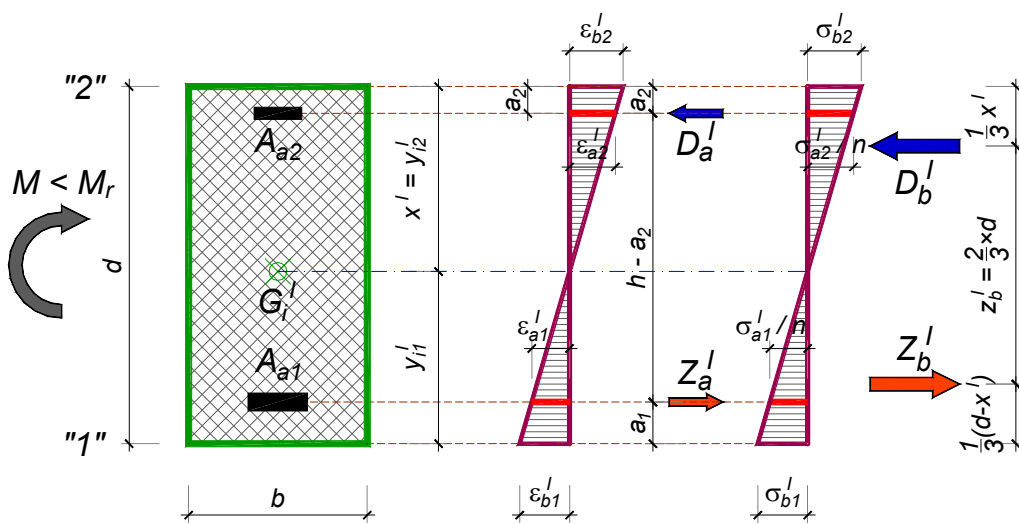
### Elastični ugib (bruto betonski presek)

5



### Idealizovani presek (stanje I – bez prslina)

6



## 1.2 PRORAČUN UGIBA U TRENUTKU NANOŠENJA OPTEREĆENJA

7

### 1.2.1 Početni ugib, ukupno opterećenje

Posebno se mora sračunati ugib za stanje I (bez prslina) i za stanje II (sa prslinama).

#### 1.2.1.1 Stanje I (bez prslina) - ukupno opterećenje

$$n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{210}{31.5} = 6.67$$

$$A'_i = A'_b + n \times A_a = 1800 + 6.67 \times 15.39 = 1903 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$y'_{i2} = y'_{b2} + \frac{(y_{a2} - y'_{b2}) \times n \times A_a}{A'_i} = 9.0 + \frac{(15.3 - 9.0) \times 6.67 \times 15.39}{1903} = 9.34 \text{ cm}$$

Moment inercije idealizovanog preseka (beton + armatura) za stanje I određen je izrazom:

$$J'_i = J'_b + n \times J_a + A'_i \times (y_{a2} - y'_{b2}) \times (y'_{i2} - y'_{b2})$$

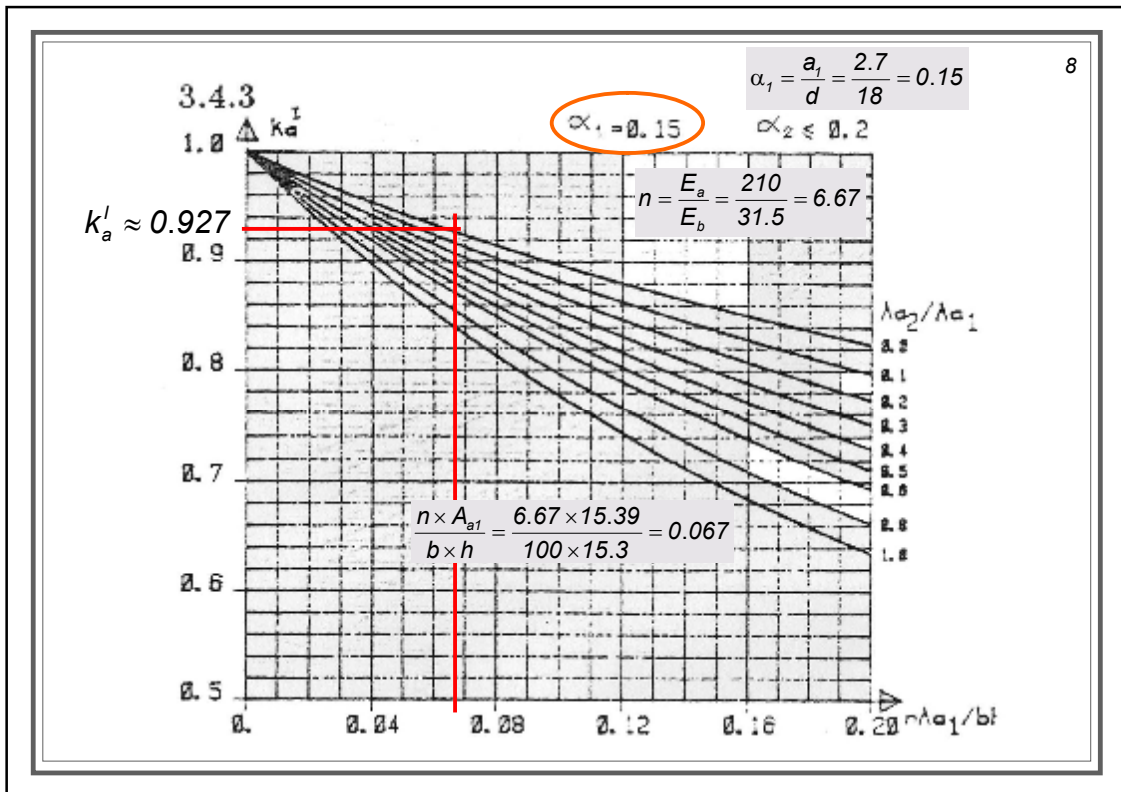
$$J'_i = 48600 + 0 + 1800 \times (15.3 - 9.0) \times (9.34 - 9.0) = 52453 \text{ cm}^4/\text{m}$$

$$k'_a = \frac{J'_b}{J'_i} = \frac{48600}{52453} = 0.927$$

Ugib u trenutku  $t=0$  za ukupno ( $g+p$ ) opterećenje, za neisprskali presek (stanje I) iznosi:

