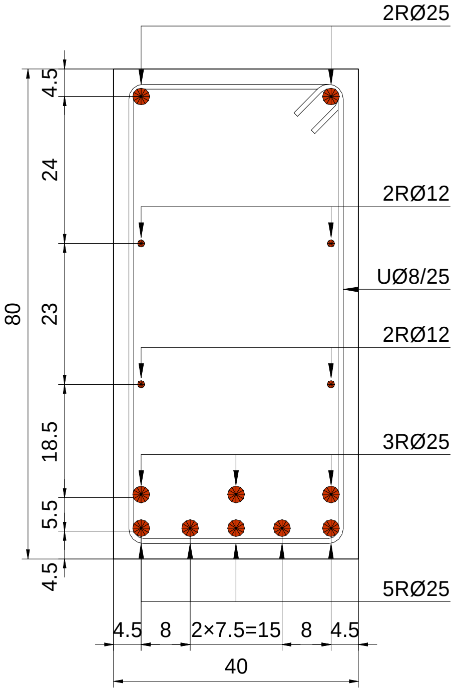
PRESECI SA PRSLINOM - VELIKI EKSCENTRICITET

ODREĐIVANJE MOMENTA LOMA - PRAVOUGAONI PRESEK

Moment loma za pravougaoni presek prikazan na skici odrediti za slučajeve:

1. kada je presek opterećen na čisto savijanje, i to:
   - uzimajući u obzir samo površinu zategnute armature u preseku,
   - uzimajući u obzir i uticaj armature smeštene uz pritisnutu ivicu preseka;
2. kada je, pored momenta savijanja, presek opterećen i:
   - graničnom računskom silom pritiska N_u, odnosno
   - graničnom računskom silom zatezanja Z_u.



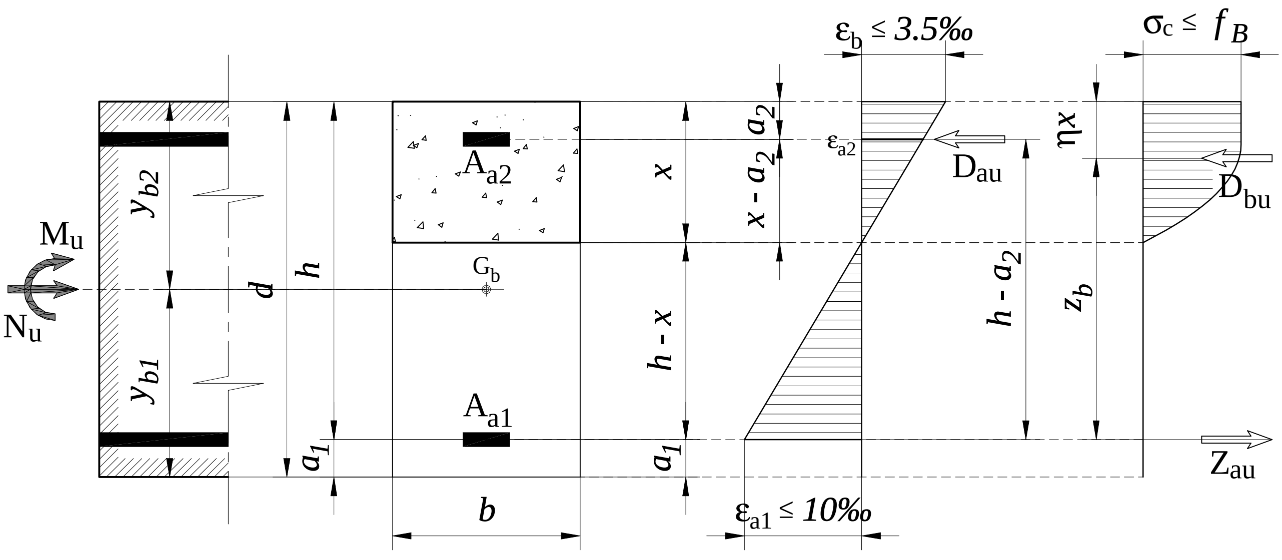
MB 40	A_{a1} = 39.27 cm^2 (8RØ25)
RA 400/500	A_{a2} = 9.82 cm^2 (2RØ25)
N_u = 800 kN	Z_u = 400 kN

