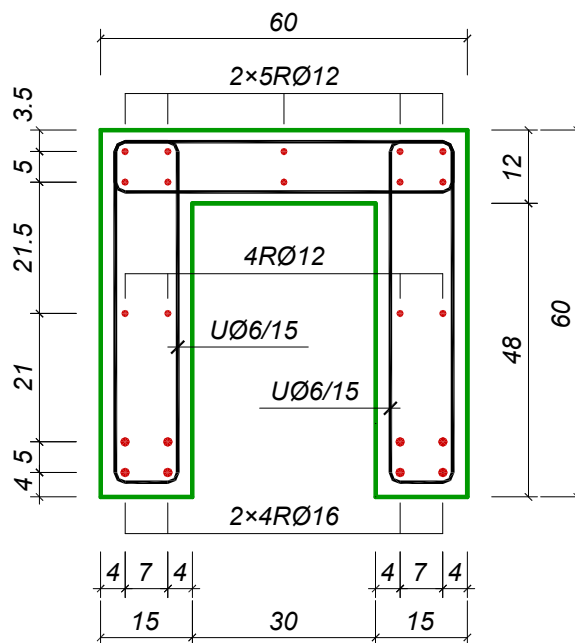


8 Nosač sistema proste grede, raspona $L=6\text{ m}$, armiran kao na skici, opterećen je stalnim opterećenjem $g = 20\text{ kN/m}$. Odrediti veličinu jednako raspodeljenog povremenog opterećenja koju nosač može prihvatiti uz zadovoljenje propisanih koeficijenata sigurnosti. Prilikom proračuna nosivosti uzeti u obzir i poprečnu (GA 240/360) i podužnu (RA 400/500) armaturu. Beton MB 35.

NOSIVOST U ODNOSU NA MOMENTE SAVIJANJA

Zadati presek je u proračunskom smislu "T" presek, širine ploče $B = 60\text{ cm}$, širine rebra $b = 2 \times 15 = 30\text{ cm}$, visine $d = 60\text{ cm}$ i debljine ploče $d_p = 12\text{ cm}$. Potrebno je naći moment loma zadatog preseka.



O mogućim načinima rešavanja ovog problema bilo je reči u Primeru 1. U nastavku će biti prikazan samo proračun, uz zanemarenje nosivosti pritisnute armature.

Pretpostavlja se da je $x \leq d_p = 12\text{ cm}$, pa je presek pravougaoni, širine $B=60\text{ cm}$:

$$A_{a1} = 16.08\text{ cm}^2 \quad (2 \times 4 = 8R\text{Ø}16)$$

$$a_1 = \frac{4 \times 4 + 4 \times 9}{8} = 6.5\text{ cm} \Rightarrow h = 60 - 6.5 = 53.5\text{ cm}$$

$$\mu_1 = \frac{16.08 \times 40}{60 \times 53.5 \times 2.3} = 8.715\% \xrightarrow{\text{TABLICE}} \begin{cases} s = 0.143 \\ k = 3.491 \\ \varepsilon_b / \varepsilon_a = 1.675 / 10\% \end{cases}$$

$$x = 0.143 \times 53.5 = 7.7\text{ cm} < d_p = 12\text{ cm}$$

Pretpostavka o položaju neutralne linije je dobra. Sledi:

$$M_{au} = \left(\frac{53.5}{3.491} \right)^2 \times 60 \times 2.3 \times 10^{-2} = 324.2\text{ kNm} = M_u \quad (N_u = 0)$$

$$M_g = \frac{20 \times 6.0^2}{8} = 90\text{ kNm} \Rightarrow M_p = \frac{324.2 - 1.6 \times 90}{1.8} = 100.1\text{ kNm}$$

$$p_1 \leq \frac{8 \times M_p}{L^2} = \frac{8 \times 100.1}{6.0^2} = 22.24 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

NOSIVOST U ODNOSU NA TRANSVERZALNE SILE

Minimalna širina preseka od neutralne linije do težišta zategnute armature je $2 \times 15 = 30\text{ cm}$, a odgovarajuće uzengije su u svakom rebro po jedna UØ6/15 (dve dvosečne uzengije na presek širine 30 cm). Napon koji mogu prihvatiti ove uzengije je:

$$\tau_{u,u} = \frac{m \times a_u^{(1)}}{b \times e_u} \times \sigma_v = \frac{2 \times 2 \times 0.283}{2 \times 15 \times 15} \times 24 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 0.60\text{ MPa}$$

$$\tau_{Ru} = \tau_{u,u} = 0.6 \text{ MPa} < 3\tau_r = 3 \times 1.2 = 3.6 \text{ MPa}$$

$$\tau_n = \frac{2}{3} \times \tau_{Ru} + \tau_r = \frac{2}{3} \times 0.60 + 1.2 = 1.60 \text{ MPa} = 0.16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_n = \frac{T_u}{b \times 0.9 \times h} \Rightarrow T_u = 0.16 \times 2 \times 15 \times 0.9 \times 53.5 = 231.4 \text{ kN}$$

$$T_g = \frac{20 \times 6.0}{2} = 60 \text{ kN} \Rightarrow T_p = \frac{231.4 - 1.6 \times 60}{1.8} = 75.2 \text{ kN}$$

$$p_2 \leq \frac{2 \times T_p}{L} = \frac{2 \times 75.2}{6.0} = 25.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Merodavno je, naravno, manje od dva sračunata opterećenja, dakle $p = p_1 = 22.24 \text{ kN/m}$.

9 Sračunati napone u betonu i armaturi, srednje rastojanje i karakterističnu širinu prsline ($t=0$) i konačnu vrednost ugiba ($t \rightarrow \infty$) za presek iz prethodnog zadatka samo usled stalnog opterećenja.

Pritisnuta je gornja ivica nosača, pa je oblik pritisnute zone preseka ili pravougaoni, širine 60 cm, ili, za slučaj da je neutralna linija u rebru, oblika T. Iz praktičnih razloga, pretpostavlja se da je neutralna linija u ploči, pa se položaj neutralne linije određuje kao za pravougaoni poprečni presek, rešavanjem kvadratne jednačine oblika:

$$s^2 + 2 \times n \times (\mu_1 + \mu_2) \times s - 2 \times n \times (\mu_1 + \mu_2 \times \alpha_2) = 0$$

$$MB 35 \Rightarrow E_b = 33 \text{ GPa (čl. 52. BAB 87)} \Rightarrow n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{210}{33} = 6.36$$

$$a_1 = 6.5 \text{ cm} \Rightarrow h = 60 - 6.5 = 53.5 \text{ cm}$$

Zanemarenjem pritisnute armature sledi:

$$A_{a1} = 8R\emptyset 16 \Rightarrow \mu_1 = \frac{16.08}{60 \times 53.5} = 0.005 = 0.5\% ; \mu_2 = 0$$

$$s^2 + 2 \times 6.36 \times 0.005 \times s - 2 \times 6.36 \times 0.005 = 0 \Rightarrow s = 0.223$$