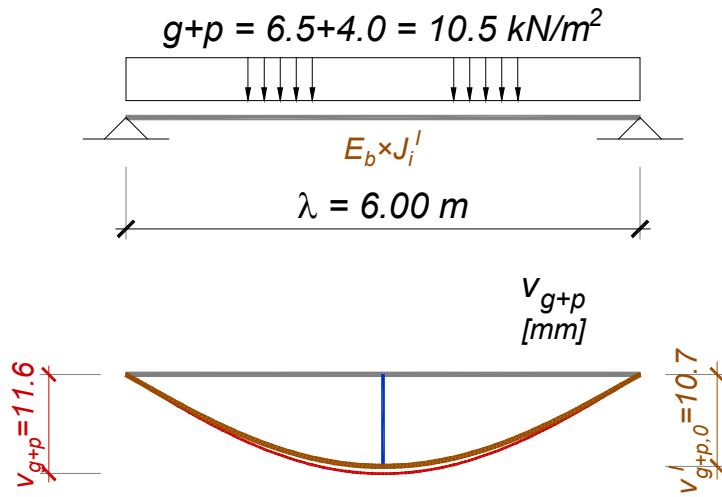
$$v'_0 = k'_a \times v_b = 0.927 \times 11.6 = 10.7 \text{ mm}$$

Da je čitav nosač bez prslina, konstantne krutosti, proračunski elastični ugib usled ukupnog,  $g+p$  opterećenja, iznosio bi  $v_{g+p,0} = 10.7 \text{ mm}$ .



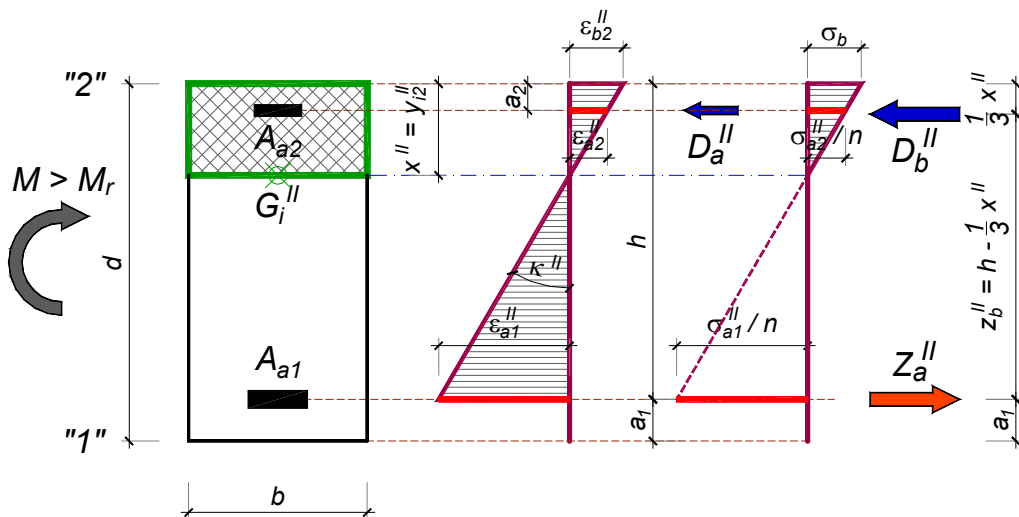
**Ugib za stanje I (bez prslina)**

9



**Idealizovani presek (stanje II – bez prslina)**

10



### 1.2.1.2 Stanje II (sa prslinama) - ukupno opterećenje

Položaj neutralne linije se određuje rešavanjem kvadratne jednačine oblika:

$$s^2 + 2n \times (\mu_1 + \mu_2) \times s - 2n \times (\mu_1 + \mu_2 \times \alpha_2) = 0$$

$$\mu_1 = \frac{A_{a1}}{b \times h} = \frac{15.39}{100 \times 15.3} = 1.01\% ; \quad \mu_2 = \frac{A_{a2}}{b \times h} = 0 ; \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{h} = 0$$

$$s^2 + 2 \times 6.67 \times 1.01 \times 10^{-2} \times s - 2 \times 6.67 \times 1.01 \times 10^{-2} = 0$$

$$s^2 + 0.134 \times s - 0.134 = 0 \Rightarrow s = 0.305$$

$$x'' = s \times h = 0.305 \times 15.3 = 4.67 \text{ cm}$$

$$A_b'' = b \times x'' = 100 \times 4.67 = 467 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$y_b'' = \frac{x''}{2} = \frac{4.67}{2} = 2.34 \text{ cm}$$

$$J_b'' = \frac{b \times (x'')^3}{12} = \frac{100 \times 4.67^3}{12} = 849 \text{ cm}^4/\text{m}$$

$$y_{i2}'' = x'' = 4.67 \text{ cm}$$

$$J_i'' = J_b'' + n \times J_a + A_b'' \times (y_{a2} - y_{b2}'') \times (y_{i2}'' - y_{b2}'')$$