Uslovi ravnoteže se u opštem slučaju (dvostruko armirani pravougaoni presek, napregnut na složeno savijanje), mogu napisati u sledećem obliku:

$$\Sigma N = 0: \quad D_{bu} + D_{au} - Z_{au} = N_u$$

$$\Sigma M_{a1} = 0: \quad D_{bu1} \times z_{b1} - D_{bu2} \times z_{b2} + D_{au} \times (h - a_2) = M_{au} = M_u + N_u \times y_{a1}$$

Dijagrami dilatacija i napona, položaj spoljašnjih i unutrašnjih sila i karakteristične geometrijske veličine potrebne za proračun su prikazane na slici.



Koristeći oznake sa slike, izrazi za sile pritiska u betonu D_{bu} i armaturi D_{au} i silu zatezanja u armaturi Z_{au} mogu se napisati u obliku:

$$D_{bu} = \alpha_b \times b \times x \times f_B = \alpha_b \times s \times b \times h \times f_B$$

$$D_{au} = A_{a2} \times \sigma_{a2} \quad ; \quad \sigma_{a2} = E_a \times \varepsilon_{a2} \le \sigma_v$$

$$Z_{au} = A_{a1} \times \sigma_{a1} \quad ; \quad \sigma_{a1} = E_a \times \varepsilon_{a1} \le \sigma_v$$

Položaj neutralne linije i dilataciju pritisnute armature moguće je izraziti preko dilatacija betona i zategnute armature. Sa skice, s obzirom na važenje *Bernoulli*-jeve hipoteze ravnih preseka, sledi:

$$\frac{\varepsilon_b}{x} = \frac{\varepsilon_{a1}}{h-x} \quad \Rightarrow \quad s = \frac{x}{h} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_{a1}} = \frac{1}{1+\dfrac{\varepsilon_{a1}}{\varepsilon_b}}$$

$$\frac{\varepsilon_b}{x} = \frac{\varepsilon_{a2}}{h-a_2} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{a2} = \frac{x-a_2}{x} \times \varepsilon_b = \frac{s-\alpha_2}{s} \times \varepsilon_b$$

Krak unutrašnjih sila z_b može se izraziti u obliku:

$$z_b = h - \eta \times x = h \times (1 - \eta \times s) = \zeta_b \times h$$

Pri tome se, za važeći radni dijagram betona (parabola+praovugaonik), mogu koristiti analitički izrazi za sračunavanje koeficijenta punoće naponskog dijagrama α_b i koeficijenta položaja sile pritiska u betonu η u odnosu na gornju ivicu preseka:

$$\alpha_b = \frac{\varepsilon_b}{12} \times (6-\varepsilon_b) \quad ; \quad \eta = \frac{8-\varepsilon_b}{4 \times (6-\varepsilon_b)} \qquad \text{za } \varepsilon_b \le 2‰$$

$$\alpha_b = \frac{3\varepsilon_b - 2}{3\varepsilon_b} \quad ; \quad \eta = \frac{\varepsilon_b \times (3\varepsilon_b - 4) + 2}{2\varepsilon_b \times (3\varepsilon_b - 2)} \qquad \text{za } 2‰ \le \varepsilon_b \le 3.5‰$$

ili se njihove vrednosti mogu očitati iz odgovarajućih tablica za dimenzionisanje pravougaonih preseka opterećenih u oblasti velikog ekscentriciteta.

Na ovaj način je problem sveden na rešavanje sistema dve jednačine sa dve nepoznate ($\boldsymbol{M_u}$ i jedna od dilatacija $\boldsymbol{e_b}$, $\boldsymbol{e_{a1}}$ ili položaj neutralne linije $\boldsymbol{s}$), pri čemu bar jedna od dilatacija mora dostići graničnu vrednost (ε_b = 3.5‰, odnosno ε_{a1} = 10‰).

Zbog glomaznosti rešenja u zatvorenom obliku, postupak određivanja momenta loma je iterativan. Najpre se iz uslova ravnoteže normalnih sila, variranjem dilatacija ε_b i ε_{a1} odredi položaj neutralne linije. Zatim se sa svim poznatim veličinama iz uslova ravnoteže momenata savijanja sračunava i nepoznata vrednost momenta loma M_u.