$$x = 0.223 \times 53.5 = 11.91 \text{ cm} < d_p = 12 \text{ cm}$$

Pretpostavka o položaju neutralne linije je dobra, pa se naponi proračunavaju kao za pravougaoni presek širine 60 cm. Ponovo se naglašava da je oznaka za širinu (b , B) potpuno nebitna, jer pravougaoni presek ima samo jednu širinu (ovde $B=60 \text{ cm}$):

$$J_{Ib} = \frac{s^2}{2} \times \left(1 - \frac{s}{3}\right) = \frac{0.223^2}{2} \times \left(1 - \frac{0.223}{3}\right) = 0.023$$

$$M_a = M_g = 90 \text{ kNm}$$

$$\sigma_b = \frac{M_a}{b \times h^2} \times \frac{s}{J_{Ib}} = \frac{90 \times 10^2}{60 \times 53.5^2} \times \frac{0.223}{0.023} = 0.51 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \varepsilon_b = \frac{5.1}{33 \times 10^3} = 0.154\text{‰}$$

$$\sigma_{a1} = 6.36 \times 5.1 \times \frac{1 - 0.223}{0.223} = 113.0 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_{a1} = \frac{113.0}{210 \times 10^3} = 0.538\text{‰}$$

ODREĐIVANJE ŠIRINE PRSLINA

$$MB 35 \Rightarrow f_{bzm} = 2.65 \text{ MPa (član 51. PBAB 87)}$$

$$d = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m} \Rightarrow f_{bzs} = 0.7 \times 0.265 \times \left(0.6 + \frac{0.4}{\sqrt[4]{0.6}} \right) = 0.196 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$W_{b1} = \frac{30 \times 60^2}{6} = 18000 \text{ cm}^3 \Rightarrow M_r = 0.196 \times 18000 = 3520 \text{ kNcm}$$

$$M_r = 35.2 \text{ kNm} < M = M_g = 90 \text{ kNm} \Rightarrow \text{presek sa prslinom}$$

$$a_0 = a' - \emptyset/2 = 4.0 - 1.6/2 = 3.2 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 16 \text{ mm} = 1.6 \text{ cm}$$

$$e_{\emptyset} = 15 - 2 \times 4.0 = 7.0 \text{ cm}$$

$$k_1 = 0.4 \text{ (RA 400/500)}$$

$$k_2 = 0.125 \text{ (čisto savijanje)}$$

$$h_{bz,ef.} \leq \left\{ \begin{array}{l} 9 + 7.5 \times 1.6 = 21 \text{ cm} \\ d / 2 = 60 / 2 = 30 \text{ cm} \end{array} \right\} = 21 \text{ cm}$$

$$\mu_{z1,ef.} = \frac{A_{a1}}{A_{bz,ef.}} = \frac{16.08}{2 \times 15 \times 21} = 0.0255 = 2.55\%$$

$$I_{ps} = 2 \times \left(3.2 + \frac{7}{10} \right) + 0.4 \times 0.125 \times \frac{1.6}{0.0255} = 10.9 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 1.0 \text{ (RA 400 / 500)} \\ \beta_2 = 1.0 \text{ (} t = 0 \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \zeta_a = 1 - 1.0 \times 1.0 \times \left(\frac{35.2}{90} \right)^2 = 0.847$$

$$a_{pk} = 1.7 \times \zeta_a \times \varepsilon_{a1} \times I_{ps} = 1.7 \times 0.847 \times 0.538 \times 10^{-3} \times 10.9 = 8 \times 10^{-3} \text{ cm} = 0.08 \text{ mm}$$

ODREĐIVANJE UGIBA NOSAČA

Geometrijske karakteristike betonskog preseka:

$$A_b = 60 \times 60 - 48 \times 30 = 2160 \text{ cm}^2$$

$$y_{b2} = \frac{60 \times 12 \times \frac{12}{2} + 2 \times 15 \times 48 \times \left(\frac{48}{2} + 12 \right)}{2160} = 26 \text{ cm}$$

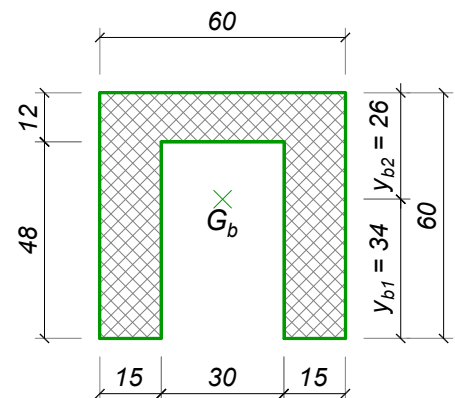
$$y_{b1} = 60 - 26 = 34 \text{ cm}$$

$$J_b = \frac{60 \times 12^3}{12} + 2 \times 15 \times 48^3 + 60 \times 12 \times \left(26 - \frac{12}{2} \right)^2 + 2 \times 15 \times 48 \times \left(34 - \frac{48}{2} \right)^2 = 717120 \text{ cm}^4$$

Elastični ugib od stalnog opterećenja računa se sa momentom inercije betonskog preseka:

$$v_b = \frac{5}{384} \times \frac{20 \times 6.0^4}{33 \times 10^6 \times 717120 \times 10^{-8}} = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m} = 1.43 \text{ mm}$$

Tražena vrednost ugiba se dobija uzimanjem u obzir isprskalosti poprečnog preseka i vremenskih deformacija betona. Za reprezentativan presek (u polju) je potrebno sračunati krutost u stanjima I i II (sa i bez prslina). Najbrži način je pomoću dijagrama za određivanje



bezdimenzionih koeficijenata k_a^I , k_a^{II} , k_{ϕ}^I i k_{ϕ}^{II} (PBAB, Tom 2, Prilog 3.4). Ovde je proračun je sproveden i analitički, radi upoređivanja rezultata (stoga je i armatura A_{a2} zanemarena).

Stanje I (bez prslina), $t=0$

$$A_{a1} = 16.08 \text{ cm}^2 \text{ (8R}\phi\text{16)} \quad ; \quad A_{a2} = 0 \quad \Rightarrow \quad A_a = A_{a1} + A_{a2} = 16.08 \text{ cm}^2$$

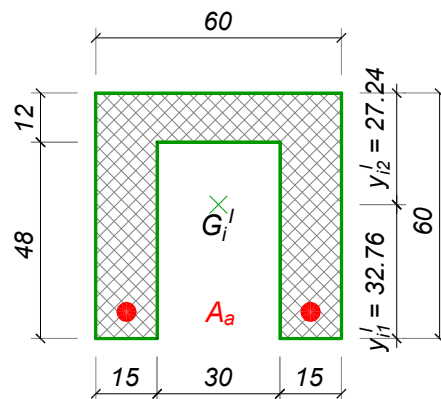
Položaj težišta ukupne armature u odnosu na gornju ivicu preseka, kao i položajni moment inercije armature u odnosu na težište ukupne armature, određeni su kao:

$$y_{a2} = h = 53.5 \text{ cm} \quad ; \quad J_a = 0$$

$$n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{210}{33} = 6.36$$

$$A_i^I = A_b^I + n \times A_a = 2160 + 6.36 \times 16.08 = 2262.4 \text{ cm}^2$$

$$y_{i2}^I = y_{b2}^I + \frac{(y_{a2} - y_{b2}^I) \times n \times A_a}{A_i^I} = 26.0 + \frac{(53.5 - 26.0) \times 6.36 \times 16.08}{2262.4} = 27.24 \text{ cm}$$



