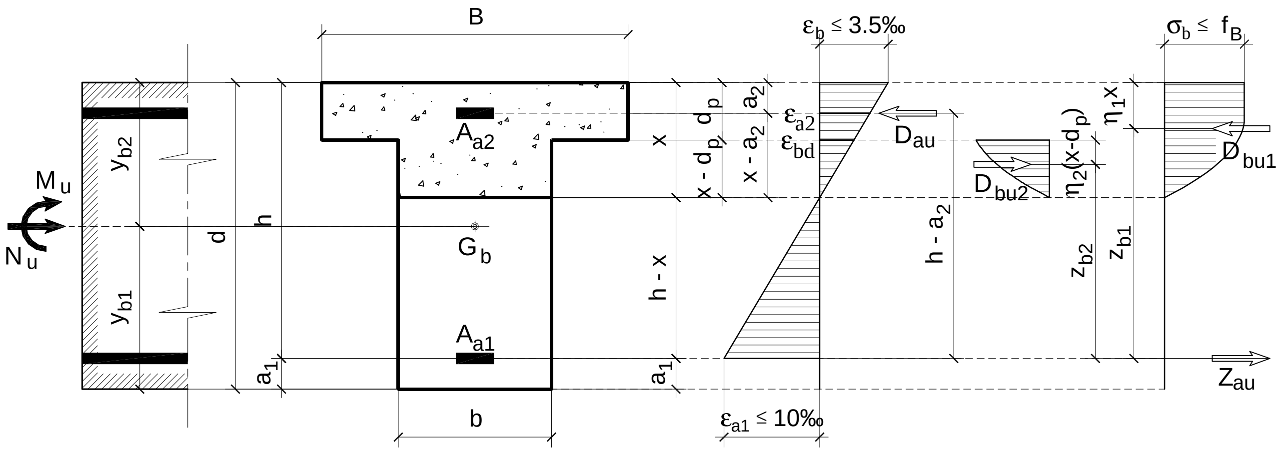
PRESECI SA PRSLINOM - VELIKI EKSCENTRICITET

ODREĐIVANJE MOMENTA LOMA - "T" PRESEK

Na skici dole su prikazane sve potrebne geometrijske veličine, dijagrami dilatacija i napona, spoljašnje i unutrašnje sile i njihovi položaji.



poznato: geometrija preseka (B , b , d , d_p)

kvalitet materijala (MB, Č ⇒ f_B, σ_v)

količina i položaj armature u preseku (A_{a1} , A_{a2} , a_1 , a_2)

normalna sila N_u za koju se sračunava M_u

Na raspolaganju imamo dva uslova ravnoteže, iz kojih možemo odrediti dve nepoznate veličine. To su npr. položaj neutralne linije **s** i traženi moment $\mathbf{M_u}$. Postupak će biti prikazan na preseku oblika T, proračunom će biti obuhvaćena ukupna armatura u preseku, a moment loma će biti određen za presek napregnut na složeno savijanje. Iz ovog slučaja se mogu izvesti svi ostali, jednostavniji slučajevi (čisto savijanje, pravougaoni presek, samo zategnuta armatura u preseku obuhvaćena proračunom i sve kombinacije).

Određivanje položaja neutralne linije

Korišćenjem oznaka sa prethodne skice, uslov ravnoteže normalnih sila može se napisati u obliku:

$$\Sigma N = 0: \quad D_{bu1} - D_{bu2} + D_{au} - Z_{au} - N_u = 0 \tag{1}$$

Pritom su unutrašnje sile pritiska u betonu određene izrazima:

$$D_{bu1} = \alpha_{b1} \times B \times x \times f_B = \alpha_{b1} \times s \times B \times h \times f_B \qquad (s = x/h)$$

$$D_{bu2} = \alpha_{b2} \times (B - b) \times (x\text{-}d_p) \times f_B = \alpha_{b2} \times (B - b) \times (s - \delta) \times h \times f_B \qquad (\delta = d_p/h)$$