Presek opterećen na čisto savijanje

MB 40 $\Rightarrow$ $f_B = 2.55\ kN/cm^2$

RA 400/500 $\Rightarrow$ $\sigma_v = 40\ kN/cm^2$

U prvom koraku može se pretpostaviti da će do iscrpljenja nosivosti preseka doći istovremenim dostizanjem graničnih dilatacija betona i zategnute armature. Koeficijent položaja neutralne linije i dilatacija pritisnute armature sračunavaju se iz izraza:

$\varepsilon_b/\varepsilon_{a1}$ = 3.5/10‰ $\Rightarrow$ $s = \dfrac{1}{1+\dfrac{10}{3.5}} = 0.259$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{0.259-0.061}{0.259}\times 3.5 = 2.673‰ > \varepsilon_v = \frac{400}{210\times 10^3} = 1.905‰$$

Dakle, dilatacije i pritisnute i zategnute armature su veće od granice tečenja, pa je:

$\sigma_{a1} = |\sigma_{a2}| = \sigma_v$ = 400 MPa = 40 kN/cm^2

Vrednost koeficijenta punoće naponskog dijagrama betona α_b očitava se iz tablica ili sračunava iz izraza:

$$\alpha_b = \frac{3\times 3.5-2}{3\times 3.5} = 0.810$$

Pritom nije neophodno sračunavati i koeficijent položaja sile pritiska u betonu η sve dok se ne proveri da li je uslov ravnoteže normalnih sila zadovoljen.

Uvrštavanjem sračunatih vrednosti u izraze za unutrašnje sile sledi:

$D_{bu} = 0.810\times0.259\times40\times73.44\times2.55$ = 1572.2 kN

$D_{au} = 9.82\times40$ = 392.8 kN

$Z_{au} = 39.27\times40$ = 1570.8 kN

Konačno, proverava se uslov ravnoteže normalnih sila:

$\Sigma N = 0:\ D_{bu} + D_{au} - Z_{au} - N_u = 0$

$\Sigma N = 0:\ 1572.2 + 392.8 - 1570.8 = 394.2 > 0$

S obzirom da uslov ravnoteže nije zadovoljen, potrebno je korigovati proračun. Kako ukupna unutrašnja sila pritiska premašuje silu zatezanja, potrebno je smanjiti dilataciju krajnje pritisnute ivice betona. Dakle, ε_b < 3.5‰ ; ε_{a1} = 10‰. Kako je ε_{a1} = 10‰ > ε_v, sila zatezanja je konstantna i iznosi Z_{au} = 1570.8 kN.

S obzirom da je u prvom koraku došlo do relativno velikog odstupanja u uslovu ravnoteže normalnih sila, u drugom koraku se pretpostavlja znatno manja vrednost ε_b i čitav napred izloženi postupak u potpunosti ponavlja.

$\varepsilon_b/\varepsilon_{a1}$ = 2.0/10‰ $\Rightarrow$ $s = \dfrac{1}{1+\dfrac{10}{2.0}} = 0.167$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{0.167-0.061}{0.167}\times 2.0 = 1.265‰ < \varepsilon_v = \frac{400}{210\times 10^3} = 1.905‰$$

$\sigma_{a2} = 1.265\times10^{-3}\times210\times10^3$ = 265.5 MPa = 26.56 kN/cm^2

$$\alpha_b = \frac{3\times 2.0-2}{3\times 2.0} = 0.667$$

$D_{bu} = 0.667\times0.167\times40\times73.44\times2.55$ = 832.3 kN

$D_{au} = 9.82 \times 26.56 \qquad = \quad 260.8 \text{ kN}$

$Z_{au} = 39.27 \times 40 \qquad = 1570.8 \text{ kN}$

Konačno, uslov ravnoteže normalnih sila daje:

$\Sigma N = 0: \; 832.3 + 260.8 - 1570.8 = -477.7 < 0$

U ovom slučaju kao rezultat se pojavljuje sila zatezanja (prema oznakama na slici i ranije usvojenoj konvenciji o znacima), što znači da treba povećati dilataciju betona u odnosu na pretpostavljenu vrednost iz drugog koraka, odnosno:

$2.0‰ < \varepsilon_b < 3.5‰ \quad ; \quad \varepsilon_{a1} = 10‰$

Sukcesivnim sužavanjem intervala se dilatacija betona, odnosno položaj neutralne linije može odrediti sa željenom tačnošću. Posle nekoliko iteracija dobija se konačno:

$$\varepsilon_b/\varepsilon_{a1} = 2.664/10‰ \;\Rightarrow\; s = \frac{1}{1 + \frac{10}{2.664}} = 0.210$$

$$\varepsilon_{a2} = \frac{0.210 - 0.061}{0.210} \times 2.664 = 1.888‰ < \varepsilon_v = \frac{400}{210 \times 10^3} = 1.905‰$$

$$\sigma_{a2} = 1.888 \times 10^{-3} \times 210 \times 10^3 = 396.5 \text{ MPa} = 39.65 \text{ kN/cm}^2$$

$$\alpha_b = \frac{3 \times 2.664 - 2}{3 \times 2.664} = 0.750$$

$D_{bu} = 0.750 \times 0.210 \times 40 \times 73.44 \times 2.55 = \; 1181.4 \text{ kN}$

$D_{au} = 9.82 \times 39.65 = \qquad 389.4 \text{ kN}$

$Z_{au} = 39.27 \times 40 = \qquad 1570.8 \text{ kN}$

$\Sigma N = 0: \; 1181.4 + 389.4 - 1570.8 = 0$

Zadovoljenjem uslova ravnoteže normalnih sila određen je položaj neutralne linije u preseku i veličina unutrašnjih sila. Da bi se mogao ispisati uslov ravnoteže momenata savijanja, potrebno je iz izraza odrediti i položaj sile D_{bu}, odnosno veličinu kraka unutrašnjih sila z_b:

$$\eta = \frac{2.664 \times (3 \times 2.664 - 4) + 2}{2 \times 2.664 \times (3 \times 2.664 - 2)} = 0.396$$

$z_b = (1 - 0.396 \times 0.210) \times 73.44 = 67.3 \text{ cm}$

Tražena vrednost momenta loma dobija se iz sume momenata oko težišta zategnute armature u preseku:

$M_{au} = M_u = 1181.4 \times 67.3 + 389.4 \times (73.44 - 4.5) = 106380 \text{ kNcm} = 1063.8 \text{ kNm}$

Presek opterećen na složeno savijanje

Kako je postupak u ovom slučaju isti kao i u slučaju čistog savijanja, rezultati proračuna položaja neutralne linije će biti prikazani tabelarno.

U slučaju delovanja normalne sile pritiska, potrebno je zadovoljiti uslov ravnoteže:

$\Sigma N = 0:\ D_{bu} + D_{au} - Z_{au} - 800 = 0$

ε_b	ε_{a1}	s	α_b	D_{bu}	ε_{a2}	σ_{a2}	D_{au}	Z_{au}	ΣN
[‰]	[‰]	[–]	[–]	[kN]	[‰]	[kN/cm^2]	[kN]	[kN]	[kN]
3.5	10.0	0.259	0.810	1572.2	2.673	40.0	392.8	1570.8	-405.8
3.5	7.0	0.333	0.810	2021.3	2.857	40.0	392.8	1570.8	43.4
3.5	7.3	0.324	0.810	1965.2	2.838	40.0	392.8	1570.8	-12.8
3.5	7.23	0.326	0.810	1978.0	2.843	40.0	392.8	1570.8	0.0

Tražena vrednost momenta loma pri istovremenom dejstvu sile N_u = 800 kN određuje se iz uslova ravnoteže momenata savijanja u odnosu na težište zategnute armature:

$$M_u = D_{bu} \times z_b + D_{au} \times (h - a_2) - N_u \times \left(\frac{d}{2} - a_1\right)$$

Zamenom numeričkih vrednosti sledi:

$$\varepsilon_b = 3.5‰ \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{3.5\times(3\times3.5-4)+2}{2\times3.5\times(3\times3.5-2)} = 0.416$$

$$z_b = (1 - 0.416\times0.326)\times73.44 = 63.48 \text{ cm}$$

$$M_u = 1978.0\times63.48 + 392.8\times(73.44 - 4.5) - 800\times\left(\frac{80}{2} - 6.56\right) = 125880 \text{ kNcm} = 1258.8 \text{ kNm}$$