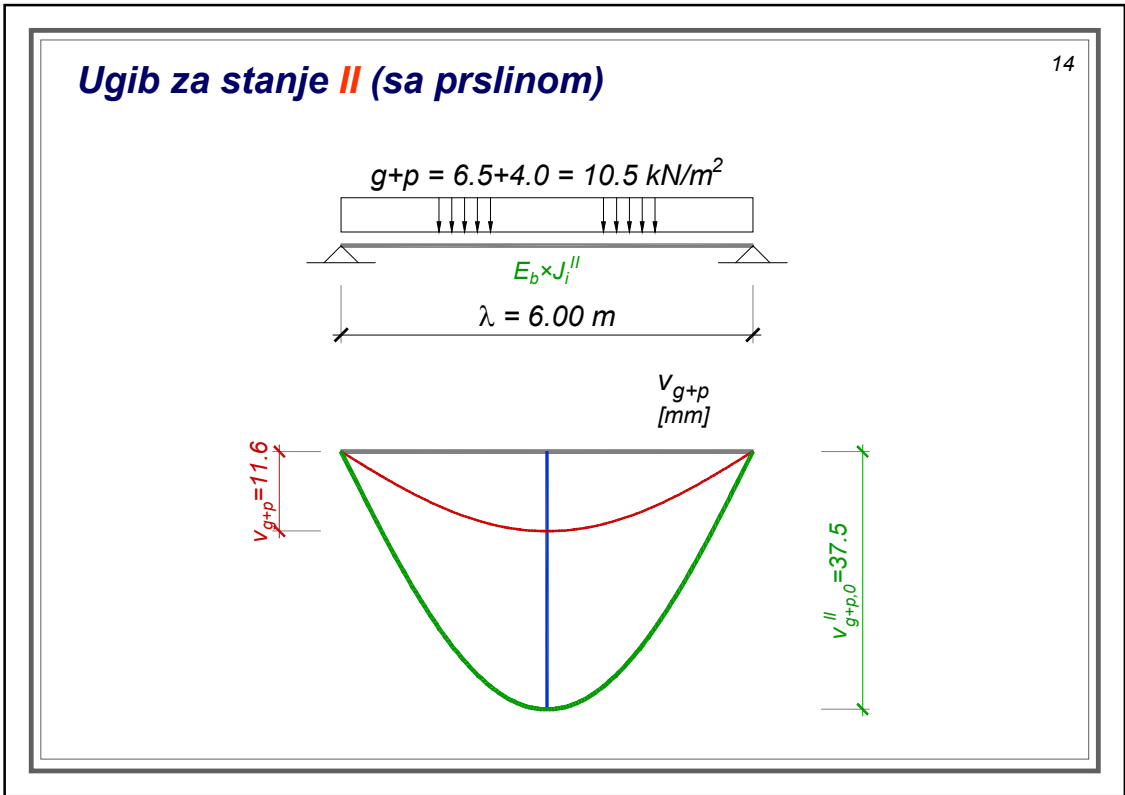
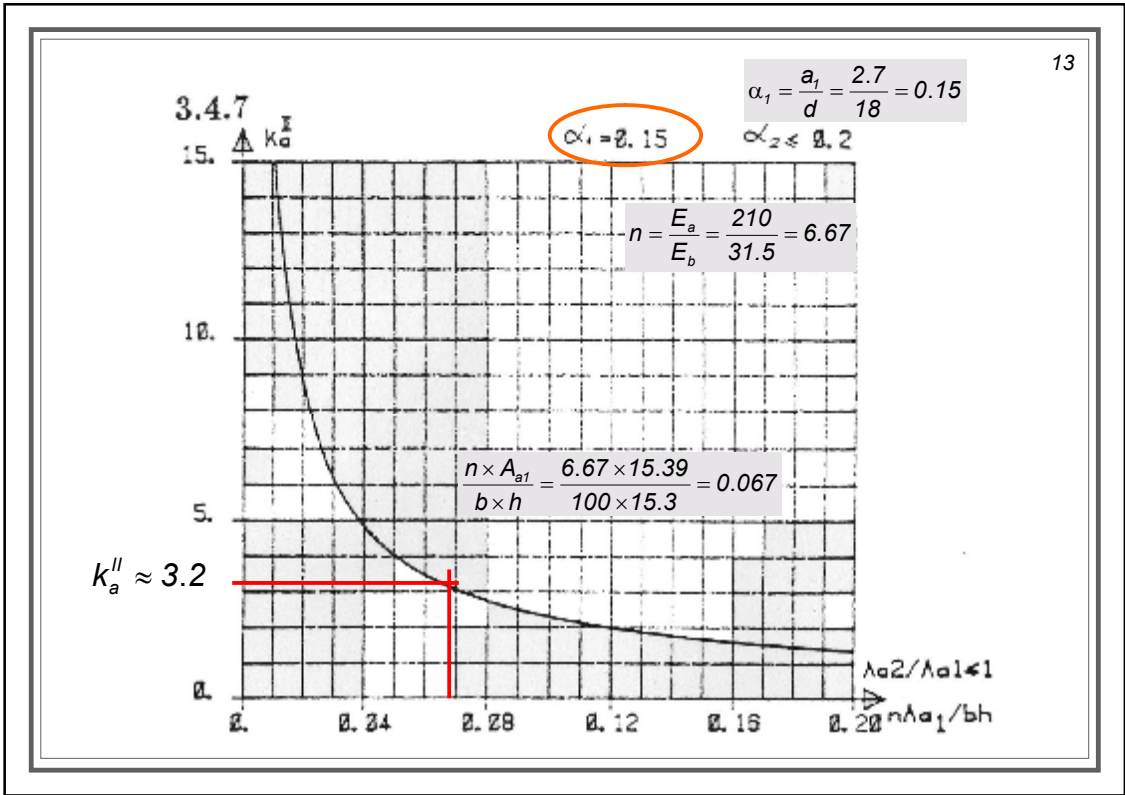
$$J_i'' = 849 + 0 + 467 \times (15.3 - 2.34) \times (4.67 - 2.34) = 14991 \text{ cm}^4/\text{m}$$

$$k_a'' = \frac{J_b''}{J_i''} = \frac{849}{14991} = 0.0567$$

Ugib u trenutku  $t=0$  za ukupno ( $g+p$ ) opterećenje, za isprskali presek (stanje II) iznosi:

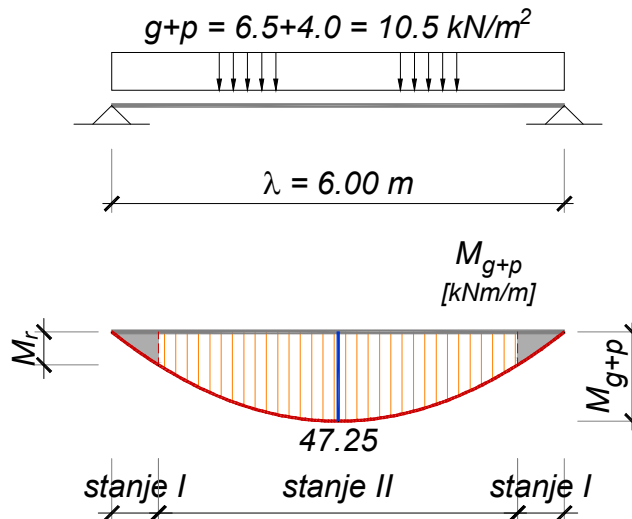
$$v_0'' = k_a'' \times v_b = 0.0567 \times 660 = 37.5 \text{ mm}$$

Da je čitav nosač isprskao, konstantne krutosti koja odgovara preseku u sredini raspona, proračunski elastični ugib usled ukupnog,  $g+p$  opterećenja, iznosio bi  $v_{g+p,0} = 37.5 \text{ mm}$ .



## Ukupno opterećenje

15



16

### 1.2.1.3 Početni ugib u trenutku $t=0$ (ukupno opterećenje)

Pošto je ploča pod opterećenjem  $g+p$  na jednom delu (u blizini oslonaca) u stanju bez prsline, dok je u središnjem delu u isprskalom stanju, potrebno je vrednosti ugiba sračunate u tačkama 1.2.1.1 i 1.2.1.2, koje predstavljaju donju odnosno gornju vrednost koja se može javiti, na određeni način ponderisati (ovde: bilinearna metoda). Najpre je potrebno sračunati moment pojave prsline  $M_r$ :

$$W_{i1}^I = \frac{J_i^I}{y_{i1}^I} = \frac{J_i^I}{d - y_{i2}^I} = \frac{52453}{18 - 9.34} = 6057 \frac{\text{cm}^3}{\text{m}}$$

$$MB \ 30 \Rightarrow f_{bzm} = 2.4 \text{ MPa (član 51 PBAB 87)}$$

$$f_{bzs} = f_{bzm} \times \left(0.6 + \frac{0.4}{\sqrt[4]{d}}\right) = 2.40 \times \left(0.6 + \frac{0.4}{\sqrt[4]{0.18}}\right) = 2.91 \text{ MPa} = 0.291 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_r = M_r = f_{bzs} \times W_{i1}^I = 0.291 \times 6057 \times 10^{-2} = 17.6 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} < M_g + M_p = 47.25 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 1.0 \text{ (RA 400/500)} \\ \beta_2 = 1.0 \text{ (} t = 0 \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \zeta_{0,g+p} = 1 - 1.0 \times 1.0 \times \frac{17.6}{47.25} = 0.626$$

Ukupno, početni ugib u trenutku  $t=0$  se dobija iz izraza:

$$v_0 = (1 - \zeta) \times v_0^I + \zeta \times v_0^{II}$$

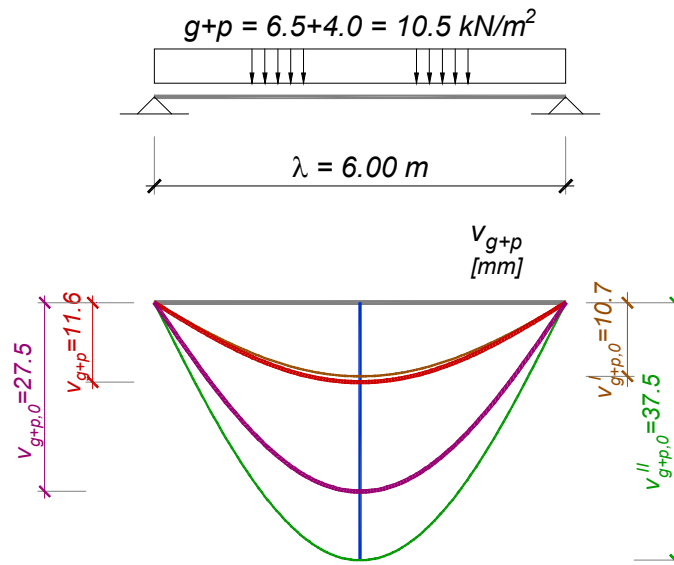
$$v_{g+p,0} = (1 - 0.626) \times 10.7 + 0.626 \times 37.5 = 27.5 \text{ mm}$$

Maksimalni ugib grede usled ukupnog, stalnog i povremenog opterećenja, u trenutku nanošenja opterećenja ( $t=0$ ), je  $v_{g+p,0} = 27.5 \text{ mm}$ .