Moment inercije idealizovanog preseka (beton + armatura) za stanje I određen je izrazom:

$$J_i^I = J_b^I + n \times J_a + A_b^I \times (y_{a2} - y_{b2}^I) \times (y_{i2}^I - y_{b2}^I)$$

$$J_i^I = 717120 + 0 + 2160 \times (53.5 - 26.0) \times (27.24 - 26.0) = 791027 \text{ cm}^4$$

$$k_a^I = \frac{J_b^I}{J_i^I} = \frac{717120}{791027} = 0.907$$

Ugib u trenutku $t=0$ za ukupno $(g+p)$ opterećenje, za neisprskali presek (stanje I) iznosi:

$$v_0^I = k_a^I \times v_b = 0.907 \times 1.43 = 1.29 \text{ mm}$$

Stanje II (sa prslinama), $t=0$

Položaj neutralne linije u preseku je određen kod proračuna napona ($s = 0.223$). Podsećanja radi, neutralna linija je težišna linija idealizovanog preseka:

$$y_{i2}^{II} = x^{II} = s \times h = 0.223 \times 53.5 = 11.91 \text{ cm}$$

$$A_b^{II} = b \times x^{II} = 60 \times 11.91 = 715 \text{ cm}^2$$

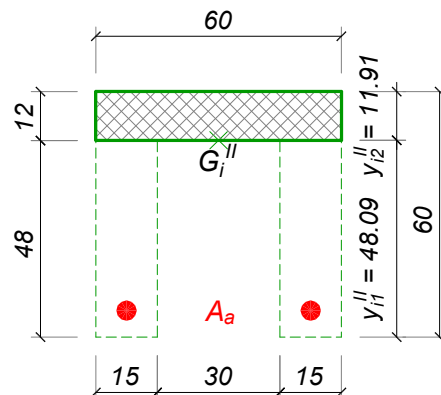
$$y_b^{II} = \frac{x^{II}}{2} = \frac{11.91}{2} = 5.96 \text{ cm}$$

$$J_b^{II} = \frac{b \times (x^{II})^3}{12} = \frac{60 \times 11.91^3}{12} = 8451 \text{ cm}^4$$

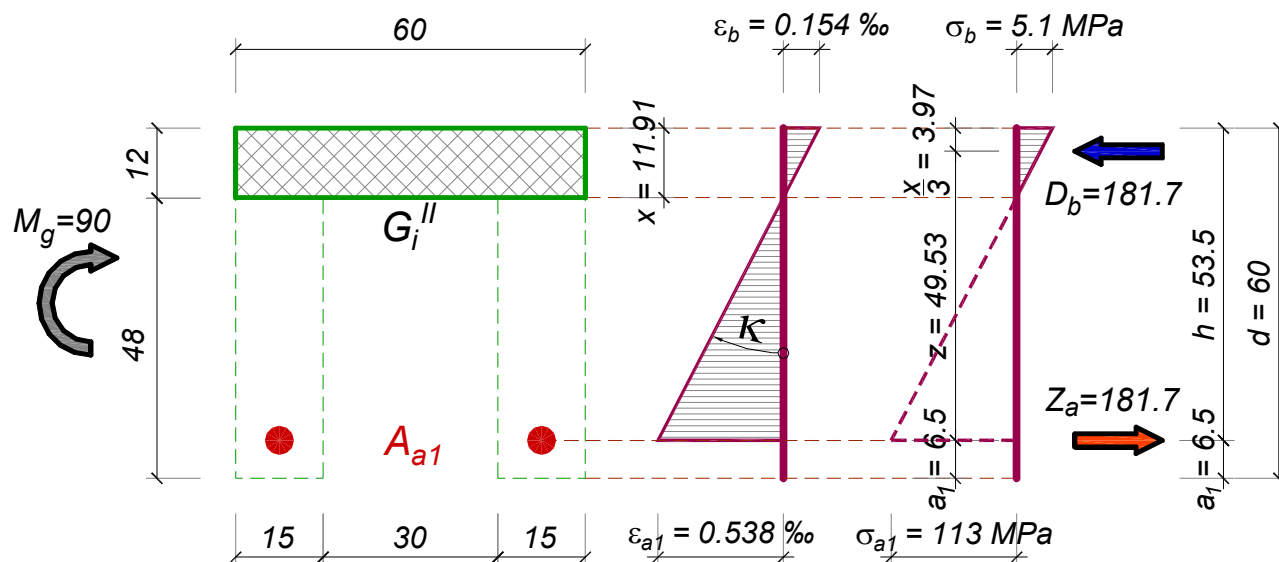
$$J_i^{II} = J_b^{II} + n \times J_a + A_b^{II} \times (y_{a2} - y_{b2}^{II}) \times (y_{i2}^{II} - y_{b2}^{II})$$

$$J_i^{II} = 8451 + 0 + 715 \times (53.5 - 5.96) \times (11.91 - 5.96) = 210841 \text{ cm}^4$$

$$k_a^{II} = \frac{J_b^{II}}{J_i^{II}} = \frac{8451}{210841} = 3.401$$



Ovu vrednost je veoma lako proveriti, pošto su sračunati naponi i dilatacije usled momenta savijanja M_g . Iz poznatih veza momenta i krivine, kao i krivine i dilatacija, sledi:



$$\kappa = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_a}{h} = \frac{(0.154 + 0.538) \times 10^{-3}}{0.535} = 0.0013 \frac{1}{m} = 129.4 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\kappa = \frac{M_g}{E \times J} = \frac{M_g}{E_b \times J_i''} \Rightarrow J_i'' = \frac{M_g}{E_b \times \kappa} = \frac{90}{33 \times 10^6 \times 129.4 \times 10^{-5}} = 210841 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

Ugib u trenutku $t=0$ za ukupno (g+p) opterećenje, za isprskali presek (stanje II) iznosi:

$$v_0'' = k_a'' \times v_b = 3.401 \times 1.43 = 4.85 \text{ mm}$$

Ugib u trenutku $t=0$

Kako su sračunate geometrijske karakteristike idealizovanog preseka u stanju bez prslina, moment pojave prslina M_r se može sračunati iz otpornog momenta W_{i1} . Ukoliko se za proračun koeficijenta koriste dijagrami, moment M_r treba sračunati iz karakteristika bruto betonskog preseka, dakle vrednosti W_{b1} .