Koeficijenti punoće naponskog dijagrama α_{b1} i α_{b2} su funkcije odgovarajućih dilatacija betona ε_b, odnosno ε_{bd} i mogu se sračunati iz analitičkih izraza:

$$\alpha_b = \frac{\varepsilon_b}{12} \times (6 - \varepsilon_b) \;\; \text{za} \;\; \varepsilon_b \le 2‰ \quad ; \quad \text{odnosno} \quad \alpha_b = \frac{3\varepsilon_b - 2}{3\varepsilon_b} \;\; \text{za} \;\; 2‰ \le \varepsilon_b \le 3.5‰$$

Jasno je sa skice da se dilatacija u nivou donje ivice ploče sračunava kao:

$$\varepsilon_{bd} = \frac{x - d_p}{x} \times \varepsilon_b$$

Zavisno od veličine dilatacija ε_b, odnosno ε_{bd}, uzima se odgovarajući izraz i sračunava α_{b1} (ε_b), odnosno α_{b2} (ε_{bd}). Naravno, ove vrednosti se mogu, za odgovarajuću (ili najpribližniju) dilataciju, očitati i iz tabele za dimenzionisanje pravougaonih poprečnih preseka.

Unutrašnje sile u armaturi su određene izrazima:

$$Z_{au} = A_{a1} \times \sigma_{a1} \quad ; \quad \text{pri čemu je} \quad \sigma_{a1} = E_a \times \varepsilon_{a1} \le \sigma_v$$

$$D_{au} = A_{a2} \times \sigma_{a2} \quad ; \quad \text{pri čemu je} \quad \sigma_{a2} = E_a \times \varepsilon_{a2} \le \sigma_v$$

Jasno je sa skice da se dilatacija u nivou pritisnute armature sračunava kao:

$$\varepsilon_{a2} = \frac{x - a_2}{x} \times \varepsilon_b$$

Presek je u graničnom stanju ako je bar jedna od dilatacija ε_b, odnosno ε_{a1} dostigla graničnu vrednost. Kako su dilatacija betona ε_b, odnosno dilatacija zategnute armature ε_{a1}, jednoznačno određene za poznat bezdimenzioni koeficijent položaja neutralne linije **s**, izrazima:

$$s \le 0.259 = 7/27 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{a1} = 10‰ \quad ; \quad \varepsilon_b = \frac{s}{1-s} \times \varepsilon_{a1}$$

$$s \ge 0.259 = 7/27 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_b = 3.5‰ \quad ; \quad \varepsilon_{a1} = \frac{1-s}{s} \times \varepsilon_b$$

to je izborom veličine **s** kao parametra potpuno određeno stanje unutrašnjih sila u preseku. Naravno, za nasumice izabrano **s** nije zadovoljen uslov ravnoteže S**N = 0**, pa se postupak određivanja položaja neutralne linije sprovodi iterativno. Za pretpostavljenu vrednost **s** (ili para dilatacija $\mathbf{e_b/e_{a1}}$, od kojih bar jedna dostiže graničnu vrednost) se sračunaju sve unutrašnje sile i proveri uslov ravnoteže S**N = 0**. Tom prilikom mogu nastupiti tri slučaja:

a. uslov ravnoteže (1) je zadovoljen - potpuno neverovatno u prvom koraku
b. uslov ravnoteže (1) umesto nule daje pozitivan rezultat (za oblik u kome je napisan) - rezultanta unutrašnjih sila je veća od spoljašnje sile pritiska $\Rightarrow$ treba pomeriti neutralnu liniju ka pritisnutoj ivici preseka, odnosno smanjiti **s**
c. uslov ravnoteže (1) umesto nule daje negativan rezultat (za oblik u kome je napisan) - rezultanta unutrašnjih sila je manja od spoljašnje sile pritiska $\Rightarrow$ treba pomeriti neutralnu liniju ka zategnutoj ivici preseka, odnosno povećati **s**

Postupak se u potpunosti ponavlja dok se ne zadovolji uslov ravnoteže (1), odnosno do postizanja željene tačnosti, npr. max. 1% od veće od sila D_{bu1}, Z_{au}.