## Ukupno opterećenje (t=0)

17



18

### 1.2.2 Početni ugib, stalno opterećenje

Krutost, odnosno moment inercije, bilo u neisprskalom ( $J_i^I$ ) ili isprskalom ( $J_i^{II}$ ) stanju, je funkcija dimenzija poprečnog preseka i količine i položaja armature u preseku, nezavisno od intenziteta opterećenja. Stoga se deformacije usled stalnog opterećenja lako dobijaju iz proporcije:

#### 1.2.2.1 Stanje I (bez prslina) - stalno opterećenje

$$v'_{g,0} = \frac{g}{g+p} \times v'_{g+p,0} = \frac{6.5}{6.5+4.0} \times 10.7 = 6.6 \text{ mm}$$

#### 1.2.2.2 Stanje II (sa prslinama) - stalno opterećenje

$$v''_{g,0} = \frac{g}{g+p} \times v''_{g+p,0} = \frac{6.5}{6.5+4.0} \times 37.5 = 23.2 \text{ mm}$$

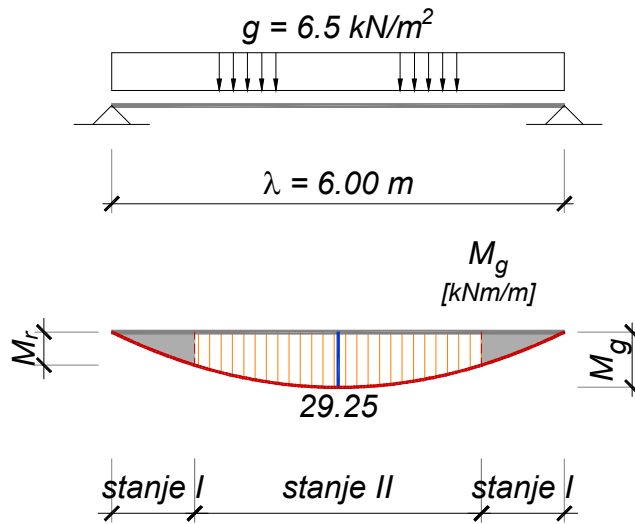
#### 1.2.2.3 Početni ugib u trenutku t=0 (stalno opterećenje)

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 1.0 \text{ (RA 400/500)} \\ \beta_2 = 1.0 \text{ (t=0)} \end{array} \right\} \Rightarrow \zeta_{0,g} = 1 - 1.0 \times 1.0 \times \frac{17.6}{29.25} = 0.397$$

$$v_{g,0} = (1 - 0.397) \times 6.6 + 0.397 \times 23.2 = 13.2 \text{ mm}$$

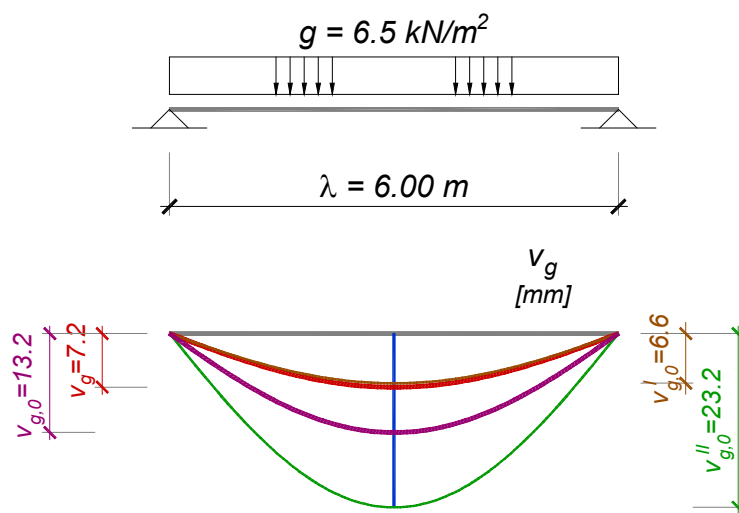
## Stalno opterećenje

19



## Stalno opterećenje ( $t=0$ )

20



### 1.3 PRORAČUN UGIBA U TOKU VREMENA

Geometrijske karakteristike idealizovanog poprečnog preseka (beton+armatura) se sračunavaju na isti način kao za stanje  $t=0$ , s tim da se u odgovarajuće izraze umesto modula deformacije betona  $E_b$  unosi korigovani efektivni modul  $E_b^*$ .

$$\left. \begin{array}{l} \chi_{\infty} = 0.8 \\ \varphi_{\infty} = 2.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \chi_{\infty} \times \varphi_{\infty} = 0.8 \times 2.5 = 2.0$$

$$E_b^* = \frac{E_b}{1 + \chi_{\infty} \varphi_{\infty}} = \frac{31.5}{1 + 2.0} = 10.5 \text{ GPa} \Rightarrow n^* = \frac{E_a}{E_b^*} = \frac{210}{10.5} = 20$$

#### 1.3.1 Trajni ugib, stalno opterećenje

##### 1.3.1.1 Stanje I (bez prslina) - stalno opterećenje

$$A_i^I = A_b^I + n^* \times A_a = 1800 + 20 \times 15.39 = 2108 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$y_{i2}^I = y_{b2}^I + \frac{(y_{a2}^I - y_{b2}^I) \times n^* \times A_a}{A_i^I} = 9.0 + \frac{(15.3 - 9.0) \times 20 \times 15.39}{2108} = 9.92 \text{ cm}$$

### 59

Ako konačne vrednosti koeficijenta tečenja betona  $\varphi_{\infty} = \varphi(t_{\infty}, t_0)$  za vreme  $t_{\infty}$  nisu eksperimentalno određene, za nearmirani beton koji je održavan u vlažnom stanju najmanje prvih sedam dana i pri temperaturi sredine od približno 293°K (20°C) mogu se koristiti vrednosti date u tabeli 11.