$$W_{i1} = \frac{J_i'}{y_{i1}'} = \frac{J_i'}{d - y_{i2}'} = \frac{791027}{60 - 27.24} = 24149 \text{ cm}^3$$

$$f_{bzs} = 2.65 \times \left(0.6 + \frac{0.4}{\sqrt[4]{0.60}} \right) = 2.79 \text{ MPa} = 0.279 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = 0.279 \times 24179 \times 10^{-2} = 67.5 \text{ kNm} < M = M_g = 90 \text{ kNm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 1.0 \text{ (RA 400 / 500)} \\ \beta_2 = 1.0 \text{ (} t = 0 \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \zeta_{0,g} = 1 - 1.0 \times 1.0 \times \frac{67.5}{90} = 0.25$$

Ukupno, početni ugib u trenutku $t=0$ se dobija iz izraza:

$$v_{g,0} = (1 - \zeta) \times v_0' + \zeta \times v_0'' = (1 - 0.25) \times 1.29 + 0.25 \times 4.85 = 2.18 \text{ mm}$$

PRORAČUN UGIBA U TOKU VREMENA

$$\left. \begin{array}{l} \chi_{\infty} = 0.8 \\ \varphi_{\infty} = 2.5 \end{array} \right\} \Rightarrow E_b^* = \frac{E_b}{1 + \chi_{\infty} \varphi_{\infty}} = \frac{33}{1 + 2.0} = 11.0 \text{ GPa} \Rightarrow n^* = \frac{E_a}{E_b^*} = \frac{210}{11.0} = 19.1$$

Stanje I (bez prslina), $t \rightarrow \infty$

$$A_i^{*I} = A_b^I + n^* \times A_a = 2160 + 19.1 \times 16.08 = 2467.1 \text{ cm}^2$$

$$y_{i2}^{*I} = y_{b2}^I + \frac{(y_{a2} - y_{b2}^I) \times n^* \times A_a}{A_i^{*I}} = 26.0 + \frac{(53.5 - 26.0) \times 19.1 \times 16.08}{2467.1} = 29.42 \text{ cm}$$

$$J_i^{*I} = J_b^I + n^* \times J_a + A_b^I \times (y_{a2} - y_{b2}^I) \times (y_{i2}^{*I} - y_{b2}^I)$$

$$J_i^{*I} = 717120 + 0 + 2160 \times (53.5 - 26.0) \times (29.42 - 26.0) = 920441 \text{ cm}^4$$

$$k_{\varphi}^I = 1 - \frac{n^*}{J_i^{*I}} \times [J_a + A_a \times (y_{a2} - y_{i2}^{*I}) \times (y_{a2} - y_{i2}^{*I})]$$

$$k_{\varphi}^I = 1 - \frac{19.1}{920441} \times [0 + 16.08 \times (53.5 - 27.24) \times (53.5 - 29.42)] = 0.789$$

$$v_{\infty, g}^I = k_{\varphi}^I \times (1 + k_{\varphi}^I \times \varphi_{\infty}) \times v_{b, g} = (1 + k_{\varphi}^I \times \varphi_{\infty}) \times v_{0, g}^I$$

$$v_{g, \infty}^I = (1 + 0.789 \times 2.5) \times 1.29 = 3.84 \text{ mm}$$

Stanje II (sa prslinama), $t \rightarrow \infty$

$$A_i^{*II} = A_b^{II} + n^* \times A_a = 715 + 19.1 \times 16.08 = 1022 \text{ cm}^2$$

$$y_{i2}^{*II} = y_{b2}^{II} + \frac{(y_{a2} - y_{b2}^{II}) \times n^* \times A_a}{A_i^{*II}} = 5.96 + \frac{(53.5 - 5.96) \times 19.1 \times 16.08}{1022} = 20.24 \text{ cm}$$

$$J_i^{*II} = J_b^{II} + n^* \times J_a + A_b^{II} \times (y_{a2} - y_{b2}^{II}) \times (y_{i2}^{*II} - y_{b2}^{II})$$

$$J_i^{*II} = 8451 + 0 + 715 \times (53.5 - 5.96) \times (20.24 - 5.96) = 493974 \text{ cm}^4$$

$$k_{\varphi}^{II} = 1 - \frac{n^*}{J_i^{*II}} \times [J_a + A_a \times (y_{a2} - y_{i2}^{*II}) \times (y_{a2} - y_{i2}^{*II})]$$

$$k_{\varphi}^{II} = 1 - \frac{19.1}{493974} \times [0 + 16.08 \times (53.5 - 11.91) \times (53.5 - 20.24)] = 0.140$$

$$v_{\infty, g}^{II} = k_{\varphi}^{II} \times (1 + k_{\varphi}^{II} \times \varphi_{\infty}) \times v_{b, g} = (1 + k_{\varphi}^{II} \times \varphi_{\infty}) \times v_{0, g}^{II}$$

$$v_{g, \infty}^{II} = (1 + 0.140 \times 2.5) \times 4.85 = 6.55 \text{ mm}$$

Ugib u trenutku $t \rightarrow \infty$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 1.0 \text{ (RA 400 / 500)} \\ \beta_2 = 0.5 \text{ (} t \rightarrow \infty \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \zeta_{\infty, g} = 1 - 1.0 \times 0.5 \times \frac{67.5}{90} = 0.625$$

$$v_{g, \infty} = (1 - 0.625) \times 3.84 + 0.625 \times 6.55 = 5.54 \text{ mm}$$

10 Dimenzionirati stub pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija $b/d = 25/60$ cm, opterećen sledećim uticajima:

$$\begin{aligned} M_g &= 0 & ; & N_g = 500 \text{ kN} \\ M_p &= 0 & ; & N_p = 1000 \text{ kN} \text{ (vertikalno povremeno opterećenje)} \\ M_w &= \pm 200 \text{ kNm} & ; & N_w = 0 \text{ (vetar, alternativno dejstvo)} \end{aligned}$$

Vertikalno povremeno opterećenje i vetar mogu, ali i ne moraju delovati istovremeno. Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500.

Tok razmišljanja bi trebalo da bude otprilike ovakav:

- stub je opterećen alternativnim momentima savijanja (ista vrednost, suprotan znak), pa će, bez obzira na vrednost normalne sile, biti **armiran simetrično**;
- preseki koji su simetrično armirani se dimenzionišu pomoću **dijagrama interakcije**;
- za svaku razmotrenu vrednost momenta savijanja potrebno je proveriti (dimenzionirati) kombinaciju sa maksimalnom i minimalnom normalnom silom.

Potrebno je ISPRAVNO odabrati dijagram interakcije. Simetrično armiran presek pravougaonog oblika, armiran armaturom RA 400/500. Potrebno je još pretpostaviti položaj težišta zategnute armature odnosno usvojiti odnos a/d :

$$\text{pretp. } a_1 = 6 \text{ cm} \Rightarrow a/d = 6 / 60 = 0.1$$

U obzir (način armiranja, kvalitet armature, odnos a/d) dolaze dva dijagrama:

- dijagram 115. iz zbirke dijagrama interakcije (Najdanović, Alendar, Ješić)
- dijagram 2.4.10 (Priručnik za primenu PBAB 87, tom II, str. 135)

Može se koristiti bilo koji i daće isti rezultat. Sa prvog dijagrama se očitava dvaput veći mehanički koeficijent armiranja, ali je rezultat proračuna ukupna armatura u preseku.