Određivanje traženog momenta loma

Tek kada se odredi položaj neutralne linije (stanje dilatacija u preseku) iz uslova ravnoteže (1), određuje se položaj unutrašnjih sila D_{bu1}, D_{bu2} u odnosu na težište zategnute armature. Veličine z_{b1}, z_{b2} se, prema skici, određuju kao:

$$z_{b1} = h - \eta_1 \times x = h \times (1 - \eta_1 \times s)$$

$$z_{b2} = h - d_p - \eta_2 \times (x - d_p) = h \times [(1 - \delta - \eta_2 \times (s - \delta)]$$

pri čemu se vrednosti η_1 (ε_b), odnosno η_2 (ε_{bd}) određuju iz tabela za dimenzionisanje ili iz analitičkih izraza za odgovarajuće dilatacije ε_b, odnosno ε_{bd} iz poslednje iteracije:

$$\eta = \frac{8-\varepsilon_b}{4\times(6-\varepsilon_b)} \quad \text{za} \;\; \varepsilon_b \le 2‰ \quad ; \quad \text{odnosno} \quad \eta = \frac{\varepsilon_b \times (3\varepsilon_b - 4) + 2}{2\varepsilon_b \times (3\varepsilon_b - 2)} \quad \text{za} \;\; 2‰ \le \varepsilon_b \le 3.5‰$$

Moment loma preseka $\mathbf{M_u}$ se određuje iz uslova ravnoteže momenata u odnosu na težište zategnute armature u preseku:

$$\Sigma M_{a1} = 0: \quad D_{bu1} \times z_{b1} - D_{bu2} \times z_{b2} + D_{au} \times (h - a_2) = M_{au} = M_u + N_u \times y_{a1}$$

u kome su sve veličine poznate. Napominje se da je traženi rezultat veličina $\mathbf{M_u}$, a ne $\mathbf{M_{au}}$.

Takođe se skreće pažnja da navedeni izrazi važe i za preseke kod kojih je **B<b**, pri čemu je **B** uvek širina na krajnjoj pritisnutoj ivici preseka. Za slučaj ekscentričnog zatezanja, normalna sila N_u se unosi sa **negativnim** znakom. Za slučaj da se proračunom obuhvata samo zategnuta armatura u preseku, potrebno je u izraze uvrstiti $\mathbf{A_{a2} = 0}$. Iz prezentiranih izraza se može sračunati i moment loma za pravougaoni poprečni presek, za **B=b**.

Numerički primer

Odrediti moment loma za presek prikazan na skici, opterećen i graničnom računskom silom pritiska N_u = 400 kN. Podaci za proračun:

$$\text{MB 30} \Rightarrow f_B = 2.05 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{RA 400/500} \Rightarrow \sigma_v = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{a1} = 26.61 \text{ cm}^2 \text{ (7RØ22)}$$

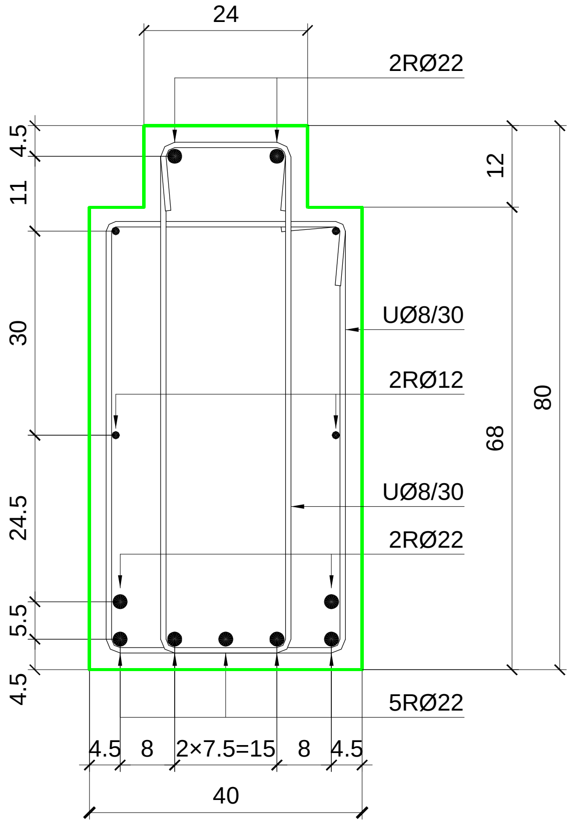
$$A_{a2} = 7.60 \text{ cm}^2 \text{ (2RØ22)}$$

$$a_1 = \frac{5\times4.5+2\times10}{7} = 6.07 \text{ cm}$$

$$h = 80 - 6.07 = 73.93 \text{ cm}$$

$$a_2 = 4.5 \text{ cm} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{a_2}{h} = \frac{4.5}{73.93} = 0.061$$