Tabela 11. Konačne vrednosti koeficijenta tečenja nearmiranog betona

Starost betona u trenutku opterećenja $t_0$ (dani/godine)	Srednja debljina preseka elementa $d_m$ (u cm)	Konačne vrednosti koeficijenta tečenja nearmiranog betona $\varphi_{\infty}$			
		Rlativna vlažnost sredine (u %)			
		40%	70%	90%	u vodi
7	≤ 10	4,3	3,1	1,7	1,4
	20	4,1	2,9	1,6	
	≥ 40	3,8	2,7	1,6	
14	≤ 10	4,0	2,9	1,6	1,3
	20	3,8	2,7	1,5	
	≥ 40	3,6	2,5	1,5	
28	≤ 10	3,7	2,6	1,6	1,3
	20	3,6	2,6	1,5	
	≥ 40	3,4	2,5	1,4	
90	≤ 10	2,7	2,0	1,3	1,2
	20	2,8	2,1	1,3	
	≥ 40	2,9	2,1	1,3	
365	≤ 10	1,7	1,3	1,0	1,0
	20	1,8	1,4	1,1	
	≥ 40	2,0	1,5	1,1	
3 godine	≤ 10	0,9	0,8	0,7	0,8
	20	1,1	0,9	0,8	
	≥ 40	1,2	1,0	0,8	

Moment inercije idealizovanog preseka (beton + armatura) za stanje I određen je izrazom:

$$J_i^I = J_b^I + n^* \times J_a + A_b^I \times (y_{a2} - y_{b2}^I) \times (y_{i2}^I - y_{b2}^I)$$

$$J_i^I = 48600 + 0 + 1800 \times (15.3 - 9.0) \times (9.92 - 9.0) = 59035 \text{ cm}^4/\text{m}$$

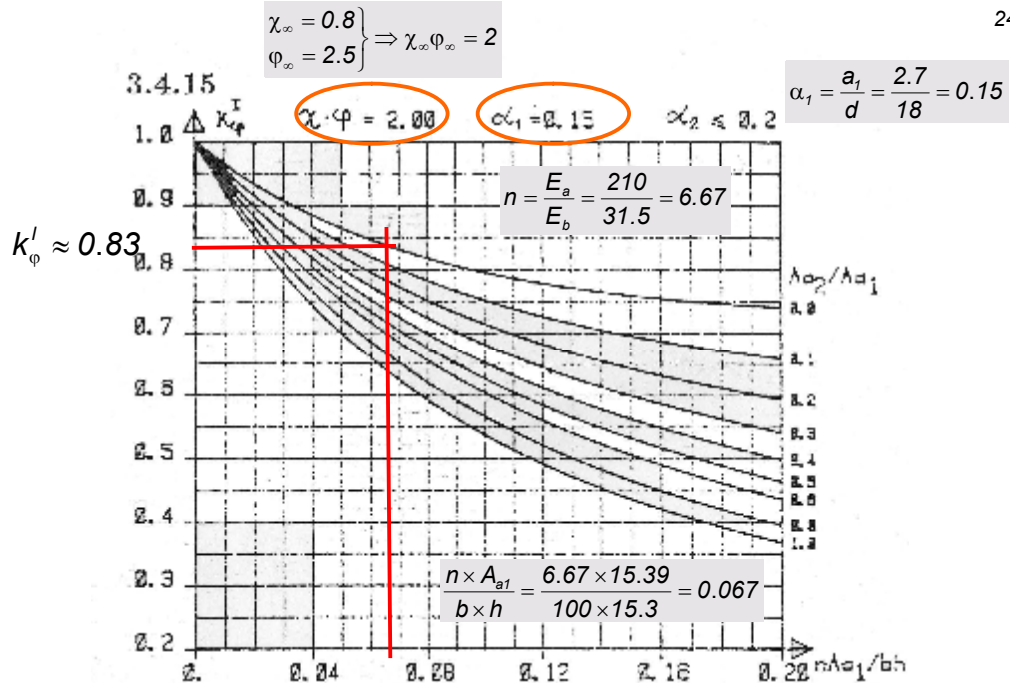
$$k_\varphi^I = 1 - \frac{n^*}{J_i^I} \times [J_a + A_a \times (y_{a2} - y_{i2}^I) \times (y_{a2} - y_{i2}^I)]$$

$$k_\varphi^I = 1 - \frac{20}{59035} \times [0 + 15.39 \times (15.3 - 9.34) \times (15.3 - 9.92)] = 0.833$$

$$v_{\infty, g}^I = k_a^I \times (1 + k_\varphi^I \times \varphi_{\infty}) \times v_{b, g} = (1 + k_\varphi^I \times \varphi_{\infty}) \times v_{0, g}^I$$

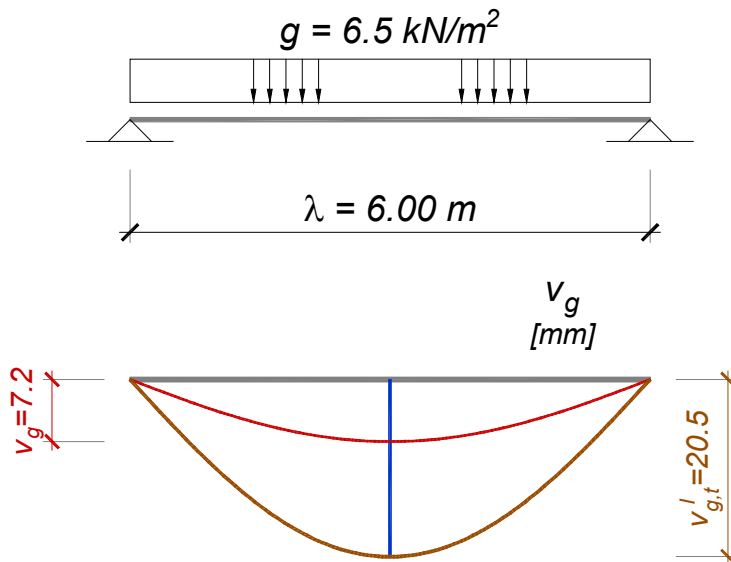
Ugib u vremenu  $t \rightarrow \infty$  usled stalnog opterećenja, za neisprskali presek (stanje I) iznosi:

$$v_{g, \infty}^I = (1 + 0.833 \times 2.5) \times 6.6 = 20.5 \text{ mm}$$



**Ugib za stanje I (bez prslina), trenutak  $t \rightarrow \infty$**

25



26

**1.3.1.2 Stanje II (sa prslinama) - stalno opterećenje**

$$A_i'' = A_b'' + n^* \times A_a = 467 + 20 \times 15.39 = 775 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$y_{i2}'' = y_{b2}'' + \frac{(y_{a2} - y_{b2}'') \times n^* \times A_a}{A_i''} = 2.34 + \frac{(15.3 - 2.34) \times 20 \times 15.39}{775} = 7.49 \text{ cm}$$

$$J_i'' = J_b'' + n^* \times J_a + A_b'' \times (y_{a2} - y_{b2}'') \times (y_{i2}'' - y_{b2}'')$$

$$J_i'' = 849 + 0 + 467 \times (15.3 - 2.34) \times (7.49 - 2.34) = 32039 \text{ cm}^4/\text{m}$$

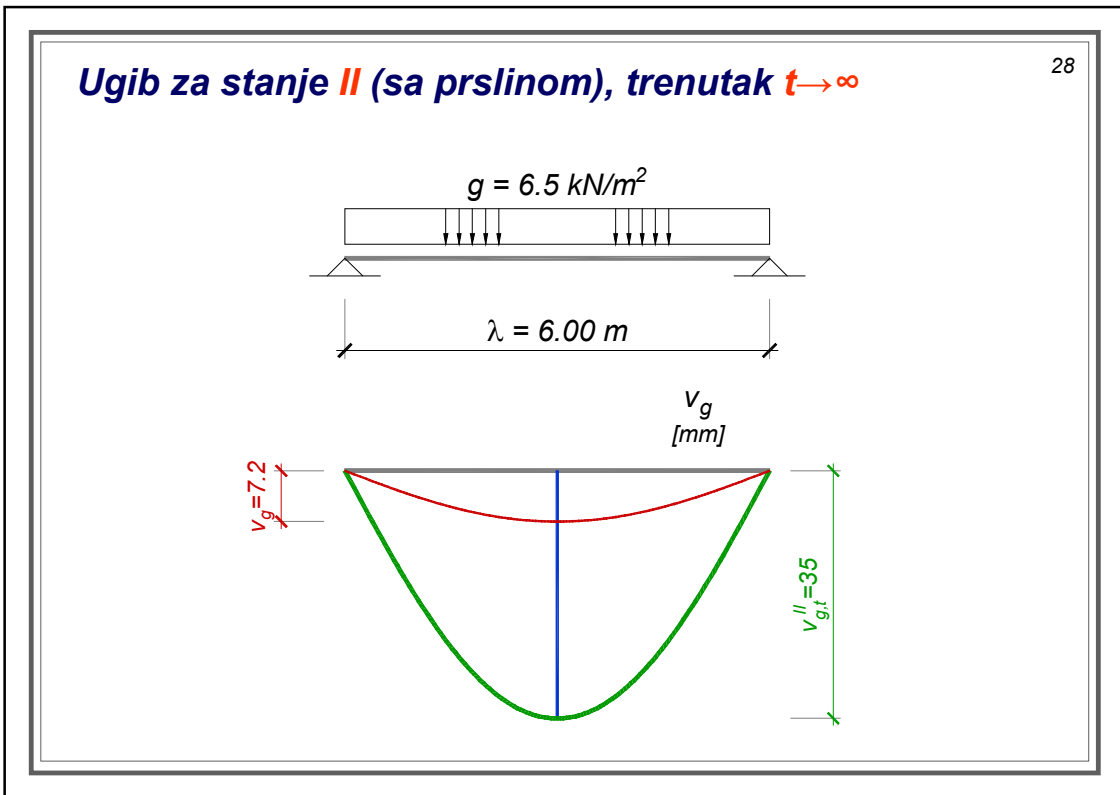
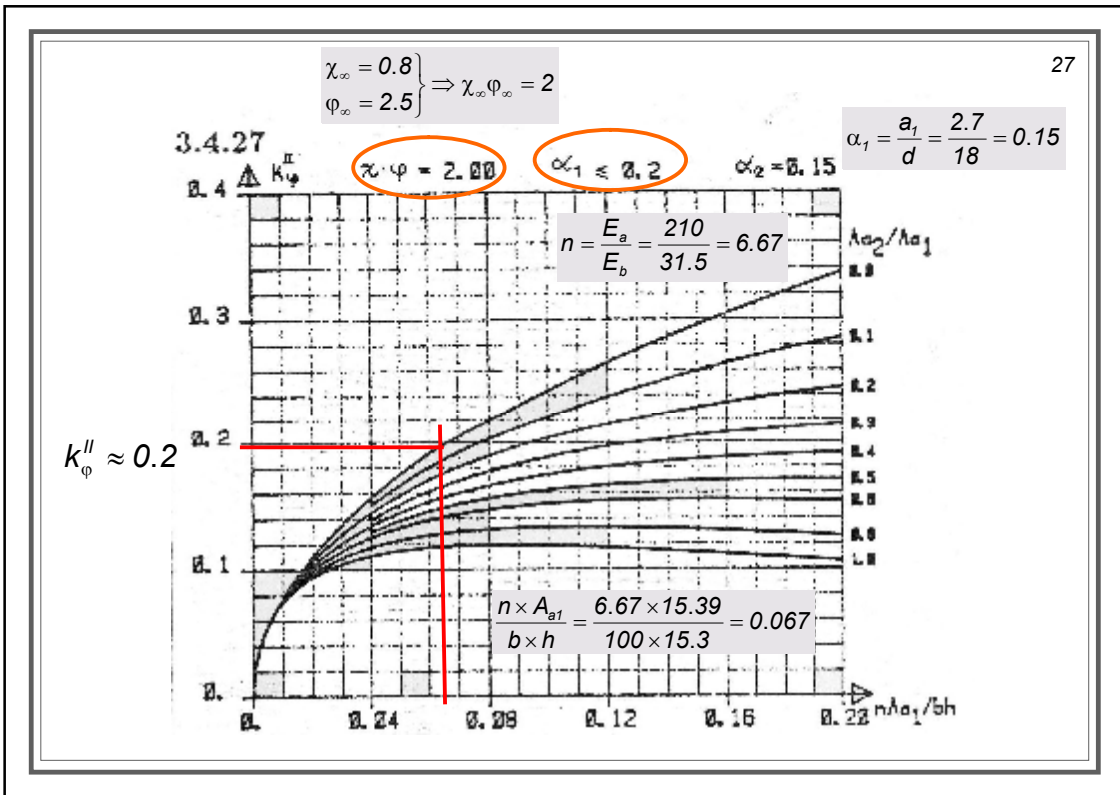
$$k_\varphi'' = 1 - \frac{n^*}{J_i''} \times [J_a + A_a \times (y_{a2} - y_{i2}'') \times (y_{a2} - y_{i2}'')]$$