Kombinacija sa MINIMALNOM normalnom silom

Kod proračuna preseka napregnutih momentima savijanja i aksijalnim silama je pokazano da u fazi velikog ekscentriciteta sila pritiska smanjuje potrebnu površinu armature. Dakle, ne uzima se u obzir sila P , a stalno opterećenje (ne daje M , nego samo N) će biti tretirano kao POVOLJNO dejstvo.

$$M_u = \pm 1.8 \times 200 = \pm 360 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_B} = \frac{360 \times 10^2}{25 \times 60^2 \times 2.3} = 0.174$$

$$N_u = 1.0 \times 500 = 500 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{N_u}{b \cdot d \cdot f_B} = \frac{500}{25 \times 60 \times 2.3} = 0.145$$

Sa prvog dijagrama se očitava vrednost koeficijenta $\bar{\mu}$, a sa drugog $\bar{\mu}_1$:

$$\bar{\mu} \approx 0.285 \Rightarrow A_a = 0.285 \times 25 \times 60 \times \frac{2.3}{40} = 24.58 \text{ cm}^2 = A_{a1} + A_{a2}$$

Što se vrednosti dilatacija tiče, može se uočiti da je tačka u zoni između simultanog loma i linije 0/10‰. Tačna vrednost nije od suštinskog značaja, sem potvrde da su pretpostavljene dobre vrednosti parcijalnih koeficijenata sigurnosti.

Analički tačno rešenje je $A_{a1} = A_{a2} = 12.25 \text{ cm}^2$, $\varepsilon_b/\varepsilon_{a1} = 3.08/10\%$. Dakle, mogućnost preciznog očitavanja je izvanredna. Toleriše se da se "promaši" jedna linija (greška očitavanja $\bar{\mu}$ od 0.02).

Kombinacija sa MAKSIMALNOM normalnom silom

Normalna sila pritiska smanjuje potrebnu armaturu ukoliko je presek napregnut u fazi velikog ekscentriciteta. S druge strane, kod centrično pritisnutih elemenata na presek je potrebno aplicirati što veću silu pritiska.

Kombinacija sa maksimalnom silom može postati merodavna kada se prođe **balans tačka** na dijagramu interakcije (armatura ulazi u prag tečenja, dakle $\varepsilon_b/\varepsilon_{a1} = 3.5/\varepsilon_v$).

$$M_u = \pm 2.1 \times 200 = \pm 420 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{420 \times 10^2}{25 \times 60^2 \times 2.3} = 0.203$$

$$N_u = 1.9 \times 500 + 2.1 \times 1000 = 3050 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{3050}{25 \times 60 \times 2.3} = 0.884$$

Zašto su pretpostavljene maksimalne vrednosti koeficijenata sigurnosti? Cilj je dobiti što veću silu, pa se uzimaju maksimalni koeficijenti. Ukoliko se pokaže (a vrlo često se pokaže) da koeficijenti sigurnosti treba da se smanje, i uticaji će se smanjivati, pa će se smanjivati i $A_{a, \text{potr}}$. Kad iteracije dosade, sigurno je da je rezultat na strani sigurnosti.

Kada se vrednosti m_u i n_u nanese na dijagram, vidi se da se tačka nalazi u oblasti promenljivih koeficijenata sigurnosti (ε_{a1} je između vrednosti 0 i 0.5‰) pa sledi:

$$\varepsilon_{a1} \approx 0.25\text{‰} \Rightarrow \gamma_{u,G} = 1.6 + \frac{3\text{‰} - 0.25\text{‰}}{3\text{‰} - 0\text{‰}} \times (1.9 - 1.6) = 1.875$$

$$\gamma_{u,P} = 1.8 + \frac{3\text{‰} - 0.25\text{‰}}{3\text{‰} - 0\text{‰}} \times (2.1 - 1.8) = 2.075$$

Odgovarajući mehanički koeficijent armiranja iznosi $\bar{\mu} \approx 0.45$ (tačka van dijagrama, učinjena ekstrapolacija). Pre korekcije, dobijenu vrednost treba uporediti sa vrednošću sračunatom za prvu kombinaciju uticaja ($\bar{\mu} \approx 0.285$). Da je prva vrednost veća, proračun bi bio završen konstatacijom da je prvi slučaj merodavan. Ovako, proračun je potrebno nastaviti.

$$M_u = \pm 2.075 \times 200 = \pm 415 \text{ kNm}$$

$$m_u = \frac{415 \times 10^2}{25 \times 60^2 \times 2.3} = 0.200$$

$$N_u = 1.875 \times 500 + 2.075 \times 1000 = 3012.5 \text{ kN}$$

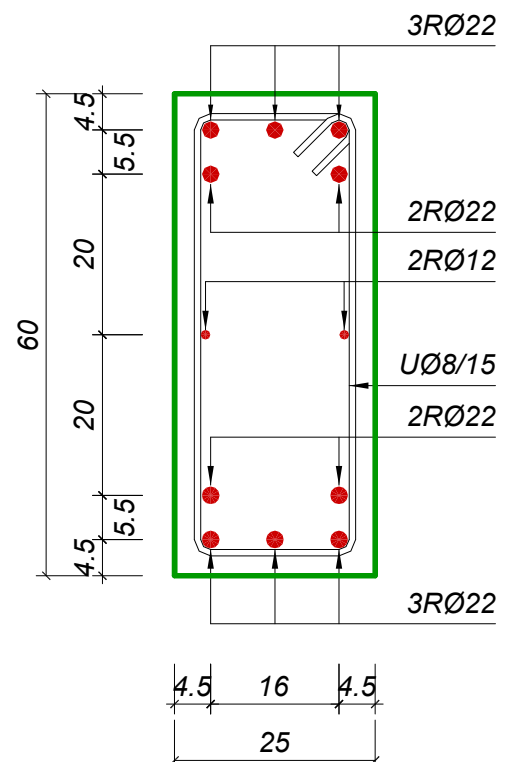
$$n_u = \frac{3012.5}{25 \times 60 \times 2.3} = 0.873$$

Tačka je ponovo u oblasti između 0 i 0.5‰ i može se smatrati da su dilatacije, pa samim tim i koeficijenti sigurnosti, tačno određeni. Ekstrapolacijom sledi $\bar{\mu} \approx 0.44$ odnosno:

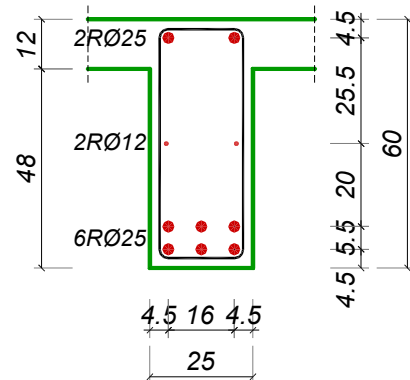
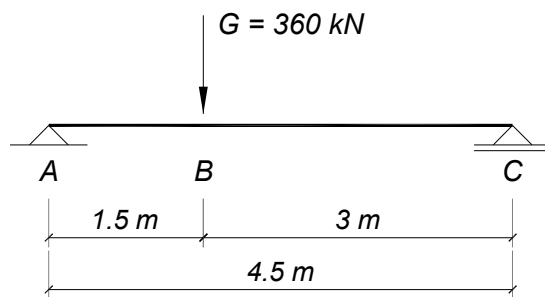
$$A_a = 0.44 \times 25 \times 60 \times \frac{2.3}{40} = 37.95 \text{ cm}^2 = A_{a1} + A_{a2}$$

Analički sračunato: $A_{a1} = A_{a2} = 18.86 \text{ cm}^2$, dilatacije $\varepsilon_b/\varepsilon_{a1} = 3.5/0.24\text{‰}$ ($\gamma_{uG} = 1.876$).

usvojeno: **±5RØ22** (±19.00 cm²)



11 Za gredu datog poprečnog preseka, opterećenu koncentrisanom silom usled stalnog opterećenja prema skici dole, armiranu na prikazani način, potrebno je:



- izvršiti osiguranje od glavnih napona zatezanja na delu B-C
- izvršiti osiguranje od glavnih napona zatezanja na delu A-B, zadržavajući prečnik i rastojanje uzengija kao na delu B-C, uz dodavanje odgovarajuće površine koso povijenih profila. Odrediti tačna mesta povijanja profila.

Proračunom obuhvatiti samo zadato opterećenje. Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500.

$$A_g = 360 \times \frac{3.0}{4.5} = 240 \text{ kN} ; C_g = 360 \times \frac{1.5}{4.5} = 120 \text{ kN}$$

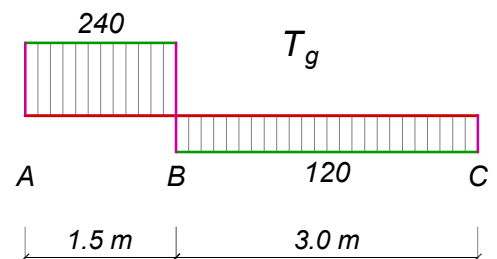
$$a_1 = \frac{3 \times (4.5 + 10)}{6} = 7.25 \text{ cm}$$

$$h = 60 - 7.25 = 52.75 \text{ cm}$$

Usvojeno duž čitavog raspona:

$$z \approx 0.9 \times 52.75 = 47.5 \text{ cm} = \text{const.}$$

$$T_u^{B-C} = 1.6 \times 120 = 192 \text{ kN} \Rightarrow \tau_n^{B-C} = \frac{192}{25 \times 47.5} = 0.162 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \begin{cases} > \tau_r = 0.12 \text{ kN} / \text{cm}^2 \\ < 3\tau_r = 0.36 \text{ kN} / \text{cm}^2 \end{cases}$$



Kako je na čitavom delu B-C prekoračen napon τ_r , dužina osiguranja je $\lambda = 3.0 \text{ m}$.

$$\tau_{Ru}^{B-C} = \frac{3}{2} \times (0.162 - 0.12) = 0.063 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Kako je napon τ_{Ru} manji od $0.2\% \times \sigma_v$, potrebno je usvojiti minimalne uzengije.

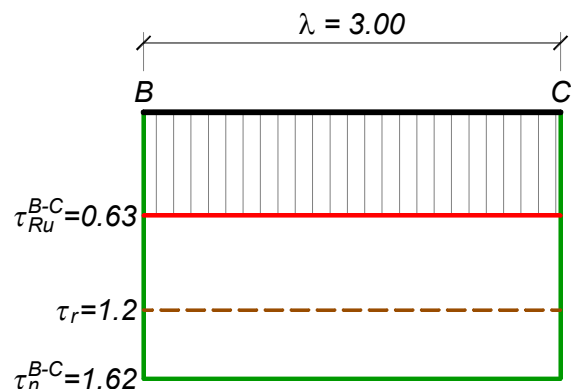
usvojeno: $m=2$; $\alpha = 90^\circ$; $\theta = 45^\circ$, URØ8:

$$e_u = \frac{2 \times 0.503}{25 \times 0.2\%} = 20.1 \text{ cm}$$

usvojeno: **URØ8/20** ($m=2$)

$$\Delta A_a = \frac{T_{mu}}{2 \times \sigma_v} \times (\cot \theta - \cot \alpha) = \frac{192}{2 \times 40} \times (1 - 0) = 2.4 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **2RØ25** (9.82 cm^2)



$$T_u^{A-B} = 1.6 \times 240 = 384 \text{ kN} \Rightarrow \tau_n^{A-B} = \frac{384}{25 \times 47.5} = 0.324 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \begin{cases} > \tau_r = 0.12 \text{ kN} / \text{cm}^2 \\ < 3\tau_r \end{cases}$$

Kako je na čitavom delu A-B prekoračen napon τ_r , dužina osiguranja je $\lambda = 1.5 \text{ m}$.

$$\tau_{Ru}^{A-B} = \frac{3}{2} \times (0.324 - 0.12) = 0.305 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Po uslovu zadatka, usvojene su iste uzengije kao na delu B-C, dakle **URØ8/20** ($m=2$). Napon koji mogu prihvatiti ove uzengije je:

$$\tau_{u,u} = \frac{2 \times 0.503}{25 \times 20} \times 40 \times (0 + 1 \times 1) = 0.08 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Preostali deo sile biće prihvaćen koso povijenim profilima:

$$H_{vu,k} = (0.305 - 0.08) \times 150 \times 25 = 843.3 \text{ kN}$$

$$\alpha_k = 45^\circ \Rightarrow A_{ak} = \frac{843.3}{40 \times (0.707 + 0.707 \times 1)} = 14.91 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **3RØ25** (14.73 cm^2)¹

S obzirom na oblik dijagrama $\tau_{Ru} - \tau_{u,u}$ (deo dijagrama napona smicanja šrafiran ukrštenom šrafurom), nije potrebno sprovesti konstrukciju integralne krive, jer ga je lako podeliti na potreban broj jednakih delova.

Ukoliko se usvoji da se uz oslonac A najpre poviju dva profila na jednom mestu, a zatim još jedna šipka u polju (očuvanje simetrije preseka), potrebno je predmetnu površinu podeliti u odnosu 2:1, kako je prikazano na skici desno. Šipke treba poviti pod uglom od 45° u težištima tih delova, dakle na 50 cm od oslonca A (2RØ25), odnosno 125 cm od oslonca A (1RØ25).