Postupak proračuna je potpuno isti i u slučaju delovanja sile zatezanja Z_u = 400 kN, kada je potrebno zadovoljiti uslov ravnoteže:

$\Sigma N = 0:\ D_{bu} + D_{au} - Z_{au} + 400 = 0$

ε_b	ε_{a1}	s	α_b	D_{bu}	ε_{a2}	σ_{a2}	D_{au}	Z_{au}	ΣN
[‰]	[‰]	[–]	[–]	[kN]	[‰]	[kN/cm^2]	[kN]	[kN]	[kN]
2.5	10.0	0.200	0.733	1098.7	1.734	36.42	357.6	1570.8	285.5
2.0	10.0	0.167	0.667	832.3	1.265	26.56	260.8	1570.8	-77.7
2.15	10.0	0.177	0.690	914.5	1.406	29.52	289.8	1570.8	33.6
2.104	10.0	0.174	0.683	889.8	1.363	28.62	281.0	1570.8	0.0

$$\varepsilon_b = 2.104‰ \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{2.104\times(3\times2.104-4)+2}{2\times2.104\times(3\times2.104-2)} = 0.378$$

$$z_b = (1 - 0.378\times0.174)\times73.44 = 68.61 \text{ cm}$$

$$M_u = 889.8\times68.61 + 281.0\times(73.44 - 4.5) + 400\times\left(\frac{80}{2} - 6.56\right) = 93804 \text{ kNcm} = 938.04 \text{ kNm}$$

Jednostruko armiran pravougaoni presek opterećen na složeno savijanje

U slučaju da se zanemari nosivost armature smeštene uz pritisnutu ivicu preseka, proračun se sprovodi po istom postupku, izostavljajući sve članove koji se odnose na ovu armaturu. U tom slučaju, moment loma je moguće odrediti i u samo jednom koraku, pomoću tabela za dimenzionisanje pravougaonih preseka.

Poznati izrazi za određivanje statičke visine i površine armature za pravougaoni presek napregnut na složeno savijanje u oblasti velikog ekscentriciteta mogu se napisati u obliku:

$$\bar{\mu} = \alpha_b \times s = \frac{A_a \times \sigma_v + N_u}{b \times h \times f_B}$$

$$M_{au} = \left(\frac{h}{k}\right)^2 \times b \times f_B \Rightarrow M_u = \left(\frac{h}{k}\right)^2 \times b \times f_B - N_u \times \left(\frac{d}{2} - a_1\right)$$

Kako su poznate geometrijske veličine preseka, količina i položaj armature i mehaničke karakteristike materijala, može se sračunati mehanički koeficijent armiranja zategnutom armaturom $\bar{\mu}$ iz izraza. Iz tablica se pročita odgovarajuća vrednost koeficijenta k i iz izraza odredi nepoznati moment loma M_u pri odgovarajućoj sili N_u.

Zamenom numeričkih vrednosti dobija se za slučaj čistog savijanja:

$$\bar{\mu} = \frac{39.27 \times 40}{40 \times 73.44 \times 2.55} = 0.20969 = 20.969\% \quad \Rightarrow \quad k \approx 2.311$$

$$M_u = \left(\frac{73.44}{2.311}\right)^2 \times 40.0 \times 2.55 = 103010 \text{ kNcm} = 1030.1 \text{ kNm}$$

U narednoj tabeli su prikazane uporedne vrednosti dilatacija betona i armature i odgovarajuće vrednosti momenata loma dobijene uvodeći u proračun samo zategnutu, odnosno ukupnu armaturu u preseku.

	$A_{a2} = 0$			$A_{a2} > 0$		
N_u	ε_b	ε_{a1}	M_u	ε_b	ε_{a1}	M_u
[kN]	[‰]	[‰]	[kNm]	[‰]	[‰]	[kNm]
0	3.5	10.0	**1030.1**	2.664	10.0	**1063.8**
800	3.5	5.45	**1191.2**	3.5	7.230	**1258.8**
-400	2.65	10.0	**924.9**	2.104	10.0	**938.0**