$$k_\varphi'' = 1 - \frac{20}{32039} \times [0 + 15.39 \times (15.3 - 4.67) \times (15.3 - 7.49)] = 0.202$$

$$v_{\infty,g}'' = k_a'' \times (1 + k_\varphi'' \times \varphi_\infty) \times v_{b,g} = (1 + k_\varphi'' \times \varphi_\infty) \times v_{0,g}''$$

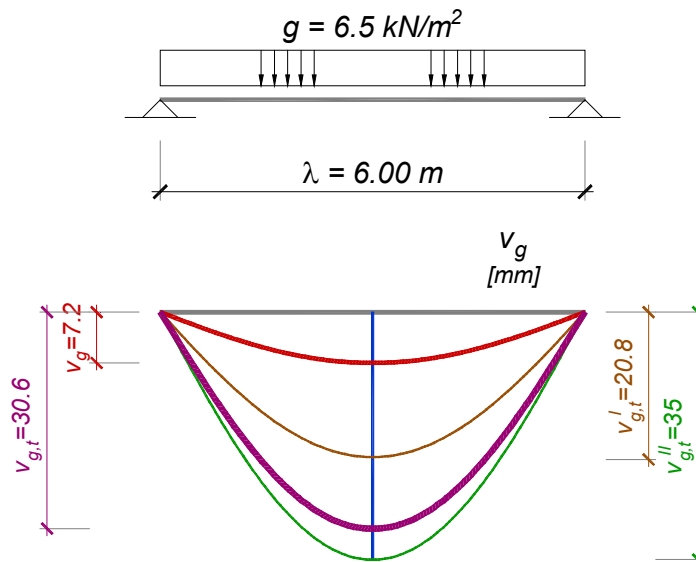
Ugib u vremenu  $t \rightarrow \infty$  usled stalnog opterećenja, za isprskali presek (stanje II) iznosi:

$$v_{g,\infty}'' = (1 + 0.202 \times 2.5) \times 23.2 = 35.0 \text{ mm}$$



## Stalno opterećenje ( $t \rightarrow \infty$ )

29



30

### 1.3.3 Trajni ugib, ukupno opterećenje

Konačna vrednost ugiba usled dejstva dugotrajnog (stalnog) i kratkotrajnog (povremenog) opterećenja dobija se kao trenutna vrednost ugiba od ukupnog opterećenja, uvećana za prirast ugiba kao posledice dugotrajnog dejstva stalnog opterećenja:

$$v_{g+p,\infty} = v_{g+p,0} + (v_{g,\infty} - v_{g,0})$$

$$v_{g+p,\infty} = v_{\max} = 27.5 + (30.6 - 13.2) = 44.9 \text{ mm}$$

$$v_{g+p,\infty} = v_{\max} = 4.49 \text{ cm} > v_{\text{dop.}} = \frac{L}{300} = \frac{600}{300} = 2 \text{ cm}$$

Kako je prekoračen dopušteni ugib, definisan članom 117. Pravilnika BAB 87, potrebno je korigovati neki od parametara.

$v_b = 11.6 \text{ mm}$  - elastično rešenje, bruto betonski presek

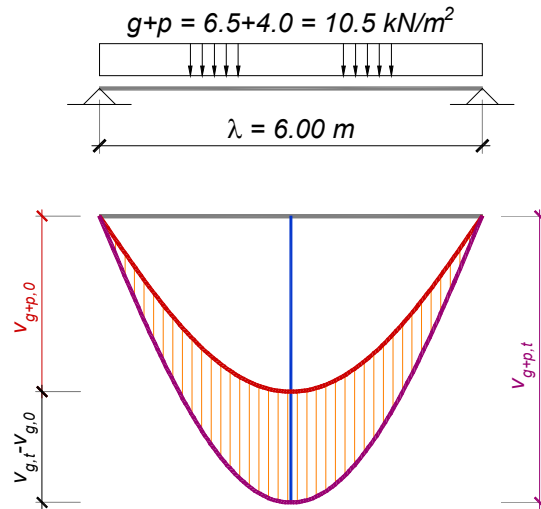
$v_{g+p,0} = 27.5 \text{ mm}$  - trenutni ugib, ukupno opterećenje,  $t=0$

$v_{g+p,\infty} = 44.9 \text{ mm}$  - trajni ugib, ukupno opterećenje,  $t \rightarrow \infty$

### Ugib usled ukupnog (g+p) opterećenja ( $t \rightarrow \infty$ )

31

$$V_{g+p,\infty} = V_{g+p,0} + (V_{g,\infty} - V_{g,0}) \leq V_{dop}$$



### Ukupno opterećenje ( $t \rightarrow \infty$ )

32