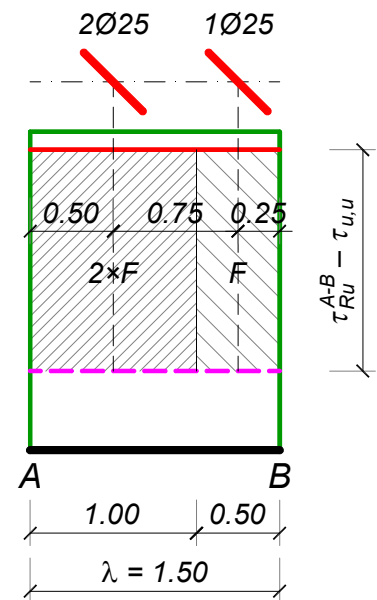
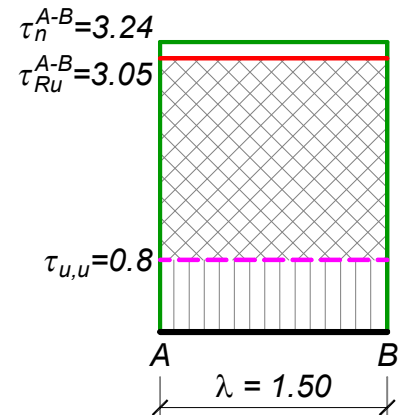
Kod proračuna dodatne zategnute armature, zbog različite vrednosti ugla α za koso armaturu odnosno uzengije, potrebno je proračunom obuhvatiti samo deo sile koji prihvataju beton i uzengije:

$$T_{bu} = \frac{1}{2} \times (3\tau_r - \tau_n) \times b \times z = \frac{1}{2} \times (3 \times 0.12 - 0.324) \times 25 \times 47.5 = 21.6 \text{ kN}$$

$$T_{mu}^{red.} = T_{bu} + T_{u,u} = T_{bu} + \tau_{u,u} \times b \times z = 21.6 + 0.08 \times 25 \times 47.5 = 117.1 \text{ kN}$$

$$\Delta A_a = \frac{T_{mu}^{red.}}{2 \times \sigma_v} \times (\cot \theta - \cot \alpha) = \frac{117.1}{2 \times 40} \times (1 - 0) = 1.46 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **2RØ25** (9.82 cm^2)



¹ Usvojena je nešto manja površina armature od računski potrebne, što je dopušteno jer nije iskorišćena Pravilnikom dopuštena mogućnost da se izvrši redukcija transverzalne sile u zoni oslonaca

12 Dimenzionisati element pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija $b/d = 40/25$ cm, opterećen zadatim silama zatezanja i momentom savijanja usled stalnog opterećenja. Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500.

$$Z_G = 300 \text{ kN}$$

$$M_G = 15 \text{ kNm}$$

$$Z_P = 400 \text{ kN}$$

$$RA \ 400/500 \Rightarrow \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$Z_u = 1.6 \times Z_G + 1.8 \times Z_P = 1.6 \times 300 + 1.8 \times 400 = 1200 \text{ kN}$$

$$M_u = 1.6 \times M_G = 1.6 \times 15 = 24 \text{ kNm}$$

$$e = \frac{M_u}{Z_u} = \frac{24 \times 10^2}{1200} = 2.0 \text{ cm}$$

Ekscentrično zategnut presek je napregnut u fazi malog ekscentriciteta ukoliko se napadna linija sile nalazi između dve armature u preseku, što je ovde očito slučaj. Ukupna površina armature u preseku se dobija iz uslova ravnoteže normalnih sila:

$$A_a = A_{a1} + A_{a2} = \frac{Z_u}{\sigma_v} = \frac{1200}{40} = 30.0 \text{ cm}^2$$

dok se pojedinačne vrednosti A_{a1} i A_{a2} računaju iz uslova ravnoteže momenata savijanja. Zbog relativno velike širine preseka, obe računске armature je verovatno moguće smestiti u po jedan horizontalni red, pa sledi:

$$\text{pretp. } a_1 = a_2 = 4.5 \text{ cm} \Rightarrow y_{a1} = y_{a2} = \frac{d}{2} - a_1 = \frac{25}{2} - 4.5 = 8.0 \text{ cm}$$

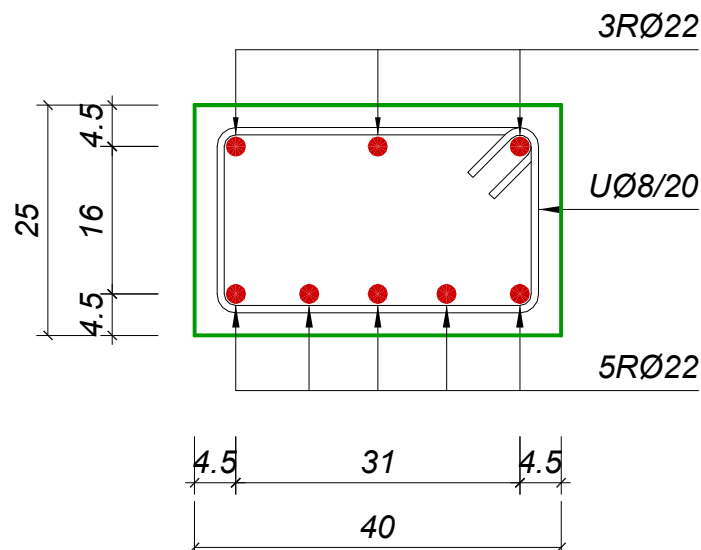
$$A_{a1} = \frac{Z_u}{\sigma_v} \times \frac{y_{a2} + e}{y_{a1} + y_{a2}} = \frac{1200}{40} \times \frac{8.0 + 2.0}{8.0 + 8.0} = 18.75 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **5RØ22** (19.00 cm²)

$$A_{a2} = \frac{Z_u}{\sigma_v} \times \frac{y_{a1} - e}{y_{a1} + y_{a2}} = \frac{1200}{40} \times \frac{8.0 - 2.0}{8.0 + 8.0} = 11.25 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **3RØ22** (11.40 cm²)

Položaj armature odgovara pretpostavljenom. Usvojeni presek je prikazan na skici.



13 Dimenzionisati u karakterističnim presecima obostrano uklještenu gredu raspona $L = 6.0$ m, pravougaonog poprečnog preseka širine 25 cm, opterećenu jednako raspodeljenim stalnim ($g = 40$ kN/m), odnosno povremenim opterećenjem ($p = 20$ kN/m). Nije potrebno dimenzionisati nosač prema glavnim naponima zatezanja. Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500.

$$q_u = 1.6 \times 40 + 1.8 \times 20 = 100 \text{ kN/m}$$

presek nad osloncem

$$M_u = 100 \times 6.0^2 / 12 = 300 \text{ kNm}$$

Visina poprečnog preseka nije poznata, pa se tip loma proizvoljno bira i iz uslova ravnoteže momenata savijanja sračunava visina h . Usvojen je simultani lom:

$$\varepsilon_b / \varepsilon_a = 3.5 / 10\text{‰} \Rightarrow k = 2.311, \bar{\mu} = 20.988\%$$

$$h = 2.311 \times \sqrt{\frac{300 \times 10^2}{25 \times 2.3}} = 52.8 \text{ cm}$$