$$\delta = \frac{d_p}{h} = \frac{12}{73.93} = 0.162$$



U prvom koraku najracionalnije je pretpostaviti da se neutralna linija nalazi na donjoj ivici ploče, kada je pritisnuta zona betona pravougaonog oblika. Sledi:

$$s = 0.162 < 0.259 = 7/27 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{a1} = 10‰ \quad ; \quad \varepsilon_b = \frac{0.162}{1-0.162}\times 10 = 1.938‰$$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{0.162-0.061}{0.162}\times 1.938 = 1.211‰ < \varepsilon_v = \frac{400}{210\times 10^3} = 1.905‰$$

$$\sigma_{a2} = 1.211\times 10^{-3}\times 210\times 10^3 = 254.3 \text{ MPa} = 25.43 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{a1} = 10‰ > \varepsilon_v \quad \Rightarrow \quad \sigma_{a1} = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

Vrednost koeficijenta punoće naponskog dijagrama betona α_{b1} očitava se iz tablica ili sračunava iz analitičkog izraza:

$$\alpha_{b1} = \frac{1.938}{12}\times(6-1.938) = 0.656 \quad ; \quad \alpha_{b2} = 0$$

Uvrštavanjem sračunatih vrednosti u izraze za unutrašnje sile sledi:

$D_{bu1} = 0.656\times 0.162\times 24\times 73.93\times 2.05 =$	387.3 kN
$D_{bu2} =$	0 kN
$D_{au} = 7.60\times 25.43 =$	193.4 kN
$Z_{au} = 26.61\times 40 =$	1064.4 kN

Konačno, proverava se uslov ravnoteže normalnih sila:

$$\Sigma N = 0: \quad D_{bu1} - D_{bu2} + D_{au} - Z_{au} - N_u = 0$$

$$\Sigma N = 0: \quad 387.3 - 0 + 193.4 - 1064.4 - 400 = -883.7 < 0$$

S obzirom da uslov ravnoteže nije zadovoljen, potrebno je korigovati proračun. Kako ukupna unutrašnja sila zatezanja premašuje silu pritiska, potrebno je neutralnu liniju pomeriti ka zategnutoj ivici preseka, tako da će pritisnuta površina betona postati oblika "**T**".

S obzirom da je u prvom koraku došlo do relativno velikog odstupanja u uslovu ravnoteže normalnih sila, u drugom koraku se pretpostavlja znatno veća vrednost bezdimenzionog koeficijenta položaja neutralne linije **s** i čitav napred izloženi postupak u potpunosti ponavlja.

<u>2. korak:</u>

$$s = 0.4 > 0.259 = 7/27 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_b = 3.5‰ \quad ; \quad \varepsilon_{a1} = \frac{1-0.4}{0.4}\times 3.5 = 5.25‰$$

$$\varepsilon_b = 3.5‰ \quad \Rightarrow \quad \alpha_{b1} = \frac{3\times 3.5-2}{3\times 3.5} = 0.810$$

$$\varepsilon_{a1} = 5.25‰ > \varepsilon_v \quad \Rightarrow \quad \sigma_{a1} = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{0.4-0.061}{0.4}\times 3.5 = 2.967‰ > \varepsilon_v \quad \Rightarrow \quad \sigma_{a2} = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{bd} = \frac{0.4-0.162}{0.4}\times 3.5 = 2.080‰ \quad \Rightarrow \quad \alpha_{b2} = \frac{3\times 2.08-2}{3\times 2.08} = 0.679$$

D_{bu1} = 0.810×0.4×24×73.93×2.05 = 1177.8 kN

D_{bu2} = 0.679×(24-40)×(0.4-0.162)×73.93×2.05 = -391.6 kN

D_{au} = 7.60×40 = 304.1 kN

Z_{au} = 26.61×40 = 1064.4 kN

ΣN = 0: 1177.8 – (-391.6) + 304.1 – 1064.4 - 400 = 409.1 > 0

S obzirom da uslov ravnoteže nije zadovoljen, potrebno je izvršiti novu korekciju. Kako ukupna unutrašnja sila pritiska sada premašuje silu zatezanja, sledi:

0.162 < s < 0.40

3. korak:

$s = 0.3 > 0.259 = 7/27 \Rightarrow \varepsilon_b = 3.5‰ \;;\; \varepsilon_{a1} = \frac{1-0.3}{0.3}\times 3.5 = 8.17‰$

$\varepsilon_b = 3.5‰ \Rightarrow \alpha_{b1} = \frac{3\times 3.5-2}{3\times 3.5} = 0.810$

$\varepsilon_{a1} = 8.17‰ > \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a1} = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$

$\varepsilon_{a2} = \frac{0.3-0.061}{0.3}\times 3.5 = 2.79‰ > \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a2} = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$

$\varepsilon_{bd} = \frac{0.3-0.162}{0.3}\times 3.5 = 1.606‰ \Rightarrow \alpha_{b2} = \frac{1.606}{12}\times(6-1.606) = 0.588$

D_{bu1} = 0.810×0.3×24×73.93×2.05 = 883.3 kN

D_{bu2} = 0.588×(24-40)×(0.3-0.162)×73.93×2.05 = -196.4 kN

D_{au} = 7.60×40 = 304.1 kN

Z_{au} = 26.61×40 = 1064.4 kN

ΣN = 0: 883.3 – (-196.4) + 304.1 – 1064.4 - 400 = -80.6 < 0

0.30 < s < 0.40

4. korak:

$s = 0.317 > 0.259 = 7/27 \Rightarrow \varepsilon_b = 3.5‰ \;;\; \varepsilon_{a1} = \frac{1-0.317}{0.317}\times 3.5 = 7.557‰$

$\varepsilon_b = 3.5‰ \Rightarrow \alpha_{b1} = \frac{3\times 3.5-2}{3\times 3.5} = 0.810$

$\varepsilon_{a1} = 7.557‰ > \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a1} = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$

$\varepsilon_{a2} = \frac{0.317-0.061}{0.317}\times 3.5 = 2.827‰ > \varepsilon_v \Rightarrow \sigma_{a2} = \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$

$\varepsilon_{bd} = \frac{0.317-0.162}{0.317}\times 3.5 = 1.705‰ \Rightarrow \alpha_{b2} = \frac{1.705}{12}\times(6-1.705) = 0.610$

D_{bu1} = 0.810×0.317×24×73.93×2.05 = 932.0 kN

D_{bu2} = 0.610×(24-40)×(0.317-0.162)×73.93×2.05 = -228.3 kN

D_{au} = 7.60×40 = 304.1 kN

Z_{au} = 26.61×40 = 1064.4 kN

ΣN = 0: 932.0 – (-228.3) + 304.1 – 1064.4 - 400 = 0 ⇒ **s = 0.317**

Zadovoljenjem uslova ravnoteže normalnih sila određen je položaj neutralne linije u preseku i veličina unutrašnjih sila. Da bi se mogao ispisati uslov ravnoteže momenata savijanja, potrebno je iz izraza odrediti i položaj sila D_{bu1}, D_{bu2}, odnosno veličinu kraka unutrašnjih sila z_{b1}, z_{b2}:

$$\varepsilon_b = 3.5‰ \Rightarrow \eta_1 = \frac{3.5\times(3\times 3.5-4)+2}{2\times 3.5\times(3\times 3.5-2)} = 0.416$$

$$z_{b1} = h - \eta_1 \times x = 73.93 \times (1 - 0.416 \times 0.317) = 64.19 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_{bd} = 1.705‰ \Rightarrow \eta_2 = \frac{8-1.705}{4\times(6-1.705)} = 0.366$$

$$z_{b2} = h \times [(1 - 0.162 - 0.366 \times (0.317 - 0.162)] = 57.75 \text{ cm}$$

Tražena vrednost momenta loma dobija se iz sume momenata oko težišta zategnute armature u preseku:

$$M_{au} = 932.0\times 64.19 - (-228.3)\times 57.75 + 304.1\times(73.93 - 4.5) = 94126 \text{ kNcm} = 941.26 \text{ kNm}$$

$$M_u = 941.26 - 400\times\left(\frac{80}{2} - 6.07\right) = 805.5 \text{ kNm}$$

Traženi moment loma pri graničnoj sili pritiska N_u = 400 kN iznosi **M_u = 805.5 kNm**.