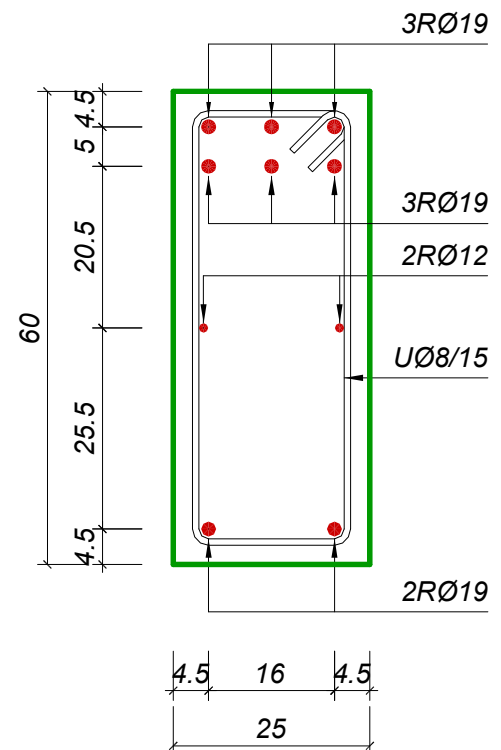
$$A_a = 20.988 \times \frac{25 \times 52.8}{100} \times \frac{2.3}{40} = 15.93 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **6RØ19** (17.01 cm²)

$$a_1 = \frac{3 \times (4.5 + 9.5)}{6} = 7.0 \text{ cm}$$

$$d = 52.8 + 7.0 = 59.8 \text{ cm}$$

usvojeno: **d = 60 cm**



presek u polju

$$M_u = 100 \times 6.0^2 / 24 = 150 \text{ kNm}$$

Visina je određena dimenzionisanjem merodavnog, oslonačkog preseka. Usvojena vrednost se tretira kao zadata (poznata) pa kod određivanja potrebne površine armature u svim ostalim karakterističnim presecima treba sprovesti "vezano" dimenzionisanje:

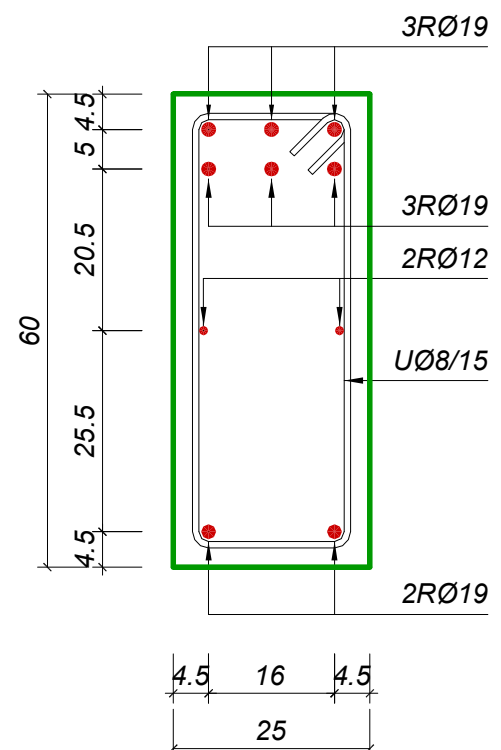
$$\text{pretp. } a_1 = 5 \text{ cm} \Rightarrow h = 60 - 5 = 55 \text{ cm}$$

$$k = \frac{55}{\sqrt{\frac{150 \times 10^2}{25 \times 2.3}}} = 3.405$$

$$\varepsilon_b / \varepsilon_a = 1.735 / 10\text{‰} ; \bar{\mu} = 9.117\%$$

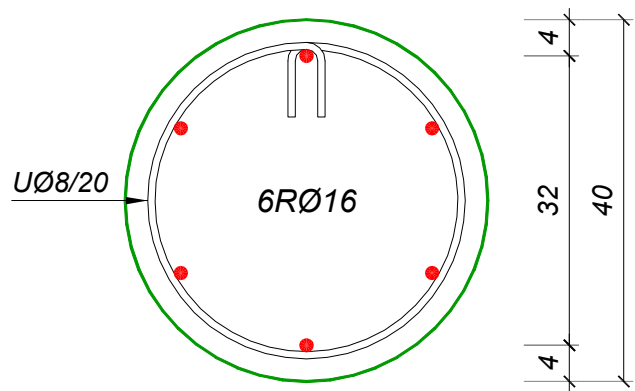
$$A_a = 9.117 \times \frac{25 \times 55}{100} \times \frac{2.3}{40} = 7.21 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **3RØ19** (8.51 cm²)



14 Odrediti koliku silu usled povremenog opterećenja može prihvatiti centrično pritisnut stub preseka prema skici, opterećen još i normalnom silom usled stalnog opterećenja $N_G = 1000$ kN. Uticaj izvijanja zanemariti. Kvalitet materijala: MB 35, RA 400/500.

Za dati presek sračunati napone i dilatacije u betonu i armaturi usled stalnog opterećenja (trenutak $t=0$).



ODREĐIVANJE SILE N_p

Normalna sila koju dati presek može prihvatiti određena je izrazom:

$$N_u = A_b \times f_B + A_a \times \sigma_v$$

pri čemu su sve veličine s desne strane izraza poznate. Sledi:

$$\left. \begin{aligned} A_b &= \frac{40^2}{4} \times \pi = 1256 \text{ cm}^2 \\ A_a &= 12.06 \text{ cm}^2 (6R\text{Ø}16) \end{aligned} \right\} \Rightarrow N_u = 1256 \times 2.3 + 12.06 \times 40 = 3372 \text{ kN}$$

Granična računaska sila usled spoljašnjeg opterećenja određena je izrazom:

$$N_u = \gamma_{u,G} \times N_G + \gamma_{u,P} \times N_p = 1.9 \times 1000 + 2.1 \times N_p \Rightarrow N_p = \frac{3372 - 1.9 \times 1000}{2.1} = 701 \text{ kN}$$

PRORAČUN NAPONA U BETONU I ARMATURI

Određuju se iz uslova jednakosti dilatacija betona i čelika, kao i činjenice da u fazi ekspanzije oba materijala slede Hooke-ov zakon:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_a \Rightarrow \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_a}{n \times E_b} \Rightarrow \sigma_a = n \times \sigma_b$$

Iz uslova ravnoteže normalnih sila sledi:

$$N = A_b \times \sigma_b + A_a \times \sigma_a = \sigma_b \times (A_b + n \times A_a) = \sigma_b \times A_i$$

$$n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{210}{33} = 6.36 \Rightarrow A_i = 1256 + 6.36 \times 12.06 = 1333 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{b,G} = \frac{N_G}{A_i} = \frac{1000}{1333} = 0.75 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 7.5 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_{b,G} = \frac{\sigma_{b,G}}{E_b} = \frac{7.5}{33 \times 10^3} = 0.227\text{‰}$$

$$\sigma_{a,G} = n \times \sigma_{b,G} = 6.36 \times 7.5 = 47.7 \text{ MPa}